

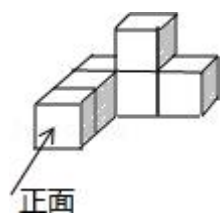
2015 年辽宁省沈阳市中考数学试卷

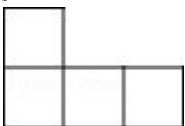
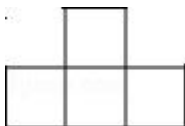
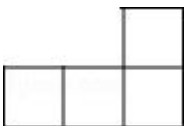
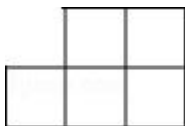
一.选择题 (每小题 3 分, 共 24 分, 只有一个答案是正确的)

1. (3 分) (2015•沈阳) 比 0 大的数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{3}{2}$ C. -0.5 D. 1

2. (3 分) (2015•沈阳) 如图是由 6 个相同的小立方块搭成的几何体, 这个几何体的左视图是 ()

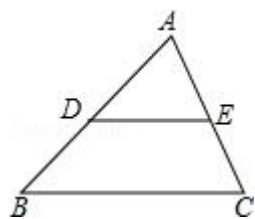


- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2015•沈阳) 下列事件为必然事件的是 ()

- A. 经过有交通信号灯的路口, 遇到红灯
B. 明天一定会下雨
C. 抛出的篮球会下落
D. 任意买一张电影票, 座位号是 2 的倍数

4. (3 分) (2015•沈阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AB 上一点, 点 E 是边 AC 上一点, 且 $DE \parallel BC$, $\angle B=40^\circ$, $\angle AED=60^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数是 ()



- A. 100° B. 90° C. 80° D. 70°

5. (3 分) (2015•沈阳) 下列计算结果正确的是 ()

- A. $a^4 \cdot a^2 = a^8$ B. $(a^5)^2 = a^7$ C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $(ab)^2 = a^2b^2$

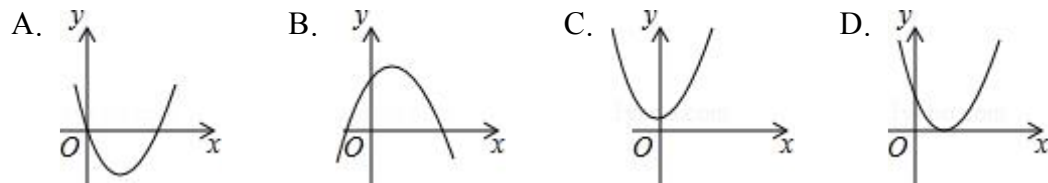
6. (3 分) (2015•沈阳) 一组数据 2、3、4、4、5、5、5 的中位数和众数分别是 ()

- A. 3.5, 5 B. 4, 4 C. 4, 5 D. 4.5, 4

7. (3 分) (2015•沈阳) 顺次连接对角线相等的四边形的各边中点, 所形成的四边形是 ()

- A. 平行四边形 B. 菱形 C. 矩形 D. 正方形

8. (3 分) (2015•沈阳) 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y=a(x-h)^2$ ($a \neq 0$) 的图象可能是 ()

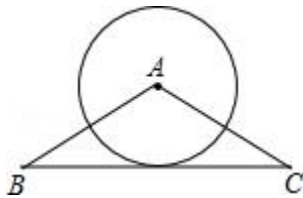


二.填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

9. (4 分) (2015•沈阳) 分解因式: $ma^2 - mb^2 =$ _____.

10. (4 分) (2015•沈阳) 不等式组 $\begin{cases} x-3 < 0 \\ 2x+4 \geq 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

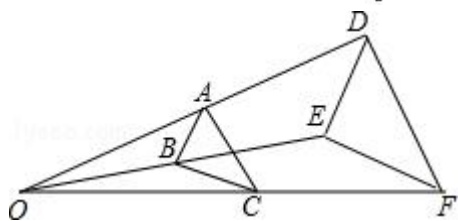
11. (4 分) (2015•沈阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=30^\circ$, 以点 A 为圆心, 以 3cm 为半径作 $\odot A$, 当 $AB=$ _____cm 时, BC 与 $\odot A$ 相切.



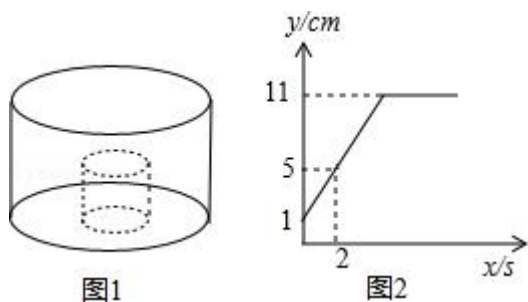
12. (4 分) (2015•沈阳) 某跳远队甲、乙两名运动员最近 10 次跳远成绩的平均数为 602cm, 若甲跳远成绩的方差为 $S_{\text{甲}}^2=65.84$, 乙跳远成绩的方差为 $S_{\text{乙}}^2=285.21$, 则成绩比较稳定的是_____. (填“甲”或“乙”)

13. (4 分) (2015•沈阳) 在一个不透明的袋中装有 12 个红球和若干个黑球, 每个球除颜色外都相同, 任意摸出一个球是黑球的概率为 $\frac{1}{4}$, 那么袋中的黑球有_____个.

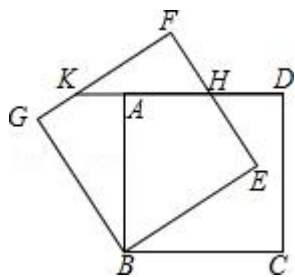
14. (4分) (2015•沈阳) 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似, 位似中心为点 O , 且 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\triangle DEF$ 面积的 $\frac{4}{9}$, 则 $AB:DE=$ _____.



15. (4分) (2015•沈阳) 如图1, 在某个盛水容器内, 有一个小水杯, 小水杯内有部分水, 现在匀速持续地向小水杯内注水, 注满小水杯后, 继续注水, 小水杯内水的高度 y (cm) 和注水时间 x (s) 之间的关系满足如图2中的图象, 则至少需要_____s 能把小水杯注满.



16. (4分) (2015•沈阳) 如图, 正方形 $ABCD$ 绕点 B 逆时针旋转 30° 后得到正方形 $BEFG$, EF 与 AD 相交于点 H , 延长 DA 交 GF 于点 K . 若正方形 $ABCD$ 边长为 $\sqrt{3}$, 则 $AK=$ _____.



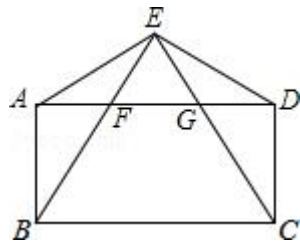
三.解答题

17. (8分) (2015•沈阳) 计算: $\sqrt[3]{27} + |\sqrt{5} - 2| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\tan 60^\circ - 1)^0$.

18. (8 分) (2015•沈阳) 如图, 点 E 为矩形 ABCD 外一点, $AE=DE$, 连接 EB、EC 分别与 AD 相交于点 F、G. 求证:

(1) $\triangle EAB \cong \triangle EDC$;

(2) $\angle EFG = \angle EGF$.



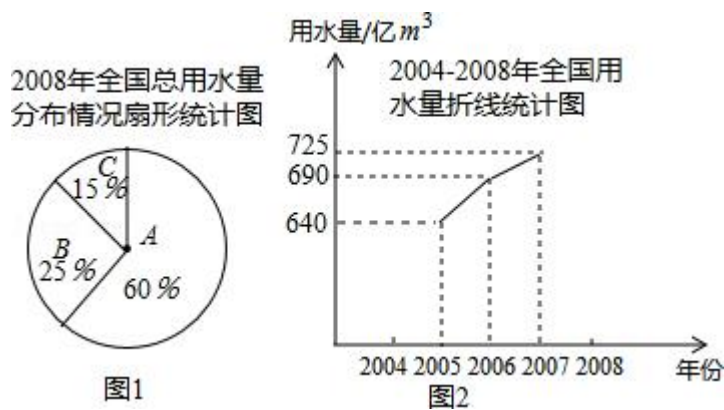
19. (10 分) (2015•沈阳) 我国是世界上严重缺失的国家之一, 全国总用水量逐年上升, 全国总用水量可分为农业用水量、工业用水量和生活用水量三部分. 为了合理利用水资源, 我国连续多年对水资源的利用情况进行跟踪调查, 将所得数据进行处理, 绘制了 2008 年全国总用水量分布情况扇形统计图和 2004 - 2008 年全国生活用水量折线统计图的一部分如下:

(1) 2007 年全国生活用水量比 2004 年增加了 16%, 则 2004 年全国生活用水量为_____亿 m^3 , 2008 年全国生活用水量比 2004 年增加了 20%, 则 2008 年全国生活用水量为_____亿 m^3 ;

(2) 根据以上信息, 请直接在答题卡上补全折线统计图;

(3) 根据以上信息 2008 年全国总水量为_____亿;

(4) 我国 2008 年水资源总量约为 2.75×10^4 亿 m^3 , 根据国外的经验, 一个国家当年的全国总用水量超过这个国家年水资源总量的 20%, 就有可能发生“水危机”. 依据这个标准, 2008 年我国是否属于可能发生“水危机”的行列? 并说明理由.

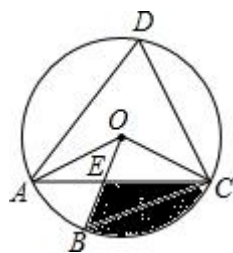


20. (10分) (2015•沈阳) 高速铁路列车已成为中国人出行的重要交通工具，其平均速度是普通铁路列车平均速度的3倍，同样行驶690km，高速铁路列车比普通铁路列车少运行了4.6h，求高速铁路列车的平均速度.

21. (10分) (2015•沈阳) 如图, 四边形ABCD是 $\odot O$ 的内接四边形, $\angle ABC=2\angle D$, 连接OA、OB、OC、AC, OB与AC相交于点E.

(1) 求 $\angle OCA$ 的度数;

(2) 若 $\angle COB=3\angle AOB$, $OC=2\sqrt{3}$, 求图中阴影部分面积 (结果保留 π 和根号)

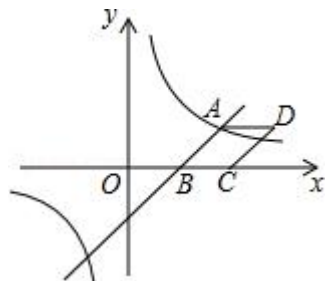


22. (10分) (2015•沈阳) 如图, 已知一次函数 $y=\frac{3}{2}x-3$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于点A(4, n), 与x轴相交于点B.

(1) 填空: n的值为_____, k的值为_____;

(2) 以 AB 为边作菱形 $ABCD$, 使点 C 在 x 轴正半轴上, 点 D 在第一象限, 求点 D 的坐标;

(3) 考察反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象, 当 $y \geq -2$ 时, 请直接写出自变量 x 的取值范围.



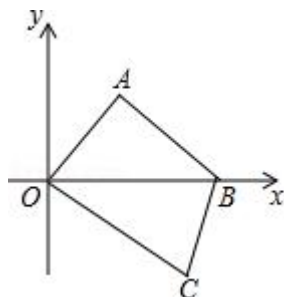
23. (12 分) (2015•沈阳) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 的顶点 O 是坐标原点, 点 A 在第一象限, 点 C 在第四象限, 点 B 的坐标为 $(60, 0)$, $OA=AB$, $\angle OAB=90^\circ$, $OC=50$. 点 P 是线段 OB 上的一个动点 (点 P 不与点 O 、 B 重合), 过点 P 与 y 轴平行的直线 l 交边 OA 或边 AB 于点 Q , 交边 OC 或边 BC 于点 R , 设点 P 横坐标为 t , 线段 QR 的长度为 m . 已知 $t=40$ 时, 直线 l 恰好经过点 C .

(1) 求点 A 和点 C 的坐标;

(2) 当 $0 < t < 30$ 时, 求 m 关于 t 的函数关系式;

(3) 当 $m=35$ 时, 请直接写出 t 的值;

(4) 直线 l 上有一点 M , 当 $\angle PMB + \angle POC = 90^\circ$, 且 $\triangle PMB$ 的周长为 60 时, 请直接写出满足条件的点 M 的坐标.



24. (12 分) (2015•沈阳) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=4$, $\angle B=60^\circ$, 点 E 是边 AB 上的一点, 点 F 是边 CD 上一点, 将 $\square ABCD$ 沿 EF 折叠, 得到四边形 $EFGH$, 点 A 的对应点为点 H , 点 D 的对应点为点 G .

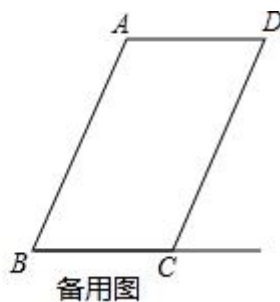
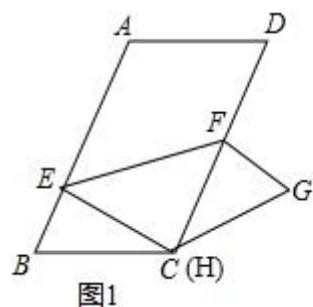
(1) 当点 H 与点 C 重合时.

①填空: 点 E 到 CD 的距离是_____;

②求证: $\triangle BCE \cong \triangle GCF$;

③求 $\triangle CEF$ 的面积;

(2) 当点 H 落在射线 BC 上, 且 $CH=1$ 时, 直线 EH 与直线 CD 交于点 M , 请直接写出 $\triangle MEF$ 的面积.



25. (14 分) (2015•沈阳) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$ 与 x 轴交于 B 、 C 两点 (点 B 在点 C 的左侧), 与 y 轴交于点 A , 抛物线的顶点为 D .

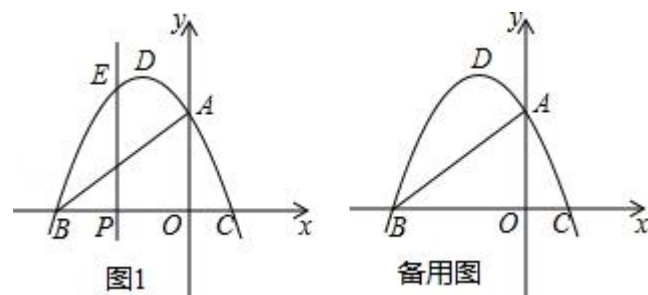
(1) 填空: 点 A 的坐标为 (_____, _____), 点 B 的坐标为 (_____, _____), 点 C 的坐标为 (_____, _____), 点 D 的坐标为 (_____, _____);

(2) 点 P 是线段 BC 上的动点 (点 P 不与点 B 、 C 重合)

①过点 P 作 x 轴的垂线交抛物线于点 E , 若 $PE=PC$, 求点 E 的坐标;

②在①的条件下, 点 F 是坐标轴上的点, 且点 F 到 EA 和 ED 的距离相等, 请直接写出线段 EF 的长;

③若点 Q 是线段 AB 上的动点 (点 Q 不与点 A 、 B 重合), 点 R 是线段 AC 上的动点 (点 R 不与点 A 、 C 重合), 请直接写出 $\triangle PQR$ 周长的最小值.



2015 年辽宁省沈阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一.选择题 (每小题 3 分, 共 24 分, 只有一个答案是正确的)

1. (3 分) (2015•沈阳) 比 0 大的数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{3}{2}$ C. -0.5 D. 1

考点: 有理数大小比较.

分析: 正实数都大于 0, 负实数都小于 0, 据此判断即可.

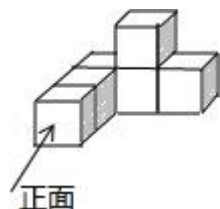
解答: 解: A、B、C 都是负数, 故 A、B、C 错误;

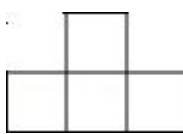
D、1 是正数, 故 D 正确;

故选 D.

点评: 本题考查了有理数比较大小, 正数大于 0 是解题关键.

2. (3 分) (2015•沈阳) 如图是由 6 个相同的小立方块搭成的几何体, 这个几何体的左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点: 简单组合体的三视图.

分析: 找到从左面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在左视图中.

解答: 解: 从左面看易得第一层有 4 个正方形, 第二层最左边有一个正方形.
故选 A.

点评： 本题考查了三视图的知识. 注意左视图是指从物体的左边看物体.

3. (3 分) (2015•沈阳) 下列事件为必然事件的是 ()

- A. 经过有交通信号灯的路口, 遇到红灯
- B. 明天一定会下雨
- C. 抛出的篮球会下落
- D. 任意买一张电影票, 座位号是 2 的倍数

考点： 随机事件.

分析： 根据事件的分类对各选项进行逐一分析即可.

解答： 解：A、经过某一有交通信号灯的路口遇到红灯是随机事件, 故本选项错误;

B、明天可能是晴天, 也可能是雨天, 属于不确定性事件中的可能性事件, 故本选项错误;

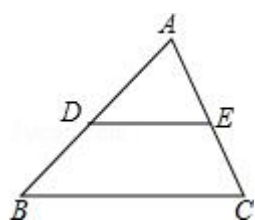
C、在操场上抛出的篮球会下落, 是必然事件, 故本选项正确;

D、任意买一张电影票, 座位号是 2 的倍数为不确定事件, 即随机事件, 故本选项错误;

故选：C.

点评： 本题考查的是事件的分类, 即事件分为确定事件和不确定事件 (随机事件), 确定事件又分为必然事件和不可能事件, 熟知以上知识是解答此题的关键.

4. (3 分) (2015•沈阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AB 上一点, 点 E 是边 AC 上一点, 且 $DE \parallel BC$, $\angle B=40^\circ$, $\angle AED=60^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数是 ()



- A. 100°
- B. 90°
- C. 80°
- D. 70°

考点：平行线的性质；三角形内角和定理.

分析：先根据平行线的性质求出 $\angle C$ 的度数，再根据三角形内角和定理求出 $\angle A$ 的度数即可.

解答：解： $\because DE \parallel BC, \angle AED=40^\circ,$

$$\therefore \angle C = \angle AED = 60^\circ,$$

$$\because \angle B = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle C - \angle B = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ.$$

点评：本题考查的是平行线的性质及三角形内角和定理，先根据平行线的性质求出 $\angle C$ 的度数是解答此题的关键.

5. (3 分) (2015•沈阳) 下列计算结果正确的是 ()

A. $a^4 \cdot a^2 = a^8$ B. $(a^5)^2 = a^7$ C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $(ab)^2 = a^2b^2$

考点：幂的乘方与积的乘方；同底数幂的乘法；完全平方公式.

分析：运用同底数幂的乘法，幂的乘方，积的乘方，完全平方公式运算即可.

解答：解： A. $a^4 \cdot a^2 = a^6$ ，故 A 错误；

B. $(a^5)^2 = a^{10}$ ，故 B 错误；

C. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，故 C 错误；

D. $(ab)^2 = a^2b^2$ ，故 D 正确，

故选 D.

点评：本题考查了完全平方公式，同底数幂的乘法，幂的乘方，积的乘方，理清指数的变化是解题的关键.

6. (3 分) (2015•沈阳) 一组数据 2、3、4、4、5、5、5 的中位数和众数分别是 ()

A. 3.5, 5

B. 4, 4

C. 4, 5

D. 4.5, 4

考点: 众数; 中位数.

分析: 先把数据按大小排列, 然后根据中位数和众数的定义可得到答案.

解答: 解: 数据按从小到大排列: 2、3、4、4、5、5、5,

中位数是 4;

数据 5 出现 3 次, 次数最多, 所以众数是 5.

故选 C.

点评: 本题考查了中位数, 众数的意义. 找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数. 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求; 如果是偶数个, 则找中间两位数的平均数. 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

7. (3 分) (2015•沈阳) 顺次连接对角线相等的四边形的各边中点, 所形成的四边形是 ()

A. 平行四边形

B. 菱形

C. 矩形

D. 正方形

考点: 中点四边形.

专题: 计算题.

分析: 菱形, 理由为: 利用三角形中位线定理得到 EF 与 HG 平行且相等, 得到四边形 EFGH 为平行四边形, 再由 EH=EF, 利用邻边相等的平行四边形是菱形即可得证.

解答: 解: 菱形, 理由为:

如图所示, $\because E, F$ 分别为 AB, BC 的中点,

$\therefore EF$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore EF \parallel AC, EF = \frac{1}{2}AC,$

同理 $HG \parallel AC, HG = \frac{1}{2}AC,$

$\therefore EF \parallel HG$, 且 $EF=HG$,

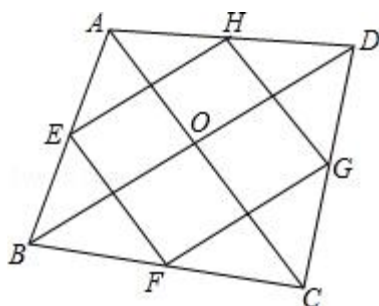
$\therefore$ 四边形 EFGH 为平行四边形,

$\because EH=\frac{1}{2}BD$, $AC=BD$,

$\therefore EF=EH$,

则四边形 EFGH 为菱形,

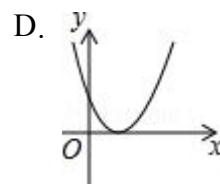
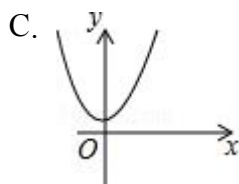
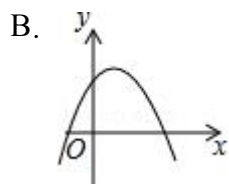
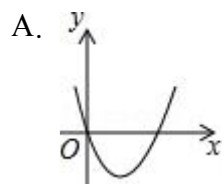
故选 B



点评: 此题考查了中点四边形, 平行四边形的判定, 菱形的判定, 熟练掌握三角形中位线定理是解本题的关键.

8. (3 分) (2015•沈阳) 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y=a(x-h)^2$ ($a \neq 0$)

的图象可能是 ()



考点: 二次函数的图象.

分析: 根据二次函数 $y=a(x-h)^2$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(h, 0)$, 它的顶点坐标在 x 轴上, 即可解答.

解答: 解: 二次函数 $y=a(x-h)^2$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(h, 0)$, 它的顶点坐标在 x 轴上,

故选: D.

点评：本题考查了二次函数的图象，解决本题的关键是明二次函数的顶点坐标.

二.填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

9. (4 分) (2015•沈阳) 分解因式: $ma^2 - mb^2 =$ $m(a+b)(a-b)$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

分析: 应先提取公因式 m , 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

解答: 解: $ma^2 - mb^2$,
 $=m(a^2 - b^2)$,
 $=m(a+b)(a-b)$.

点评: 本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 关键在于提取公因式后继续利用平方差公式进行因式分解.

10. (4 分) (2015•沈阳) 不等式组 $\begin{cases} x-3 < 0 \\ 2x+4 \geq 0 \end{cases}$ 的解集是 $-2 \leq x < 3$.

考点: 解一元一次不等式组.

专题: 计算题.

分析: 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

解答: 解: $\begin{cases} x-3 < 0 \textcircled{1} \\ 2x+4 \geq 0 \textcircled{2} \end{cases}$,

由①得: $x < 3$,

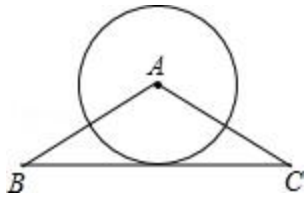
由②得: $x \geq -2$,

则不等式组的解集为 $-2 \leq x < 3$,

故答案为: $-2 \leq x < 3$

点评: 此题考查了解一元一次不等式组, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

11. (4 分) (2015•沈阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=30^\circ$, 以点 A 为圆心, 以 3cm 为半径作 $\odot A$, 当 $AB=$ 6 cm 时, BC 与 $\odot A$ 相切.



考点：切线的判定.

分析：当 BC 与 $\odot A$ 相切，点 A 到 BC 的距离等于半径即可.

解答：解：如图，过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D.

$$\because AB=AC, \angle B=30^\circ,$$

$$\therefore AD=\frac{1}{2}AB, \text{ 即 } AB=2AD.$$

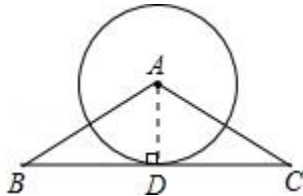
又 $\because BC$ 与 $\odot A$ 相切,

$\therefore AD$ 就是圆 A 的半径,

$$\therefore AD=3\text{cm},$$

则 $AB=2AD=6\text{cm}$.

故答案是：6.



点评：本题考查了切线的判定．此题利用了切线的定义和含 30 度角的直角三角形的性质得到 AB 的长度的．

12. (4 分) (2015•沈阳) 某跳远队甲、乙两名运动员最近 10 次跳远成绩的平均数为 602cm, 若甲跳远成绩的方差为 $S_{\text{甲}}^2=65.84$, 乙跳远成绩的方差为 $S_{\text{乙}}^2=285.21$, 则成绩比较稳定的是甲. (填“甲”或“乙”)

考点：方差.

分析：根据方差的意义进行判断.

解答: 解: $\because S_{\text{甲}}^2=65.84, S_{\text{乙}}^2=285.21,$

$$\therefore S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2,$$

$\therefore$ 甲的成绩比乙稳定.

故答案为甲.

点评: 本题考查了方差: 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

13. (4 分) (2015•沈阳) 在一个不透明的袋中装有 12 个红球和若干个黑球, 每个球除颜色外都相同, 任意摸出一个球是黑球的概率为 $\frac{1}{4}$, 那么袋中的黑球有 4 个.

考点: 概率公式.

分析: 首先设袋中的黑球有 x 个, 根据题意得: $\frac{x}{12+x} = \frac{1}{4}$, 解此分式方程即可求得答案.

解答: 解: 设袋中的黑球有 x 个,

根据题意得: $\frac{x}{12+x} = \frac{1}{4},$

解得: $x=4,$

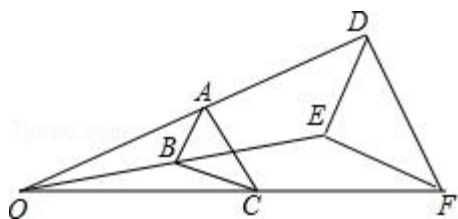
经检验: $x=4$ 是原分式方程的解.

即袋中的黑球有 4 个.

故答案为: 4.

点评: 此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

14. (4 分) (2015•沈阳) 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似, 位似中心为点 O , 且 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\triangle DEF$ 面积的 $\frac{4}{9}$, 则 $AB: DE = \underline{2: 3}$.



考点：位似变换.

分析：由 $\triangle ABC$ 经过位似变换得到 $\triangle DEF$ ，点 O 是位似中心，根据位似图形的性质，即可得 $AB \parallel DE$ ，即可求得 $\triangle ABC$ 的面积： $\triangle DEF$ 面积 $=\frac{4}{9}$ ，得到 $AB: DE=2: 3$.

解答：解： $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似，位似中心为点 O ，

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF,$$

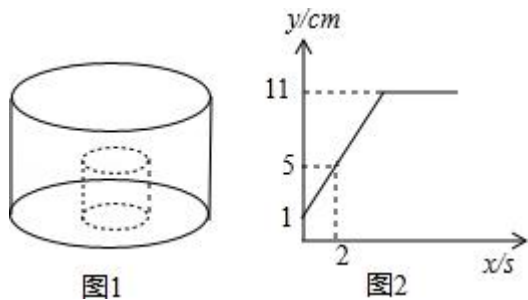
$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} : \triangle DEF \text{ 面积} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

$$\therefore AB: DE=2: 3,$$

故答案为： $2: 3$.

点评：此题考查了位似图形的性质. 注意掌握位似是相似的特殊形式，位似比等于相似比，其对应的面积比等于相似比的平方.

15. (4 分) (2015•沈阳) 如图 1，在某个盛水容器内，有一个小水杯，小水杯内有部分水，现在匀速持续地向小水杯内注水，注满小水杯后，继续注水，小水杯内水的高度 y (cm) 和注水时间 x (s) 之间的关系满足如图 2 中的图象，则至少需要 5 s 能把小水杯注满.



考点：一次函数的应用.

分析：一次函数的首先设解析式为： $y=kx+b$ ，然后利用待定系数法即可求得其解析式，再由 $y=11$ ，即可求得答案.

解答：解：设一次函数的首先设解析式为： $y=kx+b$ ，

将 $(0, 1)$ ， $(2, 5)$ 代入得：

$$\begin{cases} b=1 \\ 2k+b=5 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k=2 \\ b=1 \end{cases},$$

$\therefore$ 解析式为： $y=2x+1$ ，

当 $y=11$ 时， $2x+1=11$ ，

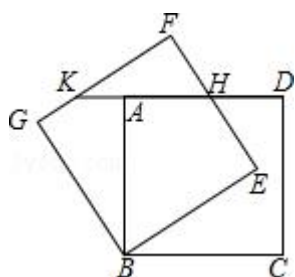
解得： $x=5$ ，

$\therefore$ 至少需要5s能把小水杯注满.

故答案为：5.

点评：此题考查了一次函数的实际应用问题. 注意求得一次函数的解析式是关键.

16. (4分) (2015•沈阳) 如图，正方形ABCD绕点B逆时针旋转 30° 后得到正方形BEFG，EF与AD相交于点H，延长DA交GF于点K. 若正方形ABCD边长为 $\sqrt{3}$ ，则 $AK=2\sqrt{3}-3$.



考点：旋转的性质.

分析：连接BH，由正方形的性质得出 $\angle BAH=\angle ABC=\angle BEH=\angle F=90^\circ$ ，由旋转的性质得： $AB=EB$ ， $\angle CBE=30^\circ$ ，得出 $\angle ABE=60^\circ$ ，由HL证明

$\text{Rt}\triangle ABH \cong \text{Rt}\triangle EBH$ ，得出 $\angle ABH=\angle EBH=\frac{1}{2}\angle ABE=30^\circ$ ， $AH=EH$ ，由

三角函数求出 AH，得出 EH、FH，再求出 KH=2FH，即可求出 AK.

解答：解：连接 BH，如图所示：

$\because$ 四边形 ABCD 和四边形 BEFG 是正方形，

$\therefore \angle BAH = \angle ABC = \angle BEH = \angle F = 90^\circ$ ，

由旋转的性质得：AB=EB， $\angle CBE = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ABE = 60^\circ$ ，

在 Rt $\triangle ABH$ 和 Rt $\triangle EBH$ 中，

$$\begin{cases} BH=BH \\ AB=EB \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ABH \cong \text{Rt}\triangle EBH$ (HL)，

$\therefore \angle ABH = \angle EBH = \frac{1}{2} \angle ABE = 30^\circ$ ，AH=EH，

$\therefore AH = AB \cdot \tan \angle ABH = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1$ ，

$\therefore EH = 1$ ，

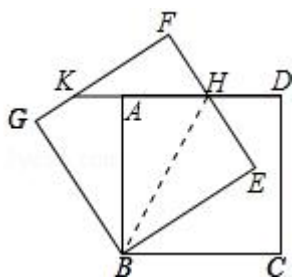
$\therefore FH = \sqrt{3} - 1$ ，

在 Rt $\triangle FKH$ 中， $\angle FKH = 30^\circ$ ，

$\therefore KH = 2FH = 2(\sqrt{3} - 1)$ ，

$\therefore AK = KH - AH = 2(\sqrt{3} - 1) - 1 = 2\sqrt{3} - 3$ ；

故答案为： $2\sqrt{3} - 3$.



点评：本题考查了旋转的性质、正方形的性质、全等三角形的判定与性质、三角函数；熟练掌握旋转的性质和正方形的性质，并能进行推理计算是解决问题的关键.

三.解答题

17. (8 分) (2015•沈阳) 计算: $\sqrt[3]{27} + |\sqrt{5} - 2| - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\tan 60^\circ - 1)^0$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

分析: 先算立方根, 绝对值, 负整数指数幂和 0 指数幂, 再算加减, 由此顺序计算即可.

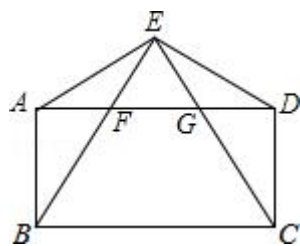
解答: 解: 原式 $= 3 + \sqrt{5} - 2 - 9 + 1$
 $= \sqrt{5} - 7$.

点评: 此题考查实数的混合运算, 掌握运算顺序与计算方法是解决问题的关键.

18. (8 分) (2015•沈阳) 如图, 点 E 为矩形 ABCD 外一点, $AE = DE$, 连接 EB、EC 分别与 AD 相交于点 F、G. 求证:

(1) $\triangle EAB \cong \triangle EDC$;

(2) $\angle EFG = \angle EGF$.



考点: 全等三角形的判定与性质; 矩形的性质.

专题: 证明题.

分析: (1) 先由四边形 ABCD 是矩形, 得出 $AB = DC$, $\angle BAD = \angle CDA = 90^\circ$. 由 $EA = ED$, 得出 $\angle EAD = \angle EDA$, 根据等式的性质得到 $\angle EAB = \angle EDC$. 然后利用 SAS 即可证明 $\triangle EAB \cong \triangle EDC$;

(2) 由 $\triangle EAB \cong \triangle EDC$, 得出 $\angle AEF = \angle DEG$, 根据三角形外角的性质得

出 $\angle EFG = \angle EAF + \angle AEF$, $\angle EGF = \angle EDG + \angle DEG$, 即可证明

$$\angle EFG = \angle EGF.$$

解答: 证明: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore AB = DC, \angle BAD = \angle CDA = 90^\circ.$$

$$\therefore EA = ED,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle EDA,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle EDC.$$

在 $\triangle EAB$ 与 $\triangle EDC$ 中,

$$\begin{cases} EA = ED \\ \angle EAB = \angle EDC, \\ AB = DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EAB \cong \triangle EDC \text{ (SAS)};$$

$$(2) \because \triangle EAB \cong \triangle EDC,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle DEG,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle EAF + \angle AEF, \angle EGF = \angle EDG + \angle DEG,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle EGF.$$

点评: 本题考查了矩形的性质, 全等三角形的判定与性质, 等腰三角形的性质, 三角形外角的性质以及等式的性质, 证明出 $\triangle EAB \cong \triangle EDC$ 是解题的关键.

19. (10 分) (2015•沈阳) 我国是世界上严重缺失的国家之一, 全国总用水量逐年上升, 全国总用水量可分为农业用水量、工业用水量和生活用水量三部分. 为了合理利用水资源, 我国连续多年对水资源的利用情况进行跟踪调查, 将所得数

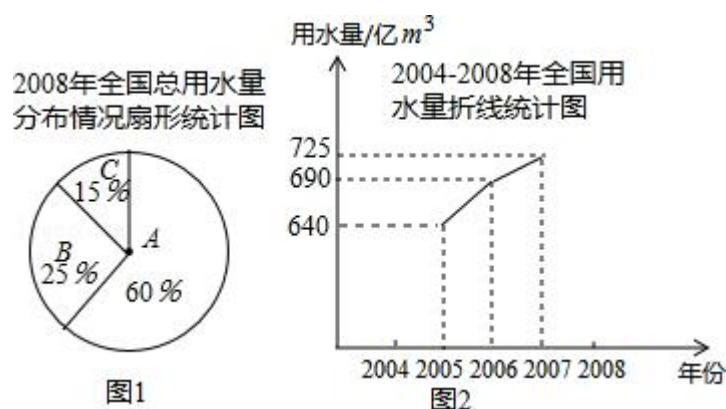
据进行处理，绘制了 2008 年全国总用水量分布情况扇形统计图和 2004 – 2008 年全国生活用水量折线统计图的一部分如下：

(1) 2007 年全国生活用水量比 2004 年增加了 16%，则 2004 年全国生活用水量为 625 亿 m^3 ，2008 年全国生活用水量比 2004 年增加了 20%，则 2008 年全国生活用水量为 750 亿 m^3 ；

(2) 根据以上信息，请直接在答题卡上补全折线统计图；

(3) 根据以上信息 2008 年全国总水量为 5000 亿；

(4) 我国 2008 年水资源总量约为 2.75×10^4 亿 m^3 ，根据国外的经验，一个国家当年的全国总用水量超过这个国家年水资源总量的 20%，就有可能发生“水危机”。依据这个标准，2008 年我国是否属于可能发生“水危机”的行列？并说明理由。



考点：折线统计图；扇形统计图.

专题：计算题.

分析： (1) 设 2004 年全国生活用水量为 x 亿 m^3 ，利用增长率公式得到 $x \cdot (1+16\%) = 725$ ，解得 $x=625$ ，然后计算用 $(1+20\%)$ 乘以 2004 年全国生活用水量得到 2008 年全国生活用水量；

(2) 补全折线统计图即可；

(3) 用 2008 年全国生活用水量除以 2008 年全国生活用水量所占的百分比即可得到 2008 年全国总水量；

(4) 通过计算得到 $2.75 \times 10^4 \times 20\% = 5500 > 5000$ ，根据题意可判断 2008 年

我国不属于可能发生“水危机”的行列.

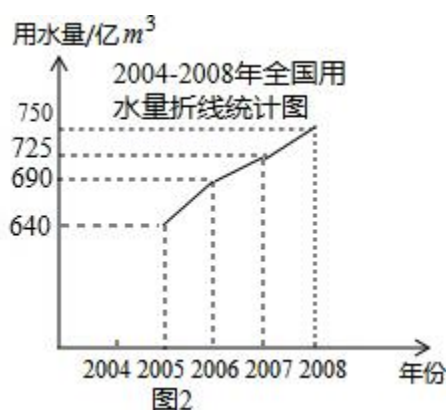
解答: 解: (1) 设 2004 年全国生活用水量为 x 亿 m^3 ,

根据题意得 $x \cdot (1+16\%) = 725$, 解得 $x=625$,

即 2004 年全国生活用水量为 625 亿 m^3 ,

则 2008 年全国生活用水量 $= 625 \times (1+20\%) = 750$ (亿 m^3);

(2) 如图:



(3) 2008 年全国总水量 $= 750 \div 15\% = 5000$ (亿);

(4) 不属于. 理由如下:

$$2.75 \times 10^4 \times 20\% = 5500 > 5000,$$

所以 2008 年我国不属于可能发生“水危机”的行列.

故答案为 625, 750, 5000.

点评: 本题考查了折线统计图: 折线图是用一个单位表示一定的数量, 根据数量的多少描出各点, 然后把各点用线段依次连接起来. 以折线的上升或下降来表示统计数量增减变化. 折线图不但可以表示出数量的多少, 而且能够清楚地表示出数量的增减变化情况. 也考查了扇形统计图.

20. (10 分) (2015•沈阳) 高速铁路列车已成为中国人出行的重要交通工具, 其平均速度是普通铁路列车平均速度的 3 倍, 同样行驶 690km, 高速铁路列车比普通铁路列车少运行了 4.6h, 求高速铁路列车的平均速度.

考点：分式方程的应用.

分析：设高速铁路列车的平均速度为 $x\text{km/h}$ ，根据高速铁路列车比普通铁路列车少运行了 4.6h 列出分式方程，解分式方程即可，注意检验.

解答：解：设高速铁路列车的平均速度为 $x\text{km/h}$,

$$\text{根据题意，得：}\frac{690}{\frac{1}{3}x}=\frac{690}{x}+4.6,$$

$$\text{去分母，得：}690\times 3=690+4.6x,$$

$$\text{解这个方程，得：}x=300,$$

经检验， $x=300$ 是所列方程的解，

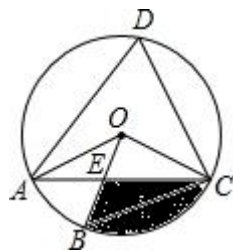
因此高速铁路列车的平均速度为 300km/h .

点评：本题考查了分式方程的应用；根据时间关系列出分式方程时解决问题的关键，注意解分式方程必须检验.

21. (10 分) (2015•沈阳) 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, $\angle ABC=2\angle D$, 连接 OA 、 OB 、 OC 、 AC , OB 与 AC 相交于点 E .

(1) 求 $\angle OCA$ 的度数;

(2) 若 $\angle COB=3\angle AOB$, $OC=2\sqrt{3}$, 求图中阴影部分面积 (结果保留 π 和根号)



考点：扇形面积的计算；圆内接四边形的性质；解直角三角形.

分析： (1) 根据四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形得到 $\angle ABC+\angle D=180^\circ$ ，根据 $\angle ABC=2\angle D$ 得到 $\angle D+2\angle D=180^\circ$ ，从而求得 $\angle D=60^\circ$ ，最后根据 $OA=OC$ 得到 $\angle OAC=\angle OCA=30^\circ$;

(2) 首先根据 $\angle COB=3\angle AOB$ 得到 $\angle AOB=30^\circ$ ，从而得到 $\angle COB$ 为直

角，然后利用 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 OBC}} - S_{\triangle OEC}$ 求解.

解答: 解: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是 $\odot O$ 的内接四边形,

$$\therefore \angle ABC + \angle D = 180^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 2\angle D,$$

$$\therefore \angle D + 2\angle D = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 2\angle D = 120^\circ,$$

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA = 30^\circ;$$

$$(2) \because \angle COB = 3\angle AOB,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle AOB + 3\angle AOB = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle COB = \angle AOC - \angle AOB = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中, $OC = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore OE = OC \cdot \tan \angle OCE = 2\sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle OEC} = \frac{1}{2} OE \cdot OC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{扇形 OBC}} = \frac{90\pi \times (2\sqrt{3})^2}{360} = 3\pi,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 OBC}} - S_{\triangle OEC} = 3\pi - 2\sqrt{3}.$$

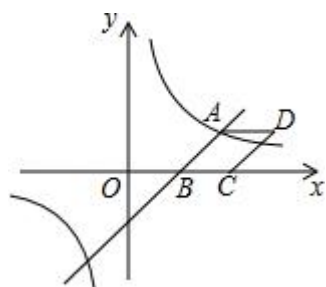
点评: 本题考查了扇形面积的计算, 圆内接四边形的性质, 解直角三角形的知识, 在求不规则的阴影部分的面积时常常转化为几个规则几何图形的面积的和或差.

22. (10 分) (2015•沈阳) 如图, 已知一次函数 $y=\frac{3}{2}x-3$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于点 A (4, n), 与 x 轴相交于点 B.

(1) 填空: n 的值为 3, k 的值为 12;

(2) 以 AB 为边作菱形 ABCD, 使点 C 在 x 轴正半轴上, 点 D 在第一象限, 求点 D 的坐标;

(3) 考察反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象, 当 $y \geq -2$ 时, 请直接写出自变量 x 的取值范围.



考点: 反比例函数综合题.

分析: (1) 把点 A (4, n) 代入一次函数 $y=\frac{3}{2}x-3$, 得到 n 的值为 3; 再把点 A

(4, 3) 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$, 得到 k 的值为 8;

(2) 根据坐标轴上点的坐标特征可得点 B 的坐标为 (2, 0), 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴, 垂足为 E, 过点 D 作 $DF \perp x$ 轴, 垂足为 F, 根据勾股定理得到 $AB=\sqrt{13}$, 根据 AAS 可得 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$, 根据菱形的性质和全等三角形的性质可得点 D 的坐标;

(3) 根据反比例函数的性质即可得到当 $y \geq -2$ 时, 自变量 x 的取值范围.

解答: 解: (1) 把点 A (4, n) 代入一次函数 $y=\frac{3}{2}x-3$, 可得 $n=\frac{3}{2} \times 4 - 3 = 3$;

把点 A (4, 3) 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$, 可得 $3=\frac{k}{4}$,

解得 $k=12$.

(2) $\because$ 一次函数 $y=\frac{3}{2}x-3$ 与 x 轴相交于点 B,

$$\therefore \frac{3}{2}x - 3 = 0,$$

解得 $x=2$,

∴点 B 的坐标为 (2, 0),

如图, 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴, 垂足为 E,

过点 D 作 $DF \perp x$ 轴, 垂足为 F,

∵A (4, 3), B (2, 0),

∴OE=4, AE=3, OB=2,

∴BE=OE - OB=4 - 2=2,

在 Rt△ABE 中,

$$AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13},$$

∵四边形 ABCD 是菱形,

∴AB=CD=BC= $\sqrt{13}$, AB // CD,

∴∠ABE=∠DCF,

∵AE ⊥ x 轴, DF ⊥ x 轴,

∴∠AEB=∠DFC=90°,

在△ABE 与△DCF 中,

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle DFC \\ \angle ABE = \angle DCF, \\ AB = CD \end{cases}$$

∴△ABE ≌ △DCF (ASA),

∴CF=BE=2, DF=AE=3,

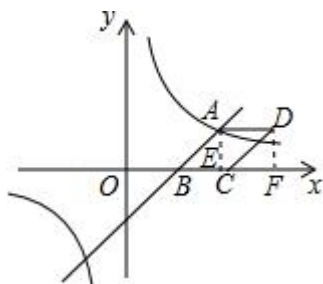
∴OF=OB+BC+CF=2+ $\sqrt{13}$ +2=4+ $\sqrt{13}$,

∴点 D 的坐标为 (4+ $\sqrt{13}$, 3).

(3) 当 $y = -2$ 时, $-2 = \frac{12}{x}$, 解得 $x = -6$.

故当 $y \geq -2$ 时, 自变量 x 的取值范围是 $x \leq -6$ 或 $x > 0$.

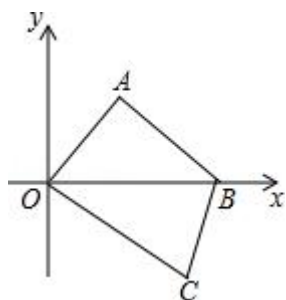
故答案为: 3, 12.



点评： 本题考查了反比例函数综合题，利用了待定系数法求函数解析式，菱形的性质和全等三角形的判定和性质，勾股定理，反比例函数的性质等知识，综合性较强，有一定的难度.

23. (12 分) (2015•沈阳) 如图，在平面直角坐标系中，四边形 OABC 的顶点 O 是坐标原点，点 A 在第一象限，点 C 在第四象限，点 B 的坐标为 (60, 0)， $OA=AB$ ， $\angle OAB=90^\circ$ ， $OC=50$. 点 P 是线段 OB 上的一个动点 (点 P 不与点 O、B 重合)，过点 P 与 y 轴平行的直线 l 交边 OA 或边 AB 于点 Q，交边 OC 或边 BC 于点 R，设点 P 横坐标为 t，线段 QR 的长度为 m. 已知 $t=40$ 时，直线 l 恰好经过点 C.

- (1) 求点 A 和点 C 的坐标；
- (2) 当 $0 < t < 30$ 时，求 m 关于 t 的函数关系式；
- (3) 当 $m=35$ 时，请直接写出 t 的值；
- (4) 直线 l 上有一点 M，当 $\angle PMB + \angle POC = 90^\circ$ ，且 $\triangle PMB$ 的周长为 60 时，请直接写出满足条件的点 M 的坐标.



考点： 一次函数综合题.

分析： (1) 利用等腰三角形的性质以及勾股定理结合 B 点坐标得出 A，C 点坐标；

(2) 利用锐角三角函数关系结合 (1) 中所求得 PR，QP 的长，进而求

出即可；

(3) 利用 (2) 中所求，利用当 $0 < t < 30$ 时，当 $30 \leq t \leq 60$ 时，分别利用 m 与 t 的关系式求出即可；

(4) 利用相似三角形的性质，得出 M 点坐标即可．

解答：解：(1) 如图 1，过点 A 作 $AD \perp OB$ ，垂足为 D ，过点 C 作 $CE \perp OB$ ，垂足为 E ，

$$\because OA=AB,$$

$$\therefore OD=DB=\frac{1}{2}OB,$$

$$\because \angle OAB=90^\circ,$$

$$\therefore AD=\frac{1}{2}OB,$$

$$\because \text{点 } B \text{ 的坐标为: } (60, 0),$$

$$\therefore OB=60,$$

$$\therefore OD=\frac{1}{2}OB=\frac{1}{2} \times 60=30,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为: } (30, 30),$$

$\because$ 直线 l 平行于 y 轴且当 $t=40$ 时，直线 l 恰好过点 C ，

$$\therefore OE=40,$$

在 $Rt\triangle OCE$ 中， $OC=50$ ，

由勾股定理得：

$$CE=\sqrt{OC^2 - OE^2}=\sqrt{50^2 - 40^2}=30,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为: } (40, -30);$$

(2) 如图 2， $\because \angle OAB=90^\circ$ ， $OA=AB$ ，

$$\therefore \angle AOB=45^\circ,$$

∵ 直线 l 平行于 y 轴,

$$\therefore \angle OPQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OQP = 45^\circ,$$

$$\therefore OP = QP,$$

∵ 点 P 的横坐标为 t,

$$\therefore OP = QP = t,$$

在 Rt△OCE 中,

$$OE = 40, \quad CE = 30,$$

$$\therefore \tan \angle EOC = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \tan \angle POR = \frac{PR}{OP} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore PR = OP \cdot \tan \angle POR = \frac{3}{4}t,$$

$$\therefore QR = QP + PR = t + \frac{3}{4}t = \frac{7}{4}t,$$

$$\therefore \text{当 } 0 < t < 30 \text{ 时, } m \text{ 关于 } t \text{ 的函数关系式为: } m = \frac{7}{4}t;$$

$$(3) \text{ 由 (2) 得: 当 } 0 < t < 30 \text{ 时, } m = 35 = \frac{7}{4}t, \text{ 解得: } t = 20;$$

如图 3, 当 $30 \leq t \leq 60$ 时, ∵ $OP = t$, 则 $BP = QP = 60 - t$,

$$\therefore PR \parallel CE,$$

$$\therefore \triangle BPR \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \frac{BP}{EB} = \frac{PR}{EC},$$

$$\therefore \frac{60 - t}{20} = \frac{PR}{30},$$

$$\text{解得: } PR = 90 - \frac{3}{2}t,$$

$$\text{则 } m = 60 - t + 90 - \frac{3}{2}t = 35,$$

$$\text{解得: } t = 46,$$

综上所述: t 的值为 20 或 46;

(4) 如图 4, 当 $\angle PMB + \angle POC = 90^\circ$ 且 $\triangle PMB$ 的周长为 60 时, 此时 $t=40$, 直线 l 恰好经过点 C ,

则 $\angle MBP = \angle COP$,

故此时 $\triangle BMP \sim \triangle OCP$,

$$\text{则 } \frac{CP}{OP} = \frac{MP}{PB},$$

$$\text{即 } \frac{30}{40} = \frac{x}{40-x},$$

解得: $x=15$,

故 $M_1(40, 15)$, 同理可得: $M_2(40, -15)$,

综上所述: 符合题意的点的坐标为: $M_1(40, 15)$, $M_2(40, -15)$.

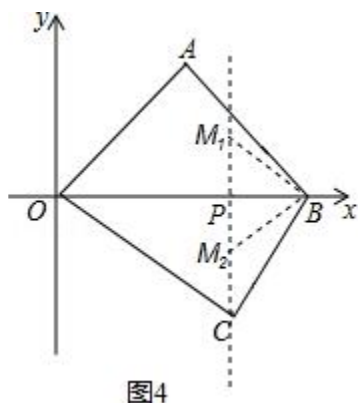


图4

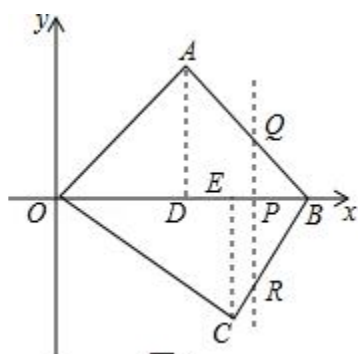


图3

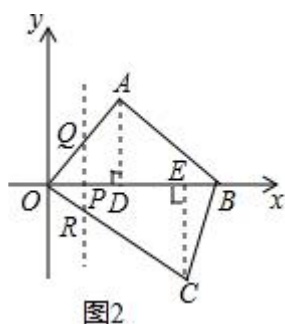


图2

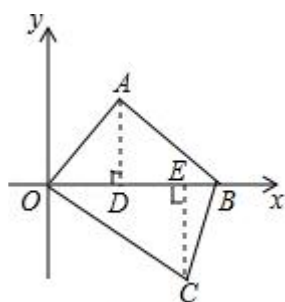


图1

点评：此题主要考查了一次函数综合以及相似三角形的判定与性质和勾股定理等知识，利用分类讨论以及数形结合得出是解题关键.

24. (12分) (2015•沈阳) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=6$ ， $BC=4$ ， $\angle B=60^\circ$ ，点E是边AB上的一点，点F是边CD上一点，将 $\square ABCD$ 沿EF折叠，得到四边形EFGH，点A的对应点为点H，点D的对应点为点G.

(1) 当点H与点C重合时.

①填空：点E到CD的距离是 $2\sqrt{3}$ ；

②求证： $\triangle BCE \cong \triangle GCF$ ；

③求 $\triangle CEF$ 的面积；

(2) 当点H落在射线BC上，且 $CH=1$ 时，直线EH与直线CD交于点M，请直接写出 $\triangle MEF$ 的面积.

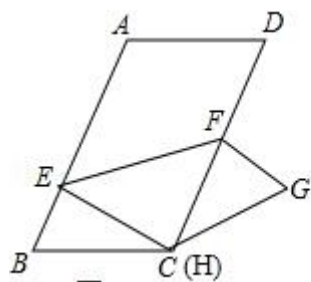
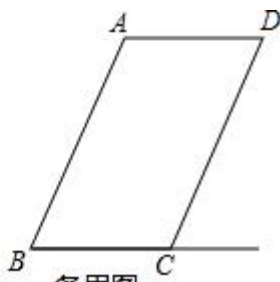


图1



备用图

考点：四边形综合题.

分析：（1）①解直角三角形即可；

②根据平行四边形的性质和折叠的性质得出 $\angle B = \angle G$, $\angle BCE = \angle GCF$, $BC = GC$, 然后根据 AAS 即可证明；③过 E 点作 $EP \perp BC$ 于 P, 设 $BP = m$, 则 $BE = 2m$, 通过解直角三角形求得 $EP = \sqrt{3}m$, 然后根据折叠的性质和勾股定理求得 EC, 进而根据三角形的面积就可求得；

（2）过 E 点作 $EQ \perp BC$ 于 Q, 通过解直角三角形求得 $EP = \sqrt{3}n$, 根据折叠的性质和勾股定理求得 EH, 然后根据三角形相似对应边成比例求得 MH, 从而求得 CM, 然后根据三角形面积公式即可求得.

解答：解：（1）如图 1, ①作 $CK \perp AB$ 于 K,

$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore CK = BC \cdot \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$\because$ C 到 AB 的距离和 E 到 CD 的距离都是平行线 AB、CD 间的距离,

$$\therefore \text{点 E 到 CD 的距离是 } 2\sqrt{3},$$

故答案为 $2\sqrt{3}$;

② $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, \angle D = \angle B, \angle A = \angle BCD,$$

由折叠可知, $AD = CG$, $\angle D = \angle G$, $\angle A = \angle ECG$,

$$\therefore BC = GC, \angle B = \angle G, \angle BCD = \angle ECG,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle GCF,$$

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle GCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle G \\ \angle BCE = \angle GCF, \\ BC = GC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle GCF \text{ (AAS)};$$

③过 E 点作 $EP \perp BC$ 于 P,

$$\because \angle B = 60^\circ, \angle EPB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEP = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 2BP,$$

设 $BP = m$, 则 $BE = 2m$,

$$\therefore EP = BE \cdot \sin 60^\circ = 2m \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}m,$$

由折叠可知, $AE = CE$,

$$\because AB = 6,$$

$$\therefore AE = CE = 6 - 2m,$$

$$\because BC = 4,$$

$$\therefore PC = 4 - m,$$

在 $RT\triangle ECP$ 中, 由勾股定理得 $(4 - m)^2 + (\sqrt{3}m)^2 = (6 - 2m)^2$, 解得

$$m = \frac{5}{4},$$

$$\therefore EC = 6 - 2m = 6 - 2 \times \frac{5}{4} = \frac{7}{2},$$

$$\because \triangle BCE \cong \triangle GCF,$$

$$\therefore CF = EC = \frac{7}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 2\sqrt{3} = \frac{7\sqrt{3}}{2};$$

(2) ①当 H 在 BC 的延长线上时, 如图 2, 过 E 点作 $EQ \perp BC$ 于 Q,

$$\because \angle B = 60^\circ, \angle EQB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEQ = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 2BQ,$$

设 $BQ = n$, 则 $BE = 2n$,

$$\therefore QE = BE \cdot \sin 60^\circ = 2n \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}n,$$

由折叠可知, $AE = HE$,

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore AE = HE = 6 - 2n,$$

$$\therefore BC = 4, \quad CH = 1,$$

$$\therefore BH = 5,$$

$$\therefore QH = 5 - n,$$

在 $RT\triangle EHQ$ 中, 由勾股定理得 $(5 - n)^2 + (\sqrt{3}n)^2 = (6 - 2n)^2$, 解得

$$n = \frac{11}{14},$$

$$\therefore AE = HE = 6 - 2n = \frac{31}{7},$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle CMH \sim \triangle BEH,$$

$$\therefore \frac{MH}{HE} = \frac{CH}{BH}, \quad \text{即} \quad \frac{MH}{\frac{31}{7}} = \frac{1}{5},$$

$$\therefore MH = \frac{31}{35},$$

$$\therefore EM = \frac{31}{7} - \frac{31}{35} = \frac{124}{35}$$

$$\therefore S_{\triangle EMF} = \frac{1}{2} \times \frac{124}{35} \times 2\sqrt{3} = \frac{124\sqrt{3}}{35}.$$

②如图 3, 当 H 在 BC 的延长线上时, 过 E 点作 $EQ \perp BC$ 于 Q ,

$$\therefore \angle B = 60^\circ, \quad \angle EQB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEQ = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 2BQ,$$

设 $BQ = n$, 则 $BE = 2n$,

$$\therefore QE = BE \cdot \sin 60^\circ = 2n \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}n,$$

由折叠可知, $AE=HE$,

$$\therefore AB=6,$$

$$\therefore AE=HE=6-2n,$$

$$\therefore BC=4, CH=1,$$

$$\therefore BH=3$$

$$\therefore QH=3-n$$

在 $RT\triangle EHQ$ 中, 由勾股定理得 $(3-n)^2 + (\sqrt{3}n)^2 = (6-2n)^2$, 解得

$$n=\frac{3}{2}$$

$$\therefore BE=2n=3, AE=HE=6-2n=3,$$

$$\therefore BE=BH,$$

$$\therefore \angle B=60^\circ,$$

$\therefore \triangle BHE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle BEH=60^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF=\angle HEF,$$

$$\therefore \angle FEH=\angle AEF=60^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel BC,$$

$$\therefore DF=CF=3,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle CMH \sim \triangle BEH,$$

$$\therefore \frac{CM}{BE} = \frac{CH}{BH}, \text{ 即 } \frac{CM}{3} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore CM=1$$

$$\therefore EM=CF+CM=4$$

$$\therefore S_{\triangle EMF} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}.$$

综上, $\triangle MEF$ 的面积为 $\frac{124\sqrt{3}}{35}$ 或 $4\sqrt{3}$.

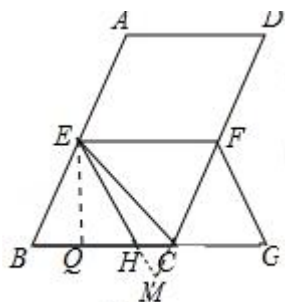


图3

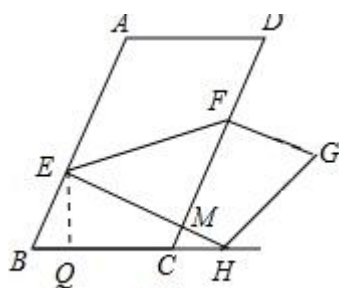


图2

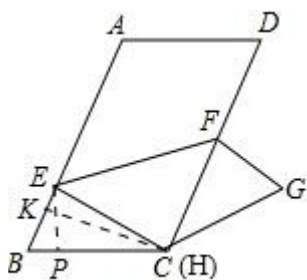


图1

点评: 本题是四边形综合题, 考查了解直角三角形, 平行四边形的性质, 折叠的性质勾股定理的应用, 三角形相似的判定和性质, 三角形面积等, 熟练掌握性质定理是解题的关键.

25. (14 分) (2015•沈阳) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$ 与 x 轴交于 B 、 C 两点 (点 B 在点 C 的左侧), 与 y 轴交于点 A , 抛物线的顶点为 D .

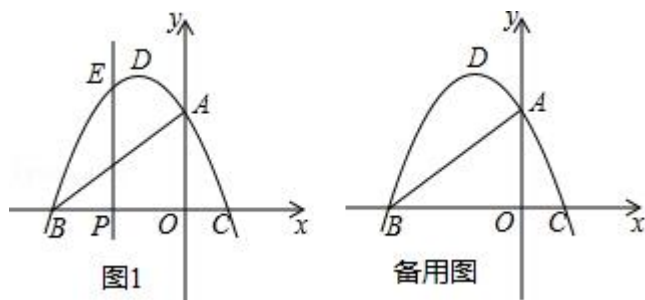
(1) 填空: 点 A 的坐标为 (0, 2), 点 B 的坐标为 (-3, 0), 点 C 的坐标为 (1, 0), 点 D 的坐标为 (-1, $-\frac{8}{3}$);

(2) 点 P 是线段 BC 上的动点 (点 P 不与点 B 、 C 重合)

①过点 P 作 x 轴的垂线交抛物线于点 E , 若 $PE=PC$, 求点 E 的坐标;

②在①的条件下，点 F 是坐标轴上的点，且点 F 到 EA 和 ED 的距离相等，请直接写出线段 EF 的长；

③若点 Q 是线段 AB 上的动点（点 Q 不与点 A、B 重合），点 R 是线段 AC 上的动点（点 R 不与点 A、C 重合），请直接写出 $\triangle PQR$ 周长的最小值.



考点：二次函数综合题.

分析：（1）令 $x=0$ ，求得 $A(0, 2)$ ，令 $y=0$ ，求得 $B(-3, 0)$ ， $C(1, 0)$ ，

由 $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$ 转化成顶点式可知 $D(-1, \frac{8}{3})$ ；

（2）①设 $P(n, 0)$ ，则 $E(n, -\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{3}n + 2)$ ，根据已知条件得出 $-\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{3}n + 2 = 1 - n$ ，解方程即可求得 E 的坐标；

②根据直线 ED 和 EA 的斜率可知直线与坐标轴的交角相等，从而求得与坐标轴构成的三角形是等腰三角形，根据等腰三角形的性质即可求得 EF 的长；

③根据题意得：当 $\triangle PQR$ 为 $\triangle ABC$ 垂足三角形时，周长最小，所以 P 与 O 重合时，周长最小，作 O 关于 AB 的对称点 E，作 O 关于 AC 的对称点 F，连接 EF 交 AB 于 Q，交 AC 于 R，此时 $\triangle PQR$ 的周长 $PQ + QR + PR = EF$ ，然后求得 E、F 的坐标，根据勾股定理即可求得.

解答：解：（1）令 $x=0$ ，则 $y=2$ ，

$\therefore A(0, 2)$ ，

令 $y=0$ ，则 $-\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2 = 0$ ，解得 $x_1 = -3$ ， $x_2 = 1$ （舍去），

$\therefore B(-3, 0)$ ， $C(1, 0)$ ，

由 $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2 = -\frac{2}{3}(x+1)^2 + \frac{8}{3}$ 可知 $D(-1, \frac{8}{3})$,

故答案为 $0, 2, -3, 0, 1, 0, -1, \frac{8}{3}$;

(2) ①设 $P(n, 0)$, 则 $E(n, -\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{3}n + 2)$,

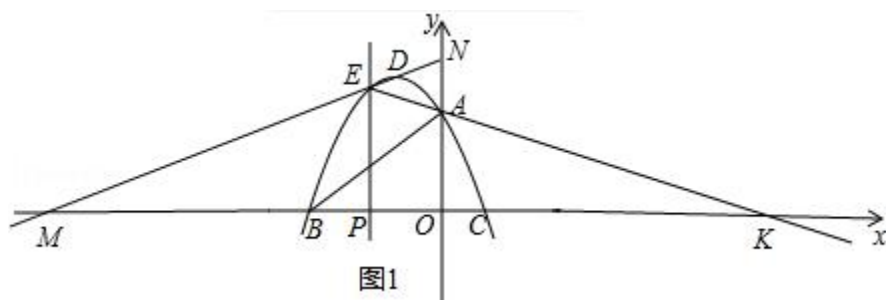
$\because PE=PC$,

$\therefore -\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{3}n + 2 = 1 - n$, 解得 $n_1 = -\frac{3}{2}$, $n_2 = 1$ (舍去),

$\therefore$ 当 $n = -\frac{3}{2}$ 时, $1 - n = \frac{5}{2}$,

$\therefore E(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$,

②如图 1, 设直线 DE 与 x 轴交于 M , 与 y 轴交于 N , 直线 EA 与 x 轴交于 K ,



根据 E, D 的坐标求得直线 ED 的斜率为 $\frac{1}{3}$, 根据 E, A 的坐标求得直线 EA 的斜率为 $-\frac{1}{3}$,

$\therefore \triangle MEK$ 是以 MK 为底边的等腰三角形, $\triangle AEN$ 是以 AN 为底边的等腰三角形,

$\therefore$ 到 EA 和 ED 的距离相等的点 F 在顶角的平分线上,

根据等腰三角形的性质可知, EF 是 E 点到坐标轴的距离,

$\therefore EF = \frac{3}{2}$ 或 $\frac{5}{2}$;

(3) 根据题意得: 当 $\triangle PQR$ 为 $\triangle ABC$ 垂足三角形时, 周长最小, 所以 P 与 O 重合时, 周长最小,

如图 2, 作 O 关于 AB 的对称点 E , 作 O 关于 AC 的对称点 F , 连接 EF

交 AB 于 Q, 交 AC 于 R,

此时 $\triangle PQR$ 的周长 $PQ+QR+PR=EF$,

$$\because A(0, 2), B(-3, 0), C(1, 0),$$

$$\therefore AB=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}, AC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5},$$

$$\because S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}OE\times AB=\frac{1}{2}OA\cdot OB,$$

$$\therefore OE=\frac{12}{\sqrt{13}},$$

$$\because \triangle OEM\sim\triangle ABO,$$

$$\therefore \frac{OM}{OA}=\frac{EM}{OB}=\frac{OE}{AB}, \text{ 即 } \frac{OM}{2}=\frac{EM}{3}=\frac{\frac{12}{\sqrt{13}}}{\sqrt{13}},$$

$$\therefore OM=\frac{24}{13}, EM=\frac{36}{13}$$

$$\therefore E\left(-\frac{24}{13}, \frac{36}{13}\right),$$

$$\text{同理求得 } F\left(\frac{8}{5}, \frac{4}{5}\right),$$

$$\text{即 } \triangle PQR \text{ 周长的最小值为 } EF=\sqrt{\left(\frac{8}{5}+\frac{24}{13}\right)^2+\left(\frac{36}{13}-\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{32\sqrt{65}}{65}.$$

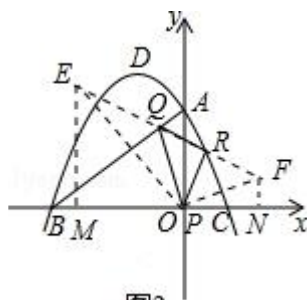


图2

点评: 本题是二次函数的综合题, 考查了二次函数的性质, 角平分线的性质, 等腰三角形的性质, 勾股定理的应用, 轴对称 - 最短路线问题, (3) 根据对称的性质确定出三角形周长最小时满足的图形, 找出点 P 关于直线 AB 的对称点 E, 关于 AC 的对称点 F, 再根据两点之间线段最短得到 BEF 即为 $PQ+QR+PR$ 的最小值是解题的关键.