

2016 年辽宁省本溪市中考数学试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) -2 的绝对值是 ()

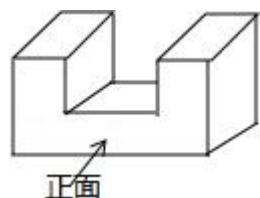
A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

2. (3 分) 下列运算错误的是 ()

A. $-m^2 \cdot m^3 = -m^5$ B. $-x^2 + 2x^2 = x^2$

C. $(-a^3b)^2 = a^6b^2$ D. $-2x(x-y) = -2x^2 - 2xy$

3. (3 分) 下面几何体的俯视图是 ()



A. B. C. D.

4. (3 分) 下列图形既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()

A. B. C. D.

5. (3 分) 7 名同学每周在校体育锻炼时间 (单位: 小时) 分别为: 7, 5, 8, 6,

9, 7, 8, 这组数据的中位数是 ()

A. 6 B. 7 C. 7.5 D. 8

6. (3 分) 有五张背面完全相同的卡片, 正面分别写有 $\sqrt{9}$, $(\sqrt{2})^0$, $\sqrt{8}$, $\frac{22}{7}$,

2^{-2} , 把卡片背面朝上洗匀后, 从中随机抽取一张, 其正面的数字是无理数的概

率是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

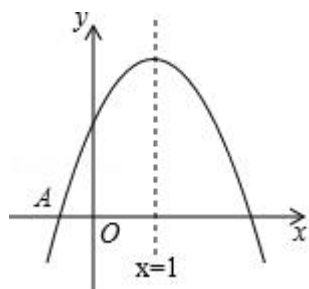
7. (3分) 若 $a < \sqrt{7} - 2 < b$, 且 a 、 b 是两个连续整数, 则 $a+b$ 的值是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. (3分) 小亮从家出发去距离 9 千米的姥姥家, 他骑自行车前往比乘汽车多用 20 分钟, 乘汽车的平均速度是骑自行车的 3 倍, 设骑自行车的平均速度为 x 千米/时, 根据题意列方程得 ()

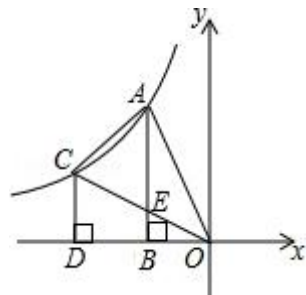
- A. $\frac{9}{3x} - \frac{9}{x} = 20$ B. $\frac{9}{3x} - \frac{9}{x} = \frac{20}{60}$ C. $\frac{9}{x} - \frac{9}{3x} = 20$ D. $\frac{9}{x} - \frac{9}{3x} = \frac{20}{60}$

9. (3分) 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, 其对称轴为直线 $x=1$, 下面结论中正确的是 ()



- A. $abc > 0$ B. $2a - b = 0$ C. $4a + 2b + c < 0$ D. $9a + 3b + c = 0$

10. (3分) 如图, 点 A 、 C 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 图象上的点, 过点 A 、 C 分别作 $AB \perp x$ 轴, $CD \perp x$ 轴, 垂足分别为 B 、 D , 连接 OA 、 AC 、 OC , 线段 OC 交 AB 于点 E , 点 E 恰好为 OC 的中点, 当 $\triangle AEC$ 的面积为 $\frac{3}{2}$ 时, k 的值为 ()



- A. 4 B. 6 C. -4 D. -6

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

11. (3 分) 截止到 2016 年 6 月，我国森林覆盖面积约为 208000000 公顷，将 208000000 用科学记数法表示为_____.

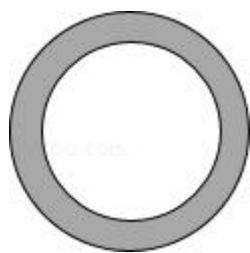
12. (3 分) 因式分解： $3ax^2+6ax+3a=$ _____.

13. (3 分) 甲、乙两名同学投掷实心球，每人投 10 次，平均成绩为 18 米，方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=0.1$ ， $S_{\text{乙}}^2=0.04$ ，成绩比较稳定的是_____ (填“甲”或“乙”).

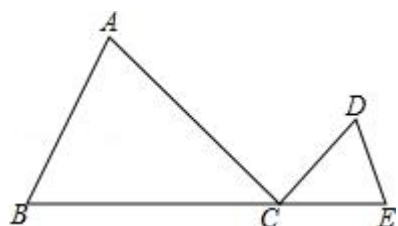
14. (3 分) 已知：点 A (x_1 , y_1), B (x_2 , y_2) 是一次函数 $y=-2x+5$ 图象上的两点，当 $x_1 > x_2$ 时， y_1 _____ y_2 . (填“>”、“=”或“<”)

15. (3 分) 关于 x 的方程 $kx^2 - 4x - 4=0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的最小整数值为_____.

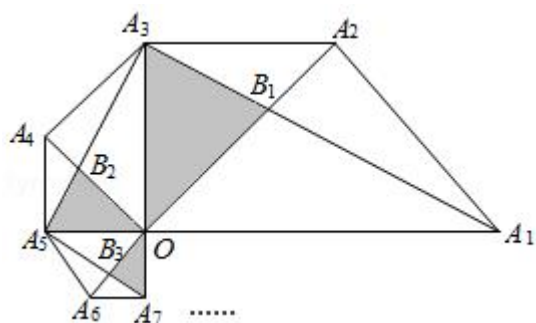
16. (3 分) 如图，小华把同心圆纸板挂在墙上玩飞镖游戏 (每次飞镖均落在纸板上)，已知大圆半径为 30cm，小圆半径为 20cm，则飞镖击中阴影区域的概率是_____.



17. (3 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $AC=6$ ， $AB=4$ ，点 D 与点 A 在直线 BC 的同侧，且 $\angle ACD=\angle ABC$ ， $CD=2$ ，点 E 是线段 BC 延长线上的动点，当 $\triangle DCE$ 和 $\triangle ABC$ 相似时，线段 CE 的长为_____.



18. (3 分) 如图, 面积为 1 的等腰直角 $\triangle OA_1A_2$, $\angle OA_2A_1=90^\circ$, 且 OA_2 为斜边在 $\triangle OA_1A_2$, 外作等腰直角 $\triangle OA_2A_3$, 以 OA_3 为斜边在 $\triangle OA_2A_3$, 外作等腰直角 $\triangle OA_3A_4$, 以 OA_4 为斜边在 $\triangle OA_3A_4$, 外作等腰直角 $\triangle OA_4A_5$, ... 连接 A_1A_3 , A_3A_5 , A_5A_7 , ... 分别与 OA_2 , OA_4 , OA_6 , ... 交于点 B_1 , B_2 , B_3 , ... 按此规律继续下去, 记 $\triangle OB_1A_3$ 的面积为 S_1 , $\triangle OB_2A_5$ 的面积为 S_2 , $\triangle OB_3A_7$ 的面积为 S_3 , ... $\triangle OB_nA_{2n+1}$ 的面积为 S_n , 则 $S_n=$ ____ (用含正整数 n 的式子表示).



三、解答题: 第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分.

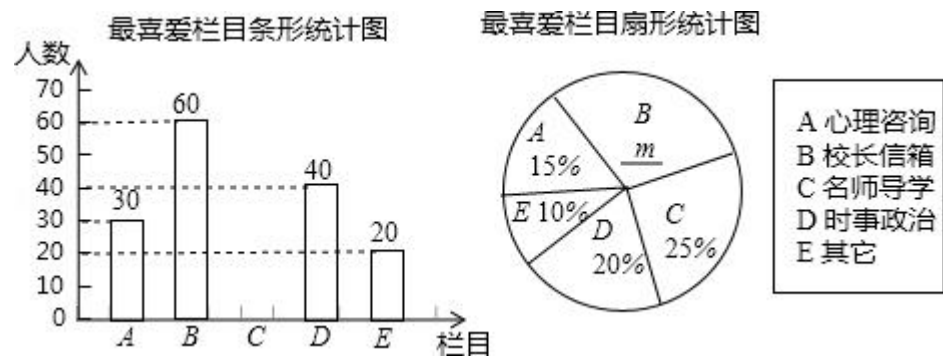
19. (10 分) 先化简, 再求值:

$$\left(\frac{4x}{x-3} - \frac{x}{x+3}\right) \div \frac{x}{x^2-9}, \text{ 请在 } -3, 0, 1, 3 \text{ 中选择一个适当的数作为 } x \text{ 值.}$$

20. (12 分) 为了解学生对校园网站五个栏目的喜爱情况 (规定每名学生只能选一个最喜爱的), 学校随机抽取了部分学生进行调查, 将调查结果整理后绘制成如下两幅不完整的统计图, 请结合图中提供的信息解答下列问题:

- (1) 本次被调查的学生有____人, 扇形统计图中 $m=$ ____;
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 若该校有 1800 名学生, 估计全校最喜爱“校长信箱”栏目的学生有多少人?
- (4) 若从 3 名最喜爱“校长信箱”栏目的学生和 1 名最喜爱“时事政治”栏目的学

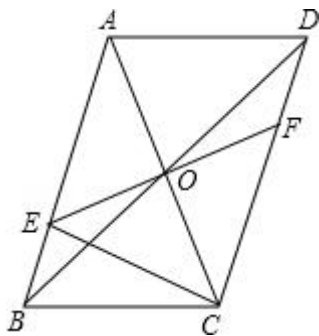
生中随机抽取两人参与校园网站的编辑工作, 用列表或画树状图的方法求所抽取的两人中最喜爱“校长信箱”栏目的概率.



四、解答题：第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，共 24 分.

21. (12 分) 如图，▱ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，EF 过点 O 且与 AB、CD 分别相交于点 E、F，连接 EC.

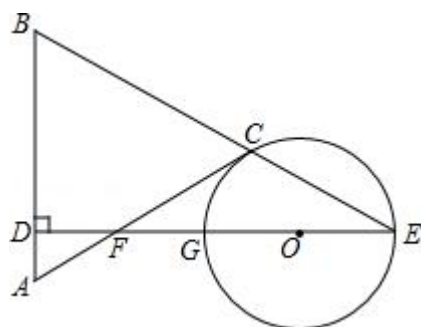
- (1) 求证：OE=OF；
- (2) 若 $EF \perp AC$ ， $\triangle BEC$ 的周长是 10，求▱ABCD 的周长.



22. (12 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 E 是线段 BC 延长线上一点, $ED \perp AB$, 垂足为 D , ED 交线段 AC 于点 F , 点 O 在线段 EF 上, $\odot O$ 经过 C 、 E 两点, 交 ED 于点 G .

(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle E=30^\circ$, $AD=1$, $BD=5$, 求 $\odot O$ 的半径.



五、解答题: 12 分.

23. (12 分) 某公司研发了一款成本为 60 元的保温饭盒, 投放市场进行试销售, 按物价部门规定, 其销售单价不低于成本, 但销售利润不高于 65%, 市场调研发现, 保温饭盒每天的销售数量 y (个) 与销售单价 x (元) 满足一次函数关系; 当销售单价为 70 元时, 销售数量为 160 个; 当销售单价为 80 元时, 销售数量为 140 个 (利润率 $= \frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\%$)

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 当销售单价定为多少元时, 公司每天获得利润最大, 最大利润为多少元?

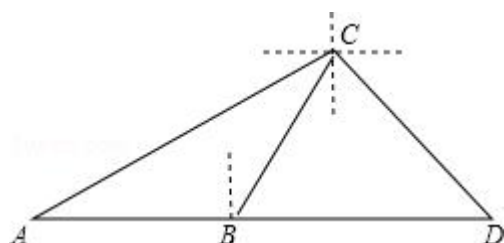
六、解答题：12 分.

24. (12 分) 如图，某巡逻艇计划以 40 海里/时的速度从 A 处向正东方向的 D 处航行，出发 1.5 小时到达 B 处时，突然接到 C 处的求救信号，于是巡逻艇立刻以 60 海里/时的速度向北偏东 30° 方向的 C 处航行，到达 C 处后，测得 A 处位于 C 处的南偏西 60° 方向，解救后巡逻艇又沿南偏东 45° 方向航行到 D 处.

(1) 求巡逻艇从 B 处到 C 处用的时间.

(2) 求巡逻艇实际比原计划多航行了多少海里？（结果精确到 1 海里）.

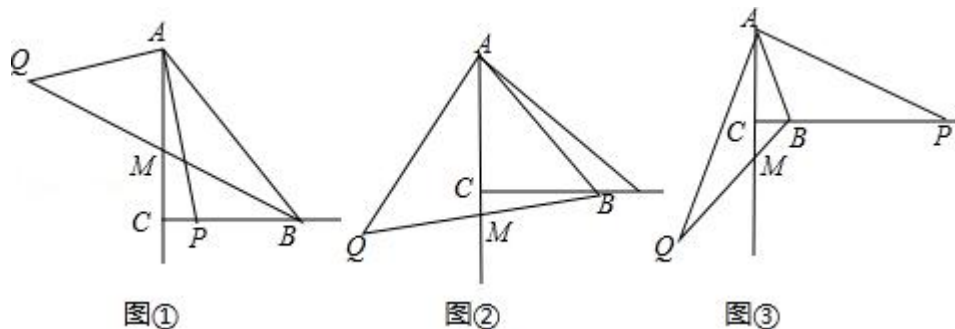
(参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{6} \approx 2.45$)



七、解答题：12 分.

25. (12 分) 已知， $\triangle ABC$ 为直角三角形， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 P 是射线 CB 上一点（点 P 不与点 B、C 重合），线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AQ，连接 QB 交射线 AC 于点 M.

- (1) 如图①, 当 $AC=BC$, 点 P 在线段 CB 上时, 线段 PB 、 CM 的数量关系是_____;
- (2) 如图②, 当 $AC=BC$, 点 P 在线段 CB 的延长线上时, (1) 中的结论是否成立? 若成立, 写出证明过程; 若不成立, 请说明理由.
- (3) 如图③, 若 $\frac{AC}{BC}=\frac{5}{2}$, 点 P 在线段 CB 的延长线上, $CM=2$, $AP=13$, 求 $\triangle ABP$ 的面积.



八、解答题: 14 分.

26. (14 分) 如图, 直线 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 抛物线

$y = -x^2 + bx + c$ 经过 A、B 两点.

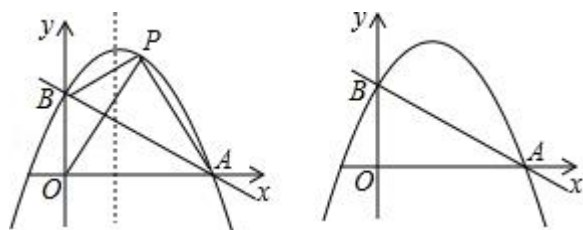
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是第一象限抛物线上的一点, 连接 PA、PB、PO, 若 $\triangle POA$ 的面积是 $\triangle POB$ 面积的 $\frac{4}{3}$ 倍.

①求点 P 的坐标;

②点 Q 为抛物线对称轴上一点, 请直接写出 QP+QA 的最小值;

(3) 点 M 为直线 AB 上的动点, 点 N 为抛物线上的动点, 当以点 O、B、M、N 为顶点的四边形是平行四边形时, 请直接写出点 M 的坐标.



2016 年辽宁省本溪市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) (2016•本溪) -2 的绝对值是 ()

A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

【分析】根据负数的绝对值等于它的相反数求解.

【解答】解：因为 $|-2|=2$,

故选 C.

【点评】绝对值规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2016•本溪) 下列运算错误的是 ()

A. $-m^2 \cdot m^3 = -m^5$ B. $-x^2 + 2x^2 = x^2$

C. $(-a^3b)^2 = a^6b^2$ D. $-2x(x-y) = -2x^2 - 2xy$

【分析】计算出各个选项中式子的正确结果，然后对照，即可解答本题.

【解答】解： $\because -m^2 \cdot m^3 = -m^5$ ，故选项 A 正确，

$\because -x^2 + 2x^2 = x^2$ ，故选项 B 正确，

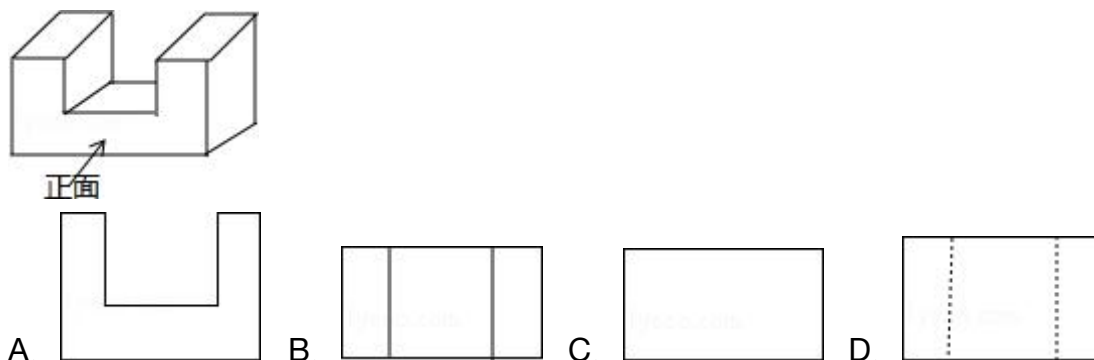
$\because (-a^3b)^2 = a^6b^2$ ，故选项 C 正确，

$\because -2x(x-y) = -2x^2 + 2xy$ ，故选项 D 错误，

故选 D.

【点评】本题考查同底数幂的乘法、合并同类项、积的乘方、单项式乘以多项式，解题的关键是明确它们各自的计算方法.

3. (3 分) (2016•本溪) 下面几何体的俯视图是 ()



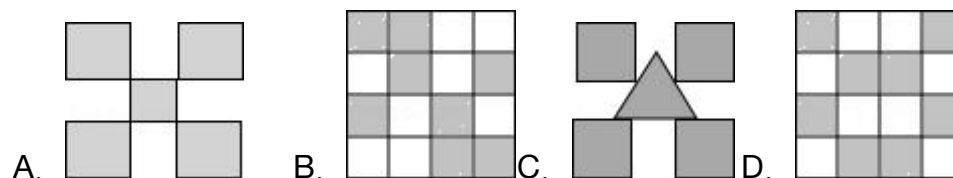
【分析】 根据几何体的俯视图是从物体上面看得到的图形解答即可.

【解答】 解: 图中几何体的俯视图是 B 在的图形,

故选: B.

【点评】 本题考查的是简单组合体的三视图, 主视图, 左视图与俯视图分别是从物体的正面, 左面, 上面看得到的图形.

4. (3 分) (2016•本溪) 下列图形既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



【分析】 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】 解: A、是轴对称图形, 也是中心对称图形, 故选项正确;

B、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故选项错误;

C、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故选项错误;

D、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故选项错误.

故选 A.

【点评】 本题主要考查对中心对称图形和轴对称图形的理解和掌握, 能正确判断一个图形是否是中心对称图形和轴对称图形是解此题的关键.

5. (3分) (2016•本溪) 7名同学每周在校体育锻炼时间(单位: 小时) 分别为: 7, 5, 8, 6, 9, 7, 8, 这组数据的中位数是 ()

A. 6 B. 7 C. 7.5 D. 8

【分析】求中位数可将一组数据从小到大依次排列, 中间数据(或中间两数据的平均数) 即为所求.

【解答】解: 数据按从小到大排列后为 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9,

∴这组数据的中位数是 7.

故选: B.

【点评】本题属于基础题, 考查了确定一组数据的中位数的能力. 将一组数据从小到大(或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数(最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数. 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数. 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求; 如果是偶数, 则找中间两位数的平均数.

6. (3分) (2016•本溪) 有五张背面完全相同的卡片, 正面分别写有 $\sqrt{9}$, $(\sqrt{2})^0$, $\sqrt{8}$, $\frac{22}{7}$, 2^{-2} , 把卡片背面朝上洗匀后, 从中随机抽取一张, 其正面的数字是无理数的概率是 ()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【分析】先将给出的五个数计算, 发现只有一个无理数: $\sqrt{8}$, 求出抽到正面的数字是无理数的概率是 $\frac{1}{5}$.

【解答】解: $\sqrt{9}=3$, $(\sqrt{2})^0=1$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $2^{-2}=\frac{1}{4}$, $\frac{22}{7}$,

无理数为: $\sqrt{8}$,

所以抽到无理数的概率为: $\frac{1}{5}$,

故选 A.

【点评】本题综合考查了无理数的定义、二次根式的化简、负整数指数幂及概率,

虽然内容较多，但难度不大；做好本题要熟知以下几个公式：① $\sqrt{a^2}=|a|$ ，② $a^{-p}=\frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为整数)。

7. (3 分) (2016•本溪) 若 $a < \sqrt{7}-2 < b$ ，且 a 、 b 是两个连续整数，则 $a+b$ 的值是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】根据 $\sqrt{7}$ 的整数部分是 2，可知 $0 < \sqrt{7}-2 < 1$ ，由此即可解决问题。

【解答】解：∵ $\sqrt{7}$ 的整数部分是 2，

$$\therefore 0 < \sqrt{7}-2 < 1,$$

∵ a 、 b 是两个连续整数，

$$\therefore a=0, b=1,$$

$$\therefore a+b=1,$$

故选 A.

【点评】本题考查估算无理数大小，学会利用逼近法估算无理数大小是解题的关键，属于基础题中考常考题型。

8. (3 分) (2016•本溪) 小亮从家出发去距离 9 千米的姥姥家，他骑自行车前往比乘汽车多用 20 分钟，乘汽车的平均速度是骑自行车的 3 倍，设骑自行车的平均速度为 x 千米/时，根据题意列方程得 ()

A. $\frac{9}{3x} - \frac{9}{x} = 20$ B. $\frac{9}{3x} - \frac{9}{x} = \frac{20}{60}$ C. $\frac{9}{x} - \frac{9}{3x} = 20$ D. $\frac{9}{x} - \frac{9}{3x} = \frac{20}{60}$

【分析】设骑自行车的平均速度为 x 千米/时，则乘汽车的平均速度是 $3x$ 千米/时，根据“骑自行车前往比乘汽车多用 20 分钟”可列方程。

【解答】解：设骑自行车的平均速度为 x 千米/时，则乘汽车的平均速度是 $3x$ 千

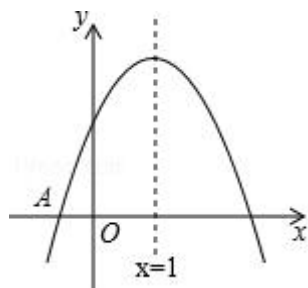
米/时,

根据题意, 可列方程: $\frac{9}{x} - \frac{9}{3x} = \frac{20}{60}$,

故选: D.

【点评】 本题主要考查根据实际问题列分式方程, 由实际问题抽象出分式方程的关键是分析题意找出相等关系, 注意单位统一.

9. (3 分) (2016•本溪) 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于点 A (-1, 0), 其对称轴为直线 $x=1$, 下面结论中正确的是 ()



A. $abc > 0$ B. $2a - b = 0$ C. $4a + 2b + c < 0$ D. $9a + 3b + c = 0$

【分析】 根据二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象可判断 $abc < 0$, 根据对称轴为 $x=1$ 可判断出 $2a+b=0$, 当 $x=2$ 时, $4a+2b+c > 0$, 当 $x=3$ 时, $9a+3b+c=0$

【解答】 解: $\because$ 抛物线的开口向下, 则 $a < 0$, 对称轴在 y 轴的右侧, $\therefore b > 0$, 图象与 y 轴交于正半轴上,

$\therefore c > 0$, $\therefore abc < 0$, $\because$ 对称轴为 $x=1$,

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore -b = 2a,$$

$$\therefore 2a + b = 0,$$

当 $x=2$ 时, $4a+2b+c > 0$,

当 $x=3$ 时, $9a+3b+c=0$,

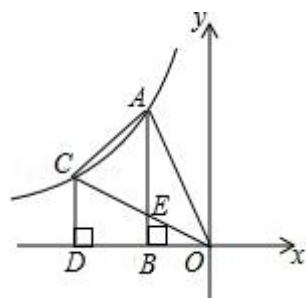
故选 D.

【点评】此题主要考查了二次函数与图象的关系, 关键掌握二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)

①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小. 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; $|a|$ 还可以决定开口大小, $|a|$ 越大开口就越小.

②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置. 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异) ③常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点. 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$.

10. (3 分) (2016•本溪) 如图, 点 A、C 为反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x < 0$) 图象上的点, 过点 A、C 分别作 $AB \perp x$ 轴, $CD \perp x$ 轴, 垂足分别为 B、D, 连接 OA、AC、OC, 线段 OC 交 AB 于点 E, 点 E 恰好为 OC 的中点, 当 $\triangle AEC$ 的面积为 $\frac{3}{2}$ 时, k 的值为 ()



A. 4 B. 6 C. -4 D. -6

【分析】 设点 C 的坐标为 $(m, \frac{k}{m})$, 则点 E $(\frac{1}{2}m, \frac{k}{2m})$, A $(\frac{1}{2}m, \frac{2k}{m})$, 根据三角形的面积公式可得出 $S_{\triangle AEC} = -\frac{3}{8}k = \frac{3}{2}$, 由此即可求出 k 值.

【解答】 解: 设点 C 的坐标为 $(m, \frac{k}{m})$, 则点 E $(\frac{1}{2}m, \frac{k}{2m})$, A $(\frac{1}{2}m, \frac{2k}{m})$,
 $\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2}BD \cdot AE = \frac{1}{2} (\frac{1}{2}m - m) \cdot (\frac{2k}{m} - \frac{k}{2m}) = -\frac{3}{8}k = \frac{3}{2}$,
 $\therefore k = -4$.

故选 C.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是设出点 C 的坐标，利用点 C 的横坐标表示出 A、E 点的坐标. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，利用反比例函数图象上点的坐标特征表示出点的坐标是关键.

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

11. (3 分) (2016•本溪) 截止到 2016 年 6 月，我国森林覆盖面积约为 208000000 公顷，将 208000000 用科学记数法表示为 2.08×10^8 .

【分析】 用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，据此判断即可.

【解答】 解： $208000000 = 2.08 \times 10^8$.

故答案为： 2.08×10^8 .

【点评】 此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，确定 a 与 n 的值是解题的关键.

12. (3 分) (2016•本溪) 因式分解： $3ax^2+6ax+3a = 3a(x+1)^2$.

【分析】 先提取公因式 3a，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解.

【解答】 解： $3ax^2+6ax+3a$,
 $= 3a(x^2+2x+1)$,
 $= 3a(x+1)^2$.

故答案为： $3a(x+1)^2$.

【点评】 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式

首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

13. (3 分) (2016•本溪) 甲、乙两名同学投掷实心球，每人投 10 次，平均成绩为 18 米，方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=0.1$ ， $S_{\text{乙}}^2=0.04$ ，成绩比较稳定的是__乙__ (填“甲”或“乙”).

【分析】根据方差的定义，方差越小数据越稳定即可求解.

【解答】解：因为 $S_{\text{甲}}^2=0.1 > S_{\text{乙}}^2=0.04$ ，
方差小的为乙，所以本题中成绩比较稳定的是乙.
故答案为乙.

【点评】本题考查了方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

14. (3 分) (2016•本溪) 已知：点 A (x_1 , y_1), B (x_2 , y_2) 是一次函数 $y = -2x + 5$ 图象上的两点，当 $x_1 > x_2$ 时， y_1 __<__ y_2 . (填“>”、“=”或“<”)

【分析】由 $k = -2 < 0$ 根据一次函数的性质可得出该一次函数单调递减，再根据 $x_1 > x_2$ ，即可得出结论.

【解答】解：∵ 一次函数 $y = -2x + 5$ 中 $k = -2 < 0$ ，
∴ 该一次函数 y 随 x 的增大而减小，
∵ $x_1 > x_2$ ，
∴ $y_1 < y_2$.
故答案为：<.

【点评】本题考查了一次函数的性质，解题的关键是根据 $k = -2 < 0$ 得出该一次

函数单调递减. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据一次项系数的正负得出该函数的增减性是关键.

15. (3 分) (2016•本溪) 关于 x 的方程 $kx^2 - 4x - 4 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的最小整数值为 1.

【分析】根据一元二次方程的定义和根的判别式的意义得到 $k \neq 0$ 且 $b^2 - 4ac > 0$, 然后求出两个不等式的公共部分即可.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的方程 $kx^2 - 4x - 4 = 0$ 有两个不相等的实数根,

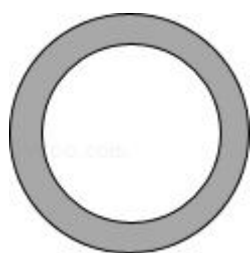
$\therefore k \neq 0$ 且 $b^2 - 4ac > 0$, 即 $\begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = 16 + 16k > 0 \end{cases}$, 解得 $k > -1$ 且 $k \neq 0$,

$\therefore k$ 的最小整数值为: 1.

故答案为: 1.

【点评】本题考查的是根的判别式, 在解答此题时要注意 $k \neq 0$ 的条件.

16. (3 分) (2016•本溪) 如图, 小华把同心圆纸板挂在墙上玩飞镖游戏 (每次飞镖均落在纸板上), 已知大圆半径为 30cm, 小圆半径为 20cm, 则飞镖击中阴影区域的概率是 $\frac{5}{9}$.



【分析】首先计算出大圆和小圆的面积, 进而可得阴影部分的面积, 再求出阴影部分面积与总面积之比即可得到飞镖击中阴影区域的概率.

【解答】解: 大圆面积: $\pi \times 30^2 = 900\pi$,

小圆面积: $\pi \times 20^2 = 400\pi$,

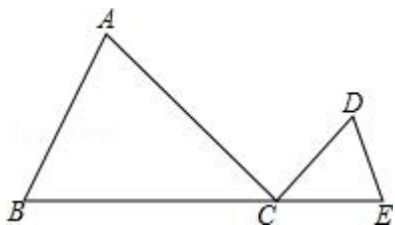
阴影部分面积: $900\pi - 400\pi = 500\pi$,

飞镖击中阴影区域的概率: $\frac{500\pi}{900\pi} = \frac{5}{9}$,

故答案为: $\frac{5}{9}$.

【点评】 此题主要考查了概率, 一般用阴影区域表示所求事件 (A); 然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例, 这个比例即事件 (A) 发生的概率.

17. (3 分) (2016•本溪) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC=6$, $AB=4$, 点 D 与点 A 在直线 BC 的同侧, 且 $\angle ACD = \angle ABC$, $CD=2$, 点 E 是线段 BC 延长线上的动点, 当 $\triangle DCE$ 和 $\triangle ABC$ 相似时, 线段 CE 的长为 3 或 $\frac{4}{3}$.



【分析】 根据题目中的条件和三角形的相似, 可以求得 CE 的长, 本题得以解决.

【解答】 解: $\because \triangle DCE \sim \triangle ABC$, $\angle ACD = \angle ABC$, $AC=6$, $AB=4$, $CD=2$,

$\therefore \angle A = \angle DCE$,

$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{AC}{CE} \text{ 或 } \frac{AB}{CE} = \frac{AC}{CD}$$

$$\text{即 } \frac{4}{2} = \frac{6}{CE} \text{ 或 } \frac{4}{CE} = \frac{6}{2}$$

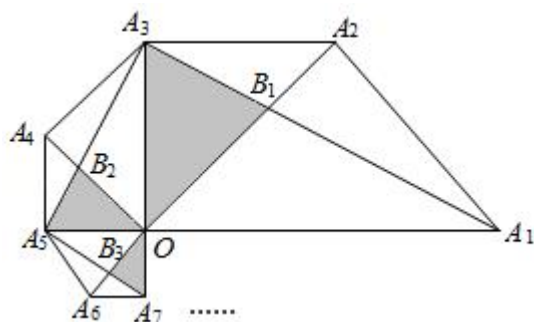
解得, $CE=3$ 或 $CE=\frac{4}{3}$

故答案为: 3 或 $\frac{4}{3}$.

【点评】 本题考查相似三角形的性质, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用三角形的相似解答.

18. (3 分) (2016•本溪) 如图, 面积为 1 的等腰直角 $\triangle OA_1A_2$, $\angle OA_2A_1=90^\circ$, 且 OA_2 为斜边在 $\triangle OA_1A_2$, 外作等腰直角 $\triangle OA_2A_3$, 以 OA_3 为斜边在 $\triangle OA_2A_3$,

外作等腰直角 $\triangle OA_3A_4$ ，以 OA_4 为斜边在 $\triangle OA_3A_4$ ，外作等腰直角 $\triangle OA_4A_5$ ，...
 连接 A_1A_3 ， A_3A_5 ， A_5A_7 ，...分别与 OA_2 ， OA_4 ， OA_6 ，...交于点 B_1 ， B_2 ， B_3 ，...
 按此规律继续下去，记 $\triangle OB_1A_3$ 的面积为 S_1 ， $\triangle OB_2A_5$ 的面积为 S_2 ， $\triangle OB_3A_7$ 的面积为 S_3 ，... $\triangle OB_nA_{2n+1}$ 的面积为 S_n ，则 $S_n = \frac{(\frac{1}{4})^{n-1} \times \frac{1}{3}}{1}$ (用含正整数 n 的式子表示).



【分析】 先根据等腰直角三角形的定义求出 $\angle A_1OA_3 = \angle OA_3A_2 = 90^\circ$ ，得 $A_2A_3 \parallel OA_1$ ，根据同底等高的两个三角形的面积相等得： $S_{\triangle A_1A_2O} = S_{\triangle A_1A_3O}$ ，所以 $S_{\triangle OA_3B_1} = S_{\triangle A_1A_2B_1}$ ，同理得： $A_4A_5 \parallel A_3O$ ，同理得： $S_{\triangle OB_2A_5} = S_{\triangle A_3A_4B_2}$ ，根据已知的 $S_{\triangle OA_1A_2} = 1$ ，求对应的直角边和斜边的长： $OA_2 = A_1A_2 = \sqrt{2}$ ， $A_2A_3 = OA_3 = 1$ ， $OA_1 = 2$ ，并利用平行相似证明 $\triangle A_2B_1A_3 \sim \triangle OB_1A_1$ ，列比例式可以求 $A_2B_1 = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ，根据面积公式计算 $S_1 = \frac{1}{3}$ ，同理得： $S_2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$ ，从而得出规律： $S_n = \frac{1}{4} S_{n-1} = (\frac{1}{4})^{n-1} \times \frac{1}{3}$.

【解答】 解： $\because \triangle OA_1A_2$ 、 $\triangle OA_2A_3$ 是等腰直角三角形，
 $\therefore \angle A_1OA_2 = \angle A_2OA_3 = 45^\circ$ ，
 $\therefore \angle A_1OA_3 = \angle OA_3A_2 = 90^\circ$ ，
 $\therefore A_2A_3 \parallel OA_1$ ，
 $\therefore S_{\triangle A_1A_2O} = S_{\triangle A_1A_3O}$ (同底等高)，
 $\therefore S_{\triangle OA_3B_1} + S_{\triangle OA_1B_1} = S_{\triangle OA_1B_1} + S_{\triangle A_1A_2B_1}$ ，

$$\therefore S_{\triangle OA_3B_1} = S_{\triangle A_1A_2B_1},$$

同理得: $A_4A_5 \parallel A_3O$,

$$S_{\triangle OB_2A_5} = S_{\triangle A_3A_4B_2},$$

$$\therefore S_{\triangle OA_1A_2} = 1,$$

$$\therefore \frac{1}{2}OA_2 \cdot A_1A_2 = 1,$$

$$\therefore OA_2 = A_1A_2,$$

$$\therefore OA_2 = A_1A_2 = \sqrt{2},$$

$$\therefore A_2A_3 = OA_3 = 1, \quad OA_1 = 2,$$

$$\therefore A_2A_3 \parallel OA_1,$$

$$\therefore \triangle A_2B_1A_3 \sim \triangle OB_1A_1,$$

$$\therefore \frac{A_2A_3}{OA_1} = \frac{A_2B_1}{OB_1} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore A_2O = \sqrt{2},$$

$$\therefore A_2B_1 = \frac{\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore S_1 = S_{\triangle OA_3B_1} = S_{\triangle A_1A_2B_1} = \frac{1}{2}A_1A_2 \cdot A_2B_1 = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3},$$

$$\text{同理得: } OA_4 = A_3A_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad A_4A_5 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle A_4A_5B_2 \sim \triangle OA_3B_2,$$

$$\therefore \frac{A_4A_5}{OA_3} = \frac{A_4B_2}{OB_2} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore A_4B_2 = \frac{1}{3}OA_4 = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{6},$$

$$\therefore S_2 = S_{\triangle OA_5B_2} = S_{\triangle A_3A_4B_2} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3},$$

$$\text{所以得出规律: } S_n = \frac{1}{4}S_{n-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3},$$

$$\text{故答案为: } \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3}.$$

【点评】 本题考查了等腰直角三角形的性质，勾股定理，相似三角形的性质和判定以及三角形面积的计算问题，比较复杂，书写时小下标较多，要认真书写，先根据等腰直角三角形的面积求各边的长，利用同底等高的三角形面积相等将所求的三角形进行转化，从而解决问题，并发现规律.

三、解答题：第 19 题 10 分，第 20 题 12 分，共 22 分.

19. (10 分) (2016•本溪) 先化简，再求值：

$(\frac{4x}{x-3} - \frac{x}{x+3}) \div \frac{x}{x^2-9}$ ，请在 $-3, 0, 1, 3$ 中选择一个适当的数作为 x 值.

【分析】 先把括号内通分，再把分子分母因式分解和除法运算化为乘法运算，然后约分得到原式 $= 3x+15$ ，再根据分式有意义的条件把 $x=1$ 代入计算即可.

【解答】 解：原式 $= \frac{4x(x+3) - x(x-3)}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x}$
 $= \frac{3x(x+5)}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x}$
 $= 3x+15,$

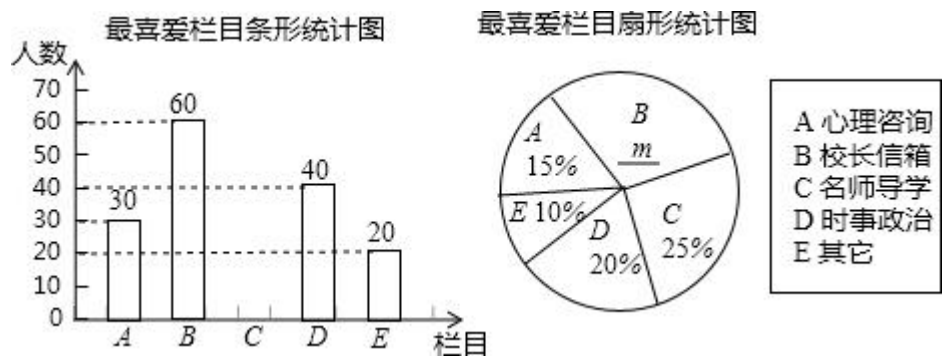
当 $x=1$ 时，原式 $= 3+15=18$.

【点评】 本题考查了分式的化简求值：先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值. 在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简. 化简的最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式.

20. (12 分) (2016•本溪) 为了解学生对校园网站五个栏目的喜爱情况（规定每名学生只能选一个最喜爱的），学校随机抽取了部分学生进行调查，将调查结果整理后绘制成如下两幅不完整的统计图，请结合图中提供的信息解答下列问题：

- (1) 本次被调查的学生有 200 人，扇形统计图中 $m = \underline{30\%}$ ；
- (2) 将条形统计图补充完整；
- (3) 若该校有 1800 名学生，估计全校最喜爱“校长信箱”栏目的学生有多少人？
- (4) 若从 3 名最喜爱“校长信箱”栏目的学生和 1 名最喜爱“时事政治”栏目的学

生中随机抽取两人参与校园网站的编辑工作,用列表或画树状图的方法求所抽取的两人都最喜爱“校长信箱”栏目的概率.



【分析】 (1) 用 A 类人数除以它所占的百分比可得到调查的总人数, 然后用 B 类人数除以总人数可得到 m 的值;

(2) 先计算出 C 类人数, 然后补全条形统计图;

(3) 用 1800 乘以样本中 B 类人数所占的百分比即可;

(4) 画树状图展示 12 种等可能的结果数, 再找出所抽取的兩人都最喜爱“校长信箱”栏目的结果数, 然后根据概率公式求解.

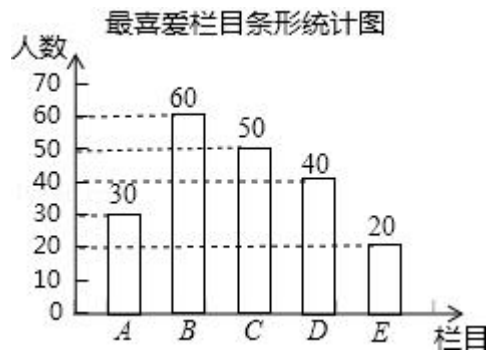
【解答】 解: (1) 本次被调查的学生数为 $30 \div 15\% = 200$ (人), 扇形统计图中

$$m = \frac{60}{200} \times 100\% = 30\%;$$

故答案为 200, 30%;

(2) C 类人数 $= 200 \times 25\% = 50$ (人),

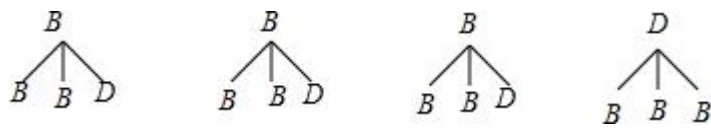
条形统计图补充为:



(3) $1800 \times 30\% = 540$,

所以估计全校最喜爱“校长信箱”栏目的学生有 540 人；

(4) 画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中所抽取的两人都最喜爱“校长信箱”栏目的结果数为 6，

所以所抽取的两人都最喜爱“校长信箱”栏目的概率 $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。

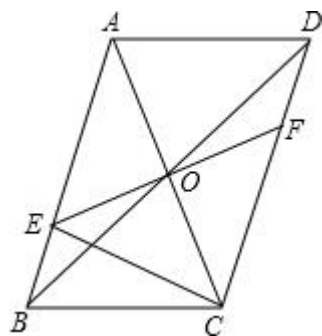
【点评】 本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率。也考查了统计图。

四、解答题：第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，共 24 分。

21. (12 分) (2016•本溪) 如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， EF 过点 O 且与 AB 、 CD 分别相交于点 E 、 F ，连接 EC 。

(1) 求证： $OE=OF$ ；

(2) 若 $EF \perp AC$ ， $\triangle BEC$ 的周长是 10，求 $\square ABCD$ 的周长。



【分析】 根据平行四边形的性质得出 $OD=OB$ ， $DC \parallel AB$ ，推出 $\angle FDO = \angle EBO$ ，证出 $\triangle DFO \cong \triangle BEO$ 即可；

(2) 由平行四边形的性质得出 $AB=CD$ ， $AD=BC$ ， $OA=OC$ ，由线段垂直平分线

的性质得出 $AE=CE$ ，由已知条件得出 $BC+AB=10$ ，即可得出 $\square ABCD$ 的周长.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore OD=OB$, $DC \parallel AB$,

$\therefore \angle FDO = \angle EBO$,

在 $\triangle DFO$ 和 $\triangle BEO$ 中,
$$\begin{cases} \angle FDO = \angle EBO \\ OD = OB \\ \angle FOD = \angle EOB \end{cases},$$

$\therefore \triangle DFO \cong \triangle BEO$ (ASA),

$\therefore OE = OF$.

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB=CD$, $AD=BC$, $OA=OC$,

$\because EF \perp AC$,

$\therefore AE=CE$,

$\therefore \triangle BEC$ 的周长是 10,

$\therefore BC+BE+CE=BC+BE+AE=BC+AB=10$,

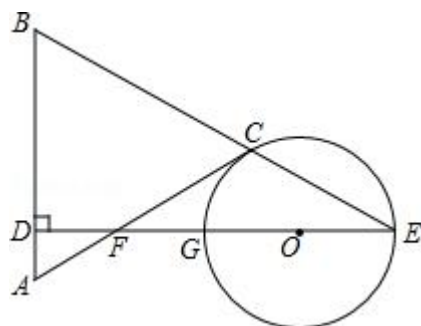
$\therefore \square ABCD$ 的周长 $=2(BC+AB)=20$.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质, 平行线的性质, 全等三角形的性质和判定、线段垂直平分线的性质; 熟练掌握平行四边形的性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

22. (12 分) (2016•本溪) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 E 是线段 BC 延长线上一点, $ED \perp AB$, 垂足为 D , ED 交线段 AC 于点 F , 点 O 在线段 EF 上, $\odot O$ 经过 C 、 E 两点, 交 ED 于点 G .

(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle E=30^\circ$, $AD=1$, $BD=5$, 求 $\odot O$ 的半径.



【分析】(1) 根据等腰三角形的性质得到 $\angle B = \angle ACB$, $\angle OCE = \angle E$, 推出 $\angle ACO = 90^\circ$, 根据切线的判定定理即可得到结论;

(2) 根据已知条件得到 $\angle CFO = 30^\circ$, 解直角三角形得到 $DF = \sqrt{3}AD = \sqrt{3}$, $EF = 3OE = 4\sqrt{3}$, 即可得到结论.

【解答】(1) 证明: 连接 CO , 如图:

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB,$$

$$\because OC = OE,$$

$$\therefore \angle OCE = \angle E,$$

$$\because DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle E = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB + \angle OCE = 90^\circ,$$

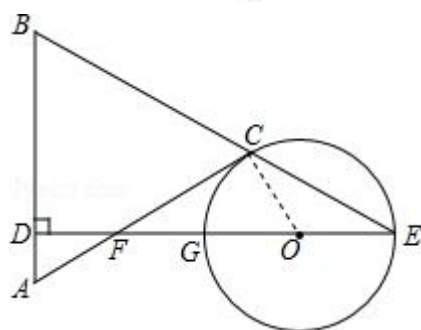
$$\therefore \angle ACO = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \perp OC,$$

$$\therefore AC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

$$(2) \text{ 解: } \because \angle E = 30^\circ,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle OCE=30^{\circ}, \\
&\therefore \angle FCE=120^{\circ}, \\
&\therefore \angle CFO=30^{\circ}, \\
&\therefore \angle AFD=\angle CFO=30^{\circ}, \\
&\therefore DF=\sqrt{3}AD=\sqrt{3}, \\
&\because BD=5, \therefore DE=5\sqrt{3}, \\
&\therefore OF=2OC, \\
&\therefore EF=3OE=4\sqrt{3}, \\
&\therefore OE=\frac{4\sqrt{3}}{3}, \\
&\text{即}\odot O\text{的半径}=\frac{4\sqrt{3}}{3}.
\end{aligned}$$



【点评】本题考查了切线的判定，直角三角形的性质，等腰三角形的性质，熟练掌握切线的判定定理是解题的关键.

五、解答题：12分.

23. (12分) (2016•本溪) 某公司研发了一款成本为60元的保温饭盒，投放市场进行试销售，按物价部门规定，其销售单价不低于成本，但销售利润不高于65%，市场调研发现，保温饭盒每天的销售数量 y （个）与销售单价 x （元）满足一次函数关系；当销售单价为70元时，销售数量为160个；当销售单价为80元时，销售数量为140个（利润率= $\frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\%$ ）

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 当销售单价定为多少元时, 公司每天获得利润最大, 最大利润为多少元?

【分析】 (1) 根据待定系数法可求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 利润=销售总价-成本总价=单件利润 $\times$ 销售量. 据此得表达式, 运用性质求最值.

【解答】 解: (1) 设这个一次函数为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$)

$\therefore$ 这个一次函数的图象经过 $(70, 160)$, $(80, 140)$ 这两点,

$$\therefore \begin{cases} 160=70k+b \\ 140=80k+b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=300 \end{cases}.$$

$\therefore$ 函数关系式是: $y = -2x + 300$ ($60 \leq x \leq 99$)

(2) 当销售单价定为 x 元时, 公司每天获得利润最大为 W 元, 依题意得

$$W = (x - 60)(-2x + 300)$$

$$= -2(x^2 - 210x + 9000)$$

$$= -2(x - 105)^2 + 4050 \quad (60 \leq x \leq 99),$$

$\therefore$ 当 $x=99$ 时, W 有最大值 3978.

当销售单价定为 99 元时, 公司每天获得利润最大, 最大利润为 3978 元.

【点评】 此题考查二次函数的实际运用, 掌握销售问题中的基本数量关系得出函数解析式是解决问题的关键.

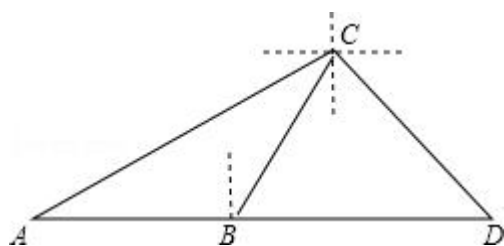
六、解答题: 12 分.

24. (12 分) (2016•本溪) 如图, 某巡逻艇计划以 40 海里/时的速度从 A 处向正东方向的 D 处航行, 出发 1.5 小时到达 B 处时, 突然接到 C 处的求救信号, 于是巡逻艇立刻以 60 海里/时的速度向北偏东 30° 方向的 C 处航行, 到达 C 处

后，测得 A 处位于 C 处的南偏西 60° 方向，解救后巡逻艇又沿南偏东 45° 方向航行到 D 处.

- (1) 求巡逻艇从 B 处到 C 处用的时间.
- (2) 求巡逻艇实际比原计划多航行了多少海里？（结果精确到 1 海里）.

（参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{6} \approx 2.45$ ）



【分析】 (1) 求出 BC 的长，即路程，则时间 $= \frac{\text{路程}}{\text{速度}}$ ，代入计算；

(2) 原计划的路程为：AD 的长，实际的路程为：AB+BC+CD，相减即可.

【解答】 解：(1) 如图所示，

$$AB = 1.5 \times 40 = 60,$$

$$\therefore BE \parallel CF,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle EBC = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中， $\therefore \angle ACF = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

设 $BF = x$ ，则 $BC = 2x$ ， $CF = \sqrt{3}x$ ，

$$\tan \angle A = \frac{BE}{AB},$$

$$\therefore BE = \tan 30^\circ \cdot AB = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 60 = 20\sqrt{3},$$

$$\therefore BE \parallel CF,$$

$$\therefore \frac{BE}{CF} = \frac{AB}{AF},$$

$$\therefore 20\sqrt{3} (60+x) = 60 \times \sqrt{3}x,$$

解得： $x=30$,

$$\therefore BC=2x=60,$$

$$t=\frac{60}{60}=1,$$

答：巡逻艇从 B 处到 C 处用的时间为 1 小时；

$$(2) \because \angle FCD=45^\circ, \angle CFD=90^\circ,$$

$\therefore \triangle CFD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore FC=FD=\sqrt{3}x=30\sqrt{3},$$

$$\therefore CD=\sqrt{2}FC=30\sqrt{6},$$

$$\text{则 } AB+BC+CD - (AB+BF+FD),$$

$$=BC+CD - BF - FD,$$

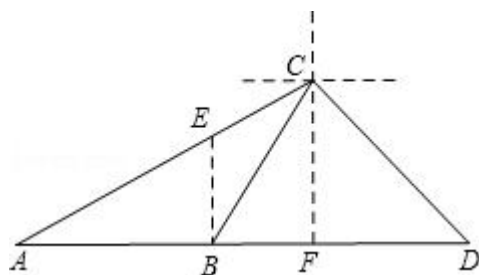
$$=60+30\sqrt{6} - 30 - 30\sqrt{3},$$

$$=30+30\sqrt{6} - 30\sqrt{3},$$

$$=30 \times (1+2.45 - 1.73),$$

$$\approx 52,$$

答：巡逻艇实际比原计划多航行了 52 海里.



【点评】 本题是解直角三角形的应用，考查了方向角问题；这在解直角三角形中是一个难点，要知道已知和所求的方向角的位置：一般是以第一个方向为始边向另一个方向旋转相应度数；在解决有关方向角的问题中，一般要根据题意理清图形中各角的关系，有时所给的方向角并不一定在直角三角形中，需要用到两直线平行内错角相等或一个角的余角等知识转化为所需要的角.

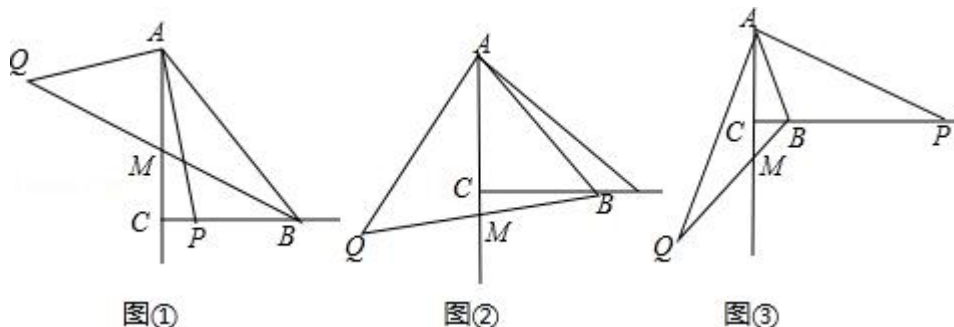
七、解答题：12 分.

25. (12 分) (2016·本溪) 已知, $\triangle ABC$ 为直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, 点 P 是射线 CB 上一点 (点 P 不与点 B 、 C 重合), 线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AQ , 连接 QB 交射线 AC 于点 M .

(1) 如图①, 当 $AC=BC$, 点 P 在线段 CB 上时, 线段 PB 、 CM 的数量关系是 $PB=2CM$;

(2) 如图②, 当 $AC=BC$, 点 P 在线段 CB 的延长线上, (1) 中的结论是否成立? 若成立, 写出证明过程; 若不成立, 请说明理由.

(3) 如图③, 若 $\frac{AC}{BC}=\frac{5}{2}$, 点 P 在线段 CB 的延长线上, $CM=2$, $AP=13$, 求 $\triangle ABP$ 的面积.

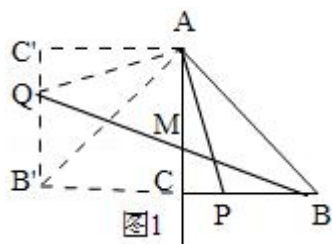


【分析】(1) 作出 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° , 利用旋转的性质, 和等腰三角形的性质再用中位线即可;

(2) 作出 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° , 利用旋转的性质, 和等腰三角形的性质, 再用中位线即可;

(3) 同 (1) (2) 的方法作出辅助线, 利用平行线中的基本图形“ A ”得出比例式, 用勾股定理求出 x , 最后用三角形的面积公式即可.

【解答】解: (1) 如图 1,



将 $\triangle ABC$ 绕点A顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle AB'C'$,

$$\therefore B'Q=BP, \quad AB'=AB,$$

连接 BB' ,

$$\therefore AC \perp BC,$$

$\therefore$ 点 C 在 BB' 上, 且 $CB'=CB$,

依题意得, $\angle C'B'B=90^\circ$,

$$\therefore CM \parallel B'C', \text{ 而 } CB' = CB,$$

$$\therefore 2CM = B'Q,$$

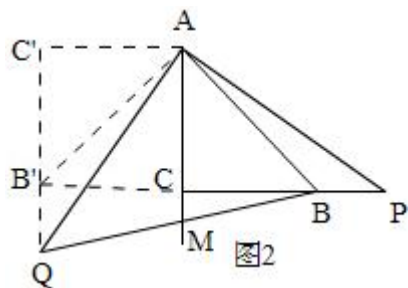
$$\therefore BP = B'Q,$$

$$\therefore BP = 2\text{CM},$$

故答案为: $BP=2\text{CM}$;

(2) $BP=2CM$ 仍然成立,

理由：如图 2，



将 $\triangle ABC$ 绕点A顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle AB'C'$ ，连接 $B'Q$ ，

$$\therefore B'Q=BP, \quad AB'=AB,$$

连接 BB' ,

$$\therefore \frac{2}{QN} = \frac{2x}{7x}$$

$$\therefore QN=7,$$

$$\therefore BP=B'Q=C'N+QN-B'C'=5x+7-2x=3x+7,$$

$$\therefore PC=BC+BP=2x+3x+7=5x+7,$$

在 $Rt\triangle ACP$ 中, $AC=5x$, $PC=5x+7$, $AP=13$,

根据勾股定理得, $(5x)^2 + (5x+7)^2 = 13^2$

$$\therefore x=1 \text{ 或 } x=-\frac{12}{5} \text{ (舍)},$$

$$\therefore BP=3x+7=10, \quad AC=5x=5,$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2}BP \times AC = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25,$$

【点评】此题是几何变换综合题, 主要考查了等腰直角三角形和直角三角形的性质, 旋转的性质, 中位线的性质, 解本题的关键是作出辅助线, 也是本题的难点.

八、解答题: 14 分.

26. (14 分) (2016·本溪) 如图, 直线 $y = -\frac{1}{2}x+1$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = -x^2+bx+c$ 经过 A 、 B 两点.

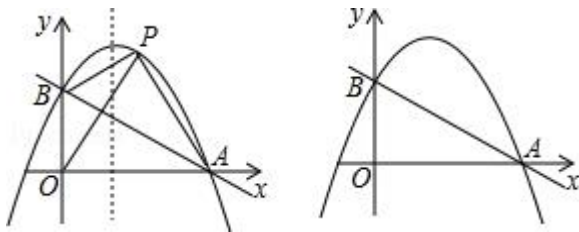
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是第一象限抛物线上的一点, 连接 PA 、 PB 、 PO , 若 $\triangle POA$ 的面积是 $\triangle POB$ 面积的 $\frac{4}{3}$ 倍.

①求点 P 的坐标;

②点 Q 为抛物线对称轴上一点, 请直接写出 $QP+QA$ 的最小值;

(3) 点 M 为直线 AB 上的动点, 点 N 为抛物线上的动点, 当以点 O 、 B 、 M 、 N 为顶点的四边形是平行四边形时, 请直接写出点 M 的坐标.



【分析】 (1) 先确定出点 A, B 坐标, 再用待定系数法求出抛物线解析式;

(2) 设出点 P 的坐标, ①用 $\triangle POA$ 的面积是 $\triangle POB$ 面积的 $\frac{4}{3}$ 倍, 建立方程求解即可; ②利用对称性找到最小线段, 用两点间距离公式求解即可;

(3) 分 OB 为边和为对角线两种情况进行求解, ①当 OB 为平行四边形的边时, 用 $MN \parallel OB$, 表示和用 $MN=OB$, 建立方程求解;

②当 OB 为对角线时, OB 与 MN 互相平分, 交点为 H, 设出 M, N 坐标用 $OH=BH$, $MH=NH$, 建立方程组求解即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 与 x 轴交于点 A, 与 y 轴交于点 B,

$\therefore A(2, 0), B(0, 1),$

$\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 A、B 两点,

$$\therefore \begin{cases} -4 + 2b + c = 0 \\ c = 1 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} b = \frac{3}{2} \\ c = 1 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1,$

(2) ①由 (1) 知, $A(2, 0), B(0, 1),$

$\therefore OA=2, OB=1,$

由 (1) 知, 抛物线解析式为 $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1,$

$\because$ 点 P 是第一象限抛物线上的一点,

$\therefore$ 设 $P(a, -a^2 + \frac{3}{2}a + 1), ((a > 0, -a^2 + \frac{3}{2}a + 1 > 0),$

$$\therefore S_{\triangle POA} = \frac{1}{2}OA \times P_y = \frac{1}{2} \times 2 \times (-a^2 + \frac{3}{2}a + 1) = -a^2 + \frac{3}{2}a + 1$$

$$S_{\triangle POB} = \frac{1}{2} OB \times P_x = \frac{1}{2} \times 1 \times a = \frac{1}{2} a$$

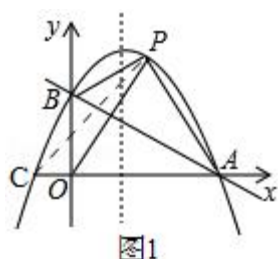
$\therefore \triangle POA$ 的面积是 $\triangle POB$ 面积的 $\frac{4}{3}$ 倍.

$$\therefore -a^2 + \frac{3}{2}a + 1 = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2}a,$$

$$\therefore a = \frac{3}{2} \text{ 或 } a = -\frac{2}{3} \text{ (舍)}$$

$$\therefore P \left(\frac{3}{2}, 1 \right);$$

②如图 1,



由 (1) 知, 抛物线解析式为 $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x = \frac{3}{4}$, 抛物线与 x 轴的另一交点为 $C \left(-\frac{1}{2}, 0 \right)$,

$\therefore$ 点 A 与点 C 关于对称轴对称,

$\therefore QP + QA$ 的最小值就是 $PC = \sqrt{5}$;

(3) ①当 OB 为平行四边形的边时, $MN = OB = 1$, $MN \parallel OB$,

$\therefore$ 点 N 在直线 AB 上,

$$\therefore \text{设 } M \left(m, -\frac{1}{2}m + 1 \right),$$

$$\therefore N \left(m, -m^2 + \frac{3}{2}m + 1 \right),$$

$$\therefore MN = \left| -m^2 + \frac{3}{2}m + 1 - \left(-\frac{1}{2}m + 1 \right) \right| = |m^2 - 2m| = 1,$$

$$\text{I、} m^2 - 2m = 1,$$

解得, $m = 1 \pm \sqrt{2}$,

$$\therefore M \left(1 + \sqrt{2}, \frac{1}{2}(1 - \sqrt{2}) \right) \text{ 或 } M \left(1 - \sqrt{2}, \frac{1}{2}(1 + \sqrt{2}) \right)$$

$$\text{II、} m^2 - 2m = -1,$$

解得, $m=1$,

$$\therefore M\left(1, \frac{1}{2}\right);$$

②当 OB 为对角线时, OB 与 MN 互相平分, 交点为 H ,

$$\therefore OH=BH, MH=NH,$$

$$\because B(0, 1), O(0, 0),$$

$$\therefore H\left(0, \frac{1}{2}\right),$$

$$\text{设 } M\left(n, -\frac{1}{2}n+1\right), N\left(d, -d^2+\frac{3}{2}d+1\right)$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{n+d}{2}=0 \\ \frac{-\frac{1}{2}n+1-d^2+\frac{3}{2}d+1}{2}=\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} d=1+\sqrt{2} \\ n=-(1+\sqrt{2}) \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} d=1-\sqrt{2} \\ n=-(1-\sqrt{2}) \end{cases},$$

$$\therefore M\left(- (1+\sqrt{2}), \frac{1}{2}(3+\sqrt{2})\right) \text{ 或 } M\left(- (1-\sqrt{2}), \frac{1}{2}(3-\sqrt{2})\right);$$

即: 满足条件的点 M 的坐标 $\left(1+\sqrt{2}, \frac{1}{2}(1-\sqrt{2})\right)$ 或 $\left(1-\sqrt{2}, -\frac{1}{2}(1+\sqrt{2})\right)$

或 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 或 $M\left(- (1+\sqrt{2}), \frac{1}{2}(3+\sqrt{2})\right)$ 或 $M\left(- (1-\sqrt{2}), \frac{1}{2}(3-\sqrt{2})\right);$

【点评】此题是二次函数综合题, 主要考查了待定系数法, 三角形的面积, 平行四边形的性质, 对称性, 解本题的关键是求抛物线解析式, 确定最小值和点 M 坐标时, 分类讨论是解本题的难点.

参与本试卷答题和审题的老师有：wdxwwzy；zgm666；知足长乐；HJJ；
sdwdmahongye；tcm123；弯弯的小河；三界无我；王学峰；曹先生；放飞梦
想；星期八；HLing；CJX；sd2011；gsls；家有儿女；星月相随（排名不分先
后）

菁优网

2017年3月1日