

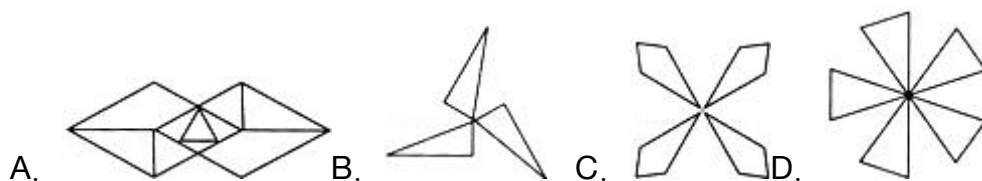
2015 年辽宁省葫芦岛市中考数学试卷

一.选择题 (每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中只有一个是符合题意的)

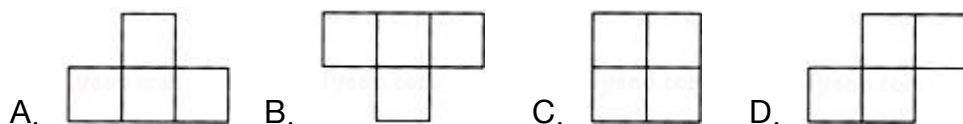
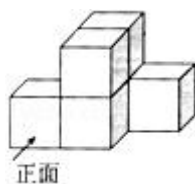
1. (2015•葫芦岛) $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

2. (2015•葫芦岛) 下列图形属于中心对称图形的是 ()



3. (2015•葫芦岛) 从正面观察下面几何体, 能看到的平面图形是 ()



4. (2015•葫芦岛) 不等式组 $\begin{cases} x+2 > 1 \\ 7-4x \geq -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



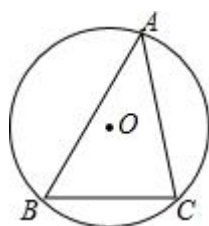
5. (2015•葫芦岛) 张老师随机抽取 6 名学生, 测试他们的打字能力, 测得他们每分钟打字个数分别为: 100, 80, 70, 80, 90, 95, 那么这组数据的中位数是 ()

- A. 80 B. 90 C. 85 D. 75

6. (2015•葫芦岛) 下列事件属于必然事件的是 ()

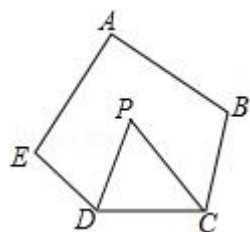
- A. 蒙上眼睛射击正中靶心
- B. 买一张彩票一定中奖
- C. 打开电视机, 电视正在播放新闻联播
- D. 月球绕着地球转

7. (2015•葫芦岛) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\odot O$ 的半径为 3, $\angle A=45^\circ$, 则 $\widehat{BC}$ 的长是 ()



- A. $\frac{3\pi}{4}$
- B. $\frac{3\pi}{2}$
- C. $\frac{45\pi}{2}$
- D. $\frac{9\pi}{4}$

8. (2015•葫芦岛) 如图, 在五边形 ABCDE 中, $\angle A + \angle B + \angle E = 300^\circ$, DP、CP 分别平分 $\angle EDC$ 、 $\angle BCD$, 则 $\angle P$ 的度数是 ()



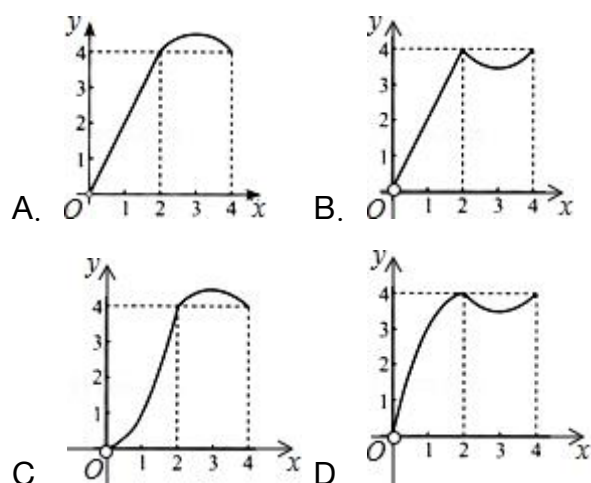
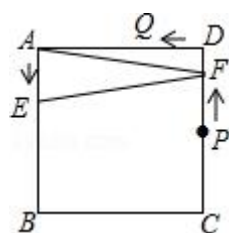
- A. 60°
- B. 65°
- C. 55°
- D. 50°

9. (2015•葫芦岛) 已知 k 、 b 是一元二次方程 $(2x+1)(3x-1)=0$ 的两个根, 且 $k > b$, 则函数 $y=kx+b$ 的图象不经过 ()

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

10. (2015•葫芦岛) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 4, 点 P、Q 分别是 CD、AD 的中点, 动点 E 从点 A 向点 B 运动, 到点 B 时停止运动; 同时, 动点 F 从点 P 出发, 沿 $P \rightarrow D \rightarrow Q$ 运动, 点 E、F 的运动速度相同. 设点 E 的运动路程为

x , $\triangle AEF$ 的面积为 y , 能大致刻画 y 与 x 的函数关系的图象是 ()



二.填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

11. (2015•葫芦岛) 若代数式 $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

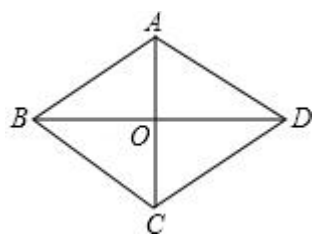
12. (2015•葫芦岛) 根据最新年度报告, 全球互联网用户达到 3 200 000 000 人, 请将 3 200 000 000 用科学记数法表示_____.

13. (2015•葫芦岛) 分解因式: $4m^2 - 9n^2 =$ _____.

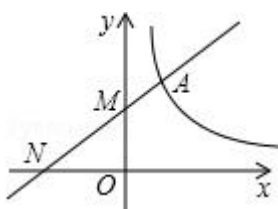
14. (2015•葫芦岛) 若一元二次方程 $(m-1)x^2 - 4x - 5 = 0$ 没有实数根, 则 m 的取值范围是_____.

15. (2015•葫芦岛) 甲、乙两人进行射击测试, 每人 10 次射击成绩的平均数都是 8.8 环, 方差分别是: $S_{\text{甲}}^2 = 1$, $S_{\text{乙}}^2 = 0.8$, 则射击成绩较稳定的是_____. (填“甲”或“乙”)

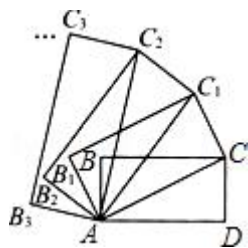
16. (2015•葫芦岛) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=10$, $AC=12$, 则它的面积是_____.



17. (2015•葫芦岛) 如图, 一次函数 $y=kx+2$ 与反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象交于点 A , 与 y 轴交于点 M , 与 x 轴交于点 N , 且 $AM:MN=1:2$, 则 $k=$ _____.



18. (2015•葫芦岛) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=2$, $CD=1$, 连接 AC , 以对角线 AC 为边, 按逆时针方向作矩形 $ABCD$ 的相似矩形 AB_1C_1C , 再连接 AC_1 , 以对角线 AC_1 为边作矩形 AB_1C_1C 的相似矩形 $AB_2C_2C_1$, ..., 按此规律继续下去, 则矩形 $AB_nC_nC_{n-1}$ 的面积为_____.

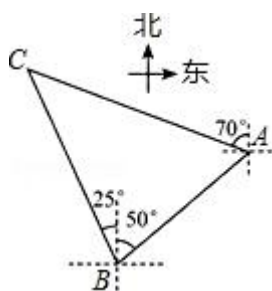


三.解答题

19. (10 分) (2015•葫芦岛) 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x}) \div \frac{2x-1}{x^2+x}$, 其中 $x=3$.

20. (12 分) (2015•葫芦岛) 某超市计划经销一些特产, 经销前, 围绕“A: 绥中白梨, B: 虹螺岬干豆腐, C: 绥中六股河鸭蛋, D: 兴城红崖子花生”四种特产, 在全市范围内随机抽取了部分市民进行问卷调查: “我最喜欢的特产是什么?” (必选且只选一种). 现将调查结果整理后, 绘制成如图所示的不完整的扇形统计图和条形统计图.

21. (12 分) (2015•葫芦岛) 如图, 小岛 A 在港口 B 的北偏东 50° 方向, 小岛 C 在港口 B 的北偏西 25° 方向, 一艘轮船以每小时 20 海里的速度从港口 B 出发向小岛 A 航行, 经过 5 小时到达小岛 A, 这时测得小岛 C 在小岛 A 的北偏西 70° 方向, 求小岛 A 距离小岛 C 有多少海里? (最后结果精确到 1 海里, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.1414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



22. (12 分) (2015•葫芦岛) 某中学要进行理、化实验加试, 需用九年级两个班级的学生整理实验器材. 已知一班单独整理需要 30 分钟完成.

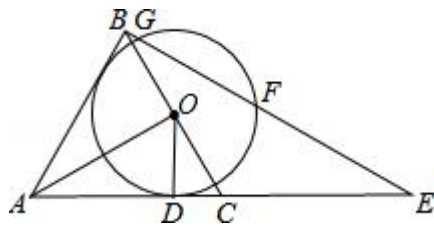
(1) 如果一班与二班共同整理 15 分钟后，一班另有任务需要离开，剩余工作由二班单独整理 15 分钟才完成任务，求二班单独整理这批实验器材需要多少分钟？

(2) 如果一、二的工作效率不变，先由二班单独整理，时间不超过 20 分钟，剩余工作再由一班独立完成，那么整理完这批器材一班至少还需要多少分钟？

23. (12 分) (2015•葫芦岛) 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $AO \perp BC$ ，垂足为点 O ， $\odot O$ 与 AC 相切于点 D ， $BE \perp AB$ 交 AC 的延长线于点 E ，与 $\odot O$ 相交于 G 、 F 两点.

(1) 求证： AB 与 $\odot O$ 相切；

(2) 若等边三角形 ABC 的边长是 4，求线段 BF 的长？



24. (12 分) (2015•葫芦岛) 小明开了一家网店，进行社会实践，计划经销甲、乙两种商品. 若甲商品每件利润 10 元，乙商品每件利润 20 元，则每周能卖出甲商品 40 件，乙商品 20 件. 经调查，甲、乙两种商品零售单价分别每降价 1 元，这两种商品每周可各多销售 10 件. 为了提高销售量，小明决定把甲、乙两种商品的零售单价都降价 x 元.

(1) 直接写出甲、乙两种商品每周的销售量 y (件) 与降价 x (元) 之间的函数关系式： $y_{\text{甲}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y_{\text{乙}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

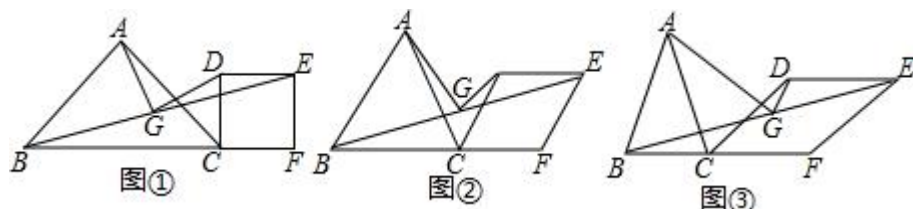
(2) 求出小明每周销售甲、乙两种商品获得的总利润 W (元) 与降价 x (元) 之间的函数关系式? 如果每周甲商品的销售量不低于乙商品的销售量的 $\frac{3}{2}$, 那么当 x 定为多少元时, 才能使小明每周销售甲、乙两种商品获得的总利润最大?

25. (12 分) (2015•葫芦岛) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 F 是 BC 延长线上一点, 以 CF 为边, 作菱形 $CDEF$, 使菱形 $CDEF$ 与点 A 在 BC 的同侧, 连接 BE , 点 G 是 BE 的中点, 连接 AG 、 DG .

(1) 如图①, 当 $\angle BAC = \angle DCF = 90^\circ$ 时, 直接写出 AG 与 DG 的位置和数量关系;

(2) 如图②, 当 $\angle BAC = \angle DCF = 60^\circ$ 时, 试探究 AG 与 DG 的位置和数量关系,

(3) 当 $\angle BAC = \angle DCF = \alpha$ 时, 直接写出 AG 与 DG 的数量关系.

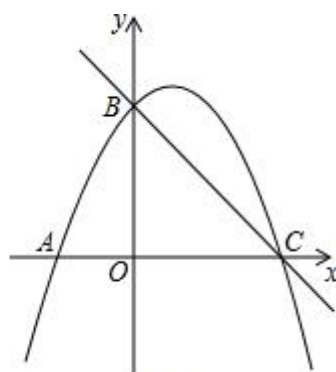
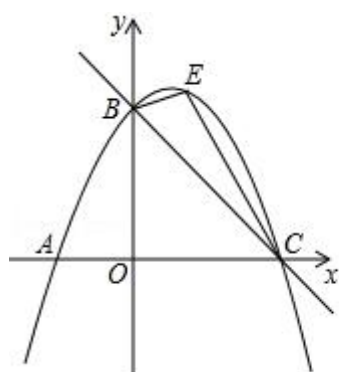


26. (14 分) (2015•葫芦岛) 如图, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = ax^2 + \frac{3}{4}x + c$ 经过 B 、 C 两点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图，点 E 是直线 BC 上方抛物线上的一动点，当 $\triangle BEC$ 面积最大时，请求出点 E 的坐标和 $\triangle BEC$ 面积的最大值？

(3) 在 (2) 的结论下，过点 E 作 y 轴的平行线交直线 BC 于点 M ，连接 AM ，点 Q 是抛物线对称轴上的动点，在抛物线上是否存在点 P ，使得以 P 、 Q 、 A 、 M 为顶点的四边形是平行四边形？如果存在，请直接写出点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由。



备用图

2015 年辽宁省葫芦岛市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一.选择题 (每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中只有一个是符合题意的)

1. (2015•葫芦岛) $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是 ()

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

考点: 绝对值.

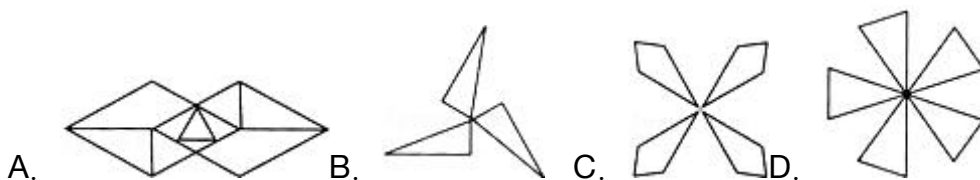
分析: 根据一个负数的绝对值是它的相反数进行解答即可.

解答: 解: $|- \frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$,

故选: B.

点评: 本题考查的是绝对值的性质, 掌握一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0 是解题的关键.

2. (2015•葫芦岛) 下列图形属于中心对称图形的是 ()



考点: 中心对称图形.

分析: 根据中心对称图形的定义即可作出判断.

解答: 解: A、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故选项错误;

B、不是中心对称图形, 故选项错误;

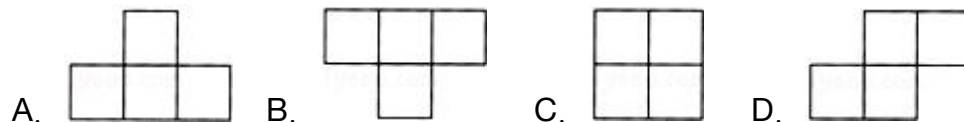
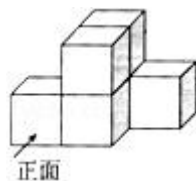
C、是中心对称图形, 故选项正确;

D、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故选项错误.

故选 C.

点评: 本题主要考查了中心对称图形的概念: 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180 度后两部分重合.

3. (2015•葫芦岛) 从正面观察下面几何体, 能看到的平面图形是 ()



考点: 简单组合体的三视图.

分析: 找到从正面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

解答: 解: 从正面看易得第一层有 1 个正方形, 在中间, 第二层从左到右有 3 个正方形.

故选 A.

点评: 本题考查了三视图的知识, 主视图是从物体的正面看得到的视图.

4. (2015•葫芦岛) 不等式组 $\begin{cases} x+2 > 1 \\ 7-4x \geq -1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

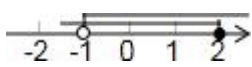


考点: 在数轴上表示不等式的解集; 解一元一次不等式组.

分析: 先解不等式组中的每一个不等式, 再把不等式的解集表示在数轴上即可.

解答： 解：解不等式①得： $x > -1$ ；

解不等式②得： $x \leq 2$ ，

所以不等式组在数轴上的解集为：

故选 C

点评： 不等式组的解集在数轴上表示的方法：把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画），在表示解集时“ $\geq$ ， $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ， $>$ ”要用空心圆点表示.

5. （2015•葫芦岛）张老师随机抽取 6 名学生，测试他们的打字能力，测得他们每分钟打字个数分别为：100，80，70，80，90，95，那么这组数据的中位数是（ ）

A. 80

B. 90

C. 85

D. 75

考点： 中位数.

分析： 根据中位数的概念求解.

解答： 解：这组数据按从小到大的顺序排列为：70，80，80，90，95，100，
则中位数为： $\frac{80+90}{2}=85$.

故选 C.

点评： 本题考查了中位数的知识，将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

6. （2015•葫芦岛）下列事件属于必然事件的是（ ）

A. 蒙上眼睛射击正中靶心

B. 买一张彩票一定中奖

C. 打开电视机，电视正在播放新闻联播

D. 月球绕着地球转

考点： 随机事件.

分析： 必然事件就是一定发生的事件，根据定义即可判断.

解答： 解： A、蒙上眼睛射击正中靶心是随机事件，故选项错误；

B、买一张彩票一定中奖是不可能事件，错误；

C、打开电视机，电视正在播放新闻联播是随机事件，故选项错误；

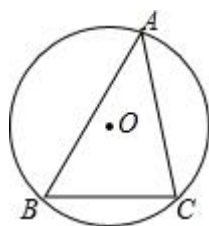
D、月球绕着地球转是必然事件，正确；

故选 D

点评： 本题考查了必然事件，解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 必然事件指在一定条件下一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

7. (2015•葫芦岛) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\odot O$ 的半径为 3， $\angle A=45^\circ$ ，

则 $\widehat{BC}$ 的长是 ()



A. $\frac{3}{4}\pi$

B. $\frac{3}{2}\pi$

C. $\frac{45}{2}\pi$

D. $\frac{9}{4}\pi$

考点： 弧长的计算；圆周角定理.

分析： 根据圆周角得出圆心角为 90° ，再利用弧长公式计算即可.

解答： 解： 因为 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\odot O$ 的半径为 3， $\angle A=45^\circ$ ，

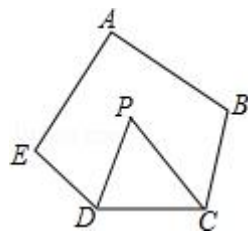
所以可得圆心角 $\angle BOC=90^\circ$,

所以 $\widehat{BC}$ 的长 $=\frac{90^\circ \times \pi \times 3}{180}=\frac{3}{2}\pi$,

故选 B.

点评: 此题考查弧长公式, 关键是根据圆周角得出圆心角为 90° .

8. (2015•葫芦岛) 如图, 在五边形 $ABCDE$ 中, $\angle A+\angle B+\angle E=300^\circ$, DP 、 CP 分别平分 $\angle EDC$ 、 $\angle BCD$, 则 $\angle P$ 的度数是 ()



A. 60°

B. 65°

C. 55°

D. 50°

考点: 多边形内角与外角; 三角形内角和定理.

分析: 根据五边形的内角和等于 540° , 由 $\angle A+\angle B+\angle E=300^\circ$, 可求 $\angle BCD+\angle CDE$ 的度数, 再根据角平分线的定义可得 $\angle PDC$ 与 $\angle PCD$ 的角度和, 进一步求得 $\angle P$ 的度数.

解答: 解: $\because$ 五边形的内角和等于 540° , $\angle A+\angle B+\angle E=300^\circ$,

$$\therefore \angle BCD+\angle CDE=540^\circ-300^\circ=240^\circ,$$

$\because \angle BCD$ 、 $\angle CDE$ 的平分线在五边形内相交于点 O ,

$$\therefore \angle PDC+\angle PCD=\frac{1}{2}(\angle BCD+\angle CDE)=120^\circ,$$

$$\therefore \angle P=180^\circ-120^\circ=60^\circ.$$

故选: A.

点评： 本题主要考查了多边形的内角和公式，角平分线的定义，熟记公式是解题的关键．注意整体思想的运用．

9. (2015•葫芦岛) 已知 k 、 b 是一元二次方程 $(2x+1)(3x-1)=0$ 的两个根，且 $k > b$ ，则函数 $y=kx+b$ 的图象不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

考点： 一次函数图象与系数的关系；解一元二次方程-因式分解法．

分析： 首先利用因式分解法解一元二次方程求出 k 和 b 的值，然后判断函数 $y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}$ 的图象不经过的象限即可．

解答： 解：∵ k 、 b 是一元二次方程 $(2x+1)(3x-1)=0$ 的两个根，且 $k > b$ ，

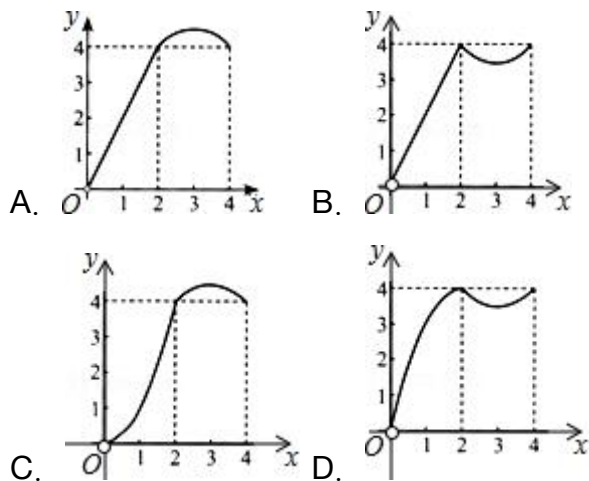
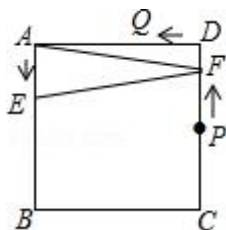
$$\therefore k=\frac{1}{3}, \quad b=-\frac{1}{2},$$

∴ 函数 $y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}$ 的图象不经过第二象限，

故选 B.

点评： 本题主要考查了一次函数图象与系数的关系以及因式分解法解一元二次方程的知识，解答本题的关键是利用因式分解法求出 k 和 b 的值，此题难度不大．

10. (2015•葫芦岛) 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 P 、 Q 分别是 CD 、 AD 的中点，动点 E 从点 A 向点 B 运动，到点 B 时停止运动；同时，动点 F 从点 P 出发，沿 $P \rightarrow D \rightarrow Q$ 运动，点 E 、 F 的运动速度相同．设点 E 的运动路程为 x ， $\triangle AEF$ 的面积为 y ，能大致刻画 y 与 x 的函数关系的图象是 ()

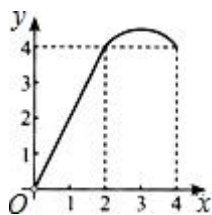


考点： 动点问题的函数图象.

专题： 应用题.

分析： 分 F 在线段 PD 上，以及线段 DQ 上两种情况，表示出 y 与 x 的函数解析式，即可做出判断.

解答： 解：当 F 在 PD 上运动时， $\triangle AEF$ 的面积为 $y = \frac{1}{2}AE \cdot AD = 2x$ ($0 \leq x \leq 2$),
当 F 在 DQ 上运动时， $\triangle AEF$ 的面积为 $y = \frac{1}{2}AE \cdot AF = \frac{1}{2}x(x-2) = \frac{1}{2}x^2 - x$ ($2 < x \leq 4$),
图象为：



故选 A

点评： 此题考查了动点问题的函数问题，解决本题的关键是读懂图意，得到相应 y 与 x 的函数解析式.

二.填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

11. (2015•葫芦岛) 若代数式 $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$.

考点: 二次根式有意义的条件; 分式有意义的条件.

分析: 利用二次根式有意义的条件以及分式有意义的条件得出即可.

解答: 解: $\because \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 有意义,

$\therefore x \geq 0, x - 1 \neq 0,$

$\therefore$ 实数 x 的取值范围是: $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$.

故答案为: $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$.

点评: 此题主要考查了二次根式有意义以及分式有意义的条件, 正确把握定义是解题关键.

12. (2015•葫芦岛) 根据最新年度报告, 全球互联网用户达到 3 200 000 000 人, 请将 3 200 000 000 用科学记数法表示 3.2×10^9 .

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数. 确定 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$, n 为整数) 中 n 的值, 由于 3 200 000 000 有 10 位, 所以可以确定 $n=9$.

解答: 解: $3200000000 = 3.2 \times 10^9$,

故答案为: 3.2×10^9 .

点评： 本题考查学生对科学记数法的掌握，一定要注意 a 的形式，以及指数 n 的确定方法.

13. (2015•葫芦岛) 分解因式: $4m^2 - 9n^2 = \underline{(2m+3n)(2m-3n)}$.

考点： 因式分解-运用公式法.

分析： 直接利用平方差公式分解因式得出即可.

解答： 解: $4m^2 - 9n^2 = (2m+3n)(2m-3n)$.

故答案为: $(2m+3n)(2m-3n)$.

点评： 此题主要考查了运用公式法分解因式, 正确应用平方差公式是解题关键.

14. (2015•葫芦岛) 若一元二次方程 $(m-1)x^2 - 4x - 5 = 0$ 没有实数根, 则 m 的取值范围是 $\underline{m < \frac{1}{5}}$.

考点： 根的判别式; 一元二次方程的定义.

分析： 据关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 - 4x - 5 = 0$ 没有实数根, 得出 $\Delta = 16 - 4(m-1) \times (-5) < 0$, 从而求出 m 的取值范围.

解答： 解: $\because$ 一元二次方程 $(m-1)x^2 - 4x - 5 = 0$ 没有实数根,

$$\therefore \Delta = 16 - 4(m-1) \times (-5) < 0, \text{ 且 } m-1 \neq 0,$$

$$\therefore m < \frac{1}{5}.$$

故答案为: $m < \frac{1}{5}$.

点评： 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$:

当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当

$\Delta < 0$, 方程没有实数根.

15. (2015•葫芦岛) 甲、乙两人进行射击测试, 每人 10 次射击成绩的平均数都是 8.8 环, 方差分别是: $S_{\text{甲}}^2=1$, $S_{\text{乙}}^2=0.8$, 则射击成绩较稳定的是乙. (填“甲”或“乙”)

考点: 方差; 算术平均数.

分析: 直接根据方差的意义求解.

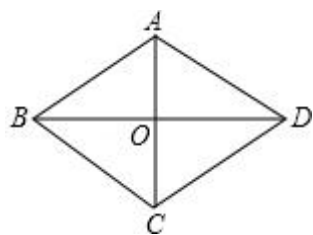
解答: 解: $\because S_{\text{甲}}^2=1$, $S_{\text{乙}}^2=0.8$, $1 > 0.8$,

$\therefore$ 射击成绩比较稳定的是乙,

故答案为: 乙.

点评: 本题考查了方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差. 方差通常用 s^2 来表示, 计算公式是: $s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$; 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

16. (2015•葫芦岛) 如图, 在菱形 ABCD 中, $AB=10$, $AC=12$, 则它的面积是96.



考点: 菱形的性质.

分析: 首先根据勾股定理可求出 BO 的长, 进而求出 BD 的长, 再根据菱形的面积等于对角线乘积的一半列式计算即可得解.

解答： 解： $\because$ 四边形 ABCD 是菱形，

$$\therefore AC \perp BD,$$

$$\therefore AC=12,$$

$$\therefore AO=6,$$

$$\therefore AB=10,$$

$$\therefore BO = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

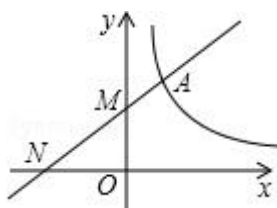
$$\therefore BD=16,$$

$$\therefore \text{菱形的面积 } S = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96.$$

故答案为： 96.

点评： 本题考查了菱形的性质以及勾股定理的运用，熟练掌握菱形的面积等于对角线乘积的一半是解题的关键.

17. (2015•葫芦岛) 如图，一次函数 $y=kx+2$ 与反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象交于点 A，与 y 轴交于点 M，与 x 轴交于点 N，且 $AM:MN=1:2$ ，则 $k=$ $\frac{3}{4}$.



考点： 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析： 利用相似三角形的判定与性质得出 A 点坐标，进而代入一次函数解析式得出答案.

解答： 解： 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴，

由题意可得： $MO \parallel AD$,

则 $\triangle NOM \sim \triangle NDA$,

$$\therefore AM:MN=1:2,$$

$$\therefore \frac{NM}{AN} = \frac{MO}{AD} = \frac{2}{3},$$

$\therefore$ 一次函数 $y=kx+2$, 与 y 轴交点为: $(0, 2)$,

$$\therefore MO=2,$$

$$\therefore AD=3,$$

$$\therefore y=3 \text{ 时, } 3=\frac{4}{x},$$

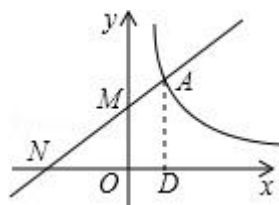
$$\text{解得: } x=\frac{4}{3},$$

$\therefore A\left(\frac{4}{3}, 3\right)$, 将 A 点代入 $y=kx+2$ 得:

$$3=\frac{4}{3}k+2,$$

$$\text{解得: } k=\frac{3}{4}.$$

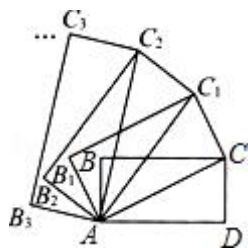
故答案为: $\frac{3}{4}$.



点评: 此题主要考查了反比例函数与一次函数交点问题以及相似三角形的判定与性质等知识, 得出 A 点坐标是解题关键.

18. (2015•葫芦岛) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=2$, $CD=1$, 连接 AC , 以对角线 AC 为边, 按逆时针方向作矩形 $ABCD$ 的相似矩形 AB_1C_1C , 再连接 AC_1 , 以对角线 AC_1 为边作矩形 AB_1C_1C 的相似矩形 $AB_2C_2C_1$, ..., 按此规律继续下去,

则矩形 $AB_nC_nC_{n-1}$ 的面积为 $\frac{5^n}{2^{2n-1}}$.



考点：相似多边形的性质.

专题：规律型.

分析：根据已知和矩形的性质可分别求得 AC , AC_1 , AC_2 的长, 从而可发现规律, 根据规律即可求得第 n 个矩形的面积.

解答：解:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD \perp DC$,

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$\therefore$ 按逆时针方向作矩形 $ABCD$ 的相似矩形 AB_1C_1C ,

$\therefore$ 矩形 AB_1C_1C 的边长和矩形 $ABCD$ 的边长的比为 $\sqrt{5}:2$

$\therefore$ 矩形 AB_1C_1C 的面积和矩形 $ABCD$ 的面积之比 $5:4$,

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的面积 $= 2 \times 1 = 2$,

$$\therefore \text{矩形 } AB_1C_1C \text{ 的面积} = \frac{5}{2},$$

依此类推, 矩形 $AB_2C_2C_1$ 的面积和矩形 AB_1C_1C 的面积之比 $5:4$

$$\therefore \text{矩形 } AB_2C_2C_1 \text{ 的面积} = \frac{5^2}{2^3}$$

$$\therefore \text{矩形 } AB_3C_3C_2 \text{ 的面积} = \frac{5^3}{2^5},$$

按此规律第 n 个矩形的面积为: $\frac{5^n}{2^{2n-1}}$

故答案为: $\frac{5^n}{2^{2n-1}}$.

点评: 本题考查了矩形的性质, 勾股定理, 相似多边形的性质, 解此题的关键是能根据求出的结果得出规律.

三.解答题

19. (10 分) (2015•葫芦岛) 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x}) \div \frac{2x-1}{x^2+x}$, 其中 $x=3$.

考点: 分式的化简求值.

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

解答: 解: 原式 $= \frac{x^2 - (x-1)^2}{x(x-1)} \cdot \frac{x(x+1)}{2x-1} = \frac{2x-1}{x(x-1)} \cdot \frac{x(x+1)}{2x-2} = \frac{x+1}{x-1}$,

当 $x=3$ 时, 原式 $=2$.

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算是解本题的关键.

20. (12 分) (2015•葫芦岛) 某超市计划经销一些特产, 经销前, 围绕“A: 绥中白梨, B: 虹螺岬干豆腐, C: 绥中六股河鸭蛋, D: 兴城红崖子花生”四种特产, 在全市范围内随机抽取了部分市民进行问卷调查: “我最喜欢的特产是什么?” (必选且只选一种). 现将调查结果整理后, 绘制成如图所示的不完整的扇形统计图和条形统计图.

请根据所给信息解答以下问题:

(1) 请补全扇形统计图和条形统计图;

(2) 若全市有 280 万市民，估计全市最喜欢“虹螺岬干豆腐”的市民约有多少万人？

(3) 在一个不透明的口袋中有四个分别写上四种特产标记 A、B、C、D 的小球（除标记外完全相同），随机摸出一个小球然后放回，混合摇匀后，再随机摸出一个小球，则两次都摸到“A”的概率为 $\frac{1}{16}$ 。

“我最喜欢的特产”扇形统计图

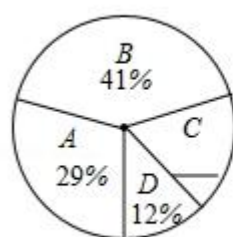


图1

“我最喜欢的特产”条形统计图

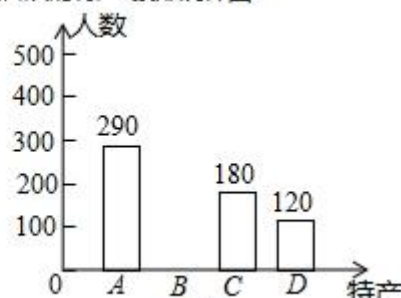


图2

考点：列表法与树状图法；用样本估计总体；扇形统计图；条形统计图.

分析：（1）根据 A 的人数与所占的百分比列式求出随机抽取的总人数，再求出 B 的人数，最后补全两个统计图即可；

（2）用全市的总人数乘以 B 所占的百分比，计算即可得解；

（3）画出树状图，然后根据概率公式列式计算即可得解.

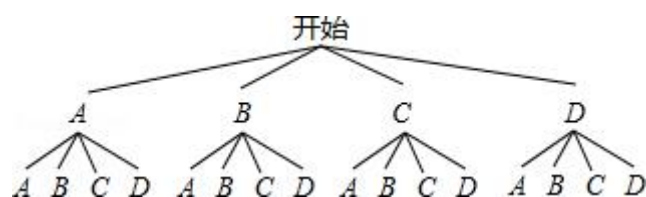
解答：解：（1）被抽查的总人数： $290 \div 29\% = 1000$,

B 的人数： $1000 - 290 - 180 - 120 = 410$,

C 所占的百分比： $180 \div 1000 = 18\%$;

（2） $280 \times 41\% = 114.8$ （万人），

答：最喜欢“虹螺岬干豆腐”的市民约有 114.8 万人；



(3) 根据题意作出树状图如下:

一共有 16 种情况，两次都摸到“A”的有 1 种情况，

$$\text{所以 } P(A, A) = \frac{1}{16}.$$

故答案为: $\frac{1}{16}$.

“我最喜欢的特产”扇形统计图

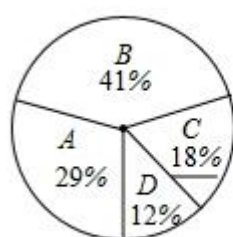


图1

“我最喜欢的特产”条形统计图

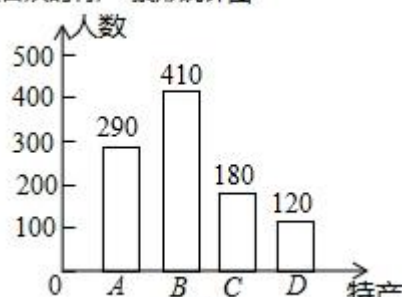
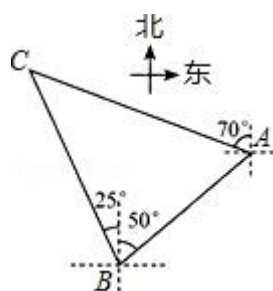


图2

点评: 本题考查了列表法和树状图法，扇形统计图和条形统计图，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

21. (12 分) (2015•葫芦岛) 如图，小岛 A 在港口 B 的北偏东 50° 方向，小岛 C 在港口 B 的北偏西 25° 方向，一艘轮船以每小时 20 海里的速度从港口 B 出发向小岛 A 航行，经过 5 小时到达小岛 A，这时测得小岛 C 在小岛 A 的北偏西 70° 方向，求小岛 A 距离小岛 C 有多少海里？（最后结果精确到 1 海里，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）



考点：解直角三角形的应用-方向角问题.

分析：过点 B 作 $BD \perp AC$ ，垂足为点 D，根据题意求出 $\angle ABC$ 和 $\angle BAC$ 的度数以及 AB 的长，再求出 AD 和 BD 的长，结合 $CD=BD$ ，即可求出 AC 的长.

解答：解：由题意得， $\angle ABC=25^\circ+50^\circ=75^\circ$ ， $\angle BAC=180^\circ-70^\circ-50^\circ=60^\circ$ ，

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=45^\circ$ ，

过点 B 作 $BD \perp AC$ ，垂足为点 D，

$\therefore AB=20 \times 5=100$ ，

在 $Rt\triangle ABD$ 中， $\angle BAD=60^\circ$ ，

$\therefore BD=AB \sin 60^\circ=100 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}$ ，

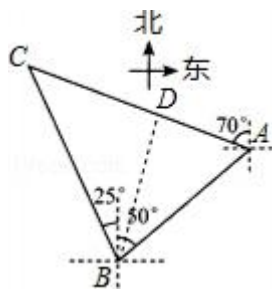
$\therefore AD=AB \cos 60^\circ=100 \times \frac{1}{2}=50$ ，

在 $Rt\triangle BCD$ 中， $\angle C=45^\circ$ ，

$\therefore CD=BD=50\sqrt{3}$ ，

$\therefore AC=AD+CD=50+50\sqrt{3} \approx 137$ (海里)，

答：小岛 A 距离小岛 C 约是 137 海里.



点评：此题考查了解直角三角形的应用-方向角问题的知识，解答此类题目的关键是构造出直角三角形，利用解直角三角形的相关知识解答，此题难度不大.

22. (12 分) (2015•葫芦岛) 某中学要进行理、化实验加试，需用九年级两个班级的学生整理实验器材. 已知一班单独整理需要 30 分钟完成.

(1) 如果一班与二班共同整理 15 分钟后，一班另有任务需要离开，剩余工作由二班单独整理 15 分钟才完成任务，求二班单独整理这批实验器材需要多少分钟？

(2) 如果一、二的工作效率不变，先由二班单独整理，时间不超过 20 分钟，剩余工作再由一班独立完成，那么整理完这批器材一班至少还需要多少分钟？

考点： 分式方程的应用；一元一次不等式的应用.

分析： (1) 设二班单独整理这批实验器材需要 x 分钟，则 $15(\frac{1}{30} + \frac{1}{x}) + \frac{15}{x} = 1$,

求出 x 的值，再进行检验即可；

(2) 设一班需要 m 分钟，则 $\frac{m}{30} + \frac{20}{60} \geq 1$ ，求出 m 的取值范围即可.

解答： 解：(1) 设二班单独整理这批实验器材需要 x 分钟，则 $15(\frac{1}{30} + \frac{1}{x}) + \frac{15}{x} = 1$,

解得 $x=60$.

经检验， $x=60$ 是原分式方程的根.

答：二班单独整理这批实验器材需要 60 分钟；

(2) 方法一：设一班需要 m 分钟，则 $\frac{m}{30} + \frac{20}{60} \geq 1$ ，解得 $m \geq 20$,

答：一班至少需要 20 分钟.

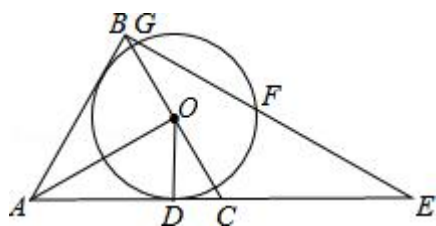
方法二：设一班需要 m 分钟，则 $\frac{m}{30} + \frac{20}{60} = 1$ ，解得 $m=20$.

答：一班至少需要 20 分钟.

点评： 本题考查的是分式方程的应用，根据题意列出关于 x 的方程是解答此题的关键.

23. (12分) (2015•葫芦岛) 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $AO \perp BC$, 垂足为点 O , $\odot O$ 与 AC 相切于点 D , $BE \perp AB$ 交 AC 的延长线于点 E , 与 $\odot O$ 相交于 G 、 F 两点.

- (1) 求证: AB 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 若等边三角形 ABC 的边长是 4, 求线段 BF 的长?



考点: 切线的判定与性质; 勾股定理; 解直角三角形.

分析: (1) 过点 O 作 $OM \perp AB$, 垂足是 M , 证明 OM 等于圆的半径 OD 即可;

(2) 过点 O 作 $ON \perp BE$, 垂足是 N , 连接 OF , 则四边形 $OMBN$ 是矩形, 在直角 $\triangle OBM$ 利用三角函数求得 OM 和 BM 的长, 则 BN 和 ON 即可求得, 在直角 $\triangle ONF$ 中利用勾股定理求得 NF , 则 BF 即可求解.

解答: 解: (1) 过点 O 作 $OM \perp AB$, 垂足是 M .

$\because \odot O$ 与 AC 相切于点 D .

$\therefore OD \perp AC$,

$\therefore \angle ADO = \angle AMO = 90^\circ$.

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle DAO = \angle NAO$,

$\therefore OM = OD$.

$\therefore AB$ 与 $\odot O$ 相切;

(2) 过点 O 作 $ON \perp BE$, 垂足是 N , 连接 OF .

(1) 直接写出甲、乙两种商品每周的销售量 y (件) 与降价 x (元) 之间的函数关系式: $y_{\text{甲}} = 10x + 40$, $y_{\text{乙}} = 10x + 20$;

(2) 求出小明每周销售甲、乙两种商品获得的总利润 W (元) 与降价 x (元) 之间的函数关系式? 如果每周甲商品的销售量不低于乙商品的销售量的 $\frac{3}{2}$, 那么当 x 定为多少元时, 才能使小明每周销售甲、乙两种商品获得的总利润最大?

考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 根据题意可以列出甲、乙两种商品每周的销售量 y (件) 与降价 x (元) 之间的函数关系式;

(2) 根据每周甲商品的销售量不低于乙商品的销售量的 $\frac{3}{2}$, 列出不等式求出 x 的取值范围, 根据题意列出二次函数的解析式, 根据二次函数的性质求出对称轴方程, 得到答案.

解答: 解: (1) 由题意得, $y_{\text{甲}}=10x+40$;

$$y_{\text{乙}}=10x+20;$$

(2) 由题意得,

$$W = (10 - x)(10x + 40) + (20 - x)(10x + 20)$$

$$= -20x^2 + 240x + 800,$$

$$\text{由题意得, } 10x + 40 \geq \frac{3}{2}(10x + 20)$$

$$\text{解得 } x \leq 2,$$

$$W = -20x^2 + 240x + 800$$

$$= -20(x - 6)^2 + 1520,$$

$$\because a = -20 < 0,$$

$\therefore$ 当 $x < 6$ 时, y 随 x 增大而增大,

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, W 的值最大.

答: 当 x 定为 2 元时, 才能使小明每周销售甲、乙两种商品获得的总利润最大.

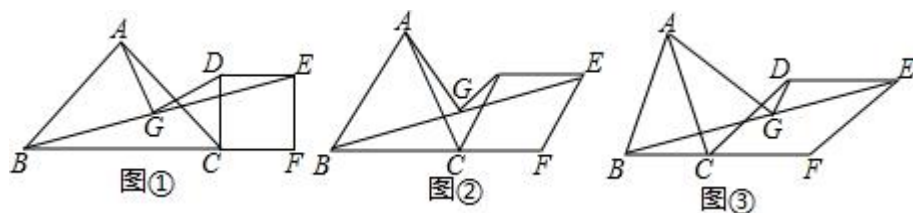
点评： 本题考查的是二次函数的应用，正确列出二次函数的关系式，掌握二次函数的性质是解题的关键.

25. (12 分) (2015•葫芦岛) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 F 是 BC 延长线上一点, 以 CF 为边, 作菱形 $CDEF$, 使菱形 $CDEF$ 与点 A 在 BC 的同侧, 连接 BE , 点 G 是 BE 的中点, 连接 AG 、 DG .

(1) 如图①, 当 $\angle BAC=\angle DCF=90^\circ$ 时, 直接写出 AG 与 DG 的位置和数量关系;

(2) 如图②, 当 $\angle BAC=\angle DCF=60^\circ$ 时, 试探究 AG 与 DG 的位置和数量关系,

(3) 当 $\angle BAC=\angle DCF=\alpha$ 时, 直接写出 AG 与 DG 的数量关系.



考点： 四边形综合题.

分析： (1) 延长 DG 与 BC 交于 H , 连接 AH 、 AD , 通过证得 $\triangle BGH \cong \triangle EGD$ 求得 $BH=ED$, $HG=DG$, 得出 $BH=DC$, 然后证得 $\triangle ABH \cong \triangle ACD$, 得出 $\angle BAH=\angle CAD$, $AH=AD$, 进而求得 $\angle HAD=90^\circ$, 即可求得 $AG \perp GD$, $AG=GD$;

(2) 延长 DG 与 BC 交于 H , 连接 AH 、 AD , 通过证得 $\triangle BGH \cong \triangle EGD$ 求得 $BH=ED$, $HG=DG$, 得出 $BH=DC$, 然后证得 $\triangle ABH \cong \triangle ACD$, 得出 $\angle BAH=\angle CAD$, $AH=AD$, 进而求得 $\triangle HAD$ 是等边三角形, 即可证得 $AG \perp GD$, $AG=\sqrt{3}DG$;

(3) 延长 DG 与 BC 交于 H , 连接 AH 、 AD , 通过证得 $\triangle BGH \cong \triangle EGD$ 求得 $BH=ED$, $HG=DG$, 得出 $BH=DC$, 然后证得 $\triangle ABH \cong \triangle ACD$, 得出 $\angle BAH=\angle CAD$, $AH=AD$, 进而求得 $\triangle HAD$ 是等腰三角形, 即可证得 $DG=AG \tan \frac{\alpha}{2}$.

解答: (1) $AG \perp DG$, $AG=DG$,

证明: 延长 DG 与 BC 交于 H , 连接 AH 、 AD ,

$\because$ 四边形 $DCEF$ 是正方形,

$\therefore DE=DC$, $DE \parallel CF$,

$\therefore \angle GBH = \angle GED$, $\angle GHB = \angle GDE$,

$\because G$ 是 BC 的中点,

$\therefore BG=EG$,

在 $\triangle BGH$ 和 $\triangle EGD$ 中

$$\begin{cases} \angle GBH = \angle GED \\ \angle GHB = \angle GDE \\ BG = EG \end{cases}$$

$\therefore \triangle BGH \cong \triangle EGD$ (AAS),

$\therefore BH=ED$, $HG=DG$,

$\therefore BH=DC$,

$\because AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$,

$\because \angle DCF=90^\circ$,

$\therefore \angle DCB=90^\circ$,

$\therefore \angle ACD=45^\circ$,

$\therefore \angle ABH = \angle ACD = 45^\circ$,

在 $\triangle ABH$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle ABH = \angle ACD \\ BH=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABH \cong \triangle ACD$ (SAS) .

$\therefore \angle BAH = \angle CAD$, $AH = AD$,
 $\therefore \angle BAH + \angle HAC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CAD + \angle HAC = 90^\circ$, 即 $\angle HAD = 90^\circ$,
 $\therefore AG \perp GD$, $AG = GD$;

(2) $AG \perp GD$, $AG = \sqrt{3}DG$;

证明：延长 DG 与 BC 交于 H ，连接 AH 、 AD ，

$\therefore$ 四边形 $DCEF$ 是正方形，
 $\therefore DE = DC$, $DE \parallel CF$,
 $\therefore \angle GBH = \angle GED$, $\angle GHB = \angle GDE$,
 $\therefore G$ 是 BC 的中点，
 $\therefore BG = EG$,

在 $\triangle BGH$ 和 $\triangle EGD$ 中

$$\begin{cases} \angle GBH = \angle GED \\ \angle GHB = \angle GDE \\ BG = EG \end{cases}$$

$\therefore \triangle BGH \cong \triangle EGD$ (AAS),
 $\therefore BH = ED$, $HG = DG$,
 $\therefore BH = DC$,
 $\therefore AB = AC$, $\angle BAC = \angle DCF = 60^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = 60^\circ$, $\angle ACD = 60^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = \angle ACD = 60^\circ$,

在 $\triangle ABH$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle ABH=\angle ACD \\ BH=CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABH \cong \triangle ACD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle BAH = \angle CAD, \quad AH=AD,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle HAD = 60^\circ;$$

$$\therefore AG \perp HD, \quad \angle HAG = \angle DAG = 30^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle DAG = \tan 30^\circ = \frac{DG}{AG} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AG = \sqrt{3}DG.$$

$$(3) \quad DG = AG \tan \frac{\alpha}{2};$$

证明：延长 DG 与 BC 交于 H，连接 AH、AD，

$\therefore$ 四边形 DCEF 是正方形，

$$\therefore DE=DC, \quad DE \parallel CF,$$

$$\therefore \angle GBH = \angle GED, \quad \angle GHB = \angle GDE,$$

$\therefore$ G 是 BC 的中点，

$$\therefore BG=EG,$$

在 $\triangle BGH$ 和 $\triangle EGD$ 中

$$\begin{cases} \angle GBH = \angle GED \\ \angle GHB = \angle GDE \\ BG = EG \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BGH \cong \triangle EGD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BH=ED, \quad HG=DG,$$

$$\therefore BH=DC,$$

$$\therefore AB=AC, \quad \angle BAC = \angle DCF = \alpha,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}, \quad \angle ACD = 90^\circ - \frac{\alpha}{2},$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACD,$$

在 $\triangle ABH$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle ABH=\angle ACD \\ BH=CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABH \cong \triangle ACD \text{ (SAS)},$$

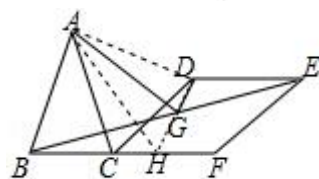
$$\therefore \angle BAH = \angle CAD, \quad AH = AD,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle HAD = \alpha;$$

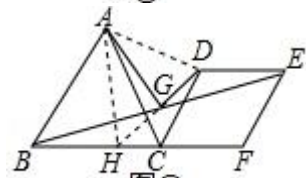
$$\therefore AG \perp HD, \quad \angle HAG = \angle DAG = \frac{\alpha}{2},$$

$$\therefore \tan \angle DAG = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{DG}{AG},$$

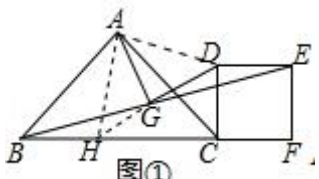
$$\therefore DG = AG \tan \frac{\alpha}{2}.$$



图③



图②



图①

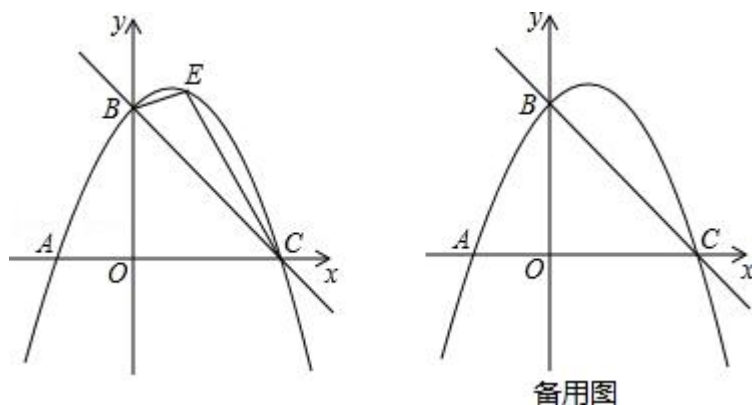
点评： 本题是四边形的综合题，考查了正方形的性质，菱形的性质，三角形求得的判定和性质，等腰三角形三线合一的性质以及直角三角函数等，作出辅助线构建全等三角形是解题的关键.

26. (14分) (2015•葫芦岛) 如图, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = ax^2 + \frac{3}{4}x + c$ 经过 B 、 C 两点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图, 点 E 是直线 BC 上方抛物线上的一动点, 当 $\triangle BEC$ 面积最大时, 请求出点 E 的坐标和 $\triangle BEC$ 面积的最大值?

(3) 在 (2) 的结论下, 过点 E 作 y 轴的平行线交直线 BC 于点 M , 连接 AM , 点 Q 是抛物线对称轴上的动点, 在抛物线上是否存在点 P , 使得以 P 、 Q 、 A 、 M 为顶点的四边形是平行四边形? 如果存在, 请直接写出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 首先根据直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 B , 求出点 B 的坐标是 $(0, 3)$, 点 C 的坐标是 $(4, 0)$; 然后根据抛物线 $y = ax^2 + \frac{3}{4}x + c$ 经过 B 、 C 两点, 求出 a 、 c 的值是多少, 即可求出抛物线的解析式.

(2) 首先过点 E 作 y 轴的平行线 EF 交直线 BC 于点 M , EF 交 x 轴于点 F , 然后设点 E 的坐标是 $(x, -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3)$, 则点 M 的坐标是 $(x, -\frac{3}{4}x + 3)$, 求出 EM 的值是多少; 最后根据三角形的面积的求法, 求出 $S_{\triangle BEC}$, 进而判断出当 $\triangle BEC$ 面积最大时, 点 E 的坐标和 $\triangle BEC$ 面积的最大值各是多少即可.

(3) 在抛物线上存在点 P, 使得以 P、Q、A、M 为顶点的四边形是平行四边形. 然后分三种情况讨论, 根据平行四边形的特征, 求出使得以 P、Q、A、M 为顶点的四边形是平行四边形的点 P 的坐标是多少即可.

解答: 解: (1) $\because$ 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴交于点 C, 与 y 轴交于点 B,

$\therefore$ 点 B 的坐标是 (0, 3), 点 C 的坐标是 (4, 0),

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 + \frac{3}{4}x + c$ 经过 B、C 两点,

$$\therefore \begin{cases} 16a + \frac{3}{4} \times 4 + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{3}{8} \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3.$$

(2) 如图 1, 过点 E 作 y 轴的平行线 EF 交直线 BC 于点 M, EF 交 x 轴于点 F,

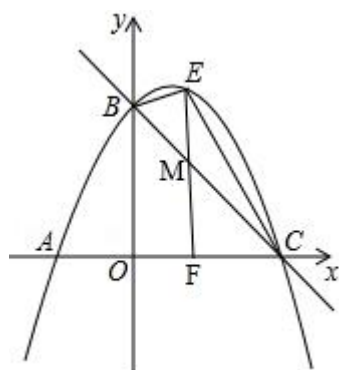


图1

$\because$ 点 E 是直线 BC 上方抛物线上的一动点,

$\therefore$ 设点 E 的坐标是 $(x, -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3)$,

则点 M 的坐标是 $(x, -\frac{3}{4}x + 3)$,

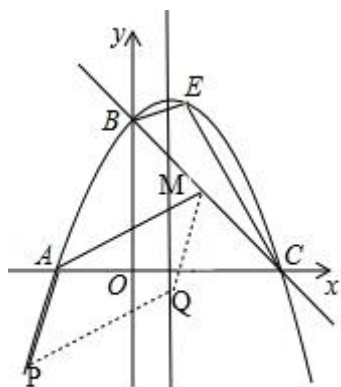
$$\therefore EM = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3 - (-\frac{3}{4}x + 3) = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BEM} + S_{\triangle MEC}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} EM \cdot OC \\
&= \frac{1}{2} x \left(-\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x \right) \times 4 \\
&= -\frac{3}{4}x^2 + 3x \\
&= -\frac{3}{4}(x-2)^2 + 3,
\end{aligned}$$

∴ 当 $x=2$ 时，即点 E 的坐标是 $(2, 3)$ 时， $\triangle BEC$ 的面积最大，最大面积是 3.

(3) 在抛物线上存在点 P ，使得以 P 、 Q 、 A 、 M 为顶点的四边形是平行四边形.



①如图 2, 图2 ,

由 (2)，可得点 M 的横坐标是 2，

∵ 点 M 在直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 上，

∴ 点 M 的坐标是 $(2, \frac{3}{2})$ ，

又 ∵ 点 A 的坐标是 $(-2, 0)$ ，

$$\therefore AM = \sqrt{[2 - (-2)]^2 + (\frac{3}{2} - 0)^2} = \frac{\sqrt{73}}{2},$$

$$\therefore AM \text{ 所在的直线的斜率是: } \frac{\frac{3}{2} - 0}{2 - (-2)} = \frac{3}{8},$$

∵ $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x + 3$ 的对称轴是 $x=1$ ，

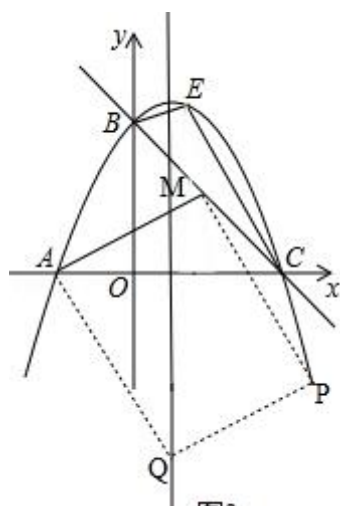
∴ 设点 Q 的坐标是 $(1, m)$ ，点 P 的坐标是 $(x, -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{2}x + 3)$ ，

$$\text{则} \begin{cases} \frac{-\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3 - m}{x-1} = \frac{3}{8} \\ (x-1)^2 + \left(-\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3 - m\right)^2 = \frac{73}{4} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = -3 \\ y = -\frac{21}{8} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 5 \\ y = -\frac{21}{8} \end{cases}$$

$$\because x < 0,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标是 } \left(-3, -\frac{21}{8}\right).$$



②如图 3, 图3 ,

由 (2), 可得点 M 的横坐标是 2,

$\therefore$ 点 M 在直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 上,

$\therefore$ 点 M 的坐标是 $\left(2, \frac{3}{2}\right)$,

又 $\because$ 点 A 的坐标是 $(-2, 0)$,

$$\therefore AM = \sqrt{[2 - (-2)]^2 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{2},$$

$$\therefore AM \text{ 所在的直线的斜率是: } \frac{\frac{3}{2} - 0}{2 - (-2)} = \frac{3}{8},$$

$\therefore y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$ 的对称轴是 $x = 1$,

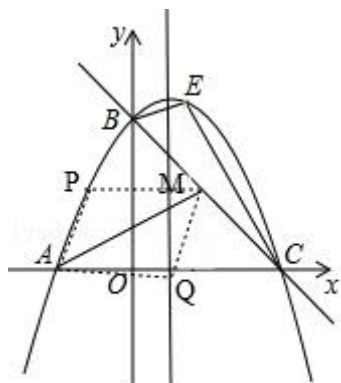
∴ 设点 Q 的坐标是 (1, m)，点 P 的坐标是 $(x, -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3)$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{-\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3 - m}{x - 1} = \frac{3}{8} \\ (x - 1)^2 + (-\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3 - m)^2 = \frac{73}{4} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = -3 \\ y = -\frac{21}{8} \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 5 \\ y = -\frac{21}{8} \end{cases}$$

∵ $x > 0$,

∴ 点 P 的坐标是 $(5, -\frac{21}{8})$.



③如图 4,

图4

由 (2), 可得点 M 的横坐标是 2,

∴ 点 M 在直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 上,

∴ 点 M 的坐标是 $(2, \frac{3}{2})$,

又 ∵ 点 A 的坐标是 $(-2, 0)$,

$$\therefore AM = \sqrt{[2 - (-2)]^2 + (\frac{3}{2} - 0)^2} = \frac{\sqrt{73}}{2},$$

∵ $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$ 的对称轴是 $x = 1$,

∴ 设点 Q 的坐标是 (1, m)，点 P 的坐标是 $(x, -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3)$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{-\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3 - \frac{3}{2}}{x-2} = \frac{m-0}{1-(-2)} \\ \frac{x+1}{2} = \frac{2-2}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{15}{8} \end{cases}$$

∴ 点 P 的坐标是 $(-1, \frac{15}{8})$.

综上, 可得

在抛物线上存在点 P, 使得以 P、Q、A、M 为顶点的四边形是平行四边形,

点 P 的坐标是 $(-3, -\frac{21}{8})$ 、 $(5, -\frac{21}{8})$ 、 $(-1, \frac{15}{8})$.

点评: (1) 此题主要考查了二次函数综合题, 考查了分析推理能力, 考查了分类讨论思想的应用, 考查了数形结合思想的应用, 考查了从已知函数图象中获取信息, 并能利用获取的信息解答相应的问题的能力.

(2) 此题还考查了函数解析式的求法, 以及二次函数的最值的求法, 要熟练掌握.

(3) 此题还考查了三角形的面积的求法, 要熟练掌握.