

2017 年辽宁省丹东市中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) -5 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

2. (3 分) 一个正方体的平面展开图如图所示，每一个面都有一个汉字，则在该正方体中和“静”字相对的汉字是 ()



- A. 细 B. 心 C. 规 D. 范

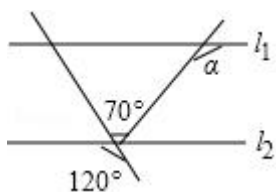
3. (3 分) 据《中国教育报》近期报道，4 年来全国在义务教育阶段经费累计投入 2.37 万亿元，数据 2.37 万亿用科学记数法表示为 () 亿.

- A. 2.37×10^3 B. 2.37×10^4 C. 2.37×10^5 D. 0.237×10^6

4. (3 分) 下列事件是必然事件的是 ()

- A. 车辆随机经过一个路口，遇到红灯
B. 任意买一张电影票，座位号是 2 的整数倍
C. 在地球上，上抛出去的篮球会下落
D. 打开电视机，任选一个频道，正在播放世乒赛

5. (3 分) 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，则 $\alpha =$ ()



- A. 160° B. 150° C. 140° D. 130°

6. (3 分) 下列计算结果正确的是 ()

- A. $m^3 + m^4 = m^7$ B. $(m^3)^4 = m^{81}$ C. $m^4 \div m^3 = m$ D. $m^4 \cdot m^3 = m^{12}$

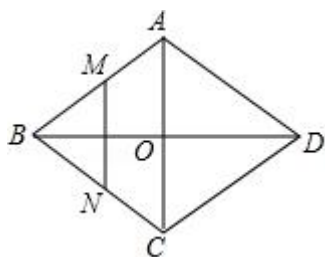
7. (3 分) 如图，将矩形 $ABCD$ 绕点 A 旋转至矩形 $AEFG$ 的位置，此时点 D 恰好与 AF 的中点重合， AE 交 CD 于点 H ，若 $BC = 2\sqrt{3}$ ，则 HC 的长为 ()



-

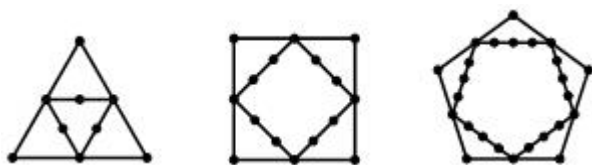
-

- 第 2 页 (共 23 页)

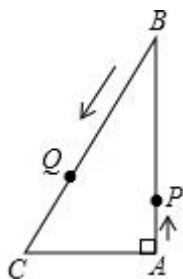


14. (3分) 某班共有学生 45 人，其中男生的 2 倍比女生的 3 倍少 10 人. 设该班的男生有 x 人，女生有 y 人，请列出满足题意的方程组_____.

15. (3分) 如图，观察各图中小圆点的摆放规律，并按这样的规律继续摆放下去，则第 10 个图形中小圆点的个数为_____.



16. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $AB = 4$. 动点 P 从点 A 出发以每秒 1 个单位长度的速度沿 $A \rightarrow B$ 匀速运动；同时动点 Q 从点 B 出发以每秒 4 个单位长度的速度沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 匀速运动. 当点 Q 到达点 A 时， P 、 Q 两点同时停止运动，过点 P 的一条直线与 BC 交于点 D . 设运动时间为 t 秒，当 t 为_____秒时，将 $\triangle PBD$ 沿 PD 翻折，使点 B 恰好与点 Q 重合.



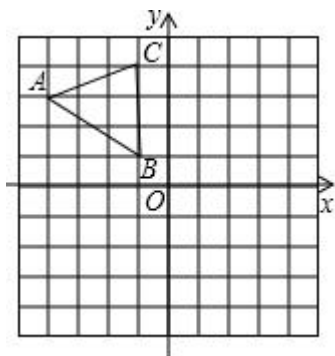
三、解答题 (每小题 8 分，共 16 分)

17. (8分) 计算： $(3 - \pi)^0 - (\frac{1}{3})^{-1} + |2 - \sqrt{8}| + 2\cos 45^\circ$

18. (8分) 在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的位置如图所示. (每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形)

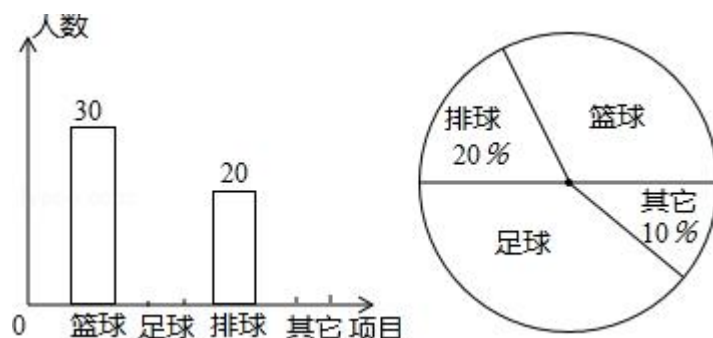
(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° ，画出旋转后得到的 $\triangle A_2BC_2$ ，并直接写出此过程中线段 BA 扫过图形的面积 (结果保留 π)



四、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

19. (10 分) 某中学为了了解本校学生喜爱的球类运动，在本校范围内随机调查了部分学生，将收集的数据绘制成如下两幅不完整的统计图. 请你根据图中提供的信息解答下列问题：



- (1) 本次一共调查了多少名学生？
 - (2) 补全条形统计图；
 - (3) 求“足球”在扇形统计图中所占圆心角的度数；
 - (4) 若已知该校有 500 名学生，请你根据调查的结果估计爱好“足球”和“排球”的学生共有多少人？
20. (10 分) 小明到离家 2.8 千米的学校参加文艺汇演，骑自行车到学校比他步行到学校用时少 30 分钟，且骑自行车的速度是步行速度的 4 倍，求小明步行的速度（单位：米/分）是多少？

五、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

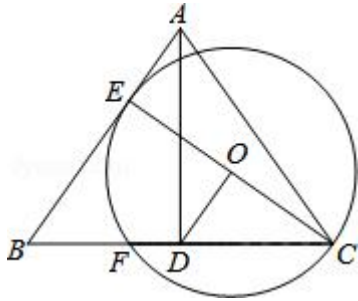
21. (10 分) 在一个不透明的盒子中，装有一个红球和两个白球，它们除了颜色外其余都相同，现任意拿出一个球，记下球的颜色，然后放回盒中，搅匀后再任意拿出一个球，记下球的颜色.

- (1) 若随机地从盒子中拿出一个球，则拿出“白球”的概率是_____；
- (2) 请你用列表法或画树状图的方法，求恰好拿到“一红、一白”球的概率.

22. (10 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， E 是 AB 上一点，以 CE 为直

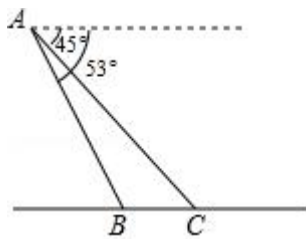
径的 $\odot O$ 交 BC 于点 F , 连接 DO , 且 $\angle DOC = 90^\circ$.

- (1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 若 $DF = 2$, $DC = 6$, 求 BE 的长.



六、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

23. (10 分) 小明在热气球 A 上看到正前方横跨河流两岸的大桥 BC , 并测得 B , C 两点的俯角分别为 53° 和 45° , 已知大桥 BC 与地面在同一水平面上, 其长度为 $75m$, 请求出热气球离地面的高度. (参考数据: $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$).



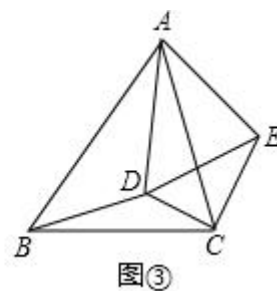
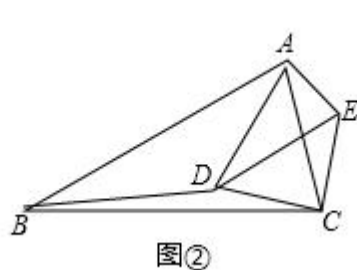
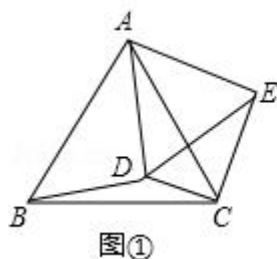
24. (10 分) 某超市销售一种成本为每台 20 元的台灯, 规定销售单价不低于成本价, 又不高于每台 32 元. 销售中平均每月销售量 y (台) 与销售单价 x (元) 的关系可以近似地看做一次函数, 如下表所示:

x	22	24	26	28
y	90	80	70	60

- (1) 请直接写出 y 与 x 之间的函数关系式;
 (2) 为了实现平均每月 375 元的台灯销售利润, 这种台灯的售价应定为多少? 这时每月应购进台灯多少个?
 (3) 设超市每月台灯销售利润为 ω (元), 求 ω 与 x 之间的函数关系式, 当 x 取何值时, ω 的值最大? 最大值是多少?

七、解答题 (本题 12 分)

25. (12 分) 已知: $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 按如图所示方式放置, 点 D 在 $\triangle ABC$ 内, 连接 BD 、 CD 和 CE , 且 $\angle DCE =$



90° .

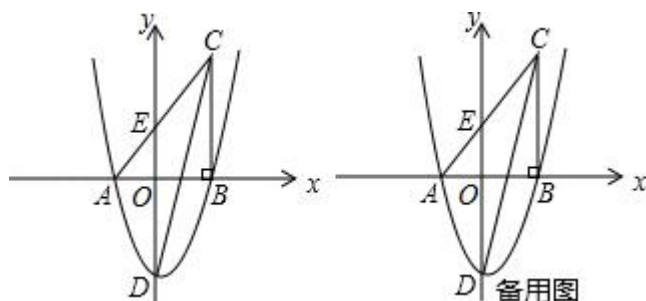
(1) 如图①, 当 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等边三角形时, 试确定 AD 、 BD 、 CD 三条线段的关系, 并说明理由;

(2) 如图②, 当 $BA = BC = 2AC$, $DA = DE = 2AE$ 时, 试确定 AD 、 BD 、 CD 三条线段的关系, 并说明理由;

(3) 如图③, 当 $AB : BC : AC = AD : DE : AE = m : n : p$ 时, 请直接写出 AD 、 BD 、 CD 三条线段的关系.

八、解答题 (本题 14 分)

26. (14 分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的一边 AB 在 x 轴上, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 $C(4, 8)$ 在第一象限内, AC 与 y 轴交于点 E , 抛物线 $y = \frac{3}{4}x^2 + bx + c$ 经过 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 $D(0, -6)$.



(1) 请直接写出抛物线的表达式;

(2) 求 ED 的长;

(3) 点 P 是 x 轴下方抛物线上一动点, 设点 P 的横坐标为 m , $\triangle PAC$ 的面积为 S , 试求出 S 与 m 的函数关系式;

(4) 若点 M 是 x 轴上一点 (不与点 A 重合), 抛物线上是否存在点 N , 使 $\angle CAN = \angle MAN$. 若存在, 请直接写出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

2017 年辽宁省丹东市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号，求解即可．

【解答】解：-5 的相反数是 5，

故选：B．

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号：一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0．不要把相反数的意义与倒数的意义混淆．

2. 【分析】正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，根据这一特点作答．

【解答】解： $\because$ 正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，

$\therefore$ “细”与“心”是相对面，“冷”与“规”是相对面，“静”与“范”是相对面．

故选：D．

【点评】本题主要考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题．

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．

【解答】解：由题可得：2.37 万亿 = 23700 亿 = 2.37×10^4 ．

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键．

4. 【分析】根据事件的分类，对四个选项进行逐一分析即可．

【解答】解：A．车辆随机经过一个路口，遇到红灯，是随机事件；B．任意买一张电影票，座位号是 2 的整数倍，是随机事件；

C．在地球上，上抛出去的篮球会下落，是必然事件；

D．打开电视机，任选一个频道，正在播放世乒赛，是随机事件；

故选：C．

【点评】本题主要考查了随机事件，事先能肯定它一定会发生的事件称为必然事件，事先能肯定它一定不会发生的事件称为不可能事件，必然事件和不可能事件都是确定的．

5. 【分析】依据 $\angle \beta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ，可得 $\angle ACB = 60^\circ + 70^\circ = 130^\circ$ ，再根据直线 $l_1 \parallel l_2$ ，即可得到 $\angle \alpha = \angle ACB = 130^\circ$ ．

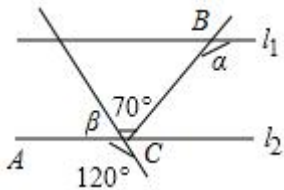
【解答】解：如图， $\because \angle \beta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ + 70^\circ = 130^\circ，$$

$\because$ 直线 $l_1 \parallel l_2$ ，

$$\therefore \angle \alpha = \angle ACB = 130^\circ，$$

故选：D.



【点评】本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，内错角相等.

6. 【分析】依据同底数幂的乘法，同底数幂的除法，幂的乘方以及合并同类项法则进行计算即可.

【解答】解：A. $m^3 + m^4 \neq m^7$ ，错误；

B. $(m^3)^4 \neq m^{81}$ ，错误；

C. $m^4 \div m^3 = m$ ，正确；

D. $m^4 \cdot m^3 \neq m^{12}$ ，错误；

故选：C.

【点评】本题主要考查了幂的运算法则的运用，应用同底数幂除法的法则时，底数 a 可是单项式，也可以多项式，但必须明确底数是什么，指数是什么. 幂的乘方的底数指的是幂的底数；“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘，这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

7. 【分析】根据旋转后 AF 的中点恰好与 D 点重合，利用旋转的性质得到直角三角形 ACD 中， $\angle ACD = 30^\circ$ ，再由旋转后矩形与已知矩形全等及矩形的性质得到 $\angle DAE$ 为 30° ，进而得到 $\angle EAC = \angle DCA$ ，利用等角对等边得到 $AH = CH$ ，根据 BC 、 AD 的长，即可得到 CH 的长.

【解答】解：由旋转的性质可知： $AC = AF$ ，

$\because D$ 为 AF 的中点，

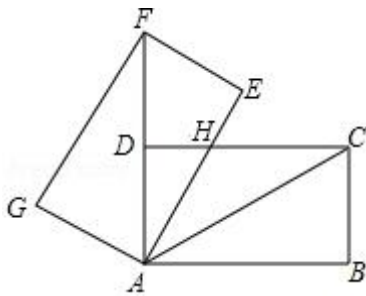
$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC，$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AD \perp CD，$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle ACD = 30^\circ, \\
&\because AB \parallel CD, \\
&\therefore \angle CAB = 30^\circ, \\
&\therefore \angle EAF = \angle CAB = 30^\circ, \\
&\therefore \angle EAC = 30^\circ, \\
&\therefore AH = CH, \\
&\therefore DH = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}CH, \\
&\therefore CH = 2DH, \\
&\because CD = \sqrt{3}AD = \sqrt{3}BC = 6, \\
&\therefore HC = \frac{2}{3}CD = 4.
\end{aligned}$$

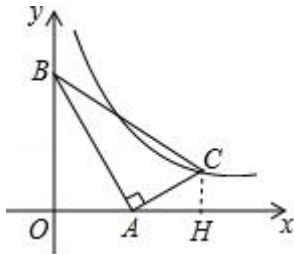
故选：A.



【点评】 本题考查了旋转的性质、矩形的性质、特殊角的三角函数等知识点，对应点到旋转中心的距离相等，利用旋转的“不变”特性是解答的关键．

8. **【分析】** 作 $CH \perp x$ 轴于 H ．由相似三角形的性质求出点 C 坐标，求出 k 的值即可解决问题；

【解答】 解：作 $CH \perp x$ 轴于 H ．



$$\begin{aligned}
&\because A(2, 0), B(0, 4), \\
&\therefore OA = 2, OB = 4, \\
&\because \angle ABO + \angle OAB = 90^\circ, \angle OAB + \angle CAH = 90^\circ, \\
&\therefore \angle ABO = \angle CAH, \because \angle AOB = \angle AHC,
\end{aligned}$$

$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle CAH,$$

$$\therefore \frac{OA}{CH} = \frac{OB}{AH} = \frac{AB}{AC} = 2,$$

$$\therefore CH = 1, AH = 2,$$

$$\therefore C(4, 1),$$

$$\because C(4, 1) \text{ 在 } y = \frac{k}{x} \text{ 上},$$

$$\therefore k = 4,$$

$$\therefore y = \frac{4}{x},$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } y = 2,$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 沿 y 轴向上平移 m 个单位长度, 使点 A 恰好落在双曲线上,

$$\therefore m = 2,$$

故选: A .

【点评】 本题考查反比例函数图象上的点的特征, 相似三角形的判定和性质、平移变换等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造相似三角形解决问题, 属于中考常考题型.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. **【分析】** 原式提取公因式, 再利用平方差公式分解即可.

$$\text{【解答】解: 原式} = 3a(x^2 - y^4) = 3a(x + y^2)(x - y^2),$$

$$\text{故答案为: } 3a(x + y^2)(x - y^2)$$

【点评】 此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

10. **【分析】** 先根据平均数的定义求出 x 的值, 再根据中位数的定义进行解答即可.

$$\text{【解答】解: } \because \text{数据 } 2, x, 4, 3, 3 \text{ 的平均数是 } 3,$$

$$\therefore (2 + x + 4 + 3 + 3) \div 5 = 3,$$

$$\therefore x = 3,$$

把这组数据从小到大排列为: 2, 3, 3, 3, 4,

则这组数据的中位数为 3;

故答案为: 3.

【点评】 本题考查了平均数和中位数, 掌握平均数的计算公式和中位数的定义是解题的关键; 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或

最中间两个数的平均数).

11. **【分析】** 欲求 $\triangle ABD$ 的面积, 现有 $AB = 10$ 可作为三角形的底, 只需求出该底上的高即可, 需作 $DE \perp AB$ 于 E . 根据角平分线的性质求得 DE 的长, 即可求解.

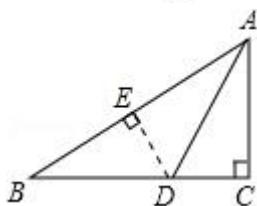
【解答】 解: 作 $DE \perp AB$ 于 E .

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$, $DC \perp AC$,

$$\therefore DE = CD = \sqrt{3}.$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}.$$

故答案是: $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.



【点评】 此题主要考查角平分线的性质; 熟练运用角平分线的性质定理, 是很重要的, 作出并求出三角形 AB 边上的高时解答本题的关键.

12. **【分析】** 分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} 3x-7 > x & \text{①} \\ 2-5x < 2x & \text{②} \end{cases}$$

由①得, $x > \frac{7}{2}$,

由②得, $x > \frac{2}{7}$,

故不等式组的解集为: $x > \frac{7}{2}$,

故答案为 $x > \frac{7}{2}$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

13. **【分析】** 根据 MN 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 根据三角形中位线定理求的 AC 的长, 然后根据菱形的性质求解.

【解答】 解: $\because M$ 、 N 是 AB 和 BC 的中点, 即 MN 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore AC = 2MN = 2,$$

$$\therefore OA = 1, OB = \sqrt{3}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $AB = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$,

所以菱形的周长为 8,

故答案为: 8

【点评】 本题考查了三角形的中位线定理和菱形的性质, 理解中位线定理求的 AC 的长是关键.

14. **【分析】** 根据题意可得两个等量关系: ①男生+女生 = 45, ②男生的 2 倍 = 女生的 3 倍 - 10.

【解答】 解: 根据题意可得
$$\begin{cases} x+y=45 \\ 2x=3y-10 \end{cases},$$

故答案为:
$$\begin{cases} x+y=45 \\ 2x=3y-10 \end{cases}.$$

【点评】 此题主要考查了二元一次方程组的应用, 根据实际问题中的条件列方程组时, 要注意抓住题目中的一些关键性词语, 找出等量关系, 列出方程组.

15. **【分析】** 根据题目中各个图形的小黑点的个数, 可以发现其中的规律, 从而可以得到第 10 个图形中小圆点的个数.

【解答】 解: 由题意可得,

第一个图形的小圆点的个数为: $3 \times 3 = 9$,

第二个图形的小圆点的个数为: $4 \times 4 = 16$,

第三个图形的小圆点的个数为: $5 \times 5 = 25$,

.....

第十个图形的小圆点的个数为: $12 \times 12 = 144$,

故答案为: 144.

【点评】 本题考查图形的变化类, 解答本题的关键是明确题意, 发现题目中图形的小圆点的变化规律.

16. **【分析】** 先根据勾股定理求 BC 的长, 分两种情况:

①当 Q 在 BC 上时, 如图 1, 证明 $\triangle PDB \sim \triangle CAB$, 则 $\frac{PB}{BD} = \frac{BC}{AB}$, 可得 t 的值;

②当 Q 在 AC 上时, 如图 2, 由勾股定理得: $PQ^2 = PA^2 + AQ^2$, 则 $(4-t)^2 = t^2 + (8-4t)^2$, 可得 t 的值.

【解答】 解: $\because \angle A = 90^\circ$, $AC = 3$, $AB = 4$,

$\therefore BC = 5$,

分两种情况：

①当 Q 在 BC 上时，如图 1，由题意得： $PA = t$ ， $BQ = 4t$ ，

由 B 与 Q 对称可知： $PD \perp BQ$ ， $BD = DQ = 2t$ ，

$$\therefore PB = PQ = 4 - t$$

$$\because \angle PDB = \angle A = 90^\circ, \quad \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \triangle PDB \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{PB}{BD} = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore \frac{4-t}{2t} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore t = \frac{8}{7};$$

②当 Q 在 AC 上时，如图 2， $CQ = 4t - 5$ ，

$$\therefore AQ = AC - CQ = 3 - (4t - 5) = 8 - 4t,$$

连接 BQ ，

$\because B、Q$ 对称，

$\therefore PD$ 是 BQ 的垂直平分线，

$$\therefore PB = PQ = 4 - t,$$

Rt $\triangle PQA$ 中，由勾股定理得： $PQ^2 = PA^2 + AQ^2$ ，

$$(4 - t)^2 = t^2 + (8 - 4t)^2,$$

$$2t^2 - 7t + 6 = 0,$$

$$(t - 2)(2t - 3) = 0,$$

$$t_1 = 2, \quad t_2 = \frac{3}{2},$$

$\because Q$ 在 AC 上，

$$\therefore \frac{5}{4} < t \leq 2,$$

$t = 2$ 时， Q 与 A 重合，如图 3，

综上所述，当 t 为 $\frac{8}{7}$ 秒或 2 秒或 $\frac{3}{2}$ 秒时，将 $\triangle PBD$ 沿 PD 翻折，使点 B 恰好与点 Q 重合。

故答案为： $\frac{8}{7}$ 或 2 或 $\frac{3}{2}$ 。

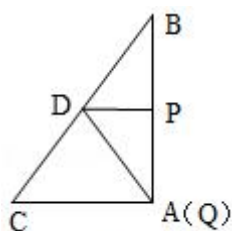


图3

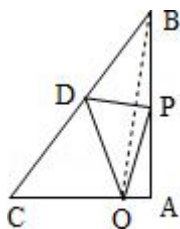


图2

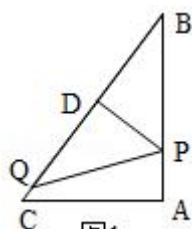


图1

【点评】 本题主要考查了翻折变换、勾股定理、三角形相似的性质和判定等知识，在解决问题的过程中，用到了分类讨论、临界值法等重要的数学思想方法，找准临界点是解决本题的关键。

三、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

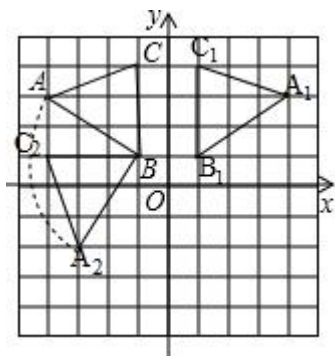
17. **【分析】** 原式利用零指数幂、负整数指数幂法则，绝对值的代数意义，以及特殊角的三角函数值计算即可求出值。

【解答】 解：原式 $= 1 - 3 + 2\sqrt{2} - 2 + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 4$ 。

【点评】 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键。

18. **【分析】** (1) 分别作出点 A 、 B 、 C 关于 y 轴的对称点，再顺次连接可得；
(2) 分别作出点 A 、 C 绕点 B 逆时针旋转 90° 得到的对应点，再顺次连接可得，利用扇形的面积公式列式计算可得答案。

【解答】 解：(1) 如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；



(2) 如图所示, $\triangle A_2BC_2$ 即为所求,

$$\because AB = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}, \angle ABA_2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{此过程中线段 } BA \text{ 扫过图形的面积为 } \frac{90 \cdot \pi \cdot (\sqrt{13})^2}{360} = \frac{13}{4}\pi.$$

【点评】 本题主要考查作图 - 轴对称变换和旋转变换, 解题的关键是根据轴对称和旋转的性质作出变换后的对应点及扇形的面积公式.

四、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

19. **【分析】** (1) 依据爱好排球的人数和百分比, 即可得到调查的学生总数;

(2) 先求得其它部分的人数, 进而得出爱好足球的人数, 即可补全条形统计图;

(3) 依据爱好足球的百分比, 即可得到“足球”在扇形统计图中所占圆心角的度数;

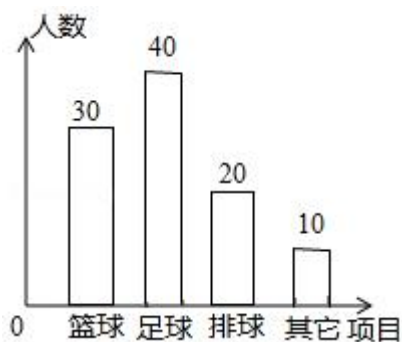
(4) 依据爱好“足球”和“排球”的学生的百分比, 即可估计爱好“足球”和“排球”的学生数.

【解答】 解: (1) 调查的学生总数 = $20 \div 20\% = 100$ (名);

(2) 其它: $10\% \times 100 = 10$ (名),

足球: $100 - 30 - 20 - 10 = 40$ (名),

补全条形统计图如下:



(3) “足球”在扇形统计图中所占圆心角的度数 $= \frac{40}{100} \times 100\% \times 360^\circ = 144^\circ$;

(4) 爱好“足球”和“排球”的学生共有 $\frac{40+20}{100} \times 100\% \times 500 = 300$ (名).

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

20. **【分析】** 设小明步行的速度为 x 米/分，则骑自行车的速度 $4x$ 米/分. 根据时间差构建方程即可解决问题；

【解答】 解：设小明步行的速度为 x 米/分，则骑自行车的速度 $4x$ 米/分.

由题意： $\frac{2800}{x} - \frac{2800}{4x} = 30$,

解得 $x = 70$,

经检验： $x = 70$ 是分式方程的解.

答：小明步行的速度为 70 米/分.

【点评】 本题考查分式方程的应用、解题的关键是正确寻找等量关系，构建方程解决问题，注意解分式方程必须检验.

五、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

21. **【分析】** (1) 利用求概率公式直接得结果；

(2) 用树状图或列表法，先得到所有可能出现的情况，再根据概率公式求出一红一白的概率

【解答】 解：(1) $P_{\text{白球}} = \frac{2}{3}$

故答案为： $\frac{2}{3}$

(2) 列表法：

	白 1	白 2	红
白 1	白 1 白 1	白 1 白 2	白 1 红
白 2	白 2 白 1	白 2 白 2	白 2 红
红	红白 1	红白 2	红红

从表中可以看出，可能出现的结果有 9 种.

其中出现一红一白的结果有 4 种

所以： $P_{(\text{一红一白})} = \frac{4}{9}$

【点评】 本题考查了概率、树状图与列表法的相关知识，解决本题的关键是掌握求概率的公式.

22. 【分析】 (1) 根据三角形中位线定理得到 $OD \parallel BE$ ，根据平行线的性质、切线的判定定理证明；

(2) 连接 EF 、 ED ，根据等腰三角形的性质求出 BF ，根据勾股定理求出 EF ，根据勾股定理计算，得到答案.

【解答】 (1) 证明： $\because AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ，

$$\therefore CD = DB, \text{ 又 } CO = OE,$$

$$\therefore OD \parallel BE,$$

$$\therefore \angle CEB = \angle DOC = 90^\circ,$$

$$\therefore CE \perp AB,$$

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 解： 连接 EF 、 ED ，

$$\because BD = CD = 6,$$

$$\therefore BF = BD - DF = 4,$$

$$\because CO = OE, \angle DOC = 90^\circ,$$

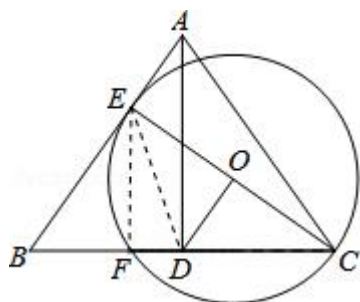
$$\therefore DE = DC = 6,$$

$\because CE$ 为 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\therefore EF = \sqrt{DE^2 - DF^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore BE = \sqrt{BF^2 + EF^2} = 4\sqrt{3}.$$



【点评】 本题考查的是三角形的外接圆与外心，掌握切线的判定定理、圆周角定理、三

角形中位线定理、勾股定理是解题的关键.

六、解答题(每小题 10 分, 共 20 分)

23. 【分析】过 A 作 $AD \perp BC$, 在直角三角形 ACD 中, 利用锐角三角函数定义表示出 CD , 在直角三角形 ABD 中, 利用锐角三角函数定义表示出 BD , 由 $CD - BD = 75$ 求出 AD 的长即可.

【解答】解: 过 A 作 $AD \perp BC$,

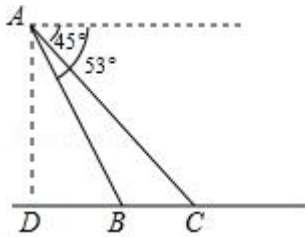
$$\text{在 Rt}\triangle ACD \text{ 中, } \tan \angle ACD = \frac{AD}{CD}, \text{ 即 } CD = \frac{AD}{\tan 45^\circ} = AD,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } \tan \angle ABD = \frac{AD}{BD}, \text{ 即 } BD = \frac{AD}{\tan 53^\circ} = \frac{3}{4}AD,$$

$$\text{由题意得: } AD - \frac{3}{4}AD = 75,$$

$$\text{解得: } AD = 300m,$$

则热气球离底面的高度是 $300m$.



【点评】此题考查了解直角三角形中的应用 - 仰角俯角问题, 熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

24. 【分析】(1) 根据表格中的数据可以求得 y 与 x 之间的函数关系式;
(2) 根据题意可以得到相应的方程, 从而可以解答本题;
(3) 根据题意可以求得 ω 与 x 之间的函数关系式, 当 x 取何值时, ω 的值最大, 最大值是多少.

【解答】解: (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式是 $y = kx + b$,

$$\begin{cases} 90 = 22k + b \\ 80 = 24k + b \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} k = -5 \\ b = 200 \end{cases},$$

即 y 与 x 之间的函数关系式是 $y = -5x + 200$;

(2) 由题意可得,

$$(x - 20)(-5x + 200) = 375,$$

解得, $x_1 = 25$, $x_2 = 35$ (舍去),

$$y = -5 \times 25 + 200 = 75,$$

答：这种台灯的售价应定 25 元，这时每月应购进台灯 75 个；

(3) 由题意可得，

$$\omega = (x - 20)(-5x + 200) = -5(x - 30)^2 + 500,$$

$$\because 20 \leq x \leq 32,$$

$\therefore$ 当 $x = 30$ 时， ω 取得最大值，最大值是 500.

【点评】 本题考查二次函数的应用、一元二次方程的应用，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用函数和方程的思想解答.

七、解答题（本题 12 分）

25. **【分析】** (1) 先判断出 $\angle BAD = \angle CAE$ ，进而判断出 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，最后用勾股定理即可得出结论；

(2) 先判断出 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ，进而得出 $\angle BAC = \angle DAE$ ，即可判断出 $\triangle BAD \sim \triangle CAE$ ，最后用勾股定理即可得出结论.

【解答】 解：(1) $CD^2 + BD^2 = AD^2$ ，

理由： $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等边三角形，

$$\therefore AB = AC, AD = AE = DE, \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACE \text{ 中, } \begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE, \\ AD=AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BD = CE,$$

在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中， $CD^2 + CE^2 = DE^2$ ，

$$\therefore CD^2 + BD^2 = AD^2,$$

$$(2) CD^2 + \frac{1}{4}BD^2 = AD^2,$$

理由： $\because BA = BC = 2AC, DA = DE = 2AE$ ，

$$\therefore \frac{BA}{DA} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE,$$

$$\therefore \frac{BA}{DA} = \frac{AC}{AE},$$

$$\therefore \triangle BAD \sim \triangle CAE,$$

$$\therefore \frac{BA}{AC} = \frac{BD}{CE} = 2,$$

$$\therefore BD = 2CE,$$

在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, $CD^2 + CE^2 = DE^2$,

$$\therefore CD^2 + \frac{1}{4}BD^2 = AD^2,$$

$$(3)(mCD)^2 + (pBD)^2 = (nAD)^2,$$

理由: $\because AB:BC:AC = AD:DE:AE = m:n:p$,

$$\therefore DE = \frac{n}{m}AD, \triangle ABC \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE},$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACE,$$

$$\therefore \frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AC} = \frac{m}{p},$$

$$\therefore CE = \frac{p}{m}BD,$$

在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, $CD^2 + CE^2 = DE^2$,

$$\therefore CD^2 + \frac{p^2}{m^2}BD^2 = \frac{n^2}{m^2}AD^2,$$

$$\therefore (mCD)^2 + (pBD)^2 = (nAD)^2$$

【点评】此题是相似形综合题,主要考查了等边三角形的性质,全等三角形的判定和性质,相似三角形的判定和性质,勾股定理,解本题的关键是判断出 $\triangle BAD \sim \triangle CAE$.

八、解答题(本题 14 分)

26. **【分析】**(1) 先确定 $B(4, 0)$, 再利用待定系数法求出抛物线解析式为 $y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x$

- 6;

(2) 先利用待定系数法求得直线 AC 的解析式为 $y = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$, 则可确定 $E(0, \frac{8}{3})$, 然后

计算 DE 的长;

(3) 如图 1, 作 $PQ \parallel y$ 轴交 AC 于 Q , 设 $P(m, \frac{4}{3}m^2 - \frac{3}{2}m - 6)$, 则 $Q(m, \frac{4}{3}m + \frac{8}{3})$,

则 $PQ = -\frac{3}{4}m^2 + \frac{17}{6}m + \frac{26}{3}$, 然后根据三角形面积公式, 利用 $S = S_{\triangle PAQ} + S_{\triangle PCQ}$ 计算即可;

(4) 如图 2, 当点 M 在 x 的正半轴, AN 交 BC 于 F , 作 $FH \perp AC$ 于 H , 根据角平分线的性质得 $FH = FB$, 易得 $AH = AB = 6$, 再利用 $\angle ACB$ 的余弦可求出 $CF = 5$, 则 $F(4, 3)$,

接着求出直线 AF 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$, 于是通过解方程组 $\begin{cases} y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 6 \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$ 得 N 点坐

标为 $(\frac{14}{3}, \frac{10}{3})$; 当点 M' 在 x 的负半轴上时, AN' 交 y 轴与 G , 先在证明 $\therefore \text{Rt}\triangle OAG$

$\sim \text{Rt}\triangle BFA$, 在利用相似比求出 $OG = 4$, 所以 $G(0, -4)$, 接下来利用待定系数法求出

直线 AG 的解析式为 $y = -2x - 4$, 然后解方程组 $\begin{cases} y = -2x - 4 \\ y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 6 \end{cases}$ 得 N' 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because BC \perp x$ 轴, 点 $C(4, 8)$,

$\therefore B(4, 0)$,

把 $B(4, 0)$, $D(0, -6)$ 代入 $y = \frac{3}{4}x^2 + bx + c$ 得 $\begin{cases} 12 + 4b + c = 0 \\ c = -6 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = -6 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 6$;

(2) 设直线 AC 的解析式为 $y = px + q$,

把 $A(-2, 0)$, $C(4, 8)$ 代入得 $\begin{cases} -2p + q = 0 \\ 4p + q = 8 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} p = \frac{4}{3} \\ q = \frac{8}{3} \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$,

当 $x = 0$ 时, $y = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3} = \frac{8}{3}$, 则 $E(0, \frac{8}{3})$,

$\therefore DE = \frac{8}{3} + 6 = \frac{26}{3}$;

(3) 如图 1, 作 $PQ \parallel y$ 轴交 AC 于 Q ,

设 $P(m, \frac{4}{3}m^2 - \frac{3}{2}m - 6)$, 则 $Q(m, \frac{4}{3}m + \frac{8}{3})$,

$\therefore PQ = \frac{4}{3}m + \frac{8}{3} - (\frac{4}{3}m^2 - \frac{3}{2}m - 6) = -\frac{3}{4}m^2 + \frac{17}{6}m + \frac{26}{3}$,

$\therefore S = S_{\triangle PAQ} + S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot PQ = -\frac{9}{4}m^2 + \frac{17}{2}m + 26 (-2 < m < 4)$;

(4) 如图 2, 当点 M 在 x 的正半轴, AN 交 BC 于 F , 作 $FH \perp AC$ 于 H , 则 $FH = FB$,

易得 $AH = AB = 6$,

$$\because AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\therefore CH = 10 - 6 = 4,$$

$$\because \cos \angle ACB = \frac{CH}{CF} = \frac{BC}{AC},$$

$$\therefore CF = \frac{10 \times 4}{8} = 5,$$

$$\therefore F(4, 3),$$

易得直线 AF 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$,

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 6 \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = \frac{14}{3} \\ y = \frac{10}{3} \end{cases},$$

$$\therefore N \text{ 点坐标为 } \left(\frac{14}{3}, \frac{10}{3} \right);$$

当点 M' 在 x 的负半轴上时, AN' 交 y 轴与 G ,

$$\because \angle CAN' = \angle M'AN',$$

$$\therefore \angle KAM' = \angle CAK,$$

而 $\angle CAN = \angle MAN$,

$$\therefore \angle KAC + \angle CAN = 90^\circ,$$

而 $\angle MAN + \angle AFB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle KAC = \angle AFB,$$

而 $\angle KAM' = \angle GAO$,

$$\therefore \angle GAO = \angle AFB,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle OAG \sim \text{Rt}\triangle BFA,$$

$$\therefore \frac{OG}{AB} = \frac{OA}{BF}, \text{ 即 } \frac{OG}{6} = \frac{2}{3}, \text{ 解得 } OG = 4,$$

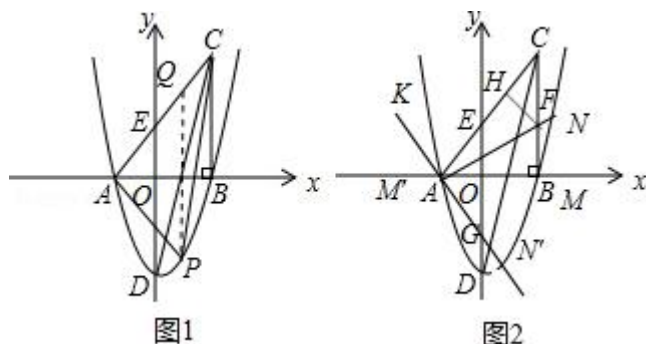
$$\therefore G(0, -4),$$

易得直线 AG 的解析式为 $y = -2x - 4$,

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = -2x - 4 \\ y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 6 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = -\frac{20}{3} \end{cases},$$

$$\therefore N' \text{ 的坐标为 } \left(\frac{4}{3}, -\frac{20}{3} \right),$$

综上所述，满足条件的 N 点坐标为 $(\frac{14}{3}, \frac{10}{3})$; $(\frac{4}{3}, -\frac{20}{3})$.



【点评】 本题考查了二次函数的综合题：熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征和角平分线的性质；会利用待定系数法求函数解析式；能通过解方程组求一次函数与抛物线的交点坐标；会利用勾股定理、锐角三角函数的定义和相似三角形的性质进行几何计算；理解坐标与图形性质．