

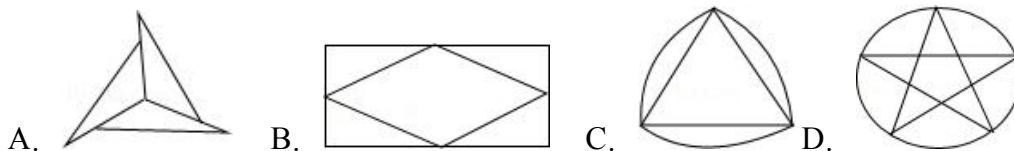
2015 年辽宁省抚顺市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. -6 的绝对值是（ ）

- A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

2. 下列图形是中心对称图形的是（ ）



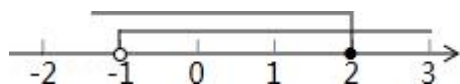
3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $3a^2 \cdot a^3 = 3a^6$ B. $5x^4 - x^2 = 4x^2$
C. $(2a^2)^3 \cdot (-ab) = -8a^7b$ D. $2x^2 \div 2x^2 = 0$

4. 下列一元二次方程有两个相等实数根的是（ ）

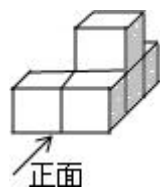
- A. $x^2 - 2x + 1 = 0$ B. $2x^2 - x + 1 = 0$ C. $4x^2 - 2x - 3 = 0$ D. $x^2 - 6x = 0$

5. 一个不等式组中的两个不等式的解集如图所示，则这个不等式组的解集为（ ）



- A. $-1 < x \leq 2$ B. $-1 \leq x < 2$ C. $-1 < x < 2$ D. 无解

6. 图中几何体的左视图是（ ）



- A. B. C. D.

7. 直线 $y = x + b$ ($b > 0$) 与直线 $y = kx$ ($k < 0$) 的交点位于（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

8. 学校团委组织“阳光助残”捐款活动，九年一班学生捐款情况如下表：

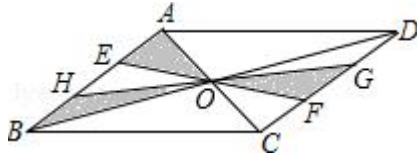
捐款金额(元)	5	10	20	50
---------	---	----	----	----

人数 (人)	10	13	12	15
--------	----	----	----	----

则学生捐款金额的中位数是 ()

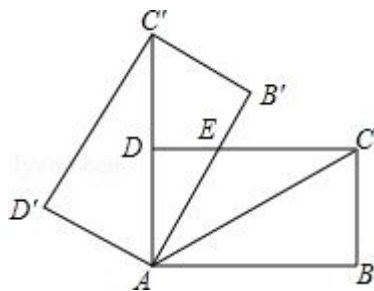
- A. 13 人 B. 12 人 C. 10 元 D. 20 元

9. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , EF 、 GH 过点 O , 且点 E 、 H 在边 AB 上, 点 G 、 F 在边 CD 上, 向 $\square ABCD$ 内部投掷飞镖 (每次均落在 $\square ABCD$ 内, 且落在 $\square ABCD$ 内任何一点的机会均等) 恰好落在阴影区域的概率为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

10. 如图, 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 旋转至矩形 $AB'C'D'$ 位置, 此时 AC 的中点恰好与 D 点重合, AB' 交 CD 于点 E . 若 $AB=3$, 则 $\triangle AEC$ 的面积为 ()



- A. 3 B. 1.5 C. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

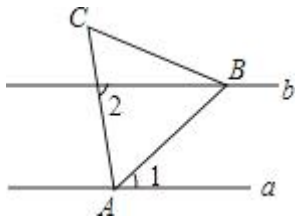
二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

11. 2014 年抚顺市城区植树造林约为 2030000 株, 将 2030000 这个数用科学记数法表示为_____.

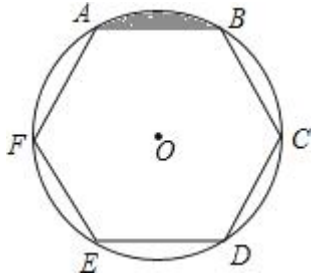
12. 分解因式: $ab^3 - ab =$ _____.

13. 已知数据: $-1, 4, 2, -2, x$ 的众数是 2, 那么这组数据的平均数为_____.

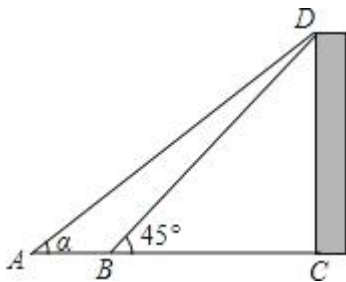
14. 如图, 分别过等边 $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 作直线 a , b , 使 $a \parallel b$. 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____.



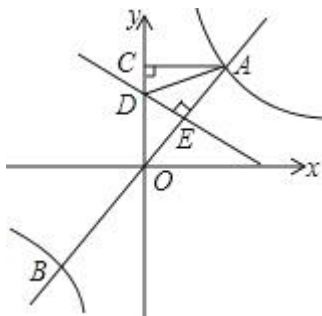
15. 如图, 六边形 $ABCDEF$ 为 $\odot O$ 的内接正六边形, 若 $\odot O$ 的半径为 $2\sqrt{3}$, 则阴影部分的面积为_____.



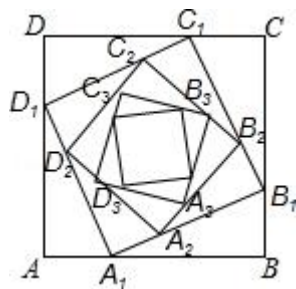
16. 如图, 在 A 处看建筑物 CD 的顶端 D 的仰角为 α , 且 $\tan \alpha = 0.7$, 向前行进 3 米到达 B 处, 从 B 处看 D 的仰角为 45° (图中各点均在同一平面内, A、B、C 三点在同一条直线上, $CD \perp AC$), 则建筑物 CD 的高度为_____米.



17. 如图, 过原点 O 的直线 AB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象交于 A、B 两点, 点 B 坐标为 $(-2, m)$, 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于点 C, OA 的垂直平分线 DE 交 OC 于点 D, 交 AB 于点 E. 若 $\triangle ACD$ 的周长为 5, 则 k 的值为_____.



18. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 在 AB 、 BC 、 CD 、 DA 边上分别取点 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 , 使 $AA_1=BB_1=CC_1=DD_1=\frac{1}{3}a$, 在边 A_1B_1 、 B_1C_1 、 C_1D_1 、 D_1A_1 上分别取点 A_2 、 B_2 、 C_2 、 D_2 , 使 $A_1A_2=B_1B_2=C_1C_2=D_1D_2=\frac{1}{3}A_1B_2$, ... 依次规律继续下去, 则正方形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积为_____.



三、解答题 (共 2 小题, 第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 满分 22 分)

19. 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x-2}{x+1}$, 从 -1 , 2 , 3 中选择一个适当的数作为 x 值代入.

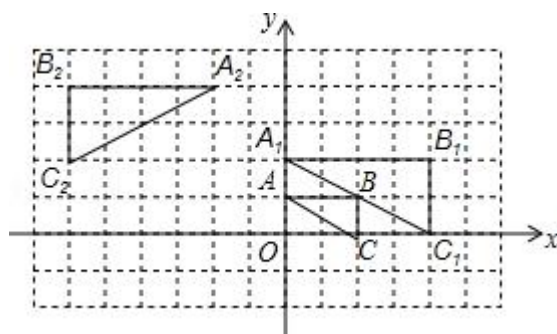
20. 如图, 将 $\triangle ABC$ 在网格中 (网格中每个小正方形的边长均为 1) 依次进行位似变换、轴对称变换和平移变换后得到 $\triangle A_1B_1C_1$.

(1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位似比等于_____;

(2) 在网格中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴的轴对称图形 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 请写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 是由 $\triangle A_2B_2C_2$ 怎样平移得到的?

(4) 设点 $P(x, y)$ 为 $\triangle ABC$ 内一点, 依次经过上述三次变换后, 点 P 的对应点的坐标为_____.



四、解答题（共 2 小题，第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，满分 24 分）

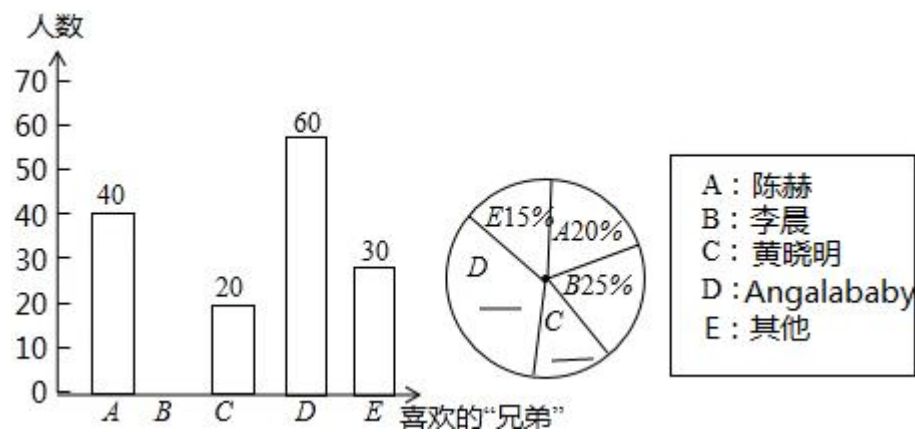
21. 某中学组织学生去福利院慰问，在准备礼品时发现，购买 1 个甲礼品比购买 1 个乙礼品多花 40 元，并且花费 600 元购买甲礼品和花费 360 元购买乙礼品的数量相等.

(1) 求甲、乙两种礼品的单价各为多少元？

(2) 学校准备购买甲、乙两种礼品共 30 个送给福利院的老人，要求购买礼品的总费用不超过 2000 元，那么最多可购买多少个甲礼品？

22. (12 分) (2015•抚顺) 电视节目“奔跑吧兄弟”播出后深受中小学生的喜爱，小刚想知道大家最喜欢哪位“兄弟”，于是在本校随机抽取了一部分学生进行抽查 (每人只能选一个自己最喜欢的“兄弟”)，将调查结果进行了整理后绘制成如图

两幅不完整的统计图，请结合图中提供的信息解答下列问题：



- (1) 本次被调查的学生有_____人.
- (2) 将两幅统计图补充完整.
- (3) 若小刚所在学校有 2000 名学生，请根据图中信息，估计全校喜欢“Angelababy”的人数.
- (4) 若从 3 名喜欢“李晨”的学生和 2 名喜欢“Angelababy”的学生中随机抽取两人参加文体活动，则两人都是喜欢“李晨”的学生的概率是_____.

五、解答题（共 1 小题，满分 12 分）

23. 一个批发商销售成本为 20 元/千克的某产品，根据物价部门规定：该产品每千克售价不得超过 90 元，在销售过程中发现的售量 y （千克）与售价 x （元/千克）满足一次函数关系，对应关系如下表：

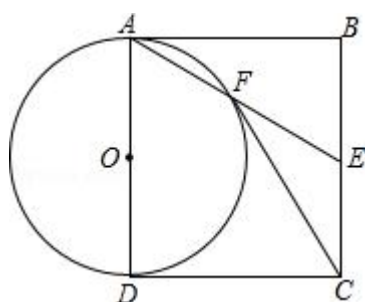
售价 x (元/千克)	...	50	60	70	80	...
销售量 y (千克)	...	100	90	80	70	...

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式；
- (2) 该批发商若想获得 4000 元的利润，应将售价定为多少元？
- (3) 该产品每千克售价为多少元时，批发商获得的利润 w （元）最大？此时的最大利润为多少元？

六、解答题 (共 1 小题, 满分 12 分)

24. 如图, 四边形 ABCD 为矩形, E 为 BC 边中点, 连接 AE, 以 AD 为直径的 $\odot O$ 交 AE 于点 F, 连接 CF.

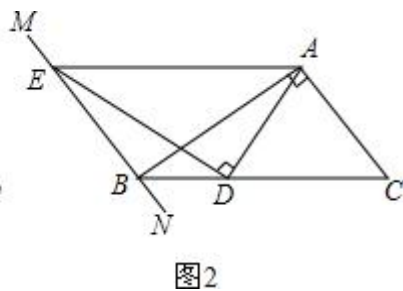
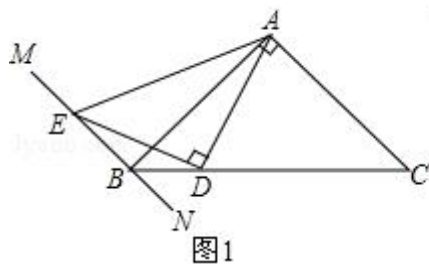
- (1) 求证: CF 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 若 $AD=2$, F 为 AE 的中点, 求 AB 的长.



七、解答题 (共 1 小题, 满分 12)

25. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, 过点 B 的直线 $MN \parallel AC$, D 为 BC 边上一点, 连接 AD, 作 $DE \perp AD$ 交 MN 于点 E, 连接 AE.

- (1) 如图①, 当 $\angle ABC=45^\circ$ 时, 求证: $AD=DE$;
- (2) 如图②, 当 $\angle ABC=30^\circ$ 时, 线段 AD 与 DE 有何数量关系? 并请说明理由;
- (3) 当 $\angle ABC=\alpha$ 时, 请直接写出线段 AD 与 DE 的数量关系. (用含 α 的三角函数表示)



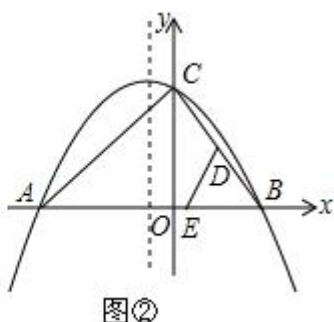
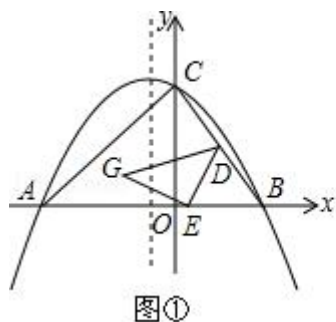
八、解答题 (共 1 小题, 满分 14 分)

26. 已知, $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图①所示, A 点坐标为 $(-6, 0)$, B 点坐标为 $(4, 0)$, 点 D 为 BC 的中点, 点 E 为线段 AB 上一动点, 连接 DE 经过点 A、B、C 三点的抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + 8$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图①，将 $\triangle BDE$ 以 DE 为轴翻折，点 B 的对称点为点 G ，当点 G 恰好落在抛物线的对称轴上时，求 G 点的坐标；

(3) 如图②，当点 E 在线段 AB 上运动时，抛物线 $y=ax^2+bx+8$ 的对称轴上是否存在点 F ，使得以 C 、 D 、 E 、 F 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，请直接写出点 F 的坐标；若不存在，请说明理由．



2015 年辽宁省抚顺市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. -6 的绝对值是（ ）

- A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

【考点】绝对值.

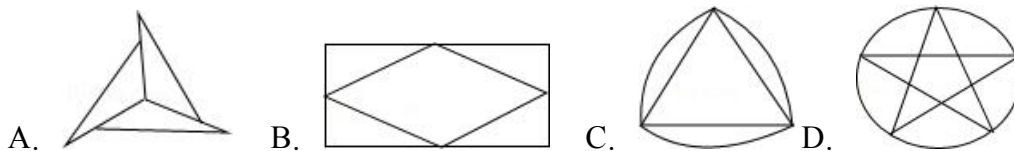
【分析】根据绝对值的定义求解.

解答： 解： 6 是正数，绝对值是它本身 6 .

故选 A

【点评】本题主要考查绝对值的定义，规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数； 0 的绝对值是 0 .

2. 下列图形是中心对称图形的是（ ）



【考点】中心对称图形.

【分析】根据中心对称图形的概念求解.

解答： 解：根据中心对称图形的概念，绕旋转中心旋转 180° 与原图形重合，可知 A、C、D 都不是中心对称图形，[来源:学,科,网 Z,X,X,K]

故是中心对称图形的是 B.

故选 B.

【点评】本题主要考查中心对称图形的概念，掌握掌握中心对称图形的概念是解题的关键，注意中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

【链接】中心对称图形的概念：在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180 度，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形. 这个旋转点，就叫做中心对称点

3. 下列运算正确的是 ()

A. $3a^2 \cdot a^3 = 3a^6$

B. $5x^4 - x^2 = 4x^2$

C. $(2a^2)^3 \cdot (-ab) = -8a^7b$

D. $2x^2 \div 2x^2 = 0$

【考点】 单项式乘单项式；合并同类项；整式的除法.

【分析】 根据整式的各种运算法则逐项分析即可.

解答： 解： A、 $3a^2 \cdot a^3 = 3a^5 \neq 3a^6$ ，故该选项错误；

B、 $5x^4 - x^2$ 不是同类项，所以不能合并，故该选项错误；

C、 $(2a^2)^3 \cdot (-ab) = -8a^7b$ ，计算正确，故该选项正确；

D、 $2x^2 \div 2x^2 = 1 \neq 0$ ，计算错误，故该选项正确；

故选 C.

【点评】 本题考查了和整式有关的各种运算，解题的关键是熟记整式的各种运算法则.

4. 下列一元二次方程有两个相等实数根的是 ()

A. $x^2 - 2x + 1 = 0$ B. $2x^2 - x + 1 = 0$ C. $4x^2 - 2x - 3 = 0$ D. $x^2 - 6x = 0$

【考点】 根的判别式.

【分析】 根据一元二次方程根的判别式判断即可.

解答： 解： A、 $\because \Delta = 4 - 4 = 0$,

$\therefore$ 方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 有两个相等实数根；

B、 $\because \Delta = 1 - 4 \times 2 < 0$,

$\therefore$ 方程 $2x^2 - x + 1 = 0$ 无实数根；

C、 $\because \Delta = 4 + 4 \times 4 \times 3 = 52 > 0$,

$\therefore$ 方程 $4x^2 - 2x - 3 = 0$ 有两个不相等实数根；

D、 $\because \Delta = 36 > 0$,

$\therefore$ 方程 $x^2 - 6x = 0$ 有两个不相等实数根;

故选 A.

【点评】 本题考查了一元二次方程根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：

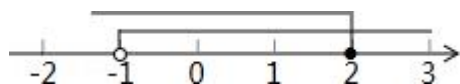
(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

5. 一个不等式组中的两个不等式的解集如图所示，则这个不等式组的解集为

()



A. $-1 < x \leq 2$ B. $-1 \leq x < 2$ C. $-1 < x < 2$ D. 无解

【考点】 在数轴上表示不等式的解集.

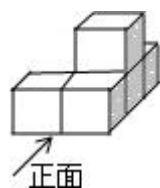
【分析】 根据数轴上的表示可得 $-1 < x \leq 2$ ，即可得解.

解答： 解：由图可得，这个不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$.

故选 A.

【点评】 本题考查了在数轴上表示不等式的解集，表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

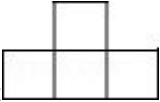
6. 图中几何体的左视图是 ()





【考点】简单组合体的三视图.

【分析】从左面看到 3 列正方形的个数依次为 1, 2, 1; 由此选择答案即可.

解答: 解: 图中几何体的左视图是 .

故选: B.

【点评】本题考查了几何体的三视图; 得到从各个方向看得到的每列正方形的个数是解决本题的关键.

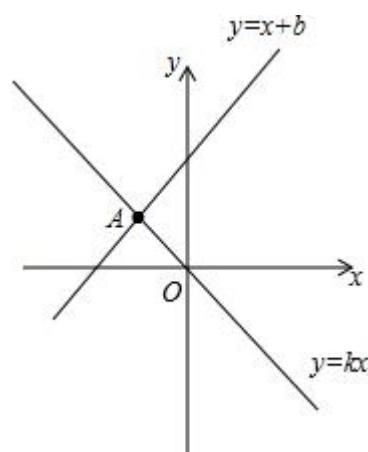
7. 直线 $y=x+b$ ($b>0$) 与直线 $y=kx$ ($k<0$) 的交点位于 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】两条直线相交或平行问题.

【分析】根据直线方程作出大致函数图象, 根据图象可以直接作出选择.

解答: 解: 直线 $y=x+b$ ($b>0$) 与直线 $y=kx$ ($k<0$) 的大致图象如图所示:



所以交点 A 位于第二象限.

故选: B.

【点评】本题考查了两条直线相交或平行问题. 解答该题时, 需要掌握一次函数 $y=kx+b$ 的图象与系数的关系.

8. 学校团委组织“阳光助残”捐款活动, 九年一班学生捐款情况如下表:

捐款金额(元)	5	10	20	50
人数(人)	10	13	12	15

则学生捐款金额的中位数是 ()

- A. 13 人 B. 12 人 C. 10 元 D. 20 元

【考点】中位数.

【分析】根据题意得出按照从小到大顺序排列的第 25 个和第 26 个数据都是 20 (元), 它们的平均数即为中位数.

解答: 解: $\because 10+13+12+15=50$,

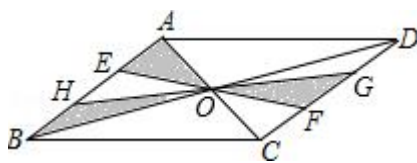
按照从小到大顺序排列的第 25 个和第 26 个数据都是 20 (元),

$\therefore$ 它们的平均数即为中位数, $\frac{20+20}{2}=20$ (元),

$\therefore$ 学生捐款金额的中位数是 20 元; 故选: D.

【点评】本题考查了中位数的定义、平均数的计算; 熟练掌握中位数的定义, 正确求出中位数是解决问题的关键.

9. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O, EF、GH 过点 O, 且点 E、H 在边 AB 上, 点 G、F 在边 CD 上, 向 $\square ABCD$ 内部投掷飞镖 (每次均落在 $\square ABCD$ 内, 且落在 $\square ABCD$ 内任何一点的机会均等) 恰好落在阴影区域的概率为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

【考点】几何概率; 平行四边形的性质.

专题: 计算题.

【分析】根据平行四边形的性质易得 $S_{\triangle OEH}=S_{\triangle OFG}$, 则 $S_{\text{阴影部分}}=S_{\triangle AOB}=\frac{1}{4}S_{\text{平行四边形 } ABCD}$, 然后根据几何概率的意义求解.

解答: 解: $\because$ 四边形 ABCD 为平行四边形,

$\therefore \triangle OEH$ 和 $\triangle OFG$ 关于点 O 中心对称,

$$\therefore S_{\triangle OEH} = S_{\triangle OFG},$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形 } ABCD},$$

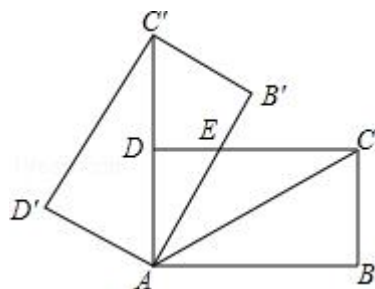
$\therefore$ 飞镖 (每次均落在 $\square ABCD$ 内, 且落在 $\square ABCD$ 内任何一点的机会均等) 恰好

$$\text{落在阴影区域的概率} = \frac{S_{\text{阴影部分}}}{S_{\text{平行四边形 } ABCD}} = \frac{1}{4}.$$

故选 C.

【点评】 本题考查了几何概率: 求概率时, 已知和未知与几何有关的就是几何概率. 计算方法是长度比, 面积比, 体积比等. 也考查了平行四边形的性质.

10. 如图, 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 旋转至矩形 $AB'C'D'$ 位置, 此时 AC 的中点恰好与 D 点重合, AB' 交 CD 于点 E . 若 $AB=3$, 则 $\triangle AEC$ 的面积为 ()



A. 3

B. 1.5

C. $2\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3}$

【考点】 旋转的性质.

专题: 计算题.

【分析】 根据旋转后 AC 的中点恰好与 D 点重合, 利用旋转的性质得到直角三角形 ACD 中, $\angle ACD=30^\circ$, 再由旋转后矩形与已知矩形全等及矩形的性质得到 $\angle DAE$ 为 30° , 进而得到 $\angle EAC=\angle ECA$, 利用等角对等边得到 $AE=CE$, 设 $AE=CE=x$, 表示出 AD 与 DE , 利用勾股定理列出关于 x 的方程, 求出方程的解得到 x 的值, 确定出 EC 的长, 即可求出三角形 AEC 面积.

解答: 解: $\because$ 旋转后 AC 的中点恰好与 D 点重合, 即 $AD=\frac{1}{2}AC'=\frac{1}{2}AC$,

∴在 Rt△ACD 中, $\angle ACD=30^\circ$, 即 $\angle DAC=60^\circ$,

∴ $\angle B'AD'=60^\circ$,

∴ $\angle DAE=30^\circ$,

∴ $\angle EAC=\angle ACD=30^\circ$,

∴ $AE=CE$,

在 Rt△ADE 中, 设 $AE=EC=x$, 则有 $DE=DC-EC=AB-EC=3-x$, $AD=\frac{\sqrt{3}}{3}\times 3=\sqrt{3}$,

根据勾股定理得: $x^2=(3-x)^2+(\sqrt{3})^2$,

解得: $x=2$,

∴ $EC=2$,

则 $S_{\triangle AEC}=\frac{1}{2}EC\cdot AD=\sqrt{3}$,

故选 D

【点评】 此题考查了旋转的性质, 含 30° 直角三角形的性质, 勾股定理, 以及等腰三角形的性质, 熟练掌握性质及定理是解本题的关键.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

11. 2014 年抚顺市城区植树造林约为 2030000 株, 将 2030000 这个数用科学记数法表示为 2.03×10^6 .

【考点】 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式, 其中 $1\leq |a|<10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 >1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 <1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 2030000 用科学记数法表示为: 2.03×10^6 .

故答案为: 2.03×10^6 .

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. 分解因式: $ab^3 - ab = \underline{ab(b+1)(b-1)}$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式 ab , 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

解答: 解: $ab^3 - ab$,

$$= ab(b^2 - 1),$$

$$= ab(b+1)(b-1).$$

【点评】本题考查了提公因式法与公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

13. 已知数据: $-1, 4, 2, -2, x$ 的众数是 2, 那么这组数据的平均数为 1.

【考点】众数; 算术平均数.

【分析】先根据众数的定义求出 x 的值, 然后再求这组数据的平均数.

解答: 解: 数据: $-1, 4, 2, -2, x$ 的众数是 2, 即的 2 次数最多;

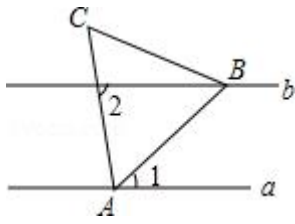
即 $x=2$.

则其平均数为: $(-1+4+2-2+2) \div 5=1$.

故答案是: 1.

【点评】本题考查平均数与众数的意义. 平均数等于所有数据之和除以数据的总个数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据.

14. 如图, 分别过等边 $\triangle ABC$ 的顶点 A, B 作直线 a, b , 使 $a \parallel b$. 若 $\angle 1=40^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 80° .



【考点】 平行线的性质；等边三角形的性质．

【分析】 先根据 $\triangle ABC$ 是等边三角形得出 $\angle BAC=60^\circ$ ，故可得出 $\angle BAC+\angle 1$ 的度数，再由平行线的性质即可得出结论．

解答： 解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BAC=60^\circ.$$

$$\because \angle 1=40^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC+\angle 1=100^\circ.$$

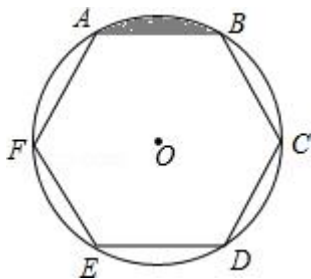
$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2=180^\circ - (\angle BAC+\angle 1) =180^\circ - 100^\circ=80^\circ.$$

故答案为： 80° ．

【点评】 本题考查的是平行线的性质，用到的知识点为：两直线平行，同旁内角互补．

15. 如图，六边形 ABCDEF 为 $\odot O$ 的内接正六边形，若 $\odot O$ 的半径为 $2\sqrt{3}$ ，则阴影部分的面积为 $2\pi - 3\sqrt{3}$ ．



【考点】 扇形面积的计算；正多边形和圆．

【分析】此题是考查圆与正多边形结合的基本运算，空白正六边形为六个边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形，利用圆的面积公式和三角形的面积公式求得圆的面积和正六边形的面积，阴影面积 = (圆的面积 - 正六边形的面积) $\times \frac{1}{6}$.

解答：解：∵ 圆的半径为 $2\sqrt{3}$,

∴ 面积为 12π ,

∵ 空白正六边形为六个边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形，[来源:Z+xx+k.Com]

∴ 每个三角形面积为 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$,

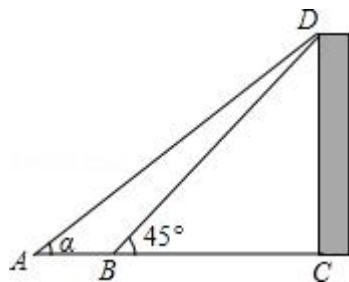
∴ 正六边形面积为 $18\sqrt{3}$,

∴ 阴影面积为 $(12\pi - 18\sqrt{3}) \times \frac{1}{6} = 2\pi - 3\sqrt{3}$,

故答案为: $2\pi - 3\sqrt{3}$.

【点评】本题主要考查了正多边形和圆的面积公式，注意到阴影面积 = (圆的面积 - 正六边形的面积) $\times \frac{1}{6}$ 是解答此题的关键.

16. 如图，在 A 处看建筑物 CD 的顶端 D 的仰角为 α ，且 $\tan \alpha = 0.7$ ，向前行进 3 米到达 B 处，从 B 处看 D 的仰角为 45° (图中各点均在同一平面内，A、B、C 三点在同一条直线上， $CD \perp AC$)，则建筑物 CD 的高度为 7 米.



【考点】解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

【分析】根据 $\angle DBC = 45^\circ$ ，得到 $BC = CD$ ，根据 $\tan \alpha = 0.7$ 和正切的概念列出算式，解出算式得到答案.

解答： 解： $\because \angle DBC=45^\circ$,

$\therefore BC=CD$,

$$\tan \alpha = \frac{CD}{AC} = \frac{7}{10},$$

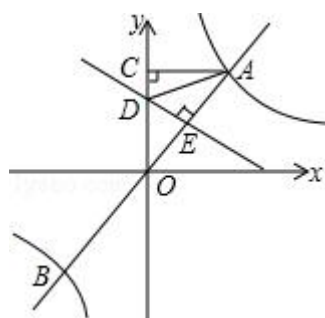
$$\text{则 } \frac{CD}{CD+3} = \frac{7}{10},$$

解得 $CD=7$.

故答案为： 7.

【点评】 本题考查的是解直角三角形的知识，掌握锐角三角函数的概念是解题的关键，注意仰角和俯角的概念.

17. 如图，过原点 O 的直线 AB 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象交于 A 、 B 两点，点 B 坐标为 $(-2, m)$ ，过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于点 C ， OA 的垂直平分线 DE 交 OC 于点 D ，交 AB 于点 E . 若 $\triangle ACD$ 的周长为 5，则 k 的值为 6.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题；线段垂直平分线的性质.

【分析】 根据题意得到 A 、 B 两点关于原点对称，得到点 A 坐标为 $(2, -m)$ ，求得 $AC=2$ ，由于 DE 垂直平分 AO ，得到 $AD=OD$ ，根据 $\triangle ACD$ 的周长为 5，求出 $OC=AD+CD=3$ ，得到 $A(2, 3)$ ，即可得到结果.

解答： 解： $\because$ 过原点 O 的直线 AB 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象交于 A 、 B 两点，

$\therefore A$ 、 B 两点关于原点对称，

$\because$ 点 B 坐标为 $(-2, m)$,

∴点 A 坐标为 (2, -m),

∵AC ⊥ y 轴于点 C,

∴AC=2,

∵DE 垂直平分 AO,

∴AD=OD,

∵△ACD 的周长为 5, [来源:学科网]

∴AD+CD=5 - AC=3,

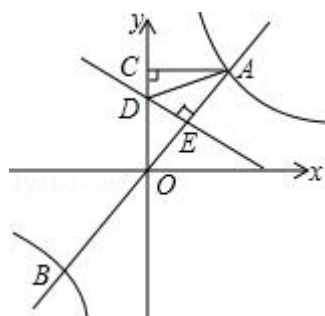
∴OC=AD+CD=3,

∴A (2, 3),

∵点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象上,

∴ $k=2\times 3=6$,

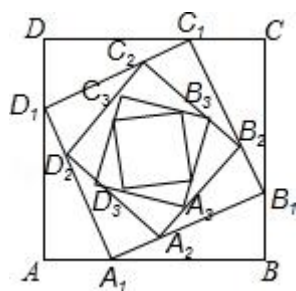
故答案为: 6.



【点评】 本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 线段的垂直平分线的性质, 三角形的周长, 得出 $OC=AD+CD$ 是解题的关键.

18. 如图, 正方形 ABCD 的边长为 a, 在 AB、BC、CD、DA 边上分别取点 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 , 使 $AA_1=BB_1=CC_1=DD_1=\frac{1}{3}a$, 在边 A_1B_1 、 B_1C_1 、 C_1D_1 、 D_1A_1 上分别取点 A_2 、 B_2 、 C_2 、 D_2 , 使 $A_1A_2=B_1B_2=C_1C_2=D_1D_2=\frac{1}{3}A_1B_1$, ... 依次规律继续下

去, 则正方形 $A_nB_nC_nD_n$ 的面积为 $\frac{5^n}{9^n}a^2$.



【考点】正方形的性质．

专题： 规律型．

【分析】首先在 $\text{Rt}\triangle A_1BB_1$ 中，由勾股定理可求得正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积 $=\frac{5}{9}a^2$ ，然后再在 $\text{Rt}\triangle A_2B_1B_2$ 中，由勾股定理求得正方形 $A_2B_2C_2D_2$ 的面积 $=\left(\frac{5}{9}\right)^2a^2$ ，然后找出其中的规律根据发现的规律即可得出结论．

解答： 解：在 $\text{Rt}\triangle A_1BB_1$ 中，由勾股定理可知：

$$A_1B_1^2 = A_1B^2 + B_1B^2 = \left(\frac{2}{3}a\right)^2 + \left(\frac{1}{3}a\right)^2 = \frac{5}{9}a^2, \text{ 即正方形 } A_1B_1C_1D_1 \text{ 的面积} \\ = \frac{5}{9}a^2;$$

在 $\text{Rt}\triangle A_2B_1B_2$ 中，由勾股定理可知：

$$A_2B_2^2 = A_2B_1^2 + B_2B_1^2 = \left(\frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{3}a\right)^2 + \left(\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{5}}{3}a\right)^2 = \left(\frac{5}{9}\right)^2a^2; \text{ 即正方形} \\ A_2B_2C_2D_2 \text{ 的面积} = \left(\frac{5}{9}\right)^2a^2$$

...

$$\therefore \text{正方形 } A_nB_nC_nD_n \text{ 的面积} = \left(\frac{5}{9}\right)^na^2 = \frac{5^n}{9^n}a^2.$$

【点评】本题主要考查的是正方形的性质和勾股定理的应用，通过计算发现其中的规律是解题的关键．

三、解答题（共2小题，第19题10分，第20题12分，满分22分）

19. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x-2}{x+1}$ ，从 -1，2，3 中选择一个适当的数作为 x 值代入．

[来源:Z*xx*k.Com]

【考点】分式的化简求值.

【分析】先根据分式混合运算的法则把原式进行化简,再选取合适的 x 的值代入进行计算即可.

解答: 解: 原式 $= \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x-2}$
 $= \frac{x}{x-2},$

当 $x=3$ 时, 原式 $= \frac{3}{3-2} = 3.$

【点评】本题考查的是分式的化简求值,熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

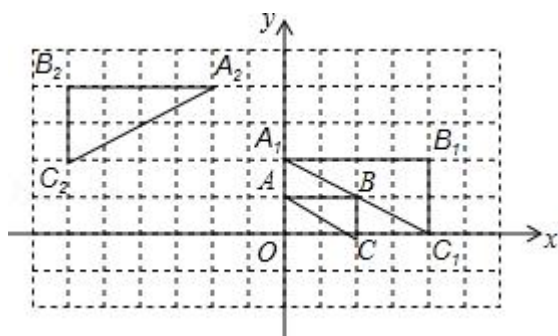
20. 如图, 将 $\triangle ABC$ 在网格中 (网格中每个小正方形的边长均为 1) 依次进行位似变换、轴对称变换和平移变换后得到 $\triangle A_1B_1C_1$.

(1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位似比等于 $-\frac{1}{2}$;

(2) 在网格中画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于 y 轴的轴对称图形 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 请写出 $\triangle A_1B_1C_1$ 是由 $\triangle A_2B_2C_2$ 怎样平移得到的?

(4) 设点 $P(x, y)$ 为 $\triangle ABC$ 内一点, 依次经过上述三次变换后, 点 P 的对应点的坐标为 $(-2x-2, 2y+2)$.



【考点】作图-位似变换; 作图-轴对称变换; 作图-平移变换. [来源:Zxxk.Com]

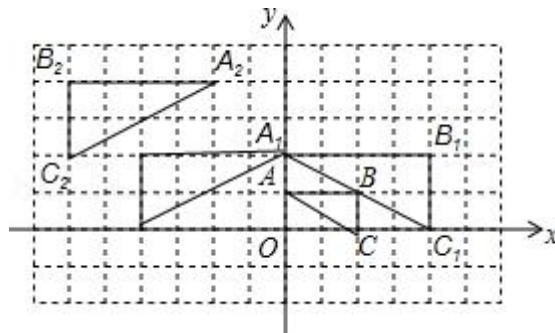
【分析】(1) 根据位似图形可得位似比即可;

(2) 根据轴对称图形的画法画出图形即可;

(3) 根据 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的关系过程其变化过程即可;

(4) 根据三次变换规律得出坐标即可.

解答: 解: (1)) $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的位似比等于 $=\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$;



(2) 如图所示:

(3) $\triangle A_1B_1C_1$ 是由 $\triangle A_2B_2C_2$ 沿 x 轴向左平移 2 个单位, 再沿 y 轴向上平移 2 个单位得到;

(4) 点 $P(x, y)$ 为 $\triangle ABC$ 内一点, 依次经过上述三次变换后, 点 P 的对应点的坐标为 $(-2x-2, 2y+2)$.

故答案为: $\frac{1}{2}$; $(-2x-2, 2y+2)$.

【点评】 此题考查作图问题, 关键是根据轴对称图形的画法和位似图形的性质分析.

四、解答题 (共 2 小题, 第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 满分 24 分)

21 某中学组织学生去福利院慰问, 在准备礼品时发现, 购买 1 个甲礼品比购买 1 个乙礼品多花 40 元, 并且花费 600 元购买甲礼品和花费 360 元购买乙礼品的数量相等.

(1) 求甲、乙两种礼品的单价各为多少元?

(2) 学校准备购买甲、乙两种礼品共 30 个送给福利院的老人, 要求购买礼品的总费用不超过 2000 元, 那么最多可购买多少个甲礼品?

【考点】 分式方程的应用; 一元一次不等式的应用.

【分析】 (1) 设购买一个乙礼品需要 x 元, 根据“花费 600 元购买甲礼品和花费 360 元购买乙礼品的数量相等”列分式方程求解即可;

(2) 设总费用不超过 2000 元, 可购买 m 个甲礼品, 则购买乙礼品 $(30 - m)$ 个, 根据题意列不等式求解即可.

解答: 解: (1) 设购买一个乙礼品需要 x 元, 根据题意得:

$$\frac{600}{x+40} = \frac{360}{x},$$

解得: $x=60$,

经检验 $x=60$ 是原方程的根,

$$\therefore x+40=100.$$

答: 甲礼品 100 元, 乙礼品 60 元;

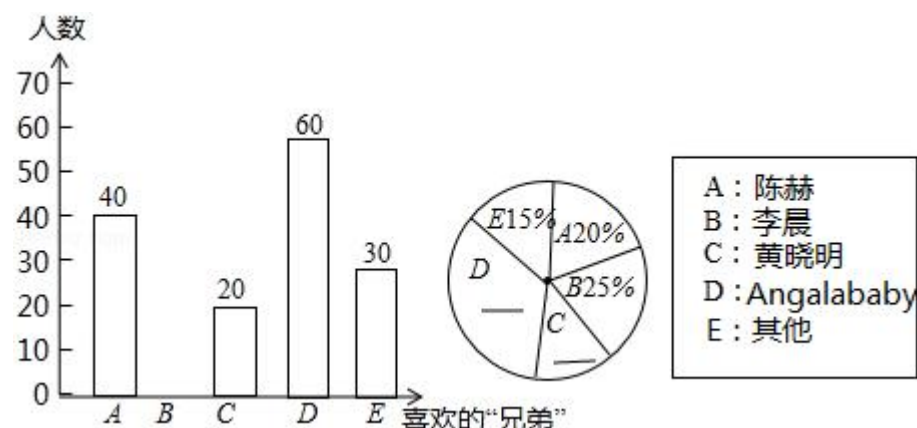
(2) 设总费用不超过 2000 元, 可购买 m 个甲礼品, 则购买乙礼品 $(30 - m)$ 个, 根据题意得: $100m+60(30 - m) \leq 2000$,

解得: $m \leq 5$.

答: 最多可购买 5 个甲礼品.

【点评】此题主要考查了分式方程和不等式的应用, 关键是正确理解题意, 找出题目中的等量关系和不等关系, 列出方程和不等式.

22. 电视节目“奔跑吧兄弟”播出后深受中小学生的喜爱, 小刚想知道大家最喜欢哪位“兄弟”, 于是在本校随机抽取了一部分学生进行抽查 (每人只能选一个自己最喜欢的“兄弟”), 将调查结果进行了整理后绘制成如图两幅不完整的统计图, 请结合图中提供的信息解答下列问题:



- (1) 本次被调查的学生有 200 人.
- (2) 将两幅统计图补充完整.
- (3) 若小刚所在学校有 2000 名学生, 请根据图中信息, 估计全校喜欢“Angelababy”的人数.
- (4) 若从 3 名喜欢“李晨”的学生和 2 名喜欢“Angelababy”的学生中随机抽取两人参加文体活动, 则两人都是喜欢“李晨”的学生的概率是 $\frac{3}{10}$.

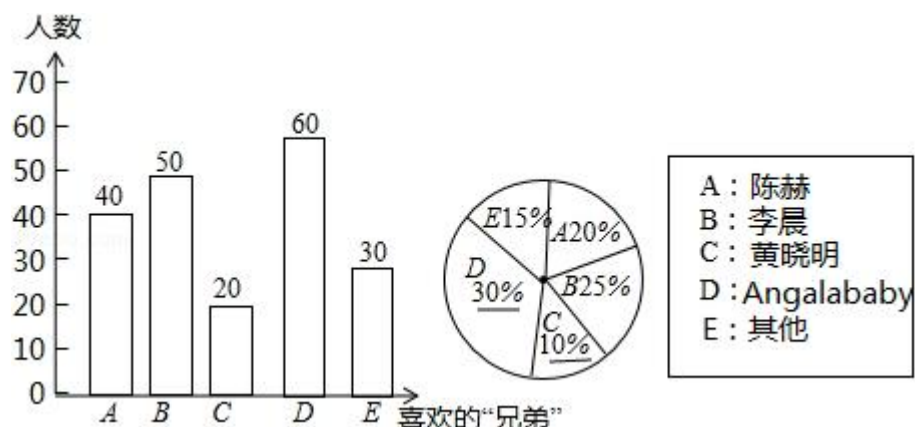
【考点】 列表法与树状图法; 用样本估计总体; 扇形统计图; 条形统计图. .
专题: 计算题.

- 【分析】** (1) 由喜欢“陈赫”的人数除以占的百分比得出被调查学生总数即可;
- (2) 求出喜欢“李晨”的人数, 找出喜欢“Angelababy”与喜欢“黄晓明”占的百分比, 补全统计图即可;
- (3) 由喜欢“Angelababy”的百分比乘以 2000 即可得到结果;
- (4) 列表得出所有等可能的情况数, 找出两人都是喜欢“李晨”的情况数, 即可求出所求的概率.

解答: 解: (1) 根据题意得: $40 \div 20\% = 200$ (人),

则本次被调查的学生有 200 人;

- (2) 喜欢“李晨”的人数为 $200 - (40 + 20 + 60 + 30) = 50$ (人), 喜欢“Angelababy”的百分比为 $\frac{50}{200} \times 100\% = 25\%$, 喜欢其他的百分比为 $\frac{30}{200} \times 100\% = 15\%$, 补全统计图, 如图所示:



(3) 根据题意得: $2000 \times 30\% = 600$ (人),

则全校喜欢“Angelababy”的人数为 600 人;

(4) 列表如下: (B 表示喜欢“李晨”, D 表示喜欢“Angelababy”)

	B	B	B	D	D
B	— — —	(B, B)	(B, B)	(D, B)	(D, B)
B	(B, B)	— — —	(B, B)	(D, B)	(D, B)
B	(B, B)	(B, B)	— — —	(D, B)	(D, B)
D	(B, D)	(B, D)	(B, D)	— — —	(D, D)
D	(B, D)	(B, D)	(B, D)	(D, D)	— — —

所有等可能的情况有 20 种, 其中两人都是喜欢“李晨”的学生有 6 种,

则 $P = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

故答案为: (1) 200; (4) $\frac{3}{10}$.

【点评】 此题考查了列表法与树状图法, 用样本估计总体, 条形统计图, 以及扇形统计图, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

五、解答题 (共 1 小题, 满分 12 分)

23. 一个批发商销售成本为 20 元/千克的某产品, 根据物价部门规定: 该产品每千克售价不得超过 90 元, 在销售过程中发现的售量 y (千克) 与售价 x (元/千克) 满足一次函数关系, 对应关系如下表:

售价 x (元/千克)	...	50	60	70	80	...
销售量 y (千克)	...	100	90	80	70	...

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式;
- (2) 该批发商若想获得 4000 元的利润, 应将售价定为多少元?
- (3) 该产品每千克售价为多少元时, 批发商获得的利润 w (元) 最大? 此时的最大利润为多少元?

【考点】 二次函数的应用.

【分析】 (1) 根据图表中的各数可得出 y 与 x 成一次函数关系, 从而结合图表的数可得出 y 与 x 的关系式.

(2) 根据想获得 4000 元的利润, 列出方程求解即可;

(3) 根据批发商获得的总利润 w (元) = 售量 $\times$ 每件利润可表示出 w 与 x 之间的函数表达式, 再利用二次函数的最值可得出利润最大值.

解答: 解: (1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$), 根据题意得

$$\begin{cases} 50k+b=100 \\ 60k+b=90 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k=-1 \\ b=150 \end{cases}.$

故 y 与 x 的函数关系式为 $y=-x+150$;

(2) 根据题意得

$$(-x+150)(x-20)=4000,$$

解得 $x_1=70$, $x_2=100 > 90$ (不合题意, 舍去).

故该批发商若想获得 4000 元的利润, 应将售价定为 70 元;

(3) w 与 x 的函数关系式为:

$$w=(-x+150)(x-20)$$

$$=-x^2+170x-3000$$

$$=-(x-85)^2+4225,$$

$$\because -1 < 0,$$

$\therefore$ 当 $x=85$ 时, w 值最大, w 最大值是 4225.

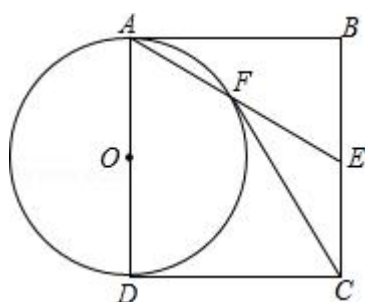
$\therefore$ 该产品每千克售价为 85 元时, 批发商获得的利润 w (元) 最大, 此时的最大利润为 4225 元.

点评： 本题考查二次函数的应用，难度较大，解答本题的关键是根据题意列出方程，另外要注意掌握二次函数的最值的求法.

六、解答题 (共 1 小题, 满分 12 分)

24. 如图, 四边形 ABCD 为矩形, E 为 BC 边中点, 连接 AE, 以 AD 为直径的 $\odot O$ 交 AE 于点 F, 连接 CF.

- (1) 求证: CF 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 若 $AD=2$, F 为 AE 的中点, 求 AB 的长.



【考点】切线的判定; 勾股定理; 矩形的性质.

【分析】 (1) 利用平行四边形的判定方法得出四边形 OAEC 是平行四边形, 进而得出 $\triangle ODC \cong \triangle OFC$ (SAS), 求出 $OF \perp CF$, 进而得出答案;

(2) 利用勾股定理得出 DC 的长, 即可得出 AB 的长,

解答: (1) 证明: 如图所示: 连接 OF、OC,

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AD=BC$, $\angle ADC=90^\circ$,

$\because$ E 为 BC 边中点, $AO=DO$,

$\therefore AO=\frac{1}{2}AD$, $EC=\frac{1}{2}BC$,

$\therefore AO=EC$, $AO \parallel EC$,

$\therefore$ 四边形 OAEC 是平行四边形,

$\therefore AE \parallel OC$,

$$\therefore \angle DOC = \angle OAF, \quad \angle FOC = \angle OFA,$$

$$\because OA = OF,$$

$$\therefore \angle OAF = \angle OFA,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle FOC,$$

$\because$ 在 $\triangle ODC$ 和 $\triangle OFC$ 中

$$\begin{cases} OD = OF \\ \angle DOC = \angle FOC, \\ OC = OC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ODC \cong \triangle OFC \quad (\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle OFC = \angle ODC = 90^\circ,$$

$$\therefore OF \perp CF,$$

$\therefore CF$ 与 $\odot O$ 相切;

(2) 解: 如图所示: 连接 DE ,

$$\because AO = DO, \quad AF = EF, \quad AD = 2,$$

$$\therefore DE = 2OF = 2,$$

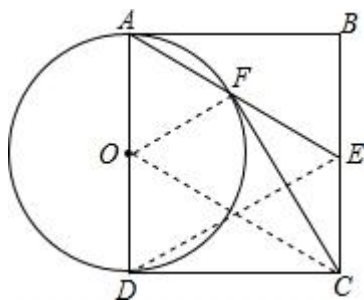
$\because E$ 是 BC 的中点,

$$\therefore EC = 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, 由勾股定理得:

$$DC = \sqrt{DE^2 - EC^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore AB = CD = \sqrt{3}.$$



【点评】此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及勾股定理和平行四边形的判定、切线的判定等知识，得出 $\triangle ODC \cong \triangle OFC$ 是解题关键.

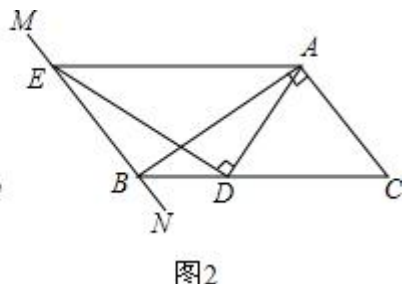
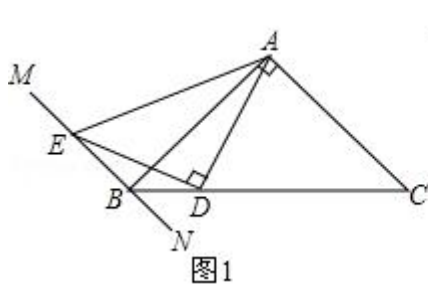
七、解答题 (共 1 小题, 满分 12)

25. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, 过点 B 的直线 $MN \parallel AC$, D 为 BC 边上一点, 连接 AD, 作 $DE \perp AD$ 交 MN 于点 E, 连接 AE.

(1) 如图①, 当 $\angle ABC=45^\circ$ 时, 求证: $AD=DE$;

(2) 如图②, 当 $\angle ABC=30^\circ$ 时, 线段 AD 与 DE 有何数量关系? 并请说明理由;

(3) 当 $\angle ABC=\alpha$ 时, 请直接写出线段 AD 与 DE 的数量关系. (用含 α 的三角函数表示)



【考点】相似三角形的判定与性质; 全等三角形的判定与性质. .

【分析】(1) 首先过点 D 作 $DF \perp BC$, 交 AB 于点 F, 得出 $\angle BDE = \angle ADF$, 以及 $\angle EBD = \angle AFD$, 再得出 $\triangle BDE \cong \triangle FDA$ (ASA), 求出即可;

(2) 首先过点 D 作 $DG \perp BC$, 交 AB 于点 G, 进而得出 $\angle EBD = \angle AGD$, 证出 $\triangle BDE \sim \triangle GDA$ 即可得出答案;

(3) 首先过点 D 作 $DG \perp BC$, 交 AB 于点 G, 进而得出 $\angle EBD = \angle AGD$, 证出 $\triangle BDE \sim \triangle GDA$ 即可得出答案.

解答: (1) 证明: 如图 1, 过点 D 作 $DF \perp BC$, 交 AB 于点 F,

则 $\angle BDE + \angle FDE = 90^\circ$,

$\because DE \perp AD$,

$\therefore \angle FDE + \angle ADF = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDE = \angle ADF$,

$\because \angle BAC = 90^\circ, \angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \angle C = 45^\circ$,

$\because MN \parallel AC$,

$\therefore \angle EBD = 180^\circ - \angle C = 135^\circ$,

$\because \angle BFD = 45^\circ, DF \perp BC$,

$\therefore \angle BFD = 45^\circ, BD = DF$,

$\therefore \angle AFD = 135^\circ$,

$\therefore \angle EBD = \angle AFD$,

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle FDA$ 中

$$\begin{cases} \angle EBD = \angle AFD \\ BD = DF \\ \angle BDE = \angle ADF \end{cases},$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle FDA \text{ (ASA)}$,

$\therefore AD = DE$;

(2) 解: $DE = \sqrt{3}AD$,

理由: 如图 2, 过点 D 作 $DG \perp BC$, 交 AB 于点 G,

则 $\angle BDE + \angle GDE = 90^\circ$,

$\because DE \perp AD$,

$\therefore \angle GDE + \angle ADG = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDE = \angle ADG$,

$\because \angle BAC = 90^\circ, \angle ABC = 30^\circ$,

$\therefore \angle C = 60^\circ$,

$\because MN \parallel AC$,

$\therefore \angle EBD = 180^\circ - \angle C = 120^\circ$,

$\because \angle ABC = 30^\circ, DG \perp BC$,

$\therefore \angle BGD = 60^\circ$,

$\therefore \angle AGD = 120^\circ$,

$\therefore \angle EBD = \angle AGD$,

$\therefore \triangle BDE \sim \triangle GDA$,

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{DG}{BD},$$

在 $\text{Rt}\triangle BDG$ 中,

$$\frac{DG}{BD} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore DE = \sqrt{3}AD;$$

$$(3) AD = DE \cdot \tan \alpha;$$

理由: 如图 2, $\angle BDE + \angle GDE = 90^\circ$,

$\because DE \perp AD$,

$\therefore \angle GDE + \angle ADG = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BDE = \angle ADG,$$

$$\because \angle EBD = 90^\circ + \alpha, \quad \angle AGD = 90^\circ + \alpha,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle AGD,$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle AGD,$$

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{DG}{BD},$$

在 $\text{Rt}\triangle BDG$ 中,

$$\frac{DG}{BD} = \tan \alpha, \quad \text{则} \frac{AD}{DE} = \tan \alpha,$$

$$\therefore AD = DE \cdot \tan \alpha.$$

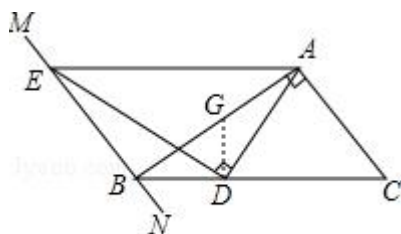


图2

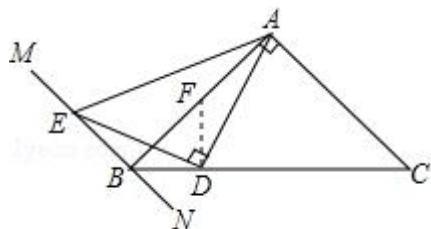


图1

【点评】 此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及相似三角形的判定与性质，得出 $\triangle EBD \sim \triangle AGD$ 是解题关键.

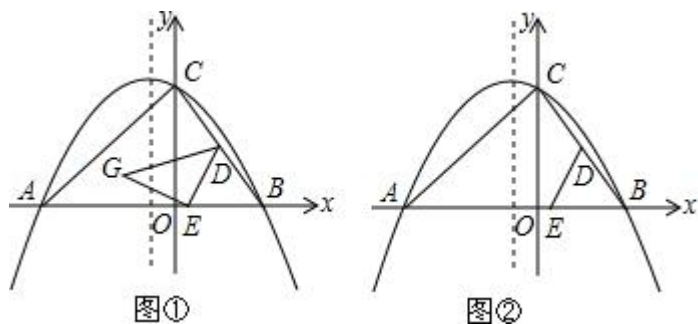
八、解答题 (共 1 小题, 满分 14 分)

26. (14 分) (2015•抚顺) 已知, $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图①所示, A 点坐标为 $(-6, 0)$, B 点坐标为 $(4, 0)$, 点 D 为 BC 的中点, 点 E 为线段 AB 上一动点, 连接 DE 经过点 A、B、C 三点的抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + 8$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图①，将 $\triangle BDE$ 以 DE 为轴翻折，点 B 的对称点为点 G ，当点 G 恰好落在抛物线的对称轴上时，求 G 点的坐标；

(3) 如图②，当点 E 在线段 AB 上运动时，抛物线 $y=ax^2+bx+8$ 的对称轴上是否存在点 F ，使得以 C 、 D 、 E 、 F 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，请直接写出点 F 的坐标；若不存在，请说明理由.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 根据抛物线 $y=ax^2+bx+8$ 经过点 $A(-6, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，应用待定系数法，求出抛物线的解析式即可.

(2) 首先作 $DM \perp$ 抛物线的对称轴于点 M ，设 G 点的坐标为 $(-1, n)$ ，根据翻折的性质，可得 $BD=DG$ ；然后分别求出点 D 、点 M 的坐标各是多少，以及 BC 、 BD 的值各是多少；最后在 $Rt\triangle GDM$ 中，根据勾股定理，求出 n 的值，即可求出 G 点的坐标.

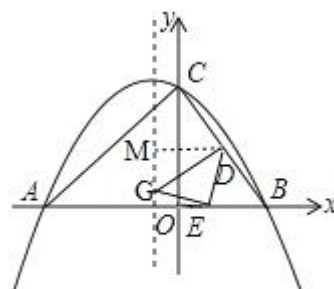
(3) 根据题意，分三种情况：①当 $CD \parallel EF$ ，且点 E 在 x 轴的正半轴时；②当 $CD \parallel EF$ ，且点 E 在 x 轴的负半轴时；③当 $CE \parallel DF$ 时；然后根据平行四边形的性质，求出点 F 的坐标各是多少即可.

解答： 解：(1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+8$ 经过点 $A(-6, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 36a - 6b + 8 = 0 \\ 16a + 4b + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式是： $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 8$.



图①

(2) 如图①，作 $DM \perp$ 抛物线的对称轴于点 M，

设 G 点的坐标为 $(-1, n)$ ，

由翻折的性质，可得 $BD = DG$ ，

∵ B $(4, 0)$ ，C $(0, 8)$ ，点 D 为 BC 的中点，

∴ 点 D 的坐标是 $(2, 4)$ ，

∴ 点 M 的坐标是 $(-1, 4)$ ， $DM = 2 - (-1) = 3$ ，

∵ B $(4, 0)$ ，C $(0, 8)$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore BD = 2\sqrt{5},$$

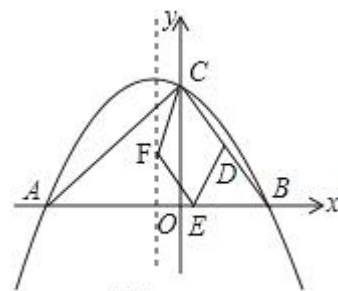
在 $Rt\triangle GDM$ 中，

$$3^2 + (4 - n)^2 = 20,$$

$$\text{解得 } n = 4 \pm \sqrt{11},$$

∴ G 点的坐标为 $(-1, 4 + \sqrt{11})$ 或 $(-1, 4 - \sqrt{11})$.

(3) 抛物线 $y = ax^2 + bx + 8$ 的对称轴上存在点 F，使得以 C、D、E、F 为顶点的四边形为平行四边形.



图②

①当 $CD \parallel EF$ ，且点 E 在 x 轴的正半轴时，如图②，

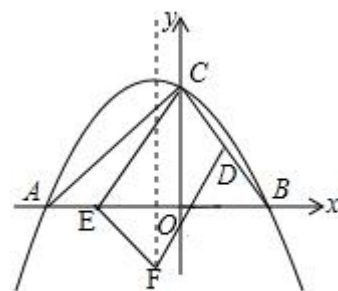
由 (2)，可得点 D 的坐标是 $(2, 4)$ ，

设点 E 的坐标是 $(c, 0)$ ，点 F 的坐标是 $(-1, d)$ ，

$$\text{则} \begin{cases} \frac{0+c}{2} = \frac{-1+2}{2} \\ \frac{8+0}{2} = \frac{d+4}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} c=1 \\ d=4 \end{cases}$$

$\therefore$ 点 F 的坐标是 $(-1, 4)$ ，点 C 的坐标是 $(1, 0)$ 。



图③

②当 $CD \parallel EF$ ，且点 E 在 x 轴的负半轴时，如图③，

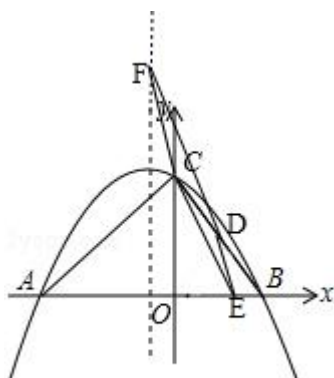
由 (2)，可得点 D 的坐标是 $(2, 4)$ ，

设点 E 的坐标是 $(c, 0)$ ，点 F 的坐标是 $(-1, d)$ ，

$$\text{则} \begin{cases} \frac{0+(-1)}{2} = \frac{c+2}{2} \\ \frac{8+d}{2} = \frac{0+4}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} c=-3 \\ d=-4 \end{cases}$$

$\therefore$ 点 F 的坐标是 $(-1, -4)$ ，点 C 的坐标是 $(-3, 0)$ 。



图④

③当 $CE \parallel DF$ 时，如图④，

由 (2)，可得点 D 的坐标是 $(2, 4)$ ，

设点 E 的坐标是 $(c, 0)$ ，点 F 的坐标是 $(-1, d)$ ，

$$\text{则} \begin{cases} \frac{0+2}{2} = \frac{c+(-1)}{2} \\ \frac{8+4}{2} = \frac{d+0}{2} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} c=3 \\ d=12 \end{cases}$$

$\therefore$ 点 F 的坐标是 $(-1, 12)$ ，点 C 的坐标是 $(3, 0)$ 。

综上，可得

抛物线 $y=ax^2+bx+8$ 的对称轴上存在点 F，使得以 C、D、E、F 为顶点的四边形为平行四边形，

点 F 的坐标是 $(-1, 4)$ 、 $(-1, -4)$ 或 $(-1, 12)$ 。

【点评】 (1) 此题主要考查了二次函数综合题，考查了分析推理能力，考查了分类讨论思想的应用，考查了数形结合思想的应用，考查了从已知函数图象中获取信息，并能利用获取的信息解答相应的问题的能力。

(2) 此题还考查了平行四边形的性质和应用，以及待定系数法求函数解析式的方法，要熟练掌握。

(3) 此题还考查了直角三角形的性质和应用，以及勾股定理的应用，要熟练掌握。