

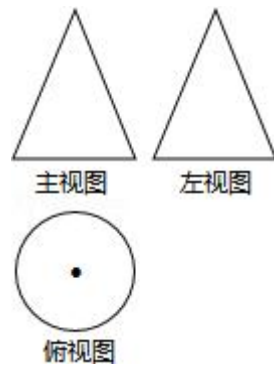
2015 年辽宁省大连市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确）

1. (3 分) (2015•大连) -2 的绝对值是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2015•大连) 某几何体的三视图如图所示，则这个几何体是 ()



- A. 球 B. 圆柱 C. 圆锥 D. 三棱柱

3. (3 分) (2015•大连) 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ()

- A. 1, 2, 3 B. 1, $\sqrt{2}$, 3 C. 3, 4, 8 D. 4, 5, 6

4. (3 分) (2015•大连) 在平面直角坐标系中，将点 P (3, 2) 向右平移 2 个单位，所得的点的坐标是 ()

- A. (1, 2) B. (3, 0) C. (3, 4) D. (5, 2)

5. (3 分) (2015•大连) 方程 $3x+2(1-x)=4$ 的解是 ()

- A. $x=\frac{2}{5}$ B. $x=\frac{6}{5}$ C. $x=2$ D. $x=1$

6. (3 分) (2015•大连) 计算 $(-3x)^2$ 的结果是 ()

- A. $6x^2$ B. $-6x^2$ C. $9x^2$ D. $-9x^2$

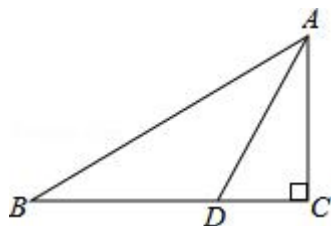
7. (3 分) (2015•大连) 某舞蹈队 10 名队员的年龄分布如下表所示:

年龄 (岁)	13	14	15	16
人数	2	4	3	1

则这 10 名队员年龄的众数是 ()

- A. 16 B. 14 C. 4 D. 3

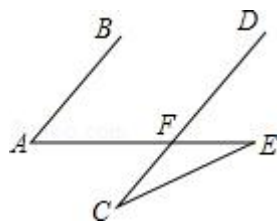
8. (3分) (2015•大连) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=2$, 点D在BC上, $\angle ADC=2\angle B$, $AD=\sqrt{5}$, 则BC的长为 ()



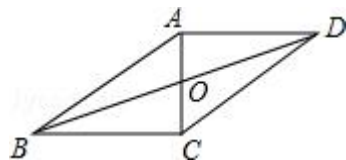
- A. $\sqrt{3}-1$ B. $\sqrt{3}+1$ C. $\sqrt{5}-1$ D. $\sqrt{5}+1$

二、填空题 (本题共8小题, 每小题3分, 满分24分)

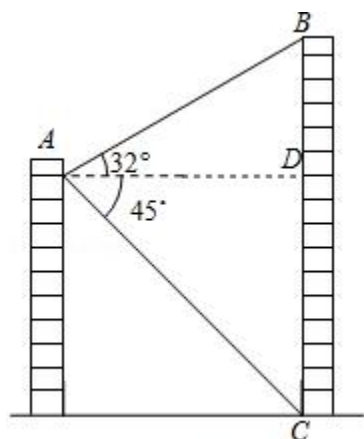
9. (3分) (2015•大连) 比较大小: 3 _____ -2 . (填“>”、“<”或“=”)
10. (3分) (2015•大连) 若 $a=49$, $b=109$, 则 $ab-9a$ 的值为_____.
11. (3分) (2015•大连) 不等式 $2x+3 < -1$ 的解集为_____.
12. (3分) (2015•大连) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle A=56^\circ$, $\angle C=27^\circ$, 则 $\angle E$ 的度数为_____.



13. (3分) (2015•大连) 一枚质地均匀的正方体骰子的六个面分别刻有1到6的点数, 将这枚骰子掷两次, 其点数之和是7的概率为_____.
14. (3分) (2015•大连) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC, BD相交于点O, $AB=10\text{cm}$, $AD=8\text{cm}$, $AC \perp BC$, 则 $OB=$ _____cm.



15. (3分) (2015•大连) 如图, 从一个建筑物的A处测得对面楼BC的顶部B的仰角为 32° , 底部C的俯角为 45° , 观测点与楼的水平距离AD为31m, 则楼BC的高度约为_____m (结果取整数). (参考数据: $\sin 32^\circ \approx 0.5$, $\cos 32^\circ \approx 0.8$, $\tan 32^\circ \approx 0.6$)



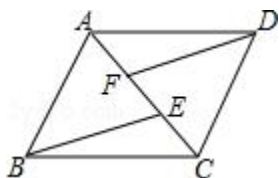
16. (3分) (2015•大连) 在平面直角坐标系中, 点 A, B 的坐标分别为 $(m, 3)$, $(3m-1, 3)$, 若线段 AB 与直线 $y=2x+1$ 相交, 则 m 的取值范围为_____.

三、解答题 (本题共 4 小题, 其中 17、18、19 题各 9 分, 20 题 12, 共 39 分)

17. (9分) (2015•大连) 计算: $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) + \sqrt{24} - (\frac{1}{2})^0$.

18. (9分) (2015•大连) 解方程: $x^2 - 6x - 4 = 0$.

19. (9分) (2015•大连) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E, F 在 AC 上, 且 $\angle ABE = \angle CDF$, 求证: $BE = DF$.



20. (12 分) (2015•大连) 某地区共有 1800 名初三学生, 为了解这些学生的体质健康状况, 开学之初随机选取部分学生进行体育测试, 以下是根据测试成绩绘制的统计图表的一部分.

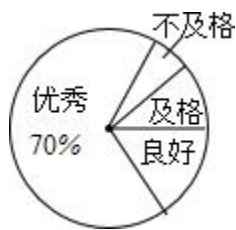
等级	测试成绩 (分)	人数
优秀	$45 \leq x \leq 50$	140
良好	$37.5 \leq x < 45$	36
及格	$30 \leq x < 37.5$	
不及格	$x < 30$	6

根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 本次测试学生体质健康成绩为良好的有_____人, 达到优秀的人数占本次测试总人数的百分比为_____%.

(2) 本次测试的学生数为_____人, 其中, 体质健康成绩为及格的有_____人, 不及格的人数占本次测试总人数的百分比为_____%.

(3) 试估计该地区初三学生开学之初体质健康成绩达到良好及以上等级的学生数.

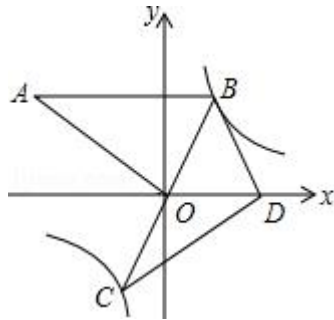


四、解答题 (本题共 3 小题, 其中 21、22 题各 9 分, 23 题 10 分, 共 28 分)

21. (9 分) (2015•大连) 甲、乙两人制作某种机械零件, 已知甲每小时比乙多做 3 个, 甲做 96 个所用的时间与乙做 84 个所用的时间相等, 求甲、乙两人每小时各做多少个零件?

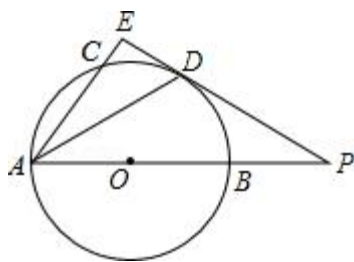
22. (9 分) (2015•大连) 如图, 在平面直角坐标系中, $\angle AOB=90^\circ$, $AB \parallel x$ 轴, $OB=2$, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 经过点 B, 将 $\triangle AOB$ 绕点 B 逆时针旋转, 使点 O 的对应点 D 落在 x 轴的正半轴上. 若 AB 的对应线段 CB 恰好经过点 O.

- (1) 求点 B 的坐标和双曲线的解析式;
- (2) 判断点 C 是否在双曲线上, 并说明理由.



23. (10 分) (2015•大连) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, 且 AD 平分 $\angle CAB$, 过点 D 作 AC 的垂线, 与 AC 的延长线相交于点 E, 与 AB 的延长线相交于点 F.

- (1) 求证: EF 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 若 $AB=6$, $AD=4\sqrt{2}$, 求 EF 的长.

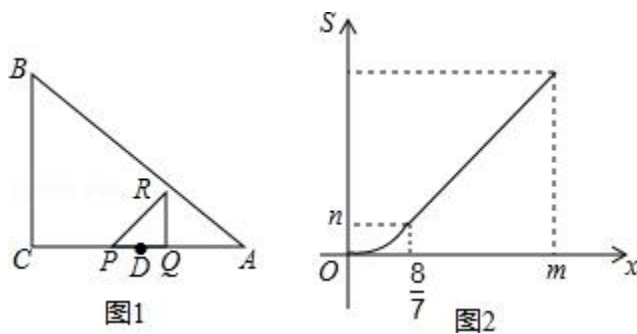


五、解答题 (本题共 3 小题, 其中 24 题 11 分, 25、26 题各 12 分, 共 35 分)

24. (11 分) (2015·大连) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 AC 上, 且 $CD > DA$, $DA=2$, 点 P, Q 同时从点 D 出发, 以相同的速度分别沿射线 DC 、射线 DA 运动, 过点 Q 作 AC 的垂线段 QR , 使 $QR=PQ$, 连接 PR , 当点 Q 到达点 A 时, 点 P, Q 同时停止运动. 设 $PQ=x$, $\triangle PQR$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S , S 关于 x 的函数图象如图 2 所示 (其中 $0 < x \leq \frac{8}{7}$, $\frac{8}{7} < x \leq m$ 时, 函数的解析式不同).

(1) 填空: n 的值为_____;

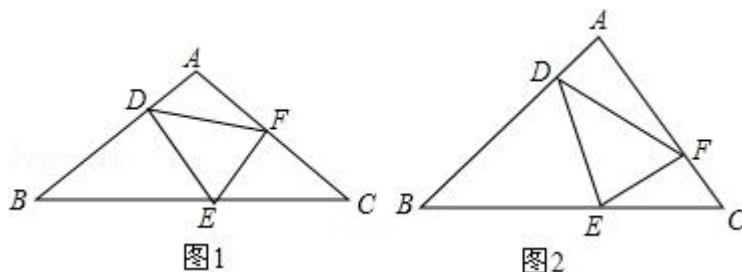
(2) 求 S 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围.



25. (12 分) (2015·大连) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别在 AB, BC, AC 上, 且 $\angle ADF + \angle DEC = 180^\circ$, $\angle AFE = \angle BDE$.

(1) 如图 1, 当 $DE=DF$ 时, 图 1 中是否存在与 AB 相等的线段? 若存在, 请找出, 并加以证明; 若不存在, 说明理由;

(2) 如图 2, 当 $DE=kDF$ (其中 $0 < k < 1$) 时, 若 $\angle A=90^\circ$, $AF=m$, 求 BD 的长 (用含 k, m 的式子表示).

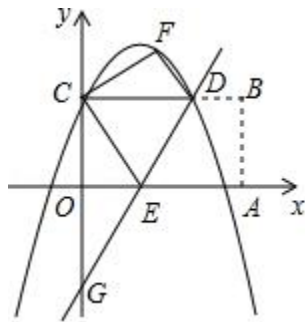


26. (12 分) (2015•大连) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的顶点 A, C 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上, 顶点 B 的坐标为 $(2m, m)$, 翻折矩形 $OABC$, 使点 A 与点 C 重合, 得到折痕 DE , 设点 B 的对应点为 F , 折痕 DE 所在直线与 y 轴相交于点 G , 经过点 C, F, D 的抛物线为 $y=ax^2+bx+c$.

(1) 求点 D 的坐标 (用含 m 的式子表示);

(2) 若点 G 的坐标为 $(0, -3)$, 求该抛物线的解析式;

(3) 在 (2) 的条件下, 设线段 CD 的中点为 M , 在线段 CD 上方的抛物线上是否存在点 P , 使 $PM=\frac{1}{2}EA$? 若存在, 直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



2015 年辽宁省大连市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确）

1. (3 分) (2015•大连) -2 的绝对值是 ()

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

考点: 绝对值.

分析: 根据负数的绝对值等于它的相反数解答.

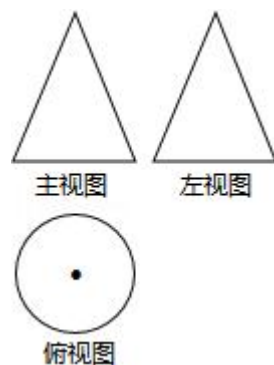
解答: 解: -2 的绝对值是 2,

即 $|-2|=2$.

故选: A.

点评: 本题考查了绝对值的性质: 正数的绝对值是它本身; 负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2015•大连) 某几何体的三视图如图所示, 则这个几何体是 ()



A. 球

B. 圆柱

C. 圆锥

D. 三棱柱

考点: 由三视图判断几何体.

分析: 由主视图和左视图确定是柱体, 锥体还是球体, 再由俯视图即可确定具体形状.

解答: 解: 根据主视图和左视图为三角形判断出是锥体, 根据俯视图是圆形和圆心可判断出这个几何体应该是圆锥,

故选: C.

点评: 此题考查了由三视图判断几何体, 考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力, 同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

3. (3 分) (2015•大连) 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ()

A. 1, 2, 3

B. 1, $\sqrt{2}$, 3

C. 3, 4, 8

D. 4, 5, 6

考点: 三角形三边关系.

分析: 根据三角形的三边满足任意两边之和大于第三边来进行判断.

解答: 解: A、 $1+2=3$, 不能组成三角形, 故本选项错误;

B、 $1+\sqrt{2}<3$, 不能组成三角形, 故本选项错误;

C、 $3+4<8$, 不能组成三角形, 故本选项错误;

D、 $4+5>6$, 能组成三角形, 故本选项正确.

故选 D.

点评: 本题考查了能够组成三角形三边的条件, 简便方法是: 用两条较短的线段相加, 如果大于最长的那条线段就能够组成三角形.

4. (3 分) (2015•大连) 在平面直角坐标系中, 将点 P (3, 2) 向右平移 2 个单位, 所得的点的坐标是 ()

A. (1, 2)

B. (3, 0)

C. (3, 4)

D. (5, 2)

考点: 坐标与图形变化-平移.

分析: 将点 P (3, 2) 向右平移 2 个单位后, 纵坐标不变, 横坐标加上 2 即可得到平移后点的坐标.

解答: 解: 将点 P (3, 2) 向右平移 2 个单位, 所得的点的坐标是 (3+2, 2), 即 (5, 2).
故选 D.

点评: 本题考查了坐标与图形变化-平移, 掌握平移中点的变化规律: 横坐标右移加, 左移减; 纵坐标上移加, 下移减是解题的关键.

5. (3 分) (2015•大连) 方程 $3x+2(1-x)=4$ 的解是 ()

A. $x=\frac{2}{5}$

B. $x=\frac{6}{5}$

C. $x=2$

D. $x=1$

考点: 解一元一次方程.

专题: 计算题.

分析: 方程去括号, 移项合并, 把 x 系数化为 1, 即可求出解.

解答: 解: 去括号得: $3x+2-2x=4$,
解得: $x=2$,
故选 C.

点评: 此题考查了解一元一次方程, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

6. (3 分) (2015•大连) 计算 $(-3x)^2$ 的结果是 ()

A. $6x^2$

B. $-6x^2$

C. $9x^2$

D. $-9x^2$

考点: 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据积的乘方进行计算即可.

解答: 解: $(-3x)^2=9x^2$,
故选 C.

点评: 此题考查积的乘方, 关键是根据法则进行计算.

7. (3 分) (2015•大连) 某舞蹈队 10 名队员的年龄分布如下表所示:

年龄 (岁)	13	14	15	16
--------	----	----	----	----

人数	2	4	3	1
----	---	---	---	---

则这 10 名队员年龄的众数是 ()

- A. 16 B. 14 C. 4 D. 3

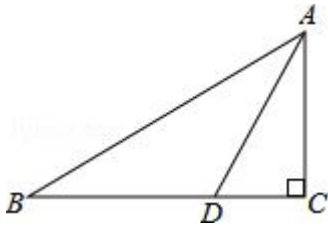
考点: 众数.

分析: 众数可由这组数据中出现频数最大数据写出;

解答: 解: 这组数据中 14 岁出现频数最大, 所以这组数据的众数为 14;
故选 B.

点评: 本题考查的是众数的定义. 要注意, 当所给数据有单位时, 所求得平均数、众数和中位数与原数据的单位相同, 不要漏单位.

8. (3 分) (2015•大连) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=2$, 点 D 在 BC 上, $\angle ADC=2\angle B$, $AD=\sqrt{5}$, 则 BC 的长为 ()



- A. $\sqrt{3}-1$ B. $\sqrt{3}+1$ C. $\sqrt{5}-1$ D. $\sqrt{5}+1$

考点: 勾股定理; 等腰三角形的判定与性质.

分析: 根据 $\angle ADC=2\angle B$, $\angle ADC=\angle B+\angle BAD$ 判断出 $DB=DA$, 根据勾股定理求出 DC 的长, 从而求出 BC 的长.

解答: 解: $\because \angle ADC=2\angle B$, $\angle ADC=\angle B+\angle BAD$,
 $\therefore \angle B=\angle DAB$,
 $\therefore DB=DA=\sqrt{5}$,
在 $Rt\triangle ADC$ 中,
 $DC=\sqrt{AD^2-AC^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-2^2}=1$;
 $\therefore BC=\sqrt{5}+1$.
故选 D.

点评: 本题主要考查了勾股定理, 同时涉及三角形外角的性质, 二者结合, 是一道好题.

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. (3 分) (2015•大连) 比较大小: 3 $>$ -2 . (填“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”)

考点: 有理数大小比较.

分析: 有理数大小比较的法则: ①正数都大于 0; ②负数都小于 0; ③正数大于一切负数;
④两个负数, 绝对值大的其值反而小, 据此判断即可.

解答: 解: 根据有理数比较大小的方法, 可得
 $3 > -2$.
故答案为: $>$.

点评: 此题主要考查了有理数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①

正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小.

10. (3 分) (2015•大连) 若 $a=49$, $b=109$, 则 $ab-9a$ 的值为 4900.

考点: 因式分解-提公因式法.

专题: 计算题.

分析: 原式提取公因式 a 后, 将 a 与 b 的值代入计算即可求出值.

解答: 解: 当 $a=49$, $b=109$ 时, 原式 $=a(b-9)=49 \times 100=4900$,
故答案为: 4900.

点评: 此题考查了因式分解-提公因式法, 熟练掌握提取公因式的方法是解本题的关键.

11. (3 分) (2015•大连) 不等式 $2x+3 < -1$ 的解集为 $x < -2$.

考点: 解一元一次不等式.

分析: 利用不等式的基本性质, 把 3 移到不等号的右边, 合并同类项即可求得原不等式的解集.

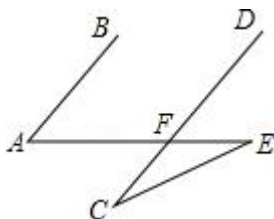
解答: 解: 移项得, $2x < -1-3$,
合并同类项得, $2x < -4$
解得 $x < -2$,
故答案为 $x < -2$.

点评: 本题考查了解一元一次不等式, 以及解简单不等式的能力, 解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错.

解不等式要依据不等式的基本性质:

- (1) 不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变;
- (2) 不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变;
- (3) 不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变.

12. (3 分) (2015•大连) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle A=56^\circ$, $\angle C=27^\circ$, 则 $\angle E$ 的度数为 29° .



考点: 平行线的性质; 三角形的外角性质.

分析: 根据 $AB \parallel CD$, 求出 $\angle DFE=56^\circ$, 再根据三角形外角的定义性质求出 $\angle E$ 的度数.

解答: 解: $\because AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle DFE = \angle A = 56^\circ$,
又 $\because \angle C = 27^\circ$,
 $\therefore \angle E = 56^\circ - 27^\circ = 29^\circ$,
故答案为 29° .

点评: 本题考查了平行线的性质、三角形的外角的性质, 找到相应的平行线是解题的关键.

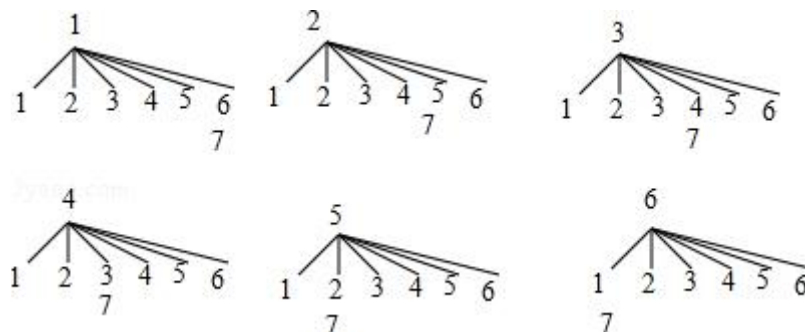
13. (3分) (2015•大连) 一枚质地均匀的正方体骰子的六个面分别刻有 1 到 6 的点数, 将这枚骰子掷两次, 其点数之和是 7 的概率为 $\frac{1}{6}$.

考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: 先画树状图展示所有 36 种等可能的结果数, 再找出点数之和是 7 的结果数, 然后根据概率公式求解.

解答: 解: 画树状图为:



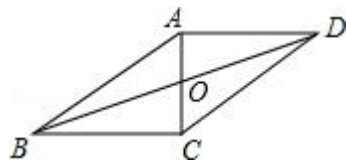
共有 36 种等可能的结果数, 其中点数之和是 7 的结果数为 6,

所以点数之和是 7 的概率 $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

故答案为 $\frac{1}{6}$.

点评: 本题考查了列表法或树状图法: 通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率.

14. (3分) (2015•大连) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC , BD 相交于点 O , $AB=10\text{cm}$, $AD=8\text{cm}$, $AC \perp BC$, 则 $OB = \sqrt{73}\text{cm}$.



考点: 平行四边形的性质; 勾股定理.

分析: 由平行四边形的性质得出 $BC=AD=8\text{cm}$, $OA=OC=\frac{1}{2}AC$, 由勾股定理求出 AC , 得出 OC , 再由勾股定理求出 OB 即可.

解答: 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore BC=AD=8\text{cm}, \quad OA=OC=\frac{1}{2}AC,$$

$$\because AC \perp BC,$$

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6,$$

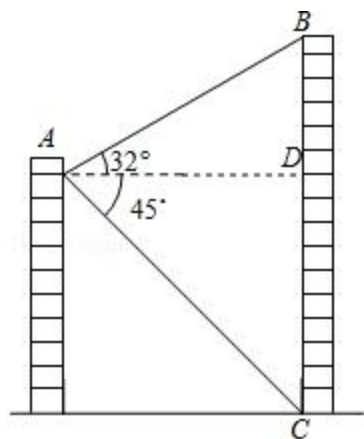
$$\therefore OC = 3,$$

$$\therefore OB = \sqrt{BC^2 + OC^2} = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73};$$

故答案为: $\sqrt{73}$.

点评: 本题考查了平行四边形的性质、勾股定理; 熟练掌握平行四边形的性质, 并能进行推理计算是解决问题的关键.

15. (3 分) (2015•大连) 如图, 从一个建筑物的 A 处测得对面楼 BC 的顶部 B 的仰角为 32° , 底部 C 的俯角为 45° , 观测点与楼的水平距离 AD 为 31m, 则楼 BC 的高度约为 50 m (结果取整数). (参考数据: $\sin 32^\circ \approx 0.5$, $\cos 32^\circ \approx 0.8$, $\tan 32^\circ \approx 0.6$)



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

分析: 在 $Rt\triangle ABD$ 中, 根据正切函数求得 $BD = AD \cdot \tan 32^\circ = 31 \times 0.6 = 18.6$, 在 $Rt\triangle ACD$ 中, 求得 $BC = BD + CD = 18.6 + 31 = 49.6$ m. 结论可求.

解答: 解: 在 $Rt\triangle ABD$ 中,

$$\because AD = 31, \angle BAD = 32^\circ,$$

$$\therefore BD = AD \cdot \tan 32^\circ = 31 \times 0.6 = 18.6,$$

在 $Rt\triangle ACD$ 中,

$$\because \angle DAC = 45^\circ,$$

$$\therefore CD = AD = 31,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 18.6 + 31 \approx 50\text{m}.$$

故答案为: 50.

点评: 此题考查了仰角与俯角的知识. 此题难度适中, 注意能借助仰角或俯角构造直角三角形并解直角三角形是解此题的关键.

16. (3 分) (2015•大连) 在平面直角坐标系中, 点 A, B 的坐标分别为 $(m, 3)$, $(3m - 1, 3)$, 若线段 AB 与直线 $y = 2x + 1$ 相交, 则 m 的取值范围为 $\frac{2}{3} \leq m \leq 1$.

考点: 两条直线相交或平行问题.

专题: 计算题.

分析: 先求出直线 $y=3$ 与直线 $y=2x+1$ 的交点为 $(1, 3)$, 再分类讨论: 当点 B 在点 A 的右侧, 则 $m \leq 1 \leq 3m-1$, 当点 B 在点 A 的左侧, 则 $3m-1 \leq 1 \leq m$, 然后分别解关于 m 的不等式组即可.

解答: 解: 当 $y=3$ 时, $2x+1=3$, 解得 $x=1$,
所以直线 $y=3$ 与直线 $y=2x+1$ 的交点为 $(1, 3)$,
当点 B 在点 A 的右侧, 则 $m \leq 1 \leq 3m-1$, 解得 $\frac{2}{3} \leq m \leq 1$;
当点 B 在点 A 的左侧, 则 $3m-1 \leq 1 \leq m$, 无解,
所以 m 的取值范围为 $\frac{2}{3} \leq m \leq 1$.

点评: 本题考查了两直线相交或平行问题: 两条直线的交点坐标, 就是由这两条直线相对应的一次函数表达式所组成的二元一次方程组的解; 若两条直线是平行的关系, 那么他们的自变量系数相同, 即 k 值相同.

三、解答题 (本题共 4 小题, 其中 17、18、19 题各 9 分, 20 题 12, 共 39 分)

17. (9 分) (2015•大连) 计算: $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) + \sqrt{24} - (\frac{1}{2})^0$.

考点: 二次根式的混合运算; 零指数幂.

专题: 计算题.

分析: 先根据平方差公式和零指数幂的意义得到原式 $= 3 - 1 + 2\sqrt{6} - 1$, 然后进行加减运算.

解答: 解: 原式 $= 3 - 1 + 2\sqrt{6} - 1$
 $= 1 + 2\sqrt{6}$.

点评: 本题考查了二次根式的计算: 先把各二次根式化为最简二次根式, 再进行二次根式的乘除运算, 然后合并同类二次根式. 也考查了零指数幂.

18. (9 分) (2015•大连) 解方程: $x^2 - 6x - 4 = 0$.

考点: 解一元二次方程-配方法.

分析: 此题考查了配方法解一元二次方程, 解题时要注意解题步骤的准确应用, 把左边配成完全平方式, 右边化为常数.

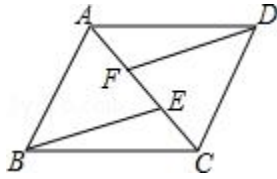
解答: 解: 移项得 $x^2 - 6x = 4$,
配方得 $x^2 - 6x + 9 = 4 + 9$,
即 $(x - 3)^2 = 13$,
开方得 $x - 3 = \pm\sqrt{13}$,
 $\therefore x_1 = 3 + \sqrt{13}$, $x_2 = 3 - \sqrt{13}$.

点评: 本题考查了用配方法解一元二次方程, 用配方法解一元二次方程的步骤:

(1) 形如 $x^2 + px + q = 0$ 型: 第一步移项, 把常数项移到右边; 第二步配方, 左右两边加上一次项系数一半的平方; 第三步左边写成完全平方式; 第四步, 直接开方即可.

(2) 形如 $ax^2 + bx + c = 0$ 型, 方程两边同时除以二次项系数, 即化成 $x^2 + px + q = 0$, 然后配方.

19. (9 分) (2015•大连) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E, F 在 AC 上, 且 $\angle ABE = \angle CDF$, 求证: $BE = DF$.



考点: 全等三角形的判定与性质; 平行四边形的性质.

专题: 证明题.

分析: 根据平行四边形的性质, 证明 $AB=CD$, $AB \parallel CD$, 进而证明 $\angle BAC=\angle CDF$, 根据 ASA 即可证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$, 根据全等三角形的对应边相等即可证明.

解答: 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB=CD$, $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BAC=\angle CDF$,

$\therefore \triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE=\angle CDF \\ AB=CD \\ \angle ABE=\angle CDF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$,

$\therefore BE=DF$.

点评: 本题考查的是利用平行四边形的性质结合三角形全等来解决有关线段相等的证明.

20. (12 分) (2015•大连) 某地区共有 1800 名初三学生, 为了解这些学生的体质健康状况, 开学之初随机选取部分学生进行体育测试, 以下是根据测试成绩绘制的统计图表的一部分.

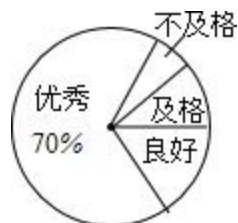
等级	测试成绩 (分)	人数
优秀	$45 \leq x \leq 50$	140
良好	$37.5 \leq x < 45$	36
及格	$30 \leq x < 37.5$	
不及格	$x < 30$	6

根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 本次测试学生体质健康成绩为良好的有 36 人, 达到优秀的人数占本次测试总人数的百分比为 70 %.

(2) 本次测试的学生数为 200 人, 其中, 体质健康成绩为及格的有 18 人, 不及格的人数占本次测试总人数的百分比为 3 %.

(3) 试估计该地区初三学生开学之初体质健康成绩达到良好及以上等级的学生数.



考点: 扇形统计图; 用样本估计总体; 统计表.

分析: (1) 根据统计图和统计表即可直接解答;

(2) 根据优秀的有 140 人, 所占的百分比是 70%即可求得总人数, 利用总人数减去

其它组的人数即可求得及格的人数，然后根据百分比的意义求得不及格的人数所占百分比；

(3) 利用总人数乘以对应的百分比即可求解.

解答: 解: (1) 本次测试学生体质健康成绩为良好的有 36 人.

达到优秀的人数占本次测试总人数的百分比为 70%.

故答案是: 36, 70;

(2) 调查的总人数是: $140 \div 70\% = 200$ (人),

体质健康成绩为及格的有 $200 - 140 - 36 - 6 = 18$ (人),

不及格的人数占本次测试总人数的百分比是: $\frac{6}{200} \times 100\% = 3\%$.

故答案是: 200, 18, 3%;

(3) 本次测试学生体质健康成绩为良好的有 36 人, $\frac{36}{200} \times 100\% = 18\%$,

估计该地区初三学生开学之初体质健康成绩达到良好及以上等级的学生数是: $1800 \times (70\% + 18\%) = 1584$ (人).

点评: 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

四、解答题 (本题共 3 小题, 其中 21、22 题各 9 分, 23 题 10 分, 共 28 分)

21. (9 分) (2015•大连) 甲、乙两人制作某种机械零件, 已知甲每小时比乙多做 3 个, 甲做 96 个所用的时间与乙做 84 个所用的时间相等, 求甲、乙两人每小时各做多少个零件?

考点: 分式方程的应用.

分析: 由题意可知: 设乙每小时做的零件数量为 x 个, 甲每小时做的零件数量是 $x+3$; 根据甲做 96 个所用的时间=乙做 84 个所用的时间列出方程求解.

解答: 解: 设乙每小时做的零件数量为 x 个, 甲每小时做的零件数量是 $x+3$, 由题意得

$$\frac{96}{x+3} = \frac{84}{x}$$

解得 $x=21$,

经检验 $x=21$ 是原分式方程的解,

则 $x+3=24$.

答: 甲每小时做 24 个零件, 乙每小时做 21 个零件.

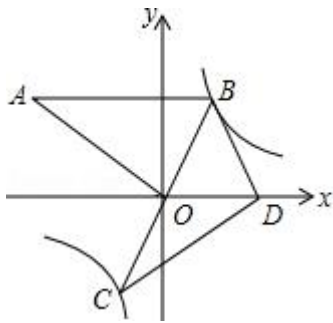
点评: 此题考查分式方程的应用, 利用工作时间相等建立等量关系是解决问题的关键.

22. (9 分) (2015•大连) 如图, 在平面直角坐标系中, $\angle AOB=90^\circ$, $AB \parallel x$ 轴, $OB=2$, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 经过点 B, 将 $\triangle AOB$ 绕点 B 逆时针旋转, 使点 O 的对应点 D 落在 x 轴的正半轴上. 若

AB 的对应线段 CB 恰好经过点 O.

(1) 求点 B 的坐标和双曲线的解析式;

(2) 判断点 C 是否在双曲线上, 并说明理由.



考点: 反比例函数图象上点的坐标特征; 坐标与图形变化-旋转.

分析: (1) 先求得 $\triangle BOD$ 是等边三角形, 即可求得 B 的坐标, 然后根据待定系数法即可求得双曲线的解析式;

(2) 求得 $OB=OC$, 即可求得 C 的坐标, 根据 C 的坐标即可判定点 C 是否在双曲线上.

解答: 解: (1) $\because AB \parallel x$ 轴,

$$\therefore \angle ABO = \angle BOD,$$

$$\because \angle ABO = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle OBD,$$

$$\therefore OB = BD,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BDO,$$

$$\therefore \triangle BOD \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ,$$

$$\therefore B(1, \sqrt{3});$$

$$\because \text{双曲线 } y = \frac{k}{x} \text{ 经过点 } B,$$

$$\therefore k = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{双曲线的解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{x}.$$

$$(2) \because \angle ABO = 60^\circ, \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2OB,$$

$$\because AB = BC,$$

$$\therefore BC = 2OB,$$

$$\therefore OC = OB,$$

$$\therefore C(-1, -\sqrt{3}),$$

$$\because -1 \times (-\sqrt{3}) = \sqrt{3},$$

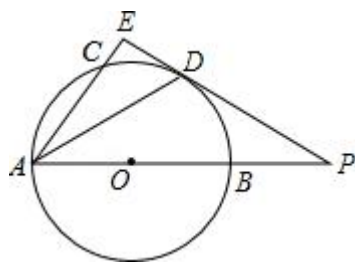
$$\therefore \text{点 } C \text{ 在双曲线上.}$$

点评: 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 旋转的性质, 等边三角形的判定和性质, 待定系数法求二次函数的解析式等, 求得 $\triangle BOD$ 是等边三角形是解题的关键.

23. (10 分) (2015•大连) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, 且 AD 平分 $\angle CAB$, 过点 D 作 AC 的垂线, 与 AC 的延长线相交于点 E , 与 AB 的延长线相交于点 F .

(1) 求证: EF 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若 $AB=6$, $AD=4\sqrt{2}$, 求 EF 的长.



考点: 切线的判定.

分析: (1) 连接 OD, 由题可知, E 已经是圆上一点, 欲证 CD 为切线, 只需证明 $\angle OED=90^\circ$ 即可.

(2) 连接 BD, 作 $DG \perp AB$ 于 G, 根据勾股定理求出 BD, 进而根据勾股定理求得 DG, 根据角平分线性质求得 $DE=DG=\frac{4}{3}\sqrt{2}$, 然后根据 $\triangle ODF \sim \triangle AEF$, 得出比例式, 即可求得 EF 的长.

解答: (1) 证明: 连接 OD,

$\because AD$ 平分 $\angle CAB$,

$\therefore \angle OAD = \angle EAD$.

$\because OE = OA$,

$\therefore \angle ODA = \angle OAD$.

$\therefore \angle ODA = \angle EAD$.

$\therefore OD \parallel AE$.

$\because \angle ODF = \angle AEF = 90^\circ$ 且 D 在 $\odot O$ 上,

$\therefore EF$ 与 $\odot O$ 相切.

(2) 连接 BD, 作 $DG \perp AB$ 于 G,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

$\because AB = 6, AD = 4\sqrt{2}$,

$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 2$,

$\because OD = OB = 3$,

设 $OG = x$, 则 $BG = 3 - x$,

$\therefore OD^2 - OG^2 = BD^2 - BG^2$, 即 $3^2 - x^2 = 2^2 - (3 - x)^2$,

解得 $x = \frac{7}{3}$,

$\therefore OG = \frac{7}{3}$,

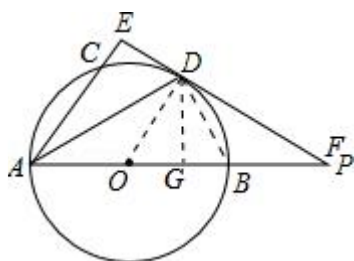
$\therefore DG = \sqrt{OD^2 - OG^2} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$.

$\because AD$ 平分 $\angle CAB, AE \perp DE, DG \perp AB$,

$\therefore DE = DG = \frac{4}{3}\sqrt{2}$.

$\therefore AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \frac{16}{3}$.

$$\begin{aligned}
&\because OD \parallel AE, \\
&\therefore \triangle ODF \sim \triangle AEF, \\
&\therefore \frac{DF}{EF} = \frac{OD}{AE}, \text{ 即 } \frac{EF - ED}{EF} = \frac{OD}{AE}, \\
&\therefore \frac{EF - \frac{4}{3}\sqrt{2}}{EF} = \frac{3}{\frac{16}{3}}, \\
&\therefore EF = \frac{64}{21}\sqrt{2}.
\end{aligned}$$



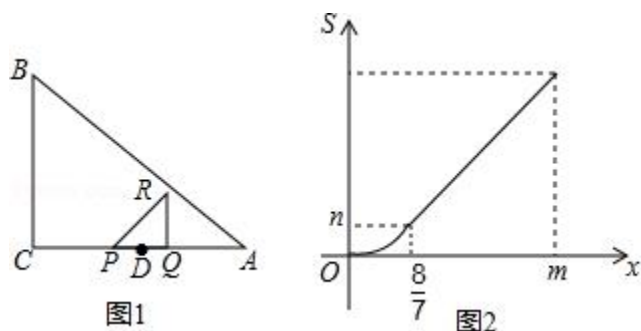
点评: 本题考查了相似三角形的性质和判定, 勾股定理, 切线的判定等知识点的应用, 主要考查学生运用性质进行推理和计算的能力, 两小题题型都很好, 都具有一定的代表性.

五、解答题 (本题共 3 小题, 其中 24 题 11 分, 25、26 题各 12 分, 共 35 分)

24. (11 分) (2015·大连) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 AC 上, 且 $CD > DA$, $DA=2$, 点 P, Q 同时从点 D 出发, 以相同的速度分别沿射线 DC、射线 DA 运动, 过点 Q 作 AC 的垂线段 QR, 使 $QR=PQ$, 连接 PR, 当点 Q 到达点 A 时, 点 P, Q 同时停止运动. 设 $PQ=x$, $\triangle PQR$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S, S 关于 x 的函数图象如图 2 所示 (其中 $0 < x \leq \frac{8}{7}$, $\frac{8}{7} < x \leq m$ 时, 函数的解析式不同).

(1) 填空: n 的值为 $\frac{32}{49}$;

(2) 求 S 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围.



考点: 动点问题的函数图象.

分析: (1) 当 $x = \frac{8}{7}$ 时, $\triangle PQR$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积就是 $\triangle PQR$ 的面积, 然后根据 $PQ = \frac{8}{7}$, $QR = PQ$, 求出 n 的值是多少即可.

(2) 首先根据 S 关于 x 的函数图象, 可得 S 关于 x 的函数表达式有两种情况: 当 0

$< x \leq \frac{8}{7}$ 时, $S = \frac{1}{2} \times PQ \times RQ = \frac{1}{2}x^2$, 判断出当点 Q 点运动到点 A 时, $x = 2AD = 4$, 据此求出 $m = 4$; 然后求出当 $\frac{8}{7} < x \leq 4$ 时, S 关于 x 的函数关系式即可.

解答: 解: (1) 如图 1,

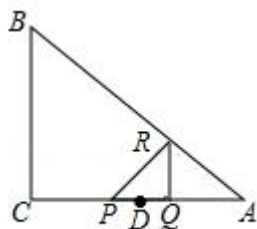


图1

当 $x = \frac{8}{7}$ 时, $\triangle PQR$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积就是 $\triangle PQR$ 的面积,

$$\therefore PQ = \frac{8}{7}, \quad QR = PQ,$$

$$\therefore QR = \frac{8}{7},$$

$$\therefore n = S = \frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{7}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{64}{49} = \frac{32}{49}.$$

(2) 如图 2,

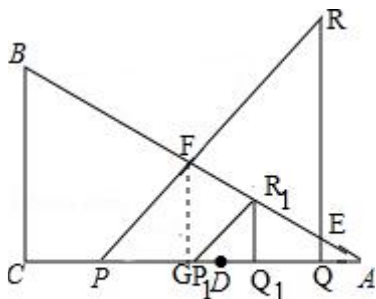


图2

根据 S 关于 x 的函数图象, 可得 S 关于 x 的函数表达式有两种情况:

当 $0 < x \leq \frac{8}{7}$ 时,

$$S = \frac{1}{2} \times PQ \times RQ = \frac{1}{2}x^2,$$

当点 Q 点运动到点 A 时,

$$x = 2AD = 4,$$

$$\therefore m = 4.$$

当 $\frac{8}{7} < x \leq 4$ 时,

$$S = S_{\triangle APF} - S_{\triangle AQF} = \frac{1}{2}AP \cdot FG - \frac{1}{2}AQ \cdot EQ,$$

$$AP=2+\frac{x}{2}, \quad AQ=2-\frac{x}{2},$$

$$\because \triangle AQE \sim \triangle AQ_1R_1, \quad \frac{AQ}{AQ_1} = \frac{QE}{Q_1R_1},$$

$$\therefore QE = \frac{4}{5} \left(2 - \frac{x}{2}\right),$$

设 $FG=PG=m$,

$$\because \triangle AGF \sim \triangle AQ_1R_1, \quad \frac{AG}{AQ_1} = \frac{FG}{Q_1R_1},$$

$$\therefore AG = 2 + \frac{x}{2} - m,$$

$$\frac{2 + \frac{x}{2} - m}{\frac{10}{7}} = \frac{\pi}{\frac{8}{7}}$$

$$\therefore m = \frac{4}{9} \left(2 + \frac{x}{2}\right),$$

$$\therefore S = S_{\triangle APF} - S_{\triangle AQE}$$

$$= \frac{1}{2} AP \cdot FG - \frac{1}{2} AQ \cdot EQ$$

$$= \frac{1}{2} \left(2 + \frac{x}{2}\right) \cdot \frac{4}{9} \left(2 + \frac{x}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(2 - \frac{x}{2}\right) \cdot \frac{4}{5} \left(2 - \frac{x}{2}\right)$$

$$= -\frac{4}{90}x^2 + \frac{56}{45}x - \frac{32}{45}$$

$$\therefore S = -\frac{4}{90}x^2 + \frac{56}{45}x - \frac{32}{45}$$

综上, 可得

$$S = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & 0 < x \leq \frac{8}{7} \\ -\frac{4}{90}x^2 + \frac{56}{45}x - \frac{32}{45}, & \frac{8}{7} < x \leq 4 \end{cases}$$

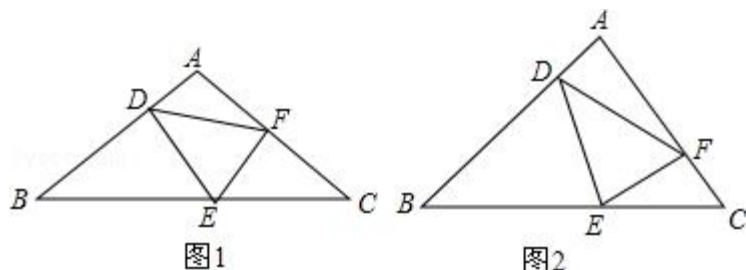
故答案为: $\frac{32}{49}$.

点评: 此题主要考查了动点问题的函数图象, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 图象应用信息广泛, 通过看图获取信息, 不仅可以解决生活中的实际问题, 还可以提高分析问题、解决问题的能力. 用图象解决问题时, 要理清图象的含义即会识图.

25. (12分) (2015•大连) 在 $\triangle ABC$ 中, 点D, E, F分别在AB, BC, AC上, 且 $\angle ADF + \angle DEC = 180^\circ$, $\angle AFE = \angle BDE$.

(1) 如图1, 当 $DE=DF$ 时, 图1中是否存在与AB相等的线段? 若存在, 请找出, 并加以证明; 若不存在, 说明理由;

(2) 如图 2, 当 $DE=kDF$ (其中 $0 < k < 1$) 时, 若 $\angle A=90^\circ$, $AF=m$, 求 BD 的长 (用含 k , m 的式子表示).



考点: 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 如图 1, 连结 AE . 先由 $DE=DF$, 得出 $\angle DEF=\angle DFE$, 由 $\angle ADF+\angle DEC=180^\circ$, 得出 $\angle ADF=\angle DEB$. 由 $\angle AFE=\angle BDE$, 得出 $\angle AFE+\angle ADE=180^\circ$, 那么 A 、 D 、 E 、 F 四点共圆, 根据圆周角定理得出 $\angle DAE=\angle DFE=\angle DEF$, $\angle ADF=\angle AEF$. 再由 $\angle ADF=\angle DEB=\angle AEF$, 得出 $\angle AEF+\angle AED=\angle DEB+\angle AED$, 则 $\angle AEB=\angle DEF=\angle BAE$, 根据等角对等边得出 $AB=BE$;

(2) 如图 2, 连结 AE . 由 A 、 D 、 E 、 F 四点共圆, 得出 $\angle ADF=\angle AEF$, 由 $\angle DAF=90^\circ$, 得出 $\angle DEF=90^\circ$, 再证明 $\angle DEB=\angle AEF$. 又 $\angle AFE=\angle BDE$, 根据两角对应相等的两三角形相似得出 $\triangle BDE \sim \triangle AFE$, 利用相似三角形对应边成比例得到 $\frac{BD}{AF}=\frac{DE}{FE}$. 在直角

$\triangle DEF$ 中, 利用勾股定理求出 $EF=\sqrt{DF^2-DE^2}=\sqrt{1-k^2}DF$, 然后将 $AF=m$, $DE=kDF$

代入, 计算即可求解.

解答: 解: (1) 如图 1, 连结 AE .

$\because DE=DF$,
 $\therefore \angle DEF=\angle DFE$,
 $\because \angle ADF+\angle DEC=180^\circ$,
 $\therefore \angle ADF=\angle DEB$.
 $\because \angle AFE=\angle BDE$,
 $\therefore \angle AFE+\angle ADE=180^\circ$,
 $\therefore A$ 、 D 、 E 、 F 四点共圆,
 $\therefore \angle DAE=\angle DFE=\angle DEF$, $\angle ADF=\angle AEF$.
 $\because \angle ADF=\angle DEB=\angle AEF$,
 $\therefore \angle AEF+\angle AED=\angle DEB+\angle AED$,
 $\therefore \angle AEB=\angle DEF=\angle BAE$,
 $\therefore AB=BE$;

(2) 如图 2, 连结 AE .

$\because \angle AFE=\angle BDE$,
 $\therefore \angle AFE+\angle ADE=180^\circ$,
 $\therefore A$ 、 D 、 E 、 F 四点共圆,
 $\therefore \angle ADF=\angle AEF$,
 $\because \angle DAF=90^\circ$,
 $\therefore \angle DEF=90^\circ$,

$$\therefore \angle ADF + \angle DEC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle DEB.$$

$$\therefore \angle ADF = \angle AEF,$$

$$\therefore \angle DEB = \angle AEF.$$

在 $\triangle BDE$ 与 $\triangle AFE$ 中,

$$\begin{cases} \angle DEB = \angle AEF \\ \angle BDE = \angle AFE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle AFE,$$

$$\therefore \frac{BD}{AF} = \frac{DE}{FE}.$$

在直角 $\triangle DEF$ 中, $\therefore \angle DEF = 90^\circ$, $DE = kDF$,

$$\therefore EF = \sqrt{DF^2 - DE^2} = \sqrt{1 - k^2}DF,$$

$$\therefore \frac{BD}{m} = \frac{kDF}{\sqrt{1 - k^2}DF} = \frac{k}{\sqrt{1 - k^2}},$$

$$\therefore BD = \frac{mk\sqrt{1 - k^2}}{1 - k^2}.$$

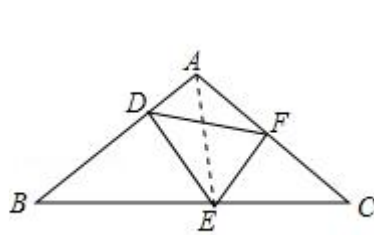


图1

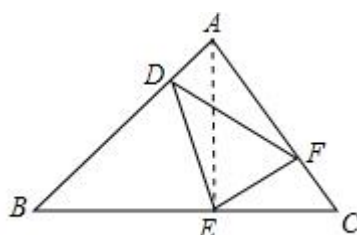


图2

点评: 本题考查了相似三角形的判定与性质, 等腰三角形的判定与性质, 四点共圆, 圆周角定理, 勾股定理等知识, 有一定难度. 连结 AE, 证明 A、D、E、F 四点共圆是解题的关键.

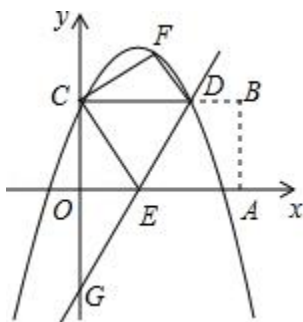
26. (12 分) (2015·大连) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 OABC 的顶点 A, C 分别在 x 轴和 y 轴的正半轴上, 顶点 B 的坐标为 $(2m, m)$, 翻折矩形 OABC, 使点 A 与点 C 重合, 得到折痕 DE, 设点 B 的对应点为 F, 折痕 DE 所在直线与 y 轴相交于点 G, 经过点 C, F, D 的抛物线为 $y = ax^2 + bx + c$.

(1) 求点 D 的坐标 (用含 m 的式子表示);

(2) 若点 G 的坐标为 $(0, -3)$, 求该抛物线的解析式;

(3) 在 (2) 的条件下, 设线段 CD 的中点为 M, 在线段 CD 上方的抛物线上是否存在点 P,

使 $PM = \frac{1}{2}EA$? 若存在, 直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 由折叠的性质得出 $CF=AB=m$, $DF=DB$, $\angle DFC=\angle DBA=90^\circ$, $CE=AE$, 设 $CD=x$, 则 $DF=DB=2m-x$, 由勾股定理得出方程, 解方程即可得出结果;

(2) 证明 $\triangle OEG \sim \triangle CDG$, 得出比例式, 求出 m 的值, 得出 C 、 D 的坐标, 作 $FH \perp CD$ 于 H , 证明 $\triangle FCH \sim \triangle DCF$, 得出比例式求出 F 的坐标, 用待定系数法即可求出抛物线的解析式;

(3) 由直角三角形斜边上的中线性质的性质得出 $MF=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}EA$, 点 P 与点 F 重合, 得出点 P 的坐标; 由抛物线的对称性得另一点 P 的坐标即可.

解答: 解: (1) 根据折叠的性质得: $CF=AB=m$, $DF=DB$, $\angle DFC=\angle DBA=90^\circ$, $CE=AE$, $\angle CED=\angle AED$,

设 $CD=x$, 则 $DF=DB=2m-x$,

根据勾股定理得: $CF^2+DF^2=CD^2$,

即 $m^2+(2m-x)^2=x^2$,

解得: $x=\frac{5}{4}m$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为: $(\frac{5}{4}m, m)$;

(2) $\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形,

$\therefore OA=2m$, $OA \parallel BC$,

$\therefore \angle CDE=\angle AED$,

$\therefore \angle CDE=\angle CED$,

$\therefore CE=CD=\frac{5}{4}m$,

$\therefore AE=CE=\frac{5}{4}m$,

$\therefore OE=OA-AE=\frac{3}{4}m$,

$\therefore OA \parallel BC$,

$\therefore \triangle OEG \sim \triangle CDG$,

$\therefore \frac{OE}{CD}=\frac{OG}{CG}$,

$$\text{即 } \frac{\frac{3}{4}m}{\frac{5}{4}m} = \frac{3}{3+\pi},$$

解得: $m=2$,

$$\therefore C(0, 2), D\left(\frac{5}{2}, 2\right),$$

作 $FH \perp CD$ 于 H , 如图 1 所示:

则 $\angle FHC = 90^\circ = \angle DFC$,

$\therefore \angle FCH = \angle FCD$,

$\therefore \triangle FCH \sim \triangle DCF$,

$$\therefore \frac{FH}{DF} = \frac{CH}{CF} = \frac{CF}{CD} = \frac{2}{\frac{5}{2}} = \frac{4}{5},$$

$$\text{即 } \frac{FH}{\frac{3}{2}} = \frac{CH}{2} = \frac{2}{\frac{5}{2}},$$

$$\therefore FH = \frac{6}{5}, CH = \frac{8}{5}, \frac{6}{5} + 2 = \frac{16}{5},$$

$$\therefore F\left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}\right),$$

$$\text{把点 } C(0, 2), D\left(\frac{5}{2}, 2\right), F\left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}\right) \text{ 代入 } y = ax^2 + bx + c \text{ 得: } \begin{cases} c = 2 \\ \frac{25}{4}a + \frac{5}{2}b + 2 = 2 \\ \frac{64}{25}a + \frac{8}{5}b + c = \frac{16}{5} \end{cases},$$

$$\text{解得: } a = -\frac{5}{6}, b = \frac{25}{12}, c = 2,$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{25}{12}x + 2;$$

(3) 存在; 点 P 的坐标为: $\left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}\right)$, 或 $\left(\frac{9}{10}, \frac{16}{5}\right)$; 理由如下:

如图 2 所示: $\because CD = CE, CE = EA$,

$\therefore CD = EA$,

$\therefore$ 线段 CD 的中点为 M , $\angle DFC = 90^\circ$,

$$\therefore MF = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}EA, \text{ 点 } P \text{ 与点 } F \text{ 重合},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为: } \left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}\right);$$

$$\text{由抛物线的对称性得另一点 } P \text{ 的坐标为 } \left(\frac{9}{10}, \frac{16}{5}\right);$$

$\therefore$ 在线段 CD 上方的抛物线上存在点 P , 使 $PM = \frac{1}{2}EA$, 点 P 的坐标为: $\left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}\right)$, 或

$$\left(-\frac{9}{10}, \frac{16}{5}\right).$$

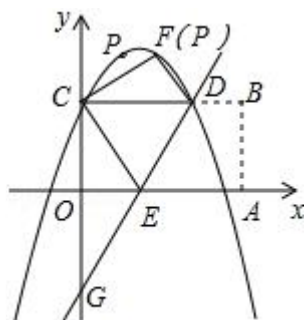


图2

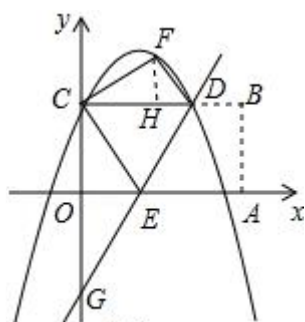


图1

点评: 本题是二次函数综合题目，考查了坐标与图形性质、矩形的性质、勾股定理、相似三角形的判定与性质、用待定系数法求二次函数的解析式、直角三角形斜边上的中线性质等知识；本题难度较大，综合性强，特别是（2）中，需要作辅助线两次证明三角形相似才能得出相关点的坐标求出抛物线的解析式.