

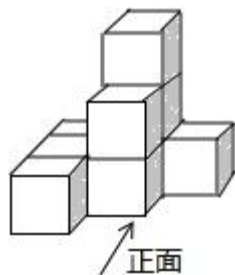
2015 年辽宁省本溪市中考数学试卷

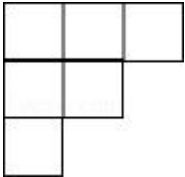
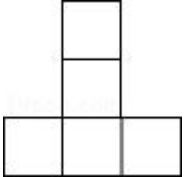
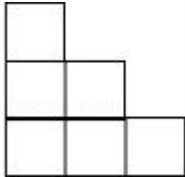
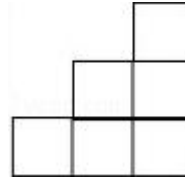
一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (3 分) (2015•本溪) 实数 $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

2. (3 分) (2015•本溪) 如图是由多个完全相同的小正方体组成的几何体, 其左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2015•本溪) 下列运算正确的是 ()

- A. $5m+2m=7m^2$ B. $-2m^2 \cdot m^3=2m^5$
C. $(-a^2b)^3=-a^6b^3$ D. $(b+2a)(2a-b)=b^2-4a^2$

4. (3 分) (2015•本溪) 下列图案中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

5. (3 分) (2015•本溪) 为迎接“六一”儿童节, 某儿童品牌玩具专卖店购进了 A、B 两类玩具, 其中 A 类玩具的进价比 B 类玩具的进价每个多 3 元, 经调查: 用 900 元购进 A 类玩具的数量与用 750 元购进 B 类玩具的数量相同. 设 A 类玩具的进价为 m 元/个, 根据题意可列分式方程为 ()

- A. $\frac{900}{m} = \frac{750}{m+3}$ B. $\frac{900}{m+3} = \frac{750}{m}$ C. $\frac{900}{m} = \frac{750}{m-3}$ D. $\frac{900}{m-3} = \frac{750}{m}$

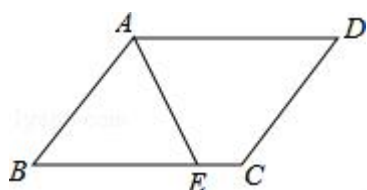
6. (3分) (2015•本溪) 射击训练中, 甲、乙、丙、丁四人每人射击 10 次, 平均环数均为 8.7 环, 方差分别为 $S_{\text{甲}}^2=0.51$, $S_{\text{乙}}^2=0.41$ 、 $S_{\text{丙}}^2=0.62$ 、 $S_{\text{丁}}^2=0.45$, 则四人中成绩最稳定的是 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

7. (3分) (2015•本溪) 在一个不透明的口袋中, 装有若干个红球和 4 个黄球, 它们除颜色外没有任何区别, 摇匀后从中随机摸出一个球, 记下颜色后再放回口袋中, 通过大量重复摸球实验发现, 摸到黄球的频率是 0.2, 则估计盒子中大约有红球 ()

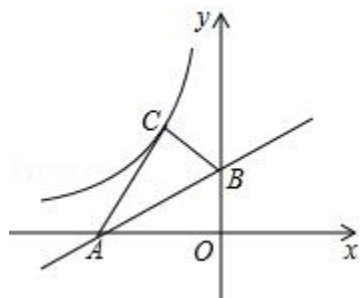
A. 16 个 B. 20 个 C. 25 个 D. 30 个

8. (3分) (2015•本溪) 如图, $\square ABCD$ 的周长为 20cm, AE 平分 $\angle BAD$, 若 $CE=2\text{cm}$, 则 AB 的长度是 ()



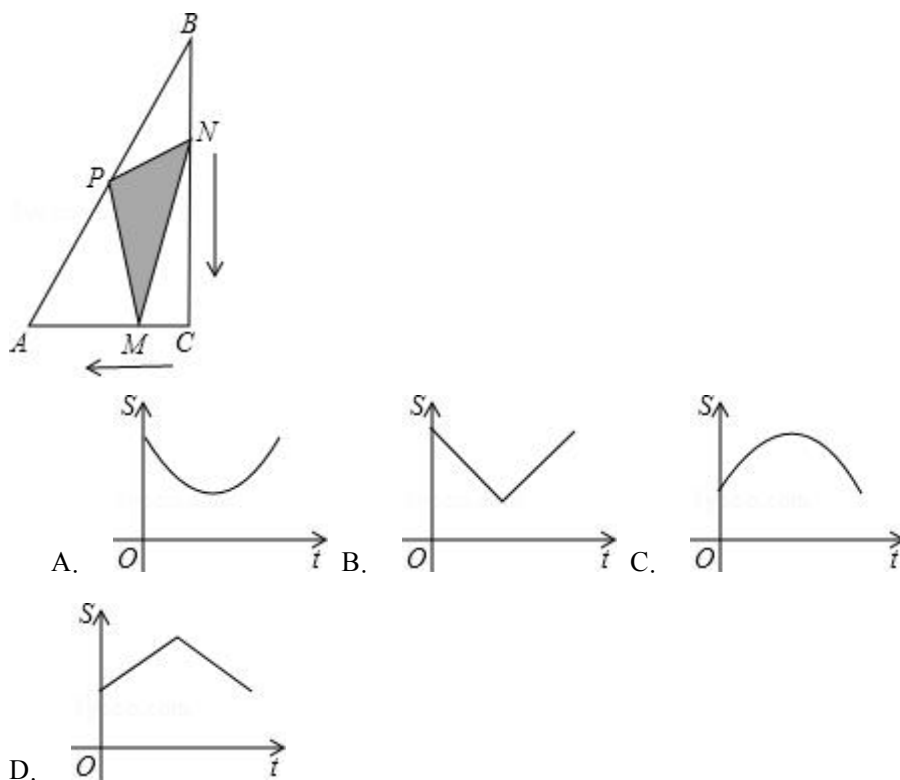
A. 10cm B. 8cm C. 6cm D. 4cm

9. (3分) (2015•本溪) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 AB 与 x 轴交于点 A (-2, 0), 与 x 轴夹角为 30° , 将 $\triangle ABO$ 沿直线 AB 翻折, 点 O 的对应点 C 恰好落在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上, 则 k 的值为 ()



A. 4 B. -2 C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

10. (3分) (2015•本溪) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 P 是斜边 AB 的中点, 点 M 从点 C 向点 A 匀速运动, 点 N 从点 B 向点 C 匀速运动, 已知两点同时出发, 同时到达终点, 连接 PM、PN、MN, 在整个运动过程中, $\triangle PMN$ 的面积 S 与运动时间 t 的函数关系图象大致是 ()

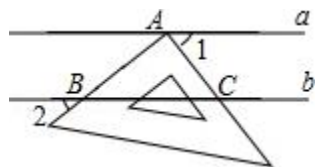


二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) (2015•本溪) 据《本溪日报》报道: 本溪市高新区 2015 年 1 月份公共财政预算收入完成 259 610 000 元, 首月实现税收收入“开门红”. 将 259 610 000 用科学记数法表示为_____.

12. (3 分) (2015•本溪) 分解因式: $9a^3 - ab^2 =$ _____.

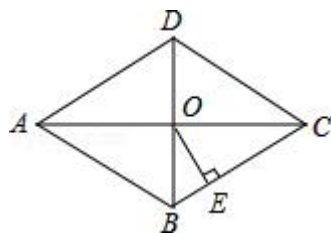
13. (3 分) (2015•本溪) 如图, 直线 $a \parallel b$, 三角板的直角顶点 A 落在直线 a 上, 两条直线分别交直线 b 于 B、C 两点. 若 $\angle 1 = 42^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是_____.



14. (3 分) (2015•本溪) 从 -1 、 $-\frac{1}{2}$ 、 1 这三个数中任取两个不同的数作为点 A 的坐标, 则点 A 在第二象限的概率是_____.

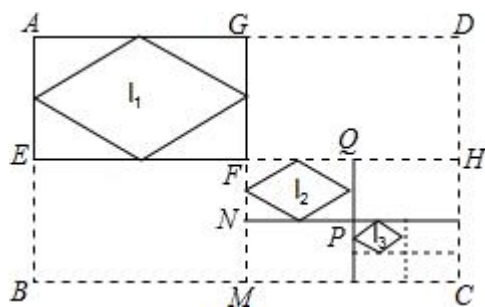
15. (3 分) (2015•本溪) 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是_____.

16. (3分) (2015•本溪) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AC=8$, $BD=6$, $OE \perp BC$, 垂足为点 E , 则 $OE=$ _____.



17. (3分) (2015•本溪) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6\text{cm}$, $AC=5\text{cm}$, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上. 若 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 且 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形 } BCED} = 1 : 8$, 则 $AD=$ _____cm.

18. (3分) (2015•本溪) 如图, 已知矩形 $ABCD$ 的边长分别为 a , b , 连接其对边中点, 得到四个矩形, 顺次连接矩形 $AEFG$ 各边中点, 得到菱形 I_1 ; 连接矩形 $FMCH$ 对边中点, 又得到四个矩形, 顺次连接矩形 $FNPQ$ 各边中点, 得到菱形 I_2 ; ... 如此操作下去, 得到菱形 I_n , 则 I_n 的面积是_____.

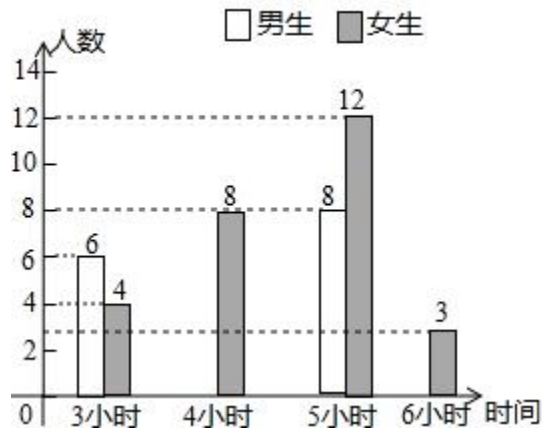


三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10分) (2015•本溪) 先化简, 再求值: $(x - 2 + \frac{3}{x+2}) \div \frac{x^2+2x+1}{x+2}$, 其中 $x = (\pi - 2015)^0 - \sqrt{4} + (\frac{1}{3})^{-1}$.

20. (12分) (2015•本溪) 某中学为开拓学生视野, 开展“课外读书周”活动, 活动后期随机调查了九年级部分学生一周的课外阅读时间, 并将结果绘制成两幅不完整的统计图, 请你根据统计图的信息回答下列问题:

学生课外阅读时间条形统计图



学生课外阅读时间扇形统计图



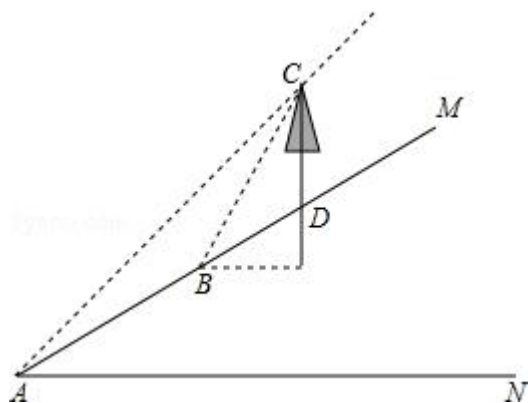
- (1) 本次调查的学生总数为_____人，被调查学生的课外阅读时间的中位数是_____小时，众数是_____小时；
- (2) 请你补全条形统计图；
- (3) 在扇形统计图中，课外阅读时间为 5 小时的扇形的圆心角度数是_____；
- (4) 若全校九年级共有学生 700 人，估计九年级一周课外阅读时间为 6 小时的学生有多少人？

四、解答题 (第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，共 24 分)

21. (12 分) (2015•本溪) 暑期临近，本溪某旅行社准备组织“亲子一家游”活动，去我省沿海城市旅游，报名的人数共有 69 人，其中成人的人数比儿童人数的 2 倍少 3 人.

- (1) 旅游团中成人和儿童各有多少人？
- (2) 旅行社为了吸引游客，打算给游客准备一件 T 恤衫，成人 T 恤衫每购买 10 件赠送 1 件儿童 T 恤衫 (不足 10 件不赠送)，儿童 T 恤衫每件 15 元，旅行社购买服装的费用不超过 1200 元，请问每件成人 T 恤衫的价格最高是多少元？

22. (12 分) (2015•本溪) 张老师利用休息时间组织学生测量山坡上一棵大树 CD 的高度，如图，山坡与水平面成 30° 角 (即 $\angle MAN=30^\circ$)，在山坡底部 A 处测得大树顶端点 C 的仰角为 45° ，沿坡面前进 20 米，到达 B 处，又测得树顶端点 C 的仰角为 60° (图中各点均在同一平面内)，求这棵大树 CD 的高度 (结果精确到 0.1 米，参考数据: $\sqrt{3}\approx 1.732$)

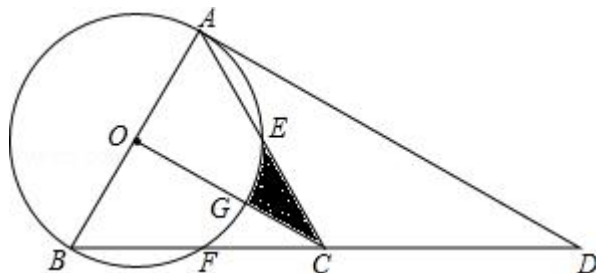


五、解答题 (满分 12 分)

23. (12 分) (2015•本溪) 如图, 点 D 是等边 $\triangle ABC$ 中 BC 边的延长线上一点, 且 $AC=CD$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 分别交边 AC、BC 于点 E、点 F

(1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OC, 交 $\odot O$ 于点 G, 若 $AB=4$, 求线段 CE、CG 与 $\widehat{GE}$ 围成的阴影部分的面积 S.



六、解答题 (满分 12 分)

24. (12 分) (2015•本溪) 某种商品的进价为 40 元/件, 以获利不低于 25% 的价格销售时, 商品的销售单价 y (元/件) 与销售数量 x (件) (x 是正整数) 之间的关系如下表:

x (件) ... 5 10 15 20 ...

y (元/件) ... 75 70 65 60 ...

(1) 由题意知商品的最低销售单价是_____元, 当销售单价不低于最低销售单价时, y 是 x 的一次函数. 求出 y 与 x 的函数关系式及 x 的取值范围;

(2) 在 (1) 的条件下, 当销售单价为多少元时, 所获销售利润最大, 最大利润是多少元?

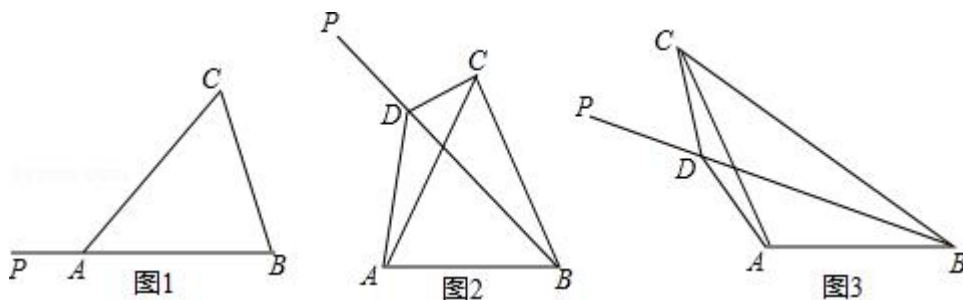
七、解答题 (满分 12 分)

25. (12 分) (2015•本溪) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 射线 BP 从 BA 所在位置开始绕点 B 顺时针旋转, 旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$)

(1) 当 $\angle BAC=60^\circ$ 时, 将 BP 旋转到图 2 位置, 点 D 在射线 BP 上. 若 $\angle CDP=120^\circ$, 则 $\angle ACD$ $\angle ABD$ (填“>”、“=”、“<”), 线段 BD、CD 与 AD 之间的数量关系是_____;

(2) 当 $\angle BAC=120^\circ$ 时, 将 BP 旋转到图 3 位置, 点 D 在射线 BP 上, 若 $\angle CDP=60^\circ$, 求证: $BD - CD = \sqrt{3}AD$;

(3) 将图 3 中的 BP 继续旋转, 当 $30^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, 点 D 是直线 BP 上一点 (点 P 不在线段 BD 上), 若 $\angle CDP=120^\circ$, 请直接写出线段 BD、CD 与 AD 之间的数量关系 (不必证明).



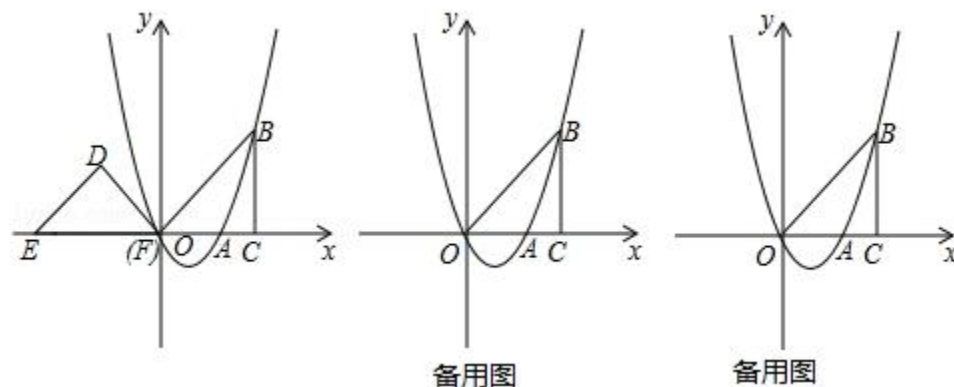
八、解答题 (满分 14 分)

26. (14 分) (2015•本溪) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 经过点 A (2, 0), 点 B (3, 3), $BC \perp x$ 轴于点 C, 连接 OB, 等腰直角三角形 DEF 的斜边 EF 在 x 轴上, 点 E 的坐标为 (-4, 0), 点 F 与原点重合

(1) 求抛物线的解析式并直接写出它的对称轴;

(2) $\triangle DEF$ 以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴正方向移动, 运动时间为 t 秒, 当点 D 落在 BC 边上时停止运动, 设 $\triangle DEF$ 与 $\triangle OBC$ 的重叠部分的面积为 S, 求出 S 关于 t 的函数关系式;

(3) 点 P 是抛物线对称轴上一点, 当 $\triangle ABP$ 是直角三角形时, 请直接写出所有符合条件的点 P 坐标.



2015 年辽宁省本溪市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (3 分) (2015•本溪) 实数 $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

考点：相反数.

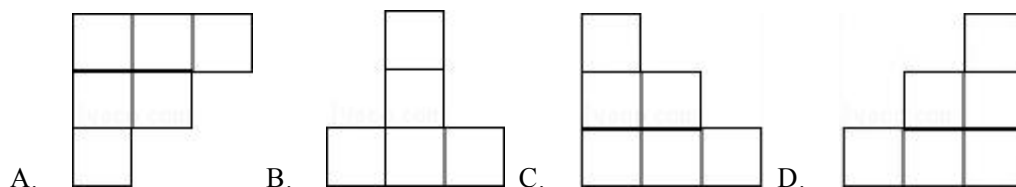
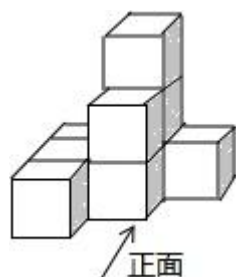
分析：根据只有符号不同的两数叫做互为相反数解答.

解答：解：实数 $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 $\frac{1}{2}$.

故选 A

点评：本题考查了实数的性质，熟记相反数的定义是解题的关键.

2. (3 分) (2015•本溪) 如图是由多个完全相同的小正方体组成的几何体，其左视图是 ()



考点：简单组合体的三视图.

分析：根据从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

解答：解：从左边看第一层是三个小正方形，第二层靠左边两个小正方形，第三层靠左边一个小正方形.

故选：C.

点评：本题考查了简单组合体的三视图，从左边看得到的视图是左视图.

3. (3 分) (2015•本溪) 下列运算正确的是 ()

- A. $5m+2m=7m^2$ B. $-2m^2 \cdot m^3=2m^5$
C. $(-a^2b)^3=-a^6b^3$ D. $(b+2a)(2a-b)=b^2-4a^2$

考点：幂的乘方与积的乘方；合并同类项；单项式乘单项式；平方差公式.

分析：A、依据合并同类项法则计算即可；B、依据单项式乘单项式法则计算即可；C、依据积的乘方法则计算即可；D、依据平方差公式计算即可.

解答：解：A、 $5m+2m=(5+2)m=7m$ ，故 A 错误；

B、 $-2m^2 \cdot m^3=-2m^5$ ，故 B 错误；

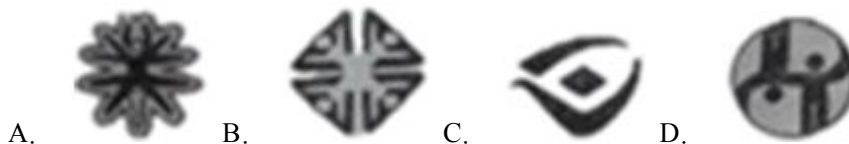
C、 $(-a^2b)^3=-a^6b^3$ ，故 C 正确；

D、 $(b+2a)(2a-b)=(2a+b)(2a-b)=4a^2-b^2$ ，故 D 错误.

故选：C.

点评：本题主要考查的是整式的计算，掌握合并同类项法则、单项式乘单项式法则、积的乘方法则以及平方差公式是解题的关键.

4. (3 分) (2015•本溪) 下列图案中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



考点： 中心对称图形；轴对称图形.

分析： 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

解答： 解：A、不是轴对称图形，也不是中心对称图形；

B、既是轴对称图形，又是中心对称图形；

C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形.

故选 B.

点评： 本题主要考查轴对称图形和中心对称图形的概念，以及对轴对称图形和中心对称图形的认识.

5. (3 分) (2015•本溪) 为迎接“六一”儿童节，某儿童品牌玩具专卖店购进了 A、B 两类玩具，其中 A 类玩具的进价比 B 类玩具的进价每个多 3 元，经调查：用 900 元购进 A 类玩具的数量与用 750 元购进 B 类玩具的数量相同. 设 A 类玩具的进价为 m 元/个，根据题意可列分式方程为 ()

A. $\frac{900}{m} = \frac{750}{m+3}$ B. $\frac{900}{m+3} = \frac{750}{m}$ C. $\frac{900}{m} = \frac{750}{m-3}$ D. $\frac{900}{m-3} = \frac{750}{m}$

考点： 由实际问题抽象出分式方程.

分析： 根据题意 B 类玩具的进价为 $(m-3)$ 元/个，根据用 900 元购进 A 类玩具的数量与用 750 元购进 B 类玩具的数量相同这个等量关系列出方程即可.

解答： 解：设 A 类玩具的进价为 m 元/个，则 B 类玩具的进价为 $(m-3)$ 元/个，

由题意得， $\frac{900}{m} = \frac{750}{m-3}$.

故选：C.

点评： 本题考查的是列分式方程解应用题，找到等量关系是解决问题的关键.

6. (3 分) (2015•本溪) 射击训练中，甲、乙、丙、丁四人每人射击 10 次，平均环数均为 8.7 环，方差分别为 $S_{甲}^2=0.51$ ， $S_{乙}^2=0.41$ 、 $S_{丙}^2=0.62$ 、 $S_{丁}^2=0.45$ ，则四人中成绩最稳定的是 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

考点： 方差.

分析： 比较四个人的方差，然后根据方差的意义可判断谁的成绩最稳定.

解答： 解： $\because S_{甲}^2=0.51$ ， $S_{乙}^2=0.41$ 、 $S_{丙}^2=0.62$ 、 $S_{丁}^2=0.45$ ，

$$\therefore S_{丙}^2 > S_{甲}^2 > S_{丁}^2 > S_{乙}^2,$$

$\therefore$ 四人中乙的成绩最稳定.

故选 B.

点评: 本题考查了方差: 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

7. (3 分) (2015•本溪) 在一个不透明的口袋中, 装有若干个红球和 4 个黄球, 它们除颜色外没有任何区别, 摇匀后从中随机摸出一个球, 记下颜色后再放回口袋中, 通过大量重复摸球实验发现, 摸到黄球的频率是 0.2, 则估计盒子中大约有红球 ()

A. 16 个 B. 20 个 C. 25 个 D. 30 个

考点: 利用频率估计概率.

分析: 利用大量重复实验时, 事件发生的频率在某个固定位置左右摆动, 并且摆动的幅度越来越小, 根据这个频率稳定性定理, 可以用频率的集中趋势来估计概率, 这个固定的近似值就是这个事件的概率.

解答: 解: 设红球有 x 个, 根据题意得,

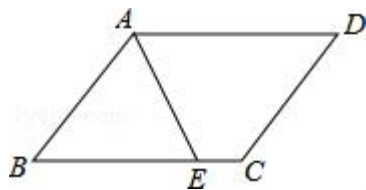
$$4:(4+x)=1:5,$$

解得 $x=16$.

故选 A.

点评: 此题主要考查了利用频率估计概率, 正确运用概率公式是解题关键.

8. (3 分) (2015•本溪) 如图, $\square ABCD$ 的周长为 20cm, AE 平分 $\angle BAD$, 若 $CE=2$ cm, 则 AB 的长度是 ()



A. 10cm B. 8cm C. 6cm D. 4cm

考点: 平行四边形的性质.

分析: 根据平行四边形的性质得出 $AB=CD$, $AD=BC$, $AD \parallel BC$, 推出 $\angle DAE=\angle BAE$, 求出 $\angle BAE=\angle AEB$, 推出 $AB=BE$, 设 $AB=CD=x$ cm, 则 $AD=BC=(x+2)$ cm, 得出方程 $x+x+2=10$, 求出方程的解即可.

解答: 解: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore AB=CD, AD=BC, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAE=\angle BAE,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAD,$$

$$\therefore \angle DAE=\angle BAE,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = BE,$$

设 $AB = CD = x \text{ cm}$, 则 $AD = BC = (x+2) \text{ cm}$,

$\therefore \square ABCD$ 的周长为 20 cm ,

$$\therefore x + x + 2 = 10,$$

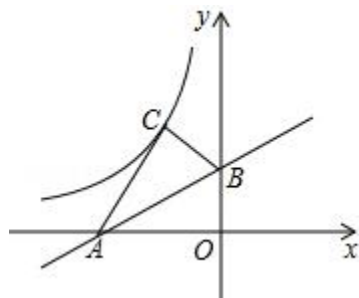
解得: $x = 4$,

即 $AB = 4 \text{ cm}$,

故选 D.

点评: 本题考查了平行四边形的在, 平行线的性质, 等腰三角形的判定的应用, 解此题的关键是能推出 $AB = BE$, 题目比较好, 难度适中.

9. (3 分) (2015•本溪) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 AB 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$, 与 y 轴夹角为 30° , 将 $\triangle ABO$ 沿直线 AB 翻折, 点 O 的对应点 C 恰好落在双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 上, 则 k 的值为 ()



A. 4 B. -2 C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

考点: 翻折变换 (折叠问题); 待定系数法求反比例函数解析式.

分析: 设点 C 的坐标为 (x, y) , 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴, 作 $CE \perp y$ 轴, 由折叠的性质易得 $\angle CAB = \angle OAB = 30^\circ$, $AC = AO = 2$, $\angle ACB = \angle AOB = 90^\circ$, 用锐角三角函数的定义得 CD , CE , 得点 C 的坐标, 易得 k .

解答: 解: 设点 C 的坐标为 (x, y) , 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴, 作 $CE \perp y$ 轴,

$\therefore$ 将 $\triangle ABO$ 沿直线 AB 翻折,

$$\therefore \angle CAB = \angle OAB = 30^\circ, AC = AO = 2, \angle ACB = \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore CD = y = AC \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle ACB = \angle DCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle ACD = 30^\circ,$$

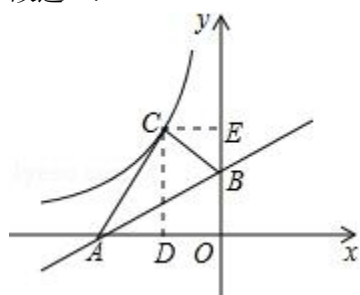
$$\therefore BC = BO = AO \cdot \tan 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$CE = x = BC \cdot \cos 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 恰好落在双曲线 } y = \frac{k}{x} \text{ (} k \neq 0 \text{) 上,}$$

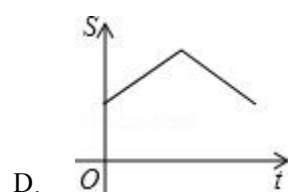
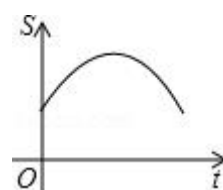
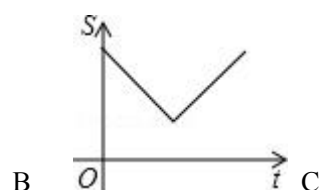
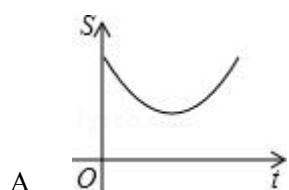
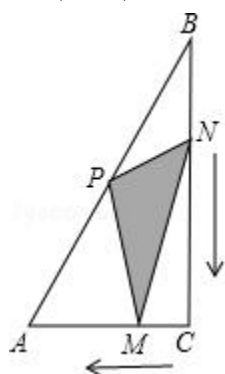
$$\therefore k = x \cdot y = -1 \times \sqrt{3} = -\sqrt{3},$$

故选 D.



点评: 本题主要考查了翻折的性质, 锐角三角函数, 反比例函数的解析式, 理解翻折的性质, 求点 C 的坐标是解答此题的关键.

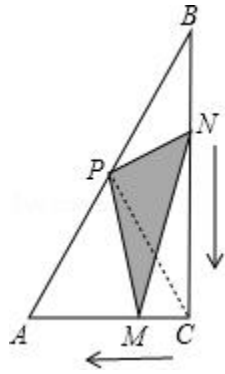
10. (3 分) (2015•本溪) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 P 是斜边 AB 的中点, 点 M 从点 C 向点 A 匀速运动, 点 N 从点 B 向点 C 匀速运动, 已知两点同时出发, 同时到达终点, 连接 PM、PN、MN, 在整个运动过程中, $\triangle PMN$ 的面积 S 与运动时间 t 的函数关系图象大致是 ()



考点：动点问题的函数图象.

分析：首先连接 CP，根据点 P 是斜边 AB 的中点，可得 $S_{\triangle ACP}=S_{\triangle BCP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ；然后分别求出出发时；点 N 到达 BC 的中点、点 M 也到达 AC 的中点时；结束时， $\triangle PMN$ 的面积 S 的大小，即可推得 $\triangle MPQ$ 的面积大小变化情况是：先减小后增大，而且是以抛物线的方式变化，据此判断出 $\triangle PMN$ 的面积 S 与运动时间 t 的函数关系图象大致是哪个即可.

解答：解：如图 1，连接 CP，



$\because$ 点 P 是斜边 AB 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ACP}=S_{\triangle BCP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$$\text{出发时, } S_{\triangle PMN}=S_{\triangle BCP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC};$$

$\because$ 两点同时出发，同时到达终点，

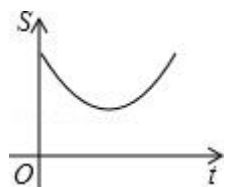
$\therefore$ 点 N 到达 BC 的中点时，点 M 也到达 AC 的中点，

$$\therefore S_{\triangle PMN}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC};$$

$$\text{结束时, } S_{\triangle PMN}=S_{\triangle ACP}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

$\triangle MPQ$ 的面积大小变化情况是：先减小后增大，而且是以抛物线的方式变化，

$\therefore \triangle PMN$ 的面积 S 与运动时间 t 的函数关系图象大致是：



故选：A.

点评：此题主要考查了动点问题的函数图象，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：函数图象是典型的数形结合，图象应用信息广泛，通过看图获取信息，不仅可以解决生活中的实际问题，还可以提高分析问题、解决问题的能力. 用图象解决问题时，要理清图象的含义即会识图.

二、填空题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. （3 分）（2015•本溪）据《本溪日报》报道：本溪市高新区 2015 年 1 月份公共财政预算收入完成 259 610 000 元，首月实现税收收入“开门红”. 将 259 610 000 用科学记数法表示为 2.5961×10^8 .

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答：解：将 259 610 000 用科学记数法表示为 2.5961×10^8 .

故答案为： 2.5961×10^8 .

点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. （3 分）（2015•本溪）分解因式： $9a^3 - ab^2 = a(3a - b)(3a + b)$.

考点：提公因式法与公式法的综合运用.

分析：观察原式 $9a^3 - ab^2$ ，找到公因式 a ，提取公因式 a 后发现 $9a^2 - b^2$ 是平方差公式，再利用平方差公式继续分解.

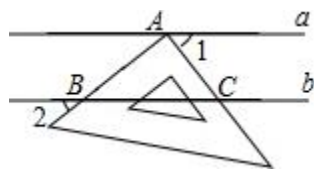
解答：解： $9a^3 - ab^2$,

$= a(9a^2 - b^2)$,

$= a(3a - b)(3a + b)$.

点评：本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

13. （3 分）（2015•本溪）如图，直线 $a \parallel b$ ，三角板的直角顶点 A 落在直线 a 上，两条直线分别交直线 b 于 B 、 C 两点. 若 $\angle 1 = 42^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 48° .



考点：平行线的性质.

分析：先根据两角互余的性质求出 $\angle 3$ 的度数，再由平行线的性质即可得出结论.

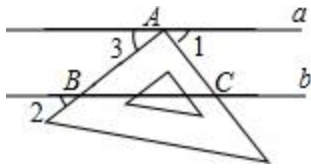
解答：解： $\because \angle BAC = 90^\circ$, $\angle 1 = 42^\circ$,

$\therefore \angle 3 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$.

$\because$ 直线 $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 48^\circ.$$

故答案为：48°.



点评： 本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同位角相等.

14. (3分) (2015•本溪) 从 -1 、 $-\frac{1}{2}$ 、 1 这三个数中任取两个不同的数作为点 A 的坐标，

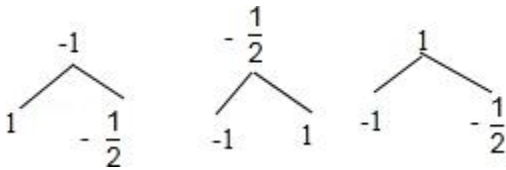
则点 A 在第二象限的概率是 $\frac{1}{3}$.

考点： 列表法与树状图法；点的坐标.

专题： 计算题.

分析： 先画树状图展示所有 6 种等可能的结果数，而点 $(-1, 1)$ 和 $(-\frac{1}{2}, 1)$ 在第二象限，然后根据概率公式求解.

解答： 解：画树状图为：



共有 6 种等可能的结果数，其中在第二象限的点有 2 个，

所以点 A 在第二象限的概率 $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为 $\frac{1}{3}$.

点评： 本题考查了列表法或树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率.

15. (3分) (2015•本溪) 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数 k 的取值范围是 $k < 2$ 且 $k \neq 1$.

考点： 根的判别式；一元二次方程的定义.

分析： 根据一元二次方程的定义和判别式的意义得到 $k-1 \neq 0$ 且 $\Delta = (-2)^2 - 4(k-1) > 0$ ，然后求出两个不等式的公共部分即可.

解答： 解：∵ 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，

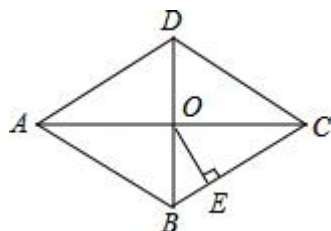
$$\therefore k-1 \neq 0 \text{ 且 } \Delta = (-2)^2 - 4(k-1) > 0,$$

解得： $k < 2$ 且 $k \neq 1$.

故答案为： $k < 2$ 且 $k \neq 1$.

点评： 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

16. (3 分) (2015•本溪) 如图，在菱形 ABCD 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，AC=8，BD=6，OE ⊥ BC，垂足为点 E，则 OE= $\frac{12}{5}$.



考点： 菱形的性质.

专题： 计算题.

分析： 先根据菱形的性质得 $AC \perp BD$ ， $OB=OD=\frac{1}{2}BD=3$ ， $OA=OC=\frac{1}{2}AC=4$ ，再在 $Rt\triangle OBC$ 中利用勾股定理计算出 $BC=5$ ，然后利用面积法计算 OE 的长.

解答： 解：∵ 四边形 ABCD 为菱形，

$$\therefore AC \perp BD, OB=OD=\frac{1}{2}BD=3, OA=OC=\frac{1}{2}AC=4,$$

在 $Rt\triangle OBC$ 中，∵ $OB=3$ ， $OC=4$ ，

$$\therefore BC=\sqrt{3^2+4^2}=5,$$

∵ $OE \perp BC$ ，

$$\therefore \frac{1}{2}OE \cdot BC = \frac{1}{2}OB \cdot OC,$$

$$\therefore OE = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}.$$

故答案为 $\frac{12}{5}$.

点评： 本题考查了菱形的性质：菱形具有平行四边形的一切性质；菱形的四条边都相等；菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角. 也考查了勾股定理和三角形面积公式.

17. (3 分) (2015•本溪) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=6\text{cm}$ ， $AC=5\text{cm}$ ，点 D、E 分别在 AB、AC 上. 若 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，且 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形 BCED}} = 1 : 8$ ，则 $AD = 2$ 或 $\frac{5}{3}\text{cm}$.

考点： 相似三角形的性质.

专题： 分类讨论.

分析： 由于 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，但其对应角不能确定，所以应分两种情况进行讨论.

解答： 解： $\because S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形} BCED} = 1 : 8$,

$$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = 1 : 9,$$

$\therefore \triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似比为：1：3，

①若 $\angle AED$ 对应 $\angle B$ 时，

$$\text{则 } \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3},$$

$$\because AC = 5\text{cm},$$

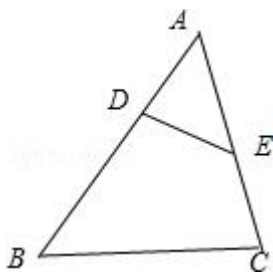
$$\therefore AD = \frac{5}{3}\text{cm};$$

②当 $\angle ADE$ 对应 $\angle B$ 时，则 $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$,

$$\because AB = 6\text{cm},$$

$$\therefore AD = 2\text{cm};$$

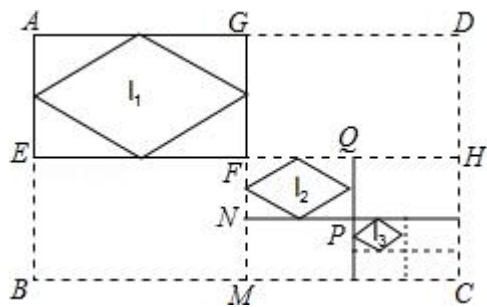
故答案为：2或 $\frac{5}{3}$.



点评： 本题考查的是相似三角形的性质，相似三角形的对应边成比例，相似三角形的面积比等于相似比的平方，意识到有两种情况分类讨论是解决问题的关键.

18. (3分) (2015•本溪) 如图，已知矩形ABCD的边长分别为a，b，连接其对边中点，得到四个矩形，顺次连接矩形AEFG各边中点，得到菱形 I_1 ；连接矩形FMCH对边中点，又得到四个矩形，顺次连接矩形FNPQ各边中点，得到菱形 I_2 ；...如此操作下去，得到菱形

I_n ，则 I_n 的面积是 $(\frac{1}{2})^{2n+1}ab$.



考点： 中点四边形.

专题： 规律型.

分析： 利用菱形的面积为两对角线乘积的一半，得到菱形 I_1 的面积，同理可得菱形 I_2 的面积，根据规律可得菱形 I_n 的面积.

解答： 解：由题意得：菱形 I_1 的面积为： $\frac{1}{2} \times AG \times AE = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}a \times \frac{1}{2}b = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot ab$;

菱形 I_2 的面积为： $\frac{1}{2} \times FQ \times FN = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}a\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}b\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot ab$;

....,

$\therefore$ 菱形 I_n 的面积为： $\left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}ab$,

故答案为： $\left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}ab$.

点评： 本题主要考查了菱形面积的计算和规律的归纳，利用菱形的面积为两对角线乘积的一半，是解答此题的关键.

三、解答题 (第 19 题 10 分，第 20 题 12 分，共 22 分)

19. (10 分) (2015•本溪) 先化简，再求值： $\left(x - 2 + \frac{3}{x+2}\right) \div \frac{x^2+2x+1}{x+2}$ ，其中 $x = (\pi - 2015)^0 - \sqrt{4} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

考点： 分式的化简求值；零指数幂；负整数指数幂.

分析： 先通分，然后进行四则运算，最后将 x 的值求出来，再代入计算即可.

解答： 解：原式 = $\left[\frac{(x-2)(x+2)}{x+2} + \frac{3}{x+2}\right] \cdot \frac{x+2}{(x+1)^2}$

$$= \frac{x^2 - 4 + 3}{x+2} \cdot \frac{x+2}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{(x+1)(x-1)}{x+2} \cdot \frac{x+2}{(x+1)^2}$$

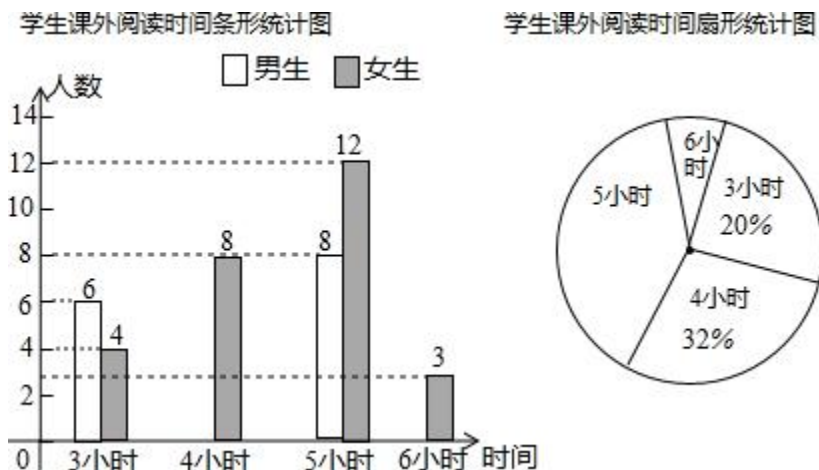
$$= \frac{x-1}{x+1}$$

$$x = (\pi - 2015)^0 - \sqrt{4} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 1 - 2 + 3 = 2,$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, 原式} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}.$$

点评: 本题考查了分式的化简求值, 解答此题的关键是把分式化到最简, 然后代值计算.

20. (12 分) (2015·本溪) 某中学为开拓学生视野, 开展“课外读书周”活动, 活动后期随机调查了九年级部分学生一周的课外阅读时间, 并将结果绘制成两幅不完整的统计图, 请你根据统计图的信息回答下列问题:



- (1) 本次调查的学生总数为 50 人, 被调查学生的课外阅读时间的中位数是 4 小时, 众数是 5 小时;
- (2) 请你补全条形统计图;
- (3) 在扇形统计图中, 课外阅读时间为 5 小时的扇形的圆心角度数是 144°;
- (4) 若全校九年级共有学生 700 人, 估计九年级一周课外阅读时间为 6 小时的学生有多少人?

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图; 中位数; 众数.

分析: (1) 根据统计图可知, 课外阅读达 3 小时的共 10 人, 占总人数的 20%, 由此可得出总人数; 求出课外阅读时间 4 小时与 6 小时男生的人数, 再根据中位数与众数的定义即可得出结论;

(2) 根据 (1) 中求出的人数补全条形统计图即可;

(3) 求出课外阅读时间为 5 小时的人数, 再求出其人数与总人数的比值即可得出扇形的圆心角度数;

(4) 求出总人数与课外阅读时间为 6 小时的学生人数的百分比的积即可.

解答: 解: (1) $\because$ 课外阅读达 3 小时的共 10 人, 占总人数的 20%,

$$\therefore \frac{10}{20\%} = 50 \text{ (人)}.$$

$\because$ 课外阅读 4 小时的人数是 32%,

$$\therefore 50 \times 32\% = 16 \text{ (人)},$$

∴男生人数=16-8=8 (人);

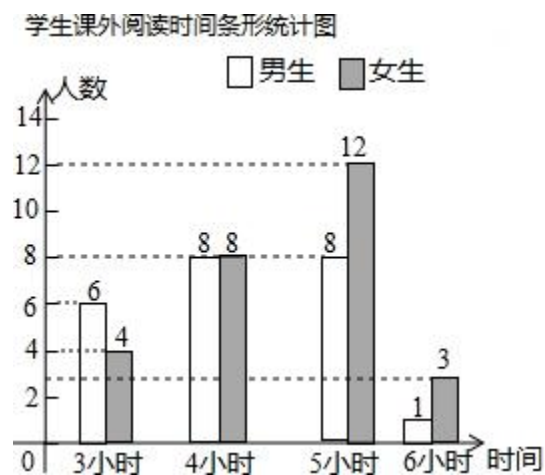
∴课外阅读 6 小时的人数=50-6-4-8-8-8-12-3=1 (人),

∴课外阅读 3 小时的是 10 人, 4 小时的是 16 人, 5 小时的是 20 人, 6 小时的是 4 人,

∴中位数是 4 小时, 众数是 5 小时.

故答案为: 50, 4, 5

(2) 如图所示.



(3) ∴课外阅读 5 小时的人数是 20 人,

$$\therefore \frac{20}{50} \times 360^\circ = 144^\circ.$$

故答案为: 144°;

(4) ∴课外阅读 5 小时的人数是 4 人,

$$\therefore 700 \times \frac{4}{50} = 56 \text{ (人)}.$$

答: 九年级一周课外阅读时间为 6 小时的学生大约有 56 人.

点评: 本题考查的是条形统计图, 熟知条形统计图与扇形统计图的特点是解答此题的关键.

四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. (12 分) (2015•本溪) 暑期临近, 本溪某旅行社准备组织“亲子一家游”活动, 去我省沿海城市旅游, 报名的人数共有 69 人, 其中成人的人数比儿童人数的 2 倍少 3 人.

(1) 旅游团中成人和儿童各有多少人?

(2) 旅行社为了吸引游客, 打算给游客准备一件 T 恤衫, 成人 T 恤衫每购买 10 件赠送 1 件儿童 T 恤衫 (不足 10 件不赠送), 儿童 T 恤衫每件 15 元, 旅行社购买服装的费用不超过 1200 元, 请问每件成人 T 恤衫的价格最高是多少元?

考点：一元一次不等式的应用；一元一次方程的应用.

分析：（1）设旅游团中儿童有 x 人，则成人有 $(2x - 3)$ 人，根据报名的人数共有 69 人，列方程求解；

（2）根据题意可得能赠送 4 件儿童 T 恤衫，设每件成人 T 恤衫的价格是 m 元，根据旅行社购买服装的费用不超过 1200 元，列不等式求解.

解答：解：（1）设旅游团中儿童有 x 人，则成人有 $(2x - 3)$ 人，根据题意得 $x + (2x - 3) = 69$,

解得： $x = 24$,

则 $2x - 3 = 2 \times 24 - 3 = 45$.

答：旅游团中成人有 45 人，儿童有 24 人；

（2） $\because 45 \div 10 = 4.5$,

$\therefore$ 可赠送 4 件儿童 T 恤衫，

设每件成人 T 恤衫的价格是 m 元，

根据题意可得 $45x + 15(24 - 4) \leq 1200$,

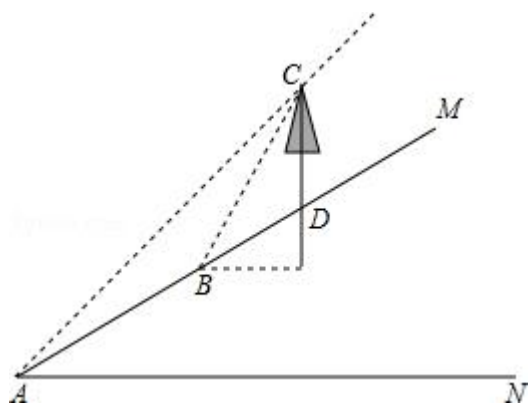
解得： $x \leq 20$.

答：每件成人 T 恤衫的价格最高是 20 元.

点评： 本题考查了一元一次不等式和一元一次方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程和不等式求解.

22. (12 分) (2015•本溪) 张老师利用休息时间组织学生测量山坡上一棵大树 CD 的高度，

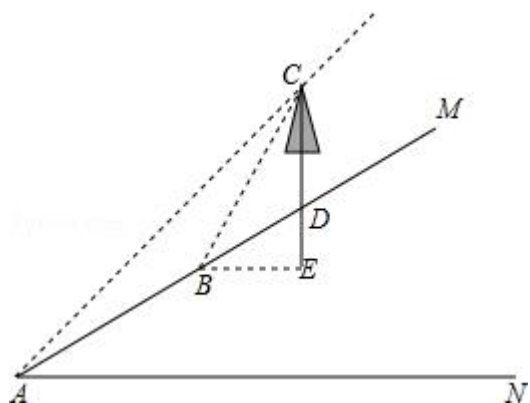
如图，山坡与水平面成 30° 角（即 $\angle MAN = 30^\circ$ ），在山坡底部 A 处测得大树顶端点 C 的仰角为 45° ，沿坡面前进 20 米，到达 B 处，又测得树顶端点 C 的仰角为 60° （图中各点均在同一平面内），求这棵大树 CD 的高度（结果精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）



考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

由 $\angle CBD=60^\circ$ ， $\angle DBE=30^\circ$ ，得到 $\angle CBD=30^\circ$ 于是有 $\angle CAB=\angle ACB=15^\circ$ 所以 $AB=BC=20$ ，解 $Rt\triangle BCE$ ，可求得 CE ，解 $Rt\triangle DBE$ 可求得 DE ， $CE-DE$ 即得到树高 CD 。

答: 这棵大树 CD 的高度大约为 11.5 米.



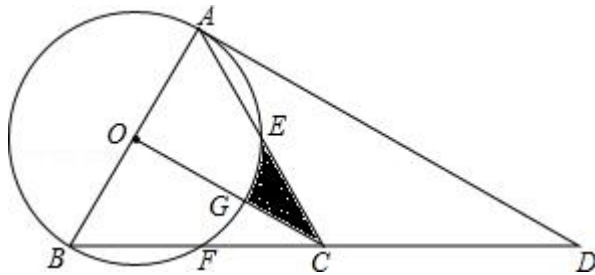
点评: 本题主要考查了等腰三角形的判定与性质, 解直角三角形, 要求学生能借助俯角、仰角构造直角三角形, 并结合图形利用三角函数解直角三角形.

五、解答题（满分 12 分）

23. (12 分) (2015•本溪) 如图，点 D 是等边 $\triangle ABC$ 中 BC 边的延长线上一点，且 $AC=CD$ ，以 AB 为直径作 $\odot O$ ，分别交边 AC、BC 于点 E、点 F

(1) 求证：AD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 连接 OC，交 $\odot O$ 于点 G，若 $AB=4$ ，求线段 CE、CG 与 $\widehat{GE}$ 围成的阴影部分的面积 S.



考点：切线的判定；等边三角形的判定与性质；扇形面积的计算.

分析： (1) 求出 $\angle DAC=30^\circ$ ，即可求出 $\angle DAB=90^\circ$ ，根据切线的判定推出即可；

(2) 连接 OE，分别求出 $\triangle AOE$ 、 $\triangle AOC$ ，扇形 OEG 的面积，即可求出答案.

解答： (1) 证明： $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$$\therefore AC=BC,$$

$$\text{又} \because AC=CD,$$

$$\therefore AC=BC=CD,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 为直角三角形},$$

$$\therefore AB \perp AD,$$

$$\because AB \text{ 为直径},$$

$$\therefore AD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 设所获利润为 P 元, 由题意得出 P 是 x 的二次函数, 即可得出结果.

解答: 解: (1) $40(1+25\%)=50$ (元),

故答案为: 50;

设 $y=kx+b$,

根据题意得:
$$\begin{cases} 75=5k+b \\ 70=10k+b \end{cases},$$

解得: $k=-1$, $b=80$,

$\therefore y=-x+80$,

根据题意得:
$$\begin{cases} x > 0 \\ -x+80 \geq 50 \end{cases},$$
 且 x 为正整数,

$\therefore 0 < x \leq 30$, x 为正整数,

$\therefore y=-x+80$ ($0 \leq x \leq 30$, 且 x 为正整数)

(2) 设所获利润为 P 元, 根据题意得:

$P=(y-40) \cdot x = (-x+80-40)x = -(x-20)^2+400$,

即 P 是 x 的二次函数,

$\therefore a=-1 < 0$,

$\therefore P$ 有最大值,

$\therefore$ 当 $x=20$ 时, $P_{\text{最大值}}=400$, 此时 $y=60$,

$\therefore$ 当销售单价为 60 元时, 所获利润最大, 最大利润为 400 元.

点评: 本题考查了二次函数的应用、用待定系数法求一次函数的解析式、二次函数的最值问题; 由题意求出一元函数和二次函数的解析式是解决问题的关键.

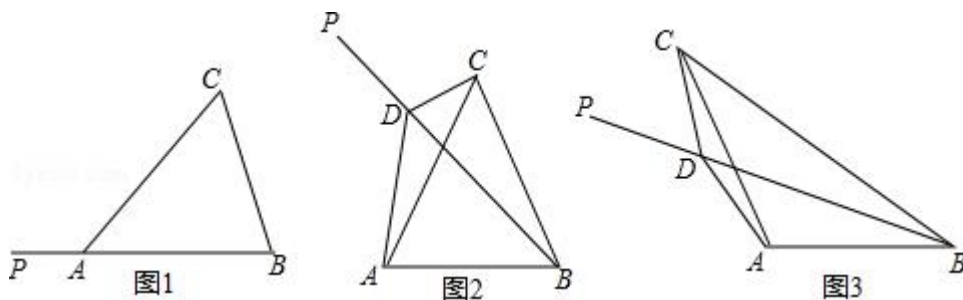
七、解答题 (满分 12 分)

25. (12 分) (2015•本溪) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 射线 BP 从 BA 所在位置开始绕点 B 顺时针旋转, 旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$)

(1) 当 $\angle BAC=60^\circ$ 时, 将 BP 旋转到图 2 位置, 点 D 在射线 BP 上. 若 $\angle CDP=120^\circ$, 则 $\angle ACD$ $= \angle ABD$ (填“ $>$ ”、“ $=$ ”、“ $<$ ”), 线段 BD 、 CD 与 AD 之间的数量关系是 $BD=CD+AD$;

(2) 当 $\angle BAC=120^\circ$ 时, 将 BP 旋转到图 3 位置, 点 D 在射线 BP 上, 若 $\angle CDP=60^\circ$, 求证:
 $BD-CD=\sqrt{3}AD$;

(3) 将图 3 中的 BP 继续旋转, 当 $30^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, 点 D 是直线 BP 上一点 (点 P 不在线段 BD 上), 若 $\angle CDP=120^\circ$, 请直接写出线段 BD 、 CD 与 AD 之间的数量关系 (不必证明).



考点： 几何变换综合题.

分析： (1) 如图 2, 由 $\angle CDP=120^\circ$, 根据邻补角互补得出 $\angle CDB=60^\circ$, 那么 $\angle CDB=\angle BAC=60^\circ$, 所以 A、B、C、D 四点共圆, 根据圆周角定理得出 $\angle ACD=\angle ABD$; 在 BP 上截取 $BE=CD$, 连接 AE. 利用 SAS 证明 $\triangle DCA \cong \triangle EBA$, 得出 $AD=AE$, $\angle DAC=\angle EAB$, 再证明 $\triangle ADE$ 是等边三角形, 得到 $DE=AD$, 进而得出 $BD=CD+AD$.

(2) 如图 3, 设 AC 与 BD 相交于点 O, 在 BP 上截取 $BE=CD$, 连接 AE, 过 A 作 $AF \perp BD$ 于 F. 先由两角对应相等的两三角形相似得出 $\triangle DOC \sim \triangle AOB$, 于是 $\angle DCA=\angle EBA$. 再利用 SAS 证明 $\triangle DCA \cong \triangle EBA$, 得出 $AD=AE$, $\angle DAC=\angle EAB$. 由 $\angle CAB=\angle CAE+\angle EAB=120^\circ$, 得出 $\angle DAE=120^\circ$, 根据等腰三角形的性质及三角形内角和定理求出 $\angle ADE=\angle$

$\angle AED=\frac{180^\circ-120^\circ}{2}=30^\circ$. 解 $\text{Rt}\triangle ADF$, 得到 $DF=\frac{\sqrt{3}}{2}AD$, 那么 $DE=2DF=\sqrt{3}AD$, 进而得出 $BD=DE+BE=\sqrt{3}AD+CD$, 即 $BD-CD=\sqrt{3}AD$;

(3) 同 (2) 证明可以得出 $BD+CD=\sqrt{3}AD$.

解答： 解：(1) 如图 2, $\because \angle CDP=120^\circ$,

$\therefore \angle CDB=60^\circ$,

$\because \angle BAC=60^\circ$,

$\therefore \angle CDB=\angle BAC=60^\circ$,

$\therefore$ A、B、C、D 四点共圆,

$\therefore \angle ACD=\angle ABD$.

在 BP 上截取 $BE=CD$, 连接 AE.

在 $\triangle DCA$ 与 $\triangle EBA$ 中,

$$\begin{cases} AC=AB \\ \angle ACD=\angle ABE, \\ CD=BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DCA \cong \triangle EBA \quad (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD=AE, \quad \angle DAC=\angle EAB,$$

$$\because \angle CAB=\angle CAE+\angle EAB=60^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE=60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore DE=AD.$$

$$\therefore BD=BE+DE,$$

$$\therefore BD=CD+AD.$$

故答案为, $BD=CD+AD$;

(2) 如图 3, 设 AC 与 BD 相交于点 O , 在 BP 上截取 $BE=CD$, 连接 AE , 过 A 作 $AF \perp BD$ 于 F .

$$\because \angle CDP=60^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB=120^\circ.$$

$$\because \angle CAB=120^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB=\angle CAB,$$

$$\because \angle DOC=\angle AOB,$$

$$\therefore \triangle DOC \sim \triangle AOB,$$

$$\therefore \angle DCA=\angle EBA.$$

在 $\triangle DCA$ 与 $\triangle EBA$ 中,

$$\begin{cases} AC=AB \\ \angle ACD=\angle ABE, \\ CD=BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DCA \cong \triangle EBA \quad (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD=AE, \angle DAC=\angle EAB.$$

$$\therefore \angle CAB=\angle CAE+\angle EAB=120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE=120^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE=\angle AED=\frac{180^\circ-120^\circ}{2}=30^\circ.$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ADF \text{ 中, } \angle ADF=30^\circ,$$

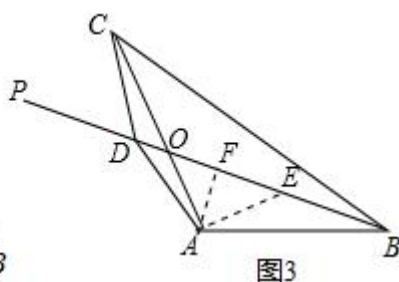
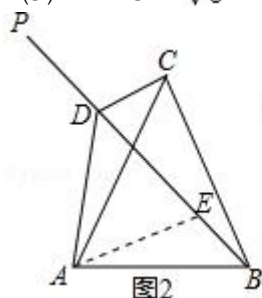
$$\therefore DF=\frac{\sqrt{3}}{2}AD,$$

$$\therefore DE=2DF=\sqrt{3}AD,$$

$$\therefore BD=DE+BE=\sqrt{3}AD+CD,$$

$$\therefore BD-CD=\sqrt{3}AD;$$

$$(3) BD+CD=\sqrt{3}AD.$$



点评: 本题是几何变换综合题, 其中涉及到四点共圆, 圆周角定理, 全等三角形、相似三角形的判定与性质, 等边三角形的判定与性质, 等腰三角形的性质, 三角形内角和定理等知识, 综合性较强, 难度适中. 准确作出辅助线证明 $\triangle DCA \cong \triangle EBA$ 是解题的关键.

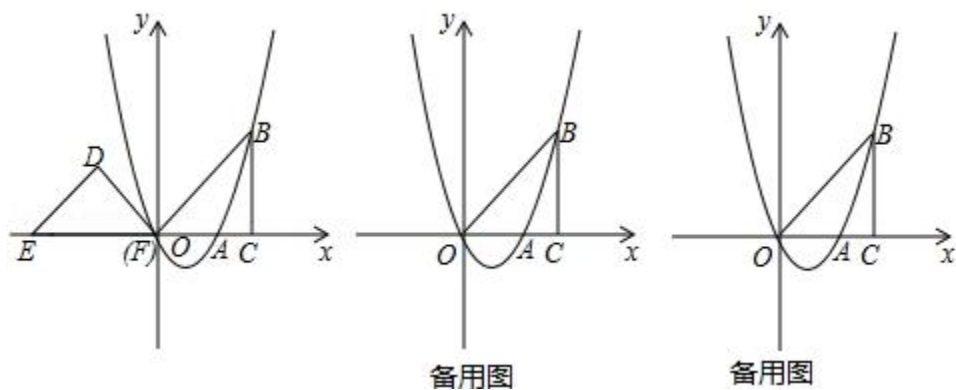
八、解答题 (满分 14 分)

26. (14 分) (2015•本溪) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 经过点 A (2, 0), 点 B (3, 3), $BC \perp x$ 轴于点 C, 连接 OB, 等腰直角三角形 DEF 的斜边 EF 在 x 轴上, 点 E 的坐标为 (-4, 0), 点 F 与原点重合

(1) 求抛物线的解析式并直接写出它的对称轴;

(2) $\triangle DEF$ 以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴正方向移动, 运动时间为 t 秒, 当点 D 落在 BC 边上时停止运动, 设 $\triangle DEF$ 与 $\triangle OBC$ 的重叠部分的面积为 S, 求出 S 关于 t 的函数关系式;

(3) 点 P 是抛物线对称轴上一点, 当 $\triangle ABP$ 是直角三角形时, 请直接写出所有符合条件的点 P 坐标.



考点： 二次函数综合题.

分析： (1) 根据待定系数法解出解析式和对称轴即可；

(2) 从三种情况分析①当 $0 \leq t \leq 3$ 时， $\triangle DEF$ 与 $\triangle OBC$ 重叠部分为等腰直角三角形；②当 $3 < t \leq 4$ 时， $\triangle DEF$ 与 $\triangle OBC$ 重叠部分是四边形；③当 $4 < t \leq 5$ 时， $\triangle DEF$ 与 $\triangle OBC$ 重叠部分是四边形得出 S 关于 t 的函数关系式即可；

(3) 直接写出当 $\triangle ABP$ 时直角三角形时符合条件的点 P 坐标.

解答： 解：(1) 根据题意得
$$\begin{cases} 0 = 4a + 2b \\ 3 = 9a + 3b \end{cases},$$

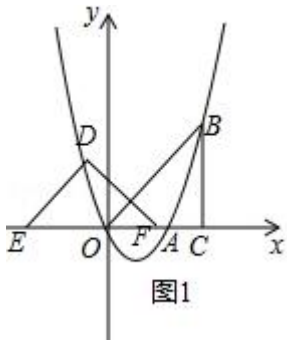
解得 $a = 1$, $b = -2$,

$\therefore$ 抛物线解析式是 $y = x^2 - 2x$,

对称轴是直线 $x = 1$;

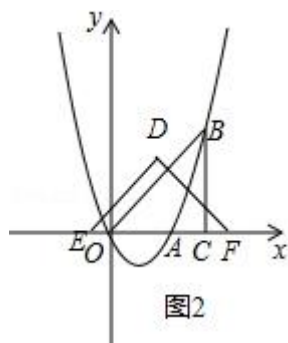
(2) 有 3 中情况:

①当 $0 \leq t \leq 3$ 时， $\triangle DEF$ 与 $\triangle OBC$ 重叠部分为等腰直角三角形，如图 1:



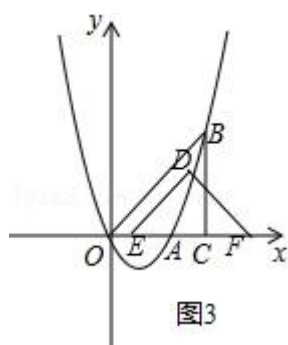
$$S = \frac{1}{4} t^2;$$

②当 $3 < t \leq 4$ 时， $\triangle DEF$ 与 $\triangle OBC$ 重叠部分是四边形，如图 2:



$$S = -\frac{1}{4}t^2 + 3t - \frac{9}{2};$$

③当 $4 < t \leq 5$ 时, $\triangle DEF$ 与 $\triangle OBC$ 重叠部分是四边形, 如图 3:



$$S = -\frac{1}{2}t^2 + 3t - \frac{1}{2};$$

(3) 当 $\triangle ABP$ 为直角三角形时, 可得符合条件的点 P 坐标为 $(1, 1)$ 或 $(1, 2)$ 或 $(1, \frac{1}{3})$ 或 $(1, \frac{11}{3})$.

点评: 此题考查了难度较大的函数与几何的综合题, 关键是根据 $0 \leq t \leq 3$, $3 < t \leq 4$, $4 < t \leq 5$ 三种情况进行分析.