

2016 年辽宁省大连市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

1. (3 分) -3 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

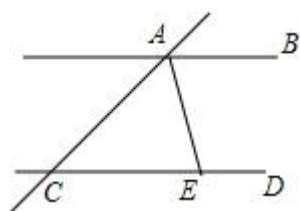
2. (3 分) 在平面直角坐标系中，点 $(1, 5)$ 所在的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. (3 分) 方程 $2x+3=7$ 的解是 ()

- A. $x=5$ B. $x=4$ C. $x=3.5$ D. $x=2$

4. (3 分) 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， AE 平分 $\angle CAB$ ， AE 与 CD 相交于点 E ， $\angle ACD=40^\circ$ ，
则 $\angle BAE$ 的度数是 ()



- A. 40° B. 70° C. 80° D. 140°

5. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+2 > x \\ 3x < x+2 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > -2$ B. $x < 1$ C. $-1 < x < 2$ D. $-2 < x < 1$

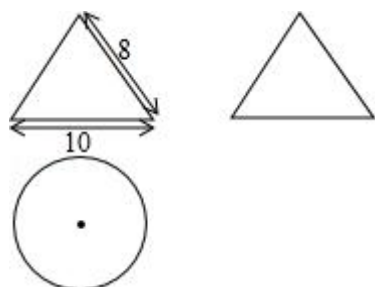
6. (3 分) 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，把它们分别标号为 1，
2，3，4 随机摸出一个小球，不放回，再随机摸出一个小球，两次摸出的小
球标号的积小于 4 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{16}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

7. (3 分) 某文具店三月份销售铅笔 100 支，四、五两个月销售量连续增长。若
月平均增长率为 x ，则该文具店五月份销售铅笔的支数是 ()

- A. $100(1+x)$ B. $100(1+x)^2$ C. $100(1+x^2)$ D. $100(1+2x)$

8. (3分) 如图, 按照三视图确定该几何体的全面积是 (图中尺寸单位: cm) ()



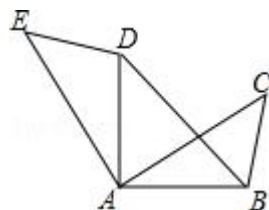
- A. $40\pi\text{cm}^2$ B. $65\pi\text{cm}^2$ C. $80\pi\text{cm}^2$ D. $105\pi\text{cm}^2$

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分

9. (3分) 因式分解: $x^2 - 3x =$ _____.

10. (3分) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(1, -6)$, 则 k 的值为_____.

11. (3分) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ADE$, 点 C 和点 E 是对应点, 若 $\angle CAE = 90^\circ$, $AB = 1$, 则 $BD =$ _____.

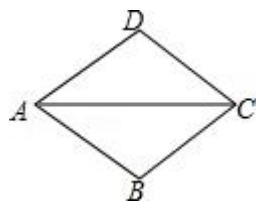


12. (3分) 下表是某校女子排球队队员的年龄分布

年龄/岁	13	14	15	16
频数	1	1	7	3

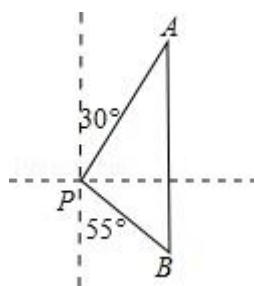
则该校女子排球队队员的平均年龄是_____岁.

13. (3分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $AC = 8$, 则菱形的面积是_____.

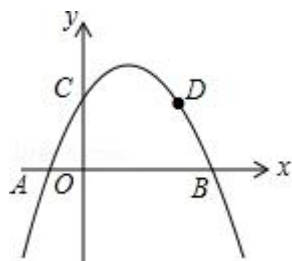


14. (3分) 若关于 x 的方程 $2x^2+x-a=0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围是_____.

15. (3分) 如图, 一艘渔船位于灯塔 P 的北偏东 30° 方向, 距离灯塔 18 海里的 A 处, 它沿正南方向航行一段时间后, 到达位于灯塔 P 的南偏东 55° 方向上的 B 处, 此时渔船与灯塔 P 的距离约为_____海里 (结果取整数) (参考数据: $\sin 55^\circ \approx 0.8$, $\cos 55^\circ \approx 0.6$, $\tan 55^\circ \approx 1.4$).



16. (3分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴相交于点 A 、 B ($m+2, 0$) 与 y 轴相交于点 C , 点 D 在该抛物线上, 坐标为 (m, c) , 则点 A 的坐标是_____.

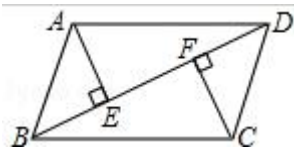


三、解答题: 本大题共 4 小题, 17、18、19 各 9 分 20 题 12 分, 共 39 分

17. (9分) 计算: $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) + (-2)^0 - \sqrt[3]{27}$.

18. (9 分) 先化简，再求值： $(2a+b)^2 - a(4a+3b)$ ，其中 $a=1$ ， $b=\sqrt{2}$.

19. (9 分) 如图，BD 是 $\square ABCD$ 的对角线， $AE \perp BD$ ， $CF \perp BD$ ，垂足分别为 E、F，求证： $AE=CF$.

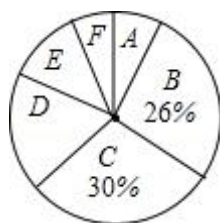


20. (12 分) 为了解某小区某月家庭用水量的情况，从该小区随机抽取部分家庭进行调查，以下是根据调查数据绘制的统计图表的一部分

分组	家庭用水量 x /吨	家庭数/户
A	$0 \leq x \leq 4.0$	4
B	$4.0 < x \leq 6.5$	13
C	$6.5 < x \leq 9.0$	
D	$9.0 < x \leq 11.5$	
E	$11.5 < x \leq 14.0$	6
F	$x > 14.0$	3

根据以上信息，解答下列问题

- (1) 家庭用水量在 $4.0 < x \leq 6.5$ 范围内的家庭有_____户，在 $6.5 < x \leq 9.0$ 范围内的家庭数占被调查家庭数的百分比是_____%；
- (2) 本次调查的家庭数为_____户，家庭用水量在 $9.0 < x \leq 11.5$ 范围内的家庭数占被调查家庭数的百分比是_____%；
- (3) 家庭用水量的中位数落在_____组；
- (4) 若该小区共有 200 户家庭，请估计该月用水量不超过 9.0 吨的家庭数.



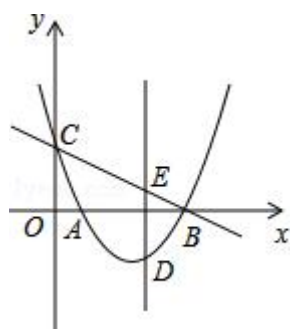
四、解答题：本大题共 3 小题，21、22 各 9 分 23 题 10 分，共 28 分

21. (9 分) A、B 两地相距 200 千米，甲车从 A 地出发匀速开往 B 地，乙车同时从 B 地出发匀速开往 A 地，两车相遇时距 A 地 80 千米. 已知乙车每小时比甲车多行驶 30 千米，求甲、乙两车的速度.

22. (9 分) 如图，抛物线 $y = x^2 - 3x + \frac{5}{4}$ 与 x 轴相交于 A、B 两点，与 y 轴相交于

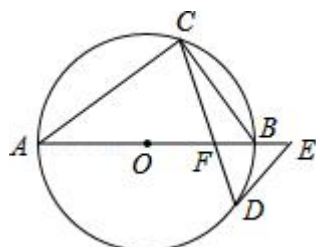
点 C , 点 D 是直线 BC 下方抛物线上一点, 过点 D 作 y 轴的平行线, 与直线 BC 相交于点 E

- (1) 求直线 BC 的解析式;
- (2) 当线段 DE 的长度最大时, 求点 D 的坐标.



23. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 、 D 在 $\odot O$ 上, $\angle A = 2\angle BCD$, 点 E 在 AB 的延长线上, $\angle AED = \angle ABC$.

- (1) 求证: DE 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 若 $BF = 2$, $DF = \sqrt{10}$, 求 $\odot O$ 的半径.

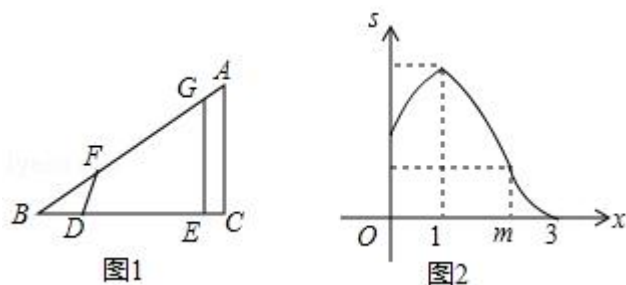


五、解答题：本大题共 3 小题，24 题 11 分，25、26 各 12 分，共 35 分

24. (11 分) 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 线段 DE 在射线 BC 上, 且 $DE=AC$, 线段 DE 沿射线 BC 运动, 开始时, 点 D 与点 B 重合, 点 D 到达点 C 时运动停止, 过点 D 作 $DF=DB$, 与射线 BA 相交于点 F , 过点 E 作 BC 的垂线, 与射线 BA 相交于点 G . 设 $BD=x$, 四边形 $DEGF$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S , S 关于 x 的函数图象如图 2 所示 (其中 $0 < x \leq 1$, $1 < x \leq m$, $m < x \leq 3$ 时, 函数的解析式不同)

(1) 填空: BC 的长是_____;

(2) 求 S 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围.



25. (12 分) 阅读下面材料:

小明遇到这样一个问题: 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 在 BC 边上, $\angle DAB = \angle ABD$, $BE \perp AD$, 垂足为 E , 求证: $BC=2AE$.

小明经探究发现, 过点 A 作 $AF \perp BC$, 垂足为 F , 得到 $\angle AFB = \angle BEA$, 从而可证 $\triangle ABF \cong \triangle BAE$ (如图 2), 使问题得到解决.

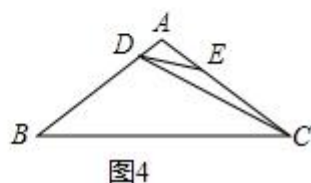
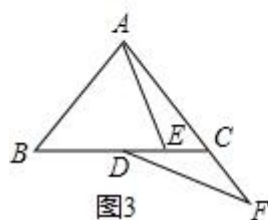
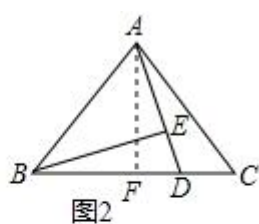
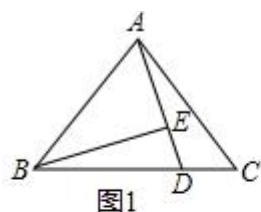
(1) 根据阅读材料回答: $\triangle ABF$ 与 $\triangle BAE$ 全等的条件是_____ (填“SSS”、

“SAS”、“ASA”、“AAS”或“HL”中的一个)

参考小明思考问题的方法，解答下列问题：

(2) 如图 3， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ， D 为 BC 的中点， E 为 DC 的中点，点 F 在 AC 的延长线上，且 $\angle CDF=\angle EAC$ ，若 $CF=2$ ，求 AB 的长；

(3) 如图 4， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 边上，且 $AD=kDB$ (其中 $0 < k < \frac{\sqrt{3}}{3}$)， $\angle AED=\angle BCD$ ，求 $\frac{AE}{EC}$ 的值 (用含 k 的式子表示)。



26. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2+\frac{1}{4}$ 与 y 轴相交于点

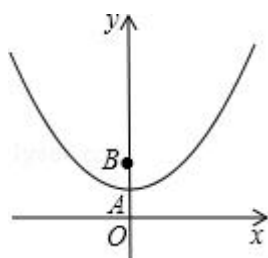
A，点 B 与点 O 关于点 A 对称

(1) 填空：点 B 的坐标是_____；

(2) 过点 B 的直线 $y=kx+b$ (其中 $k < 0$) 与 x 轴相交于点 C，过点 C 作直线 l

平行于 y 轴， P 是直线 l 上一点，且 $PB=PC$ ，求线段 PB 的长（用含 k 的式子表示），并判断点 P 是否在抛物线上，说明理由；

(3) 在 (2) 的条件下，若点 C 关于直线 BP 的对称点 C' 恰好落在该抛物线的对称轴上，求此时点 P 的坐标.



2016 年辽宁省大连市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

1. (3 分) -3 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

【考点】14：相反数.

【分析】根据相反数的定义：只有符号不同的两个数称互为相反数计算即可.

【解答】解： $(-3) + 3 = 0$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了相反数的定义，根据相反数的定义做出判断，属于基础题，比较简单.

2. (3 分) 在平面直角坐标系中，点 $(1, 5)$ 所在的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】D1：点的坐标.

【分析】根据各象限内点的坐标特征解答即可.

【解答】解：点 $(1, 5)$ 所在的象限是第一象限.

故选：A.

【点评】本题考查了各象限内点的坐标的符号特征，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限 $(+, +)$ ；第二象限 $(-, +)$ ；第三象限 $(-, -)$ ；第四象限 $(+, -)$.

3. (3 分) 方程 $2x+3=7$ 的解是 ()

- A. $x=5$ B. $x=4$ C. $x=3.5$ D. $x=2$

【考点】85：一元一次方程的解.

【专题】11：计算题；521：一次方程（组）及应用.

【分析】方程移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解.

【解答】解： $2x+3=7$,

移项合并得： $2x=4$,

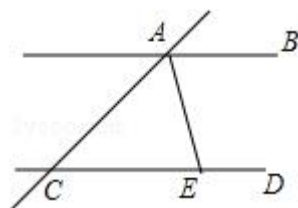
解得： $x=2$,

故选：D.

【点评】此题考查了一元一次方程的解，方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

4. (3分) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, AE 平分 $\angle CAB$. AE 与 CD 相交于点 E , $\angle ACD=40^\circ$,

则 $\angle BAE$ 的度数是 ()



A. 40°

B. 70°

C. 80°

D. 140°

【考点】JA：平行线的性质.

【分析】先由平行线性质的得出 $\angle ACD$ 与 $\angle BAC$ 互补，并根据已知 $\angle ACD=40^\circ$

计算出 $\angle BAC$ 的度数，再根据角平分线性质的求出 $\angle BAE$ 的度数.

【解答】解： $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ACD + \angle BAC = 180^\circ$,

$\because \angle ACD = 40^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$,

$\because AE$ 平分 $\angle CAB$,

$\therefore \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ$,

故选：B.

【点评】本题考查了平行线的性质和角平分线的定义，比较简单；做好本题要熟练掌握两直线平行①内错角相等，②同位角相等，③同旁内角互补；并会书写角平分线定义的三种表达式：若AP平分 $\angle BAC$ ，则① $\angle BAP = \angle PAC$ ，② $\angle BAP = \frac{1}{2} \angle BAC$ ，③ $\angle BAC = 2 \angle BAP$.

5. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+2 > x \\ 3x < x+2 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > -2$ B. $x < 1$ C. $-1 < x < 2$ D. $-2 < x < 1$

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【分析】首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

【解答】解： $\begin{cases} 2x+2 > x \cdots \textcircled{1} \\ 3x < x+2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

解①得 $x > -2$,

解②得 $x < 1$,

则不等式组的解集是： $-2 < x < 1$.

故选：D.

【点评】本题考查了一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

6. (3分) 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，把它们分别标号为1, 2, 3, 4 随机摸出一个小球，不放回，再随机摸出一个小球，两次摸出的小球标号的积小于4的概率是 ()

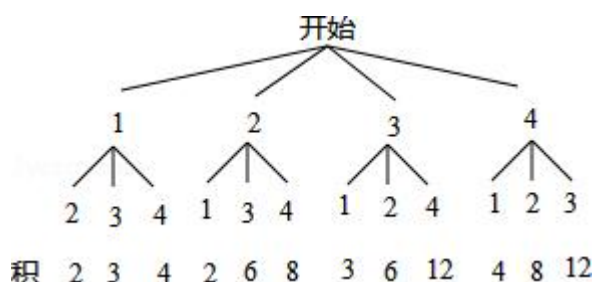
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{16}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】X6：列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两次

摸出的小球标号的积小于 4 的情况，再利用概率公式求解即可求得答案．

【解答】解：画树状图得：



∴ 共有 12 种等可能的结果，两次摸出的小球标号的积小于 4 的有 4 种情况，

∴ 两次摸出的小球标号的积小于 4 的概率是： $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ．

故选：C．

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率．注意此题是不放回实验．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

7. (3 分) 某文具店三月份销售铅笔 100 支，四、五两个月销售量连续增长．若月平均增长率为 x ，则该文具店五月份销售铅笔的支数是 ()

A. $100(1+x)$ B. $100(1+x)^2$ C. $100(1+x^2)$ D. $100(1+2x)$

【考点】AC：由实际问题抽象出一元二次方程．

【专题】123：增长率问题．

【分析】设出四、五月份的平均增长率，则四月份的市场需求量是 $100(1+x)$ ，

五月份的产量是 $100(1+x)^2$ ，据此列方程即可．

【解答】解：若月平均增长率为 x ，则该文具店五月份销售铅笔的支数是： $100(1+x)^2$ ，

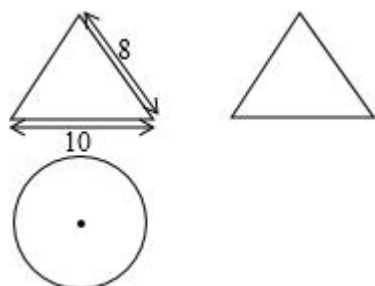
故选：B．

【点评】本题考查数量平均变化率问题，解题的关键是正确列出一元二次方程．原来的数量为 a ，平均每次增长或降低的百分率为 x 的话，经过第一次调整，就

调整到 $a \times (1 \pm x)$ ，再经过第二次调整就是 $a \times (1 \pm x)(1 \pm x) = a(1 \pm x)^2$ 。

增长用“+”，下降用“-”。

8. (3分) 如图，按照三视图确定该几何体的全面积是 (图中尺寸单位: cm) ()



- A. $40\pi\text{cm}^2$ B. $65\pi\text{cm}^2$ C. $80\pi\text{cm}^2$ D. $105\pi\text{cm}^2$

【考点】U3: 由三视图判断几何体.

【分析】由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状，确定圆锥的母线长和底面半径，从而确定其表面积.

【解答】解：由主视图和左视图为三角形判断出是锥体，由俯视图是圆形可判断出这个几何体应该是圆锥；

根据三视图知：该圆锥的母线长为 8cm，底面半径为 $10 \div 2 = 5\text{cm}$ ，

故表面积 $= \pi rl + \pi r^2 = \pi \times 5 \times 8 + \pi \times 5^2 = 65\pi\text{cm}^2$.

故选：B.

【点评】考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

9. (3分) 因式分解： $x^2 - 3x = \underline{x(x - 3)}$.

【考点】53: 因式分解 - 提公因式法.

【专题】44: 因式分解.

【分析】确定公因式是 x ，然后提取公因式即可.

【解答】解： $x^2 - 3x = x(x - 3)$.

故答案为： $x(x - 3)$

【点评】 本题考查因式分解，因式分解的步骤为：一提公因式；二看公式. 一般来说，如果可以提取公因式的要先提取公因式，再看剩下的因式是否还能分解.

10. (3 分) 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(1, -6)$ ，则 k 的值为 -6 .

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 直接把点 $(1, -6)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ，求出 k 的值即可.

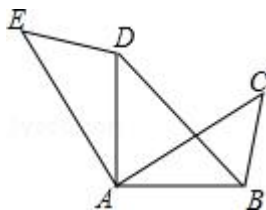
【解答】 解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(1, -6)$,

$$\therefore k = 1 \times (-6) = -6.$$

故答案为： -6.

【点评】 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

11. (3 分) 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ADE$ ，点 C 和点 E 是对应点，若 $\angle CAE = 90^\circ$ ， $AB = 1$ ，则 $BD = \underline{\sqrt{2}}$.



【考点】 R2: 旋转的性质.

【分析】 由旋转的性质得： $AB = AD = 1$ ， $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$ ，再根据勾股定理即可求出 BD .

【解答】 解： $\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转的到 $\triangle ADE$ ，点 C 和点 E 是对应点，

$$\therefore AB = AD = 1, \quad \angle BAD = \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}.$$

故答案为 $\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查了旋转的性质：①对应点到旋转中心的距离相等；②对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；③旋转前、后的图形全等．也考查了勾股定理，掌握旋转的性质是解决问题的关键．

12. (3 分) 下表是某校女子排球队队员的年龄分布

年龄/岁	13	14	15	16
频数	1	1	7	3

则该校女子排球队队员的平均年龄是 15 岁.

【考点】 V6: 频数与频率; W2: 加权平均数.

【分析】 根据加权平均数的计算公式列出算式, 再进行计算即可.

【解答】 解: 根据题意得:

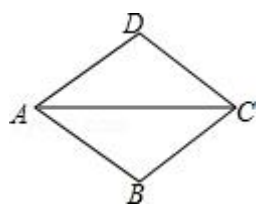
$$(13 \times 1 + 14 \times 1 + 15 \times 7 + 16 \times 3) \div 12 = 15 \text{ (岁)},$$

即该校女子排球队队员的平均年龄为 15 岁.

故答案为: 15.

【点评】 此题考查了加权平均数, 掌握加权平均数的计算公式是本题的关键.

13. (3 分) 如图, 在菱形 ABCD 中, $AB=5$, $AC=8$, 则菱形的面积是 24.



【考点】 L8: 菱形的性质.

【分析】 直接利用菱形的性质结合勾股定理得出 BD 的长, 再利用菱形面积求法得出答案.

【解答】 解: 连接 BD, 交 AC 于点 O,

$\therefore$ 四边形 ABCD 是菱形,

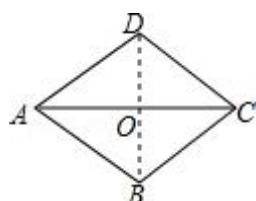
$\therefore AC \perp BD$, $AO=CO=4$,

$$\therefore BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = 3,$$

故 $BD=6$,

则菱形的面积是: $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$.

故答案为: 24.



【点评】此题主要考查了菱形的性质以及勾股定理, 正确求出 BD 的长是解题关键.

14. (3 分) 若关于 x 的方程 $2x^2 + x - a = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围是 $a > -\frac{1}{8}$.

【考点】AA: 根的判别式; C6: 解一元一次不等式.

【分析】由方程有两个不相等的实数根结合根的判别式, 可以得出关于 a 的一元一次不等式, 解不等式即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的方程 $2x^2 + x - a = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-a) = 1 + 8a > 0,$$

解得: $a > -\frac{1}{8}$.

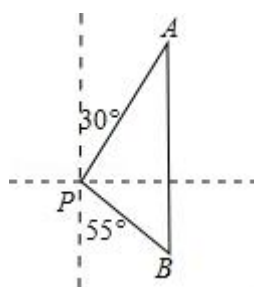
故答案为: $a > -\frac{1}{8}$.

【点评】本题考查了根的判别式以及解一元一次不等式, 解题的关键是找出 $1 + 8a > 0$. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据根的个数结合根的判别式得出不等式 (不等式组或方程) 是关键.

15. (3 分) 如图, 一艘渔船位于灯塔 P 的北偏东 30° 方向, 距离灯塔 18 海里的 A 处, 它沿正南方向航行一段时间后, 到达位于灯塔 P 的南偏东 55° 方向上的

B 处，此时渔船与灯塔 P 的距离约为 11 海里（结果取整数）（参考数据：

$\sin 55^\circ \approx 0.8$, $\cos 55^\circ \approx 0.6$, $\tan 55^\circ \approx 1.4$ ）.



【考点】 TB: 解直角三角形的应用 – 方向角问题.

【分析】 作 $PC \perp AB$ 于 C, 先解 $\text{Rt} \triangle PAC$, 得出 $PC = \frac{1}{2}PA = 9$, 再解 $\text{Rt} \triangle PBC$,

得出 $PB = \frac{PC}{\sin \angle B} \approx 11$.

【解答】 解: 如图, 作 $PC \perp AB$ 于 C,

在 $\text{Rt} \triangle PAC$ 中, $\because PA = 18$, $\angle A = 30^\circ$,

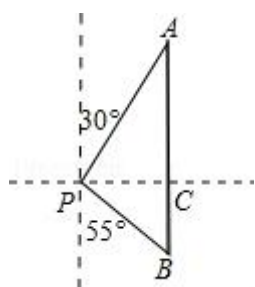
$$\therefore PC = \frac{1}{2}PA = \frac{1}{2} \times 18 = 9,$$

在 $\text{Rt} \triangle PBC$ 中, $\because PC = 9$, $\angle B = 55^\circ$,

$$\therefore PB = \frac{PC}{\sin \angle B} \approx \frac{9}{0.8} \approx 11,$$

答: 此时渔船与灯塔 P 的距离约为 11 海里.

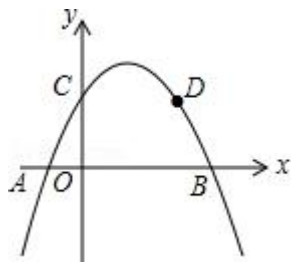
故答案为 11.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 – 方向角问题, 含 30° 角的直角三角形的性质, 锐角三角函数定义. 解一般三角形的问题可以转化为解直角三角形的问题, 解决的方法就是作高线.

16. (3 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于点 A、B ($m+2$, 0) 与 y

轴相交于点 C，点 D 在该抛物线上，坐标为 (m, c) ，则点 A 的坐标是 $(-2, 0)$.



【考点】 HA：抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 根据函数值相等两点关于对称轴对称，可得对称轴，根据 A、B 关于对称轴对称，可得 A 点坐标.

【解答】 解：由 C $(0, c)$ ，D (m, c) ，得函数图象的对称轴是 $x = \frac{m}{2}$ ，

设 A 点坐标为 $(x, 0)$ ，由 A、B 关于对称轴 $x = \frac{m}{2}$ ，得

$$\frac{x+m}{2} = \frac{m}{2},$$

解得 $x = -2$ ，

即 A 点坐标为 $(-2, 0)$ ，

故答案为： $(-2, 0)$.

【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点，利用函数值相等的点关于对称轴对称是解题关键.

三、解答题： 本大题共 4 小题，17、18、19 各 9 分 20 题 12 分，共 39 分

17. (9 分) 计算： $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) + (-2)^0 - \sqrt[3]{27}$.

【考点】 2C：实数的运算；6E：零指数幂.

【分析】 本题涉及平方差公式、零指数幂、三次根式化简 3 个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解： $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1) + (-2)^0 - \sqrt[3]{27}$

$$=5-1+1-3$$

$$=2.$$

【点评】 本题主要考查了实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握平方差公式、零指数幂、三次根式等考点的运算．

18. (9分) 先化简，再求值： $(2a+b)^2 - a(4a+3b)$ ，其中 $a=1$ ， $b=\sqrt{2}$.

【考点】 4J：整式的混合运算—化简求值.

【专题】 11：计算题；512：整式.

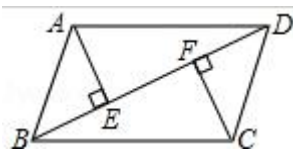
【分析】 原式利用完全平方公式，单项式乘以多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，把 a 与 b 的值代入计算即可求出值.

【解答】 解： 原式 $=4a^2+4ab+b^2-4a^2-3ab=ab+b^2$,

当 $a=1$ ， $b=\sqrt{2}$ 时，原式 $=\sqrt{2}+2$.

【点评】 此题考查了整式的混合运算—化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (9分) 如图，BD 是 $\square ABCD$ 的对角线， $AE \perp BD$ ， $CF \perp BD$ ，垂足分别为 E、F，求证： $AE=CF$.



【考点】 L5：平行四边形的性质.

【专题】 14：证明题.

【分析】 根据平行四边形的性质得出 $AB=CD$ ， $AB \parallel CD$ ，根据平行线的性质得出 $\angle ABE = \angle CDF$ ，求出 $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$ ，根据 AAS 推出 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ，得出对应边相等即可.

【解答】证明：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

∴ AB=CD, AB//CD,

∴ ∠ABE=∠CDF,

∵ AE⊥BD, CF⊥BD,

∴ ∠AEB=∠CFD=90°,

在△ABE 和△CDF 中,

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle CFD \\ \angle ABE = \angle CDF \\ AB = CD \end{cases},$$

∴ △ABE≌△CDF (AAS),

∴ AE=CF.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质，平行线的性质，全等三角形的性质和判定的应用；证明△ABE≌△CDF 是解决问题的关键.

20. (12 分) 为了解某小区某月家庭用水量的情况，从该小区随机抽取部分家庭进行调查，以下是根据调查数据绘制的统计图表的一部分

分组	家庭用水量 x/吨	家庭数/户
A	$0 \leq x \leq 4.0$	4
B	$4.0 < x \leq 6.5$	13
C	$6.5 < x \leq 9.0$	
D	$9.0 < x \leq 11.5$	
E	$11.5 < x \leq 14.0$	6
F	$x > 14.0$	3

根据以上信息，解答下列问题

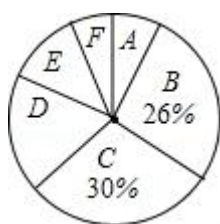
(1) 家庭用水量在 $4.0 < x \leq 6.5$ 范围内的家庭有 13 户，在 $6.5 < x \leq 9.0$ 范

围内的家庭数占被调查家庭数的百分比是 30 %;

(2) 本次调查的家庭数为 50 户, 家庭用水量在 $9.0 < x \leq 11.5$ 范围内的家庭数占被调查家庭数的百分比是 18 %;

(3) 家庭用水量的中位数落在 C 组;

(4) 若该小区共有 200 户家庭, 请估计该月用水量不超过 9.0 吨的家庭数.



【考点】 V5: 用样本估计总体; V7: 频数 (率) 分布表; VB: 扇形统计图; W4: 中位数.

【分析】 (1) 观察表格和扇形统计图就可以得出结果; (2) 利用 C 组所占百分比及户数可算出调查家庭的总数, 从而算出 D 组的百分比; (3) 从第二问知道调查户数为 50, 则中位数为第 25、26 户的平均数, 由表格可得知落在 C 组; (4) 计算调查户中用水量不超过 9.0 吨的百分比, 再乘以小区内的家庭数就可以算出.

【解答】 解: (1) 观察表格可得 $4.0 < x \leq 6.5$ 的家庭有 13 户, $6.5 < x \leq 9.0$ 范围内的家庭数占被调查家庭数的百分比为 30%;

(2) 调查的家庭数为: $13 \div 26\% = 50$,

$6.5 < x \leq 9.0$ 的家庭数为: $50 \times 30\% = 15$,

D 组 $9.0 < x \leq 11.5$ 的家庭数为: $50 - 4 - 13 - 6 - 3 - 15 = 9$,

$9.0 < x \leq 11.5$ 的百分比是: $9 \div 50 \times 100\% = 18\%$;

(3) 调查的家庭数为 50 户, 则中位数为第 25、26 户的平均数, 从表格观察都落在 C 组;

故答案为：(1) 13, 30; (2) 50, 18; (3) C;

(4) 调查家庭中不超过 9.0 吨的户数有：4+13+15=32,

$$\frac{32}{50} \times 200 = 128 \text{ (户)},$$

答：该月用水量不超过 9.0 吨的家庭数为 128 户.

【点评】 本题考查了扇形统计图、统计表，解题的关键是要明确题意，找出所求问题需要的条件.

四、解答题： 本大题共 3 小题，21、22 各 9 分 23 题 10 分，共 28 分

21. (9 分) A、B 两地相距 200 千米，甲车从 A 地出发匀速开往 B 地，乙车同时从 B 地出发匀速开往 A 地，两车相遇时距 A 地 80 千米. 已知乙车每小时比甲车多行驶 30 千米，求甲、乙两车的速度.

【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 根据题意，可以设出甲、乙的速度，然后根据题目中的关系，列出相应的方程，本题得以解决.

【解答】 解：设甲车的速度是 x 千米/时，乙车的速度为 $(x+30)$ 千米/时，

$$\frac{80}{x} = \frac{200-80}{x+30}$$

解得， $x=60$,

经检验， $x=60$ 是分式方程的根，

则 $x+30=90$,

即甲车的速度是 60 千米/时，乙车的速度是 90 千米/时.

【点评】 本题考查分式方程的应用，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，发现题目中的数量关系，列出相应的方程.

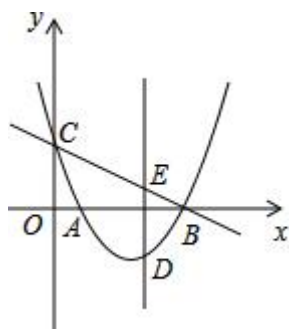
22. (9 分) 如图，抛物线 $y=x^2-3x+\frac{5}{4}$ 与 x 轴相交于 A、B 两点，与 y 轴相交于

点 C，点 D 是直线 BC 下方抛物线上一点，过点 D 作 y 轴的平行线，与直线

BC 相交于点 E

(1) 求直线 BC 的解析式;

(2) 当线段 DE 的长度最大时, 求点 D 的坐标.



【考点】 H3: 二次函数的性质; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【分析】 (1) 利用坐标轴上点的特点求出 A、B、C 点的坐标, 再用待定系数法求得直线 BC 的解析式;

(2) 设点 D 的横坐标为 m , 则纵坐标为 $(m, m^2 - 3m + \frac{5}{4})$, E 点的坐标为 $(m, \frac{1}{2}m + \frac{5}{4})$, 可得两点间的距离为 $d = -m^2 + \frac{5}{2}m$, 利用二次函数的最值可得 m , 可得点 D 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 - 3x + \frac{5}{4}$ 与 x 轴相交于 A、B 两点, 与 y 轴相交于点 C,

$\therefore$ 令 $y=0$, 可得 $x = \frac{1}{2}$ 或 $x = \frac{5}{2}$,

$\therefore A(\frac{1}{2}, 0), B(\frac{5}{2}, 0)$;

令 $x=0$, 则 $y = \frac{5}{4}$,

$\therefore C$ 点坐标为 $(0, \frac{5}{4})$,

设直线 BC 的解析式为: $y=kx+b$, 则有,

$$\begin{cases} \frac{5}{2}k+b=0 \\ b=\frac{5}{4} \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{5}{4} \end{cases},$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4};$

(2) 设点 D 的横坐标为 m, 则坐标为 $(m, m^2 - 3m + \frac{5}{4}),$

$\therefore$ E 点的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m + \frac{5}{4}),$

设 DE 的长度为 d,

$\because$ 点 D 是直线 BC 下方抛物线上一点,

则 $d = -\frac{1}{2}m + \frac{5}{4} - (m^2 - 3m + \frac{5}{4}),$

整理得, $d = -m^2 + \frac{5}{2}m,$

$\therefore a = -1 < 0,$

$\therefore$ 当 $m = -\frac{\frac{5}{2}}{-2 \times 1} = \frac{5}{4}$ 时, $d_{\text{最大}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{0 - \frac{25}{4}}{-4} = \frac{25}{16},$

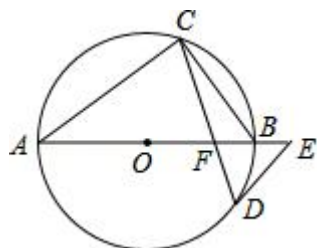
$\therefore$ D 点的坐标为 $(\frac{5}{4}, -\frac{15}{16}).$

【点评】 此题主要考查了二次函数的性质及其图象与坐标轴的交点, 设出 D 的坐标, 利用二次函数最值得 D 点坐标是解答此题的关键.

23. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C、D 在 $\odot O$ 上, $\angle A = 2\angle BCD,$ 点 E 在 AB 的延长线上, $\angle AED = \angle ABC.$

(1) 求证: DE 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若 $BF = 2, DF = \sqrt{10},$ 求 $\odot O$ 的半径.



【考点】MD：切线的判定.

【分析】(1) 连接 OD, 由 AB 是 $\odot O$ 的直径, 得到 $\angle ACB=90^\circ$, 求得 $\angle A + \angle$

$ABC=90^\circ$, 等量代换得到 $\angle BOD=\angle A$, 推出 $\angle ODE=90^\circ$, 即可得到结论;

(2) 连接 BD, 过 D 作 $DH \perp BF$ 于 H, 由弦切角定理得到 $\angle BDE=\angle BCD$, 推

出 $\triangle ACF$ 与 $\triangle FDB$ 都是等腰三角形, 根据等腰直角三角形的性质得到

$FH=BH=\frac{1}{2}BF=1$, 则 $FH=1$, 根据勾股定理得到 $HD=\sqrt{DF^2-FH^2}=3$, 然后根

据勾股定理列方程即可得到结论.

【解答】(1) 证明: 连接 OD,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle ABC=90^\circ$,

$\because \angle BOD=2\angle BCD$, $\angle A=2\angle BCD$,

$\therefore \angle BOD=\angle A$,

$\because \angle AED=\angle ABC$,

$\therefore \angle BOD + \angle AED=90^\circ$,

$\therefore \angle ODE=90^\circ$,

即 $OD \perp DE$,

$\therefore DE$ 与 $\odot O$ 相切;

(2) 解法一: 连接 BD, 过 D 作 $DH \perp BF$ 于 H,

延长 DO 交 $\odot O$ 于 G, 连接 BG,

则 $\angle G=\angle DCB$,

$\therefore \angle G + \angle GDB=90^\circ$,

∵ DE 与 ⊙O 相切,

$$\therefore \angle GDB + \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle G = \angle BDE,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle AFC = \angle DBF,$$

$$\text{而 } \angle AFC = \angle ABC + \angle BCD,$$

$$\angle DBF = \angle AED + \angle BDE,$$

$$\therefore \angle AFC = \angle DFB,$$

∴ △FDB 是等腰三角形,

$$\therefore FH = BH = \frac{1}{2}BF = 1, \text{ 则 } FH = 1,$$

$$\therefore HD = \sqrt{DF^2 - FH^2} = 3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ODH \text{ 中, } OH^2 + DH^2 = OD^2,$$

$$\text{即 } (OD - 1)^2 + 3^2 = OD^2,$$

$$\therefore OD = 5,$$

∴ ⊙O 的半径是 5.

解法二: 连接 BD, OD,

$$\therefore \angle A = 2\angle BCD,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BDF,$$

$$\therefore \angle OBD = \angle DBF,$$

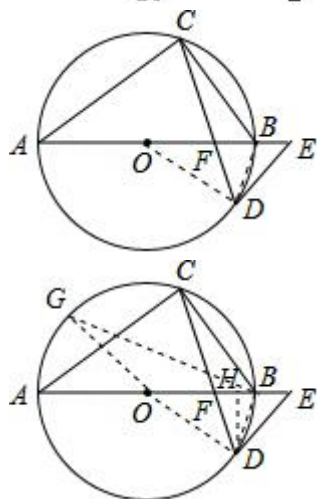
$$\therefore \triangle BOD \sim \triangle BDF,$$

$$\therefore \frac{OD}{DF} = \frac{BD}{BF} = \frac{OB}{BD},$$

$$\therefore OB=OD,$$

$$\therefore BD=DF=\sqrt{10},$$

$$\therefore OD=\frac{BD \cdot DF}{BF}=\frac{\sqrt{10} \times \sqrt{10}}{2}=5.$$



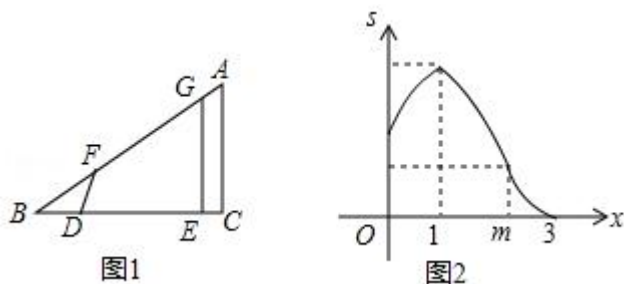
【点评】本题考查了切线的判定和性质，等腰三角形的判定，直角三角形的性质，勾股定理，正确的作出辅助线是解题的关键.

五、解答题：本大题共 3 小题，24 题 11 分，25、26 各 12 分，共 35 分

24. (11 分) 如图 1， $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，线段 DE 在射线 BC 上，且 $DE=AC$ ，线段 DE 沿射线 BC 运动，开始时，点 D 与点 B 重合，点 D 到达点 C 时运动停止，过点 D 作 $DF=DB$ ，与射线 BA 相交于点 F ，过点 E 作 BC 的垂线，与射线 BA 相交于点 G 。设 $BD=x$ ，四边形 $DEGF$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S ， S 关于 x 的函数图象如图 2 所示（其中 $0 < x \leq 1$ ， $1 < x \leq m$ ， $m < x \leq 3$ 时，函数的解析式不同）

(1) 填空： BC 的长是 3；

(2) 求 S 关于 x 的函数关系式，并写出 x 的取值范围.



【考点】LO: 四边形综合题.

【分析】(1) 由图象即可解决问题.

(2) 分三种情形①如图 1 中, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 作 $DM \perp AB$ 于 M, 根据 $S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BDF} - S_{\text{四边形 ECAG}}$ 即可解决.

②如图 2 中, 作 $AN \parallel DF$ 交 BC 于 N, 设 $BN = AN = x$, 在 $\text{RT} \triangle ANC$ 中, 利用勾股定理求出 x , 再根据 $S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BDF} - S_{\text{四边形 ECAG}}$ 即可解决.

③如图 3 中, 根据 $S = \frac{1}{2} CD \cdot CM$, 求出 CM 即可解决问题.

【解答】解: (1) 由图象可知 $BC = 3$.

故答案为 3.

(2) ①如图 1 中, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 作 $DM \perp AB$ 于 M,

由题意 $BC = 3$, $AC = 2$, $\angle C = 90^\circ$,

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{13},$$

$$\because \angle B = \angle B, \angle DMB = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BMD \sim \triangle BCA,$$

$$\therefore \frac{DM}{AC} = \frac{BM}{BC} = \frac{DB}{AB},$$

$$\therefore DM = \frac{2x}{\sqrt{13}}, \quad BM = \frac{3x}{\sqrt{13}},$$

$$\because BD = DF, \quad DM \perp BF,$$

$$\therefore BM = MF,$$

$$\therefore S_{\triangle BDF} = \frac{6}{13}x^2,$$

$$\therefore EG \parallel AC,$$

$$\therefore \frac{EG}{AC} = \frac{BE}{BC},$$

$$\therefore \frac{EG}{2} = \frac{x+2}{3},$$

$$\therefore EG = \frac{2}{3}(x+2),$$

$$\therefore S_{\text{四边形 ECAG}} = \frac{1}{2} \left[2 + \frac{2}{3}(x+2) \right] \cdot (1-x),$$

$$\therefore S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BDF} - S_{\text{四边形 ECAG}} = 3 - \frac{6}{13}x^2 - \frac{1}{2} \left[2 + \frac{2}{3}(x+2) \right] \cdot (1-x) = -\frac{5}{39}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}.$$

②如图②中，作 $AN \parallel DF$ 交 BC 于 N ，设 $BN=AN=x$ ，

在 $RT\triangle ANC$ 中， $\therefore AN^2 = CN^2 + AC^2$ ，

$$\therefore x^2 = 2^2 + (3-x)^2,$$

$$\therefore x = \frac{13}{6},$$

$$\therefore \text{当 } 1 < x \leq \frac{13}{6} \text{ 时, } S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BDF} = 3 - \frac{6}{13}x^2,$$

③如图 3 中，当 $\frac{13}{6} < x \leq 3$ 时，

$$\therefore DM \parallel AN,$$

$$\therefore \frac{CD}{CN} = \frac{CM}{CA},$$

$$\therefore \frac{3-x}{3-\frac{13}{6}} = \frac{CM}{2},$$

$$\therefore CM = \frac{12}{5}(3-x),$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}CD \cdot CM = \frac{6}{5}(3-x)^2,$$

综上所述 $S = \begin{cases} -\frac{5}{39}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} & \text{amp; } (0 \leq x \leq 1) \\ 3 - \frac{6}{13}x^2 & \text{amp; } (1 < x \leq \frac{13}{6}) \\ \frac{6}{5}(3-x)^2 & \text{amp; } (\frac{13}{6} < x \leq 3) \end{cases}$

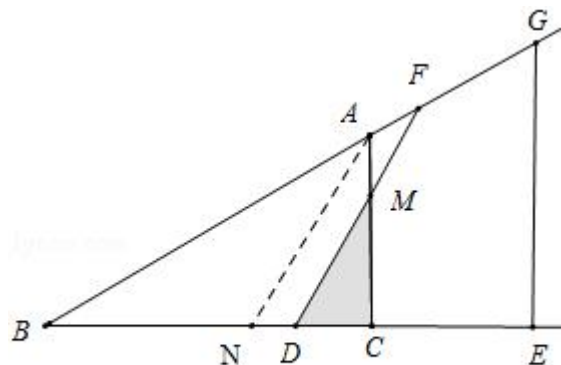


图3

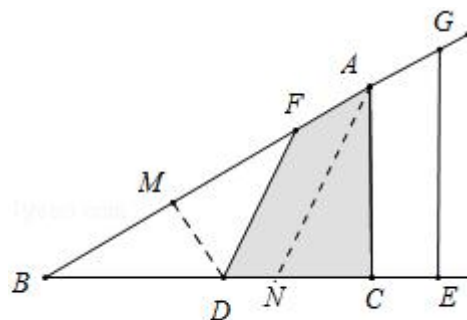


图2

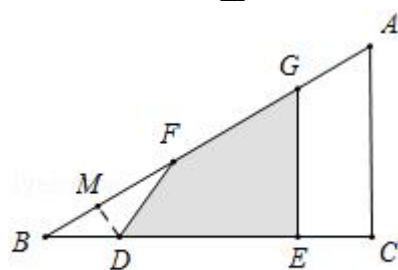


图1

【点评】 本题考查四边形综合题、等腰三角形的性质、相似三角形的性质、勾股定理等知识，解题的关键是学会分类讨论，正确画出图形，属于中考压轴题.

25. (12 分) 阅读下面材料:

小明遇到这样一个问题: 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 在 BC 边上, $\angle DAB = \angle ABD$, $BE \perp AD$, 垂足为 E , 求证: $BC=2AE$.

小明经探究发现, 过点 A 作 $AF \perp BC$, 垂足为 F , 得到 $\angle AFB = \angle BEA$, 从而可

证 $\triangle ABF \cong \triangle BAE$ (如图 2), 使问题得到解决.

- (1) 根据阅读材料回答: $\triangle ABF$ 与 $\triangle BAE$ 全等的条件是 AAS (填“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”或“HL”中的一个)

参考小明思考问题的方法, 解答下列问题:

- (2) 如图 3, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, D 为 BC 的中点, E 为 DC 的中点, 点 F 在 AC 的延长线上, 且 $\angle CDF=\angle EAC$, 若 $CF=2$, 求 AB 的长;

- (3) 如图 4, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 边上, 且 $AD=kDB$ (其中 $0 < k < \frac{\sqrt{3}}{3}$), $\angle AED=\angle BCD$, 求 $\frac{AE}{EC}$ 的值 (用含 k 的式子表示).

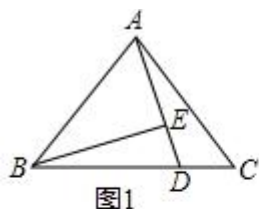


图1

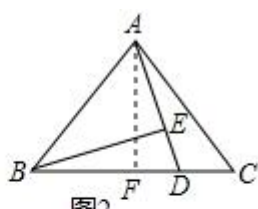


图2

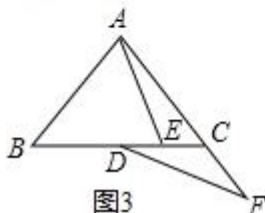


图3

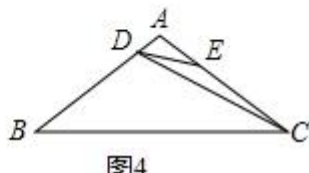


图4

【考点】SO: 相似形综合题.

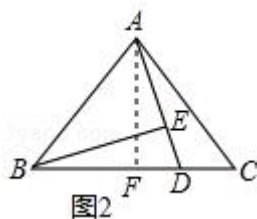
【专题】15: 综合题.

【分析】(1) 作 $AF \perp BC$, 判断出 $\triangle ABF \cong \triangle BAE$ (AAS), 得出 $BF=AE$, 即可;

(2) 先求出 $\tan \angle DAE = \frac{1}{2}$, 再由 $\tan \angle F = \tan \angle DAE$, 求出 CG , 最后用 $\triangle DCG \sim \triangle ACE$ 求出 AC ;

(3) 构造含 30° 角的直角三角形, 设出 DG , 在 $Rt\triangle ABH$, $Rt\triangle ADN$, $Rt\triangle ABH$ 中分别用 a, k 表示出 $AB=2a(k+1)$, $BH=\sqrt{3}a(k+1)$, $BC=2BH=2\sqrt{3}a(k+1)$, $CG=\sqrt{3}a(2k+1)$, $DN=\sqrt{3}ka$, 最后用 $\triangle NDE \sim \triangle GDC$, 求出 AE, EC 即可.

【解答】证明：(1) 如图 2,



作 $AF \perp BC$,

$\because BE \perp AD, \therefore \angle AFB = \angle BEA$,

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle BAE$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFB = \angle BEA \\ \angle DAB = \angle ABD, \\ AB = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BAE$ (AAS),

$\therefore BF = AE$

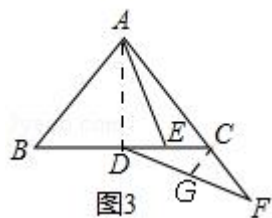
$\because AB = AC, AF \perp BC$,

$\therefore BF = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore BC = 2AE$,

故答案为 AAS

(2) 如图 3,



连接 AD, 作 $CG \perp AF$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是 BC 中点,

$\therefore AD = CD$,

$\because$ 点 E 是 DC 中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore \tan \angle DAE = \frac{DE}{AD} = \frac{\frac{1}{2}CD}{AD} = \frac{1}{2},$$

$\therefore AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, 点 D 为 BC 中点,

$$\therefore \angle ADC=90^\circ, \angle ACB=\angle DAC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle F+\angle CDF=\angle ACB=45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF=\angle EAC,$$

$$\therefore \angle F+\angle EAC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE+\angle EAC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle F=\angle DAE,$$

$$\therefore \tan \angle F=\tan \angle DAE=\frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{CG}{CF}=\frac{1}{2},$$

$$\therefore CG=\frac{1}{2} \times 2=1,$$

$$\therefore \angle ACG=90^\circ, \angle ACB=45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCG=45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF=\angle EAC,$$

$$\therefore \triangle DCG \sim \triangle ACE,$$

$$\therefore \frac{DC}{AC}=\frac{CG}{CE},$$

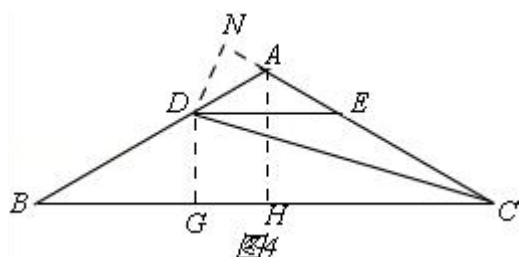
$$\therefore CD=\frac{\sqrt{2}}{2}AC, CE=\frac{1}{2}CD=\frac{\sqrt{2}}{4}AC,$$

$$\therefore \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}AC}{AC}=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{4}AC},$$

$$\therefore AC=4;$$

$$\therefore AB=4;$$

(3) 如图 4,



过点 D 作 $DG \perp BC$, 设 $DG=a$,

在 $Rt\triangle BGD$ 中, $\angle B=30^\circ$,

$$\therefore BD=2a, \quad BG=\sqrt{3}a,$$

$$\because AD=kDB,$$

$$\therefore AD=2ka, \quad AB=BD+AD=2a+2ka=2a(k+1),$$

过点 A 作 $AH \perp BC$,

在 $Rt\triangle ABH$ 中, $\angle B=30^\circ$.

$$\therefore BH=\sqrt{3}a(k+1),$$

$$\because AB=AC, \quad AH \perp BC,$$

$$\therefore BC=2BH=2\sqrt{3}a(k+1),$$

$$\therefore CG=BC - BG=\sqrt{3}a(2k+1),$$

过 D 作 $DN \perp AC$ 交 CA 延长线与 N,

$$\because \angle BAC=120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAN=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADN=30^\circ,$$

$$\therefore AN=ka, \quad DN=\sqrt{3}ka,$$

$$\because \angle DGC=\angle AND=90^\circ, \quad \angle AED=\angle BCD,$$

$$\therefore \triangle NDE \sim \triangle GDC.$$

$$\therefore \frac{DN}{DG} = \frac{NE}{CG},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}ka}{a} = \frac{NE}{\sqrt{3}a(2k+1)},$$

$$\therefore NE = 3ak(2k+1),$$

$$\therefore AN = ka,$$

$$\therefore AE = NE - AN = 2ak(3k+1),$$

$$\therefore EC = AC - AE = AB - AE = 2a(k+1) - 2ak(3k+1) = 2a(1-3k^2),$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{2ak(3k+1)}{2a(1-3k^2)} = \frac{3k^2+k}{1-3k^2}.$$

【点评】此题是相似形综合题，主要考查了全等三角形的判定和性质，相似三角形的性质和判定，等腰三角形的性质，等腰直角三角形的性质，中点的定义，解本题的关键是作出辅助线，也是本题的难点.

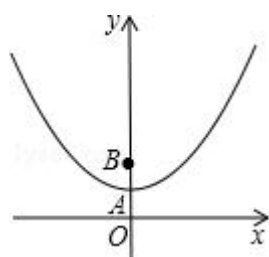
26. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 + \frac{1}{4}$ 与 y 轴相交于点

A，点 B 与点 O 关于点 A 对称

(1) 填空：点 B 的坐标是 $(0, \frac{1}{2})$ ；

(2) 过点 B 的直线 $y = kx + b$ (其中 $k < 0$) 与 x 轴相交于点 C，过点 C 作直线 l 平行于 y 轴，P 是直线 l 上一点，且 $PB = PC$ ，求线段 PB 的长 (用含 k 的式子表示)，并判断点 P 是否在抛物线上，说明理由；

(3) 在 (2) 的条件下，若点 C 关于直线 BP 的对称点 C' 恰好落在该抛物线的对称轴上，求此时点 P 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 由抛物线解析式可求得 A 点坐标，再利用对称可求得 B 点坐标；

(2) 可先用 k 表示出 C 点坐标，过 B 作 $BD \perp l$ 于点 D，条件可知 P 点在 x 轴上方，设 P 点纵坐标为 y，可表示出 PD、PB 的长，在 $Rt\triangle PBD$ 中，利用勾股定理可求得 y，则可求出 PB 的长，此时可得出 P 点坐标，代入抛物线解析式可判断 P 点在抛物线上；

(3) 利用平行线和轴对称的性质可得到 $\angle OBC = \angle CBP = \angle C'BP = 60^\circ$ ，则可求得 OC 的长，代入抛物线解析式可求得 P 点坐标.

【解答】解：

(1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 + \frac{1}{4}$ 与 y 轴相交于点 A，

$$\therefore A \left(0, \frac{1}{4}\right),$$

$\because$ 点 B 与点 O 关于点 A 对称，

$$\therefore BA = OA = \frac{1}{4},$$

$$\therefore OB = \frac{1}{2}, \text{ 即 B 点坐标为 } \left(0, \frac{1}{2}\right),$$

故答案为： $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ；

(2) $\because$ B 点坐标为 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ，

$$\therefore \text{直线解析式为 } y = kx + \frac{1}{2}, \text{ 令 } y = 0 \text{ 可得 } kx + \frac{1}{2} = 0, \text{ 解得 } x = -\frac{1}{2k},$$

$$\therefore OC = -\frac{1}{2k},$$

$$\therefore PB = PC,$$

$\therefore$ 点 P 只能在 x 轴上方，

如图 1，过 B 作 $BD \perp l$ 于点 D，设 $PB = PC = m$ ，

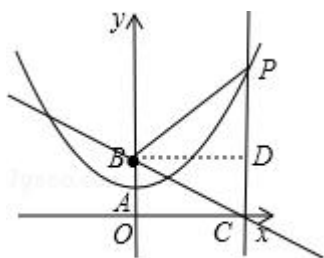


图1

则 $BD=OC=-\frac{1}{2k}$, $CD=OB=\frac{1}{2}$,

$\therefore PD=PC-CD=m-\frac{1}{2}$,

在 $Rt\triangle PBD$ 中, 由勾股定理可得 $PB^2=PD^2+BD^2$,

即 $m^2=(m-\frac{1}{2})^2+(-\frac{1}{2k})^2$, 解得 $m=\frac{1}{4}+\frac{1}{4k^2}$,

$\therefore PC=PB=\frac{1}{4}+\frac{1}{4k^2}$,

$\therefore P$ 点坐标为 $(-\frac{1}{2k}, \frac{1}{4}+\frac{1}{4k^2})$,

当 $x=-\frac{1}{2k}$ 时, 代入抛物线解析式可得 $y=\frac{1}{4}+\frac{1}{4k^2}$,

$\therefore$ 点 P 在抛物线上;

(3) 如图 2, 连接 CC' ,

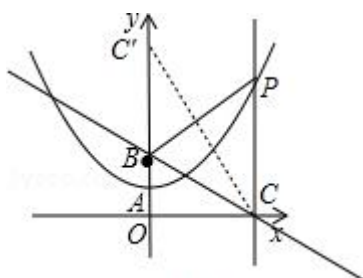


图2

$\because l \parallel y$ 轴,

$\therefore \angle OBC = \angle PCB$,

又 $PB=PC$,

$\therefore \angle PCB = \angle PBC$,

$\therefore \angle PBC = \angle OBC$,

又 C、C' 关于 BP 对称，且 C' 在抛物线的对称轴上，即在 y 轴上，

$$\therefore \angle PBC = \angle PBC',$$

$$\therefore \angle OBC = \angle CBP = \angle C'BP = 60^\circ,$$

在 Rt△OBC 中， $OB = \frac{1}{2}$ ，则 $BC = 1$

$$\therefore OC = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 即 P 点的横坐标为 } \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 代入抛物线解析式可得 } y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} = 1,$$

$$\therefore \text{P 点坐标为 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right).$$

【点评】 本题为二次函数的综合应用，涉及知识点有轴对称的性质、平行线的性质、勾股定理、等腰三角形的性质、二次函数的性质等．在 (2) 中构造直角三角形，利用勾股定理得到关于 PC 的长的方程是解题的关键，在 (3) 中求得 $\angle OBC = \angle CBP = \angle C'BP = 60^\circ$ 是解题的关键．本题考查知识点较多，综合性较强，难度适中．