

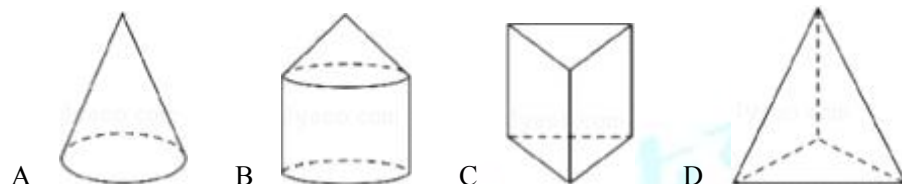
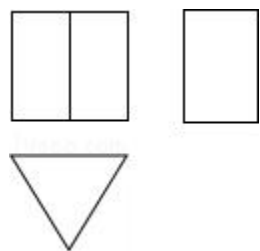
## 2014 年辽宁省辽阳市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每个小题所列出的四个选项中只有一个正确的)

1. (3 分) (2015•北海)  $-2$  的绝对值是 ( )

- A.  $-2$  B.  $-\frac{1}{2}$  C.  $2$  D.  $\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2014•辽阳) 一个几何体的三视图如图所示, 那么这个几何体是 ( )



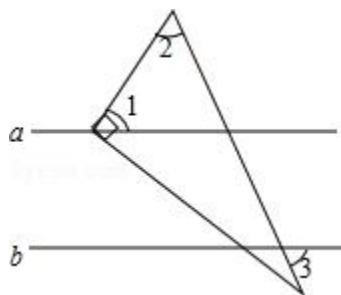
3. (3 分) (2014•辽阳) 下列运算正确的是 ( )

- A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$  B.  $(a^2)^3 = a^5$   
C.  $2a^2 + 3a^2 = 5a^6$  D.  $(a+2b)(a-2b) = a^2 - 4b^2$

4. (3 分) (2014•辽阳) 某校九年级三班的团员在爱心助残捐款活动中, 捐款情况如下 (单位: 元): 10、8、12、15、10、11、12、9、13、10, 关于这组数据表述错误的是 ( )

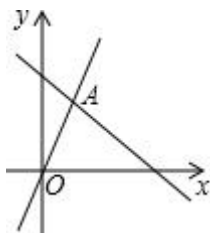
- A. 众数是 10 元 B. 中位数是 10 元 C. 平均数是 11 元 D. 极差是 7 元

5. (3 分) (2014•辽阳) 如图, 将三角板的直角顶点放在直线  $a$  上,  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 55^\circ$ ,  $\angle 2 = 60^\circ$ , 则  $\angle 3$  的大小是 ( )



- A.  $55^\circ$  B.  $60^\circ$  C.  $65^\circ$  D.  $75^\circ$

6. (3 分) (2014•辽阳) 如图, 函数  $y=2x$  和  $y=ax+5$  的图象交于点 A ( $m, 3$ ), 则不等式  $2x < ax+5$  的解集是 ( )



- A.  $x < \frac{3}{2}$  B.  $x < 3$  C.  $x > \frac{3}{2}$  D.  $x > 3$

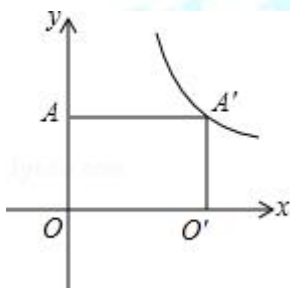
7. (3分) (2014•辽阳) 某校成立“情暖校园”爱心基金会，去年上半年发给每个经济困难学生 400 元，今年上半年发给了 500 元. 设每半年发给的资助金额的平均增长率为  $x$ ，则下面列出的方程中正确的是 ( )

- A.  $500(1+x)^2=400$  B.  $400(1+x)^2=500$  C.  $400(1+2x)=500$  D.  $500(1+2x)=400$

8. (3分) (2014•辽阳) 在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球，他们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5，从中随机摸出一个小球，其标号大于 3 的概率是 ( )

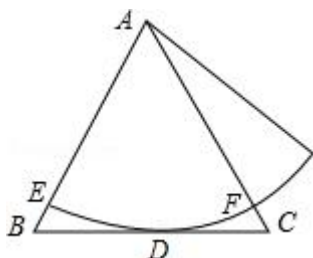
- A.  $\frac{1}{5}$  B.  $\frac{2}{5}$  C.  $\frac{3}{5}$  D.  $\frac{4}{5}$

9. (3分) (2014•辽阳) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 (0, 2)，线段 OA 向右平移得到线段  $O'A'$ ，点 A 的对应点  $A'$  在函数  $y=\frac{6}{x}$  ( $x>0$  的图象上)，则点 O 与其对应点  $O'$  之间的距离是 ( )



- A.  $\frac{4}{3}$  B.  $\frac{3}{2}$  C.  $\frac{9}{4}$  D. 3

10. (3分) (2014•辽阳) 如图，边长为 40cm 的等边三角形硬纸片，小明剪下与边 BC 相切的扇形 AEF，切点为 D，点 E、F 分别在 AB、AC 上，做成圆锥形圣诞帽，(重叠部分忽略不计)，则圆锥形圣诞帽的底面圆形半径是 ( )



- A.  $\frac{10}{3}\sqrt{3}\text{cm}$  B.  $\frac{20}{3}\text{cm}$  C.  $\frac{\sqrt{3}}{6}\text{cm}$  D.  $\frac{2}{3}\sqrt{3}\text{cm}$

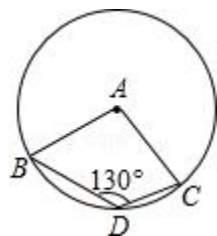
## 二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) (2014•辽阳) 五湖四海, 大中小学, 每个学子心中都有一座逸夫楼. 自 1985 年以来, 著名“慈善家”邵逸夫连年向内地教育捐赠巨款建设教育教学设施, 迄今赠款金额近 4750000000 元港币, 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_元港币.

12. (3 分) (2014•辽阳)  $2700'' = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ .

13. (3 分) (2014•辽阳)  $5 - \sqrt{2}$  的小数部分是\_\_\_\_\_.

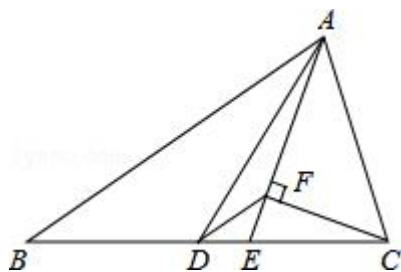
14. (3 分) (2014•辽阳) 如图, 点 B、D、C 是  $\odot A$  上的点,  $\angle BDC = 130^\circ$ , 则  $\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ .



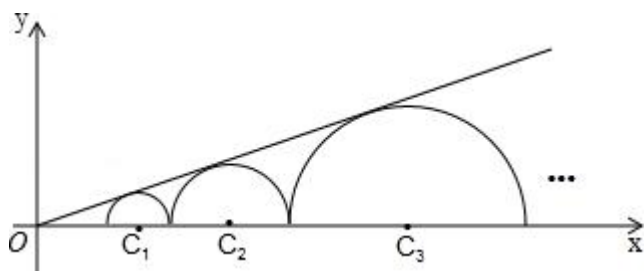
15. (3 分) (2014•辽阳) 甲、乙丙三人进行射击测试, 每人 10 次射击成绩的平均数均为 9.3 环, 方差分别为  $S_{\text{甲}}^2 = 0.55$ ,  $S_{\text{乙}}^2 = 0.47$ ,  $S_{\text{丙}}^2 = 0.62$ , 则三人射击成绩最稳定的是\_\_\_\_\_.

16. (3 分) (2014•辽阳) 已知点 A (3,  $y_1$ ), B (2,  $y_2$ ), C (-3,  $y_3$ ) 都在反比例函数  $y = \frac{3}{x}$  的图象上, 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是\_\_\_\_\_ (用“<”连接)

17. (3 分) (2014•辽阳) 如图,  $\triangle ABC$  中, AD 是中线, AE 是角平分线,  $CF \perp AE$  于 F,  $AB = 5$ ,  $AC = 3$ , 则 DF 的长为\_\_\_\_\_.



18. (3 分) (2014•辽阳) 如图,  $a$  个半圆弧依次相外切, 他们的圆心都在  $x$  轴的正半轴上, 并都与直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  相切, 设半圆  $C_1$ 、半圆  $C_2$ 、半圆  $C_3 \dots$ 、半圆  $C_n$  的半径分别为  $r_1, r_2, r_3 \dots, r_n$ , 当  $r_1 = 1$  时,  $r_n = \underline{\hspace{2cm}}$  ( $n > 1$  的自然数)



### 三、解答题 (19 题 10 分, 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10 分) (2014·辽阳) 先化简, 再求值.  $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} \div \frac{2x}{x+2} + x+2$ , 其中  $x=4\sin 60^\circ + 2^{-1} - 2014^0 - \sqrt{12}$ .

20. (12 分) (2014·辽阳) 某市教育系统在开展党的群众路线教育实践活动中, 号召党员教师于贫困学生“手拉手”结成帮扶对子, 市教育局从全市 300 所学校中随机抽取 A、B、C、D、E、F 六所学校, 对活动中各校的先进党员教师人数进行了分析统计, 制订了如下两幅不完整的统计图.

(1) 市教育局采取的调查方式是\_\_\_\_\_ (填“普查”或“抽样普查”), 市教育局所调查的六所学校先进党员教师共有\_\_\_\_\_人. 请把图 2 补充完整, 请估计全市 360 所学校此次活动中共 先进党员教师的额\_\_\_\_\_人.

(2) 市教育局决定从 A、B 两所学校先进党员教师中任意抽两人参加总结座谈会, 用树状图或列表法求抽出两名先进党员教师恰好来自同一所学校的概率.



图1

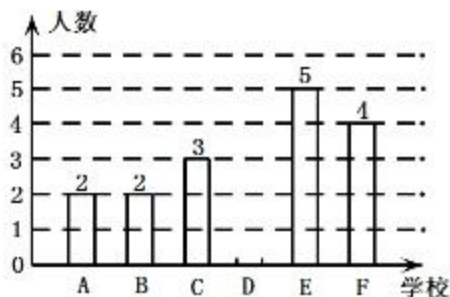


图2

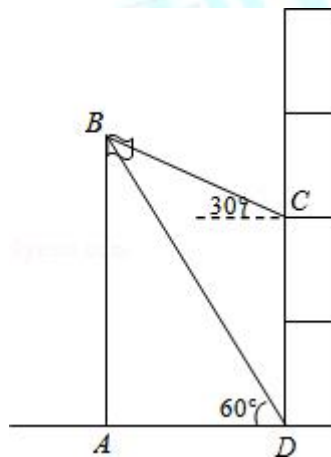
四、解答题 (本大共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

21. (12 分) (2014•辽阳) 某市一项民生改造工程, 由甲、乙两工程队合作 20 天可完成, 若单独完成此项工程, 甲工程队所用天数是乙工程队的 2 倍.

(1) 甲、乙两工程队单独完成此项工程各需要多少天?

(2) 甲工程队单独做  $a$  天后, 再由甲、乙两工程队合作\_\_\_\_\_ (用含  $a$  的代数式表示) 可完成此项工程. 已知甲工程队施工费每天 1 万元, 乙工程队每天施工费 2.5 万元, 求甲工程队要单独施工多少天后, 再由甲、乙两工程队合作完成剩下的工程, 才能使工程费不超过 64 万元.

22. (12 分) (2014•辽阳) 数学活动课上老师让学生以小组为单位测量学校旗杆  $AB$  的高度, 如图所示, “希望小组”在教学楼一楼地面  $D$  处测得旗杆顶部仰角为  $60^\circ$ , 在教学楼三楼地面  $C$  处测得旗杆顶部仰角为  $30^\circ$ , 已知旗杆底部于教学楼一楼地面在同一水平线上, 每层楼高为 3 米, 求旗杆  $AB$  高度.



## 五、解答题 (本题 12 分)

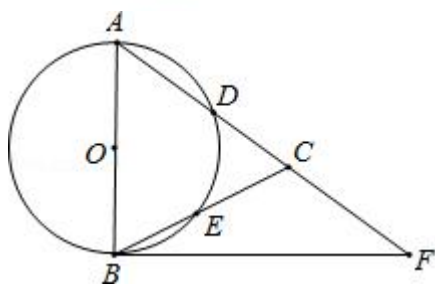
23. (12 分) (2014·辽阳) 巴西世界杯足球赛期间, 某商店购进一批单价为 30 元的纪念品, 如果按每件 40 元出售, 那么每天可销售 100 件. 经市场调研发现, 纪念品的销售单价每上涨 1 元, 其销售量每天相应减少 5 件, 如果每件纪念品的利润不超过 40%, 设纪念品的销售单价上涨  $x$  元, 每天销售量为  $y$  件.

- (1) 直接写出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式.
- (2) 将纪念品销售单价定为多少, 才能使每天所获销售利润最大? 最大利润是多少?

## 六、解答题 (本题 12 分)

24. (12 分) (2014·辽阳) 如图, 在  $\triangle ABC$ ,  $AB=AC$ , 以  $AB$  为直径的  $\odot O$  分别交  $AC$ 、 $BC$  于点  $D$ 、 $E$ , 点  $F$  在  $AC$  的延长线上, 且  $\angle CBF = \frac{1}{2} \angle CAB$ .

- (1) 求证: 直线  $BF$  是  $\odot O$  的切线;
- (2) 若  $AB=5$ ,  $\sin \angle CBF = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 求  $BC$  和  $BF$  的长.



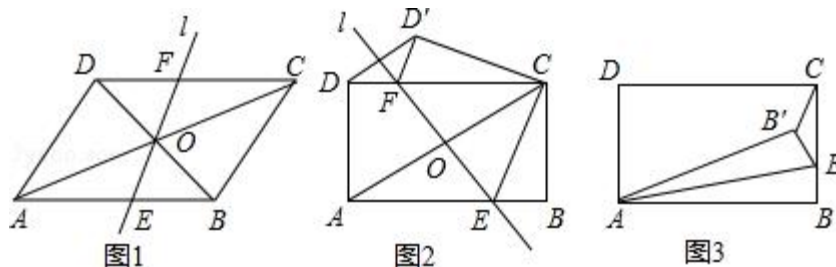
七、解答题 (本题 12 分)

25. (12 分) (2014•辽阳) (1) 如图 1, 在平行四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于  $O$  点, 过点  $O$  的直线  $l$  与边  $AB$ 、 $CD$  分别交于点  $E$ 、 $F$ , 绕点  $O$  旋转直线  $l$ , 猜想直线  $l$  旋转到什么位置时, 四边形  $AECF$  是菱形. 证明你的猜想.

(2) 若将 (1) 中四边形  $ABCD$  改成矩形  $ABCD$ , 使  $AB=4\text{cm}$ ,  $BC=3\text{cm}$ ,

①如图 2, 绕点  $O$  旋转直线  $l$  与边  $AB$ 、 $CD$  分别交于点  $E$ 、 $F$ , 将矩形  $ABCD$  沿  $EF$  折叠, 使点  $A$  与点  $C$  重合, 点  $D$  的对应点为  $D'$ , 连接  $DD'$ , 求  $\triangle DFD'$  的面积.

②如图 3, 绕点  $O$  继续旋转直线  $l$ , 直线  $l$  与边  $BC$  或  $BC$  的延长线交于点  $E$ , 连接  $AE$ , 将矩形  $ABCD$  沿  $AE$  折叠, 点  $B$  的对应点为  $B'$ , 当  $\triangle CEB'$  为直角三角形时, 求  $BE$  的长度. 请直接写出结果, 不必写解答过程.



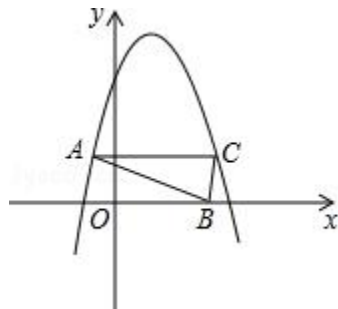
八、解答题 (本题 14 分)

26. (14 分) (2014·辽阳) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ , 顶点 A、C 的坐标分别为  $(-1, 2)$ ,  $(3, 2)$ , 点 B 在 x 轴上, 点 B 的坐标为  $(3, 0)$ , 抛物线  $y=-x^2+bx+c$  经过 A、C 两点.

(1) 求该抛物线所对应的函数关系式;

(2) 点 P 是抛物线上的一点, 当  $S_{\triangle PAB}=\frac{5}{4}S_{\triangle ABC}$  时, 求点 P 的坐标;

(3) 若点 N 由点 B 出发, 以每秒  $\frac{6}{5}$  个单位的速度沿边 BC、CA 向点 A 移动,  $\frac{1}{3}$  秒后, 点 M 也由点 B 出发, 以每秒 1 个单位的速度沿线段 BO 向点 O 移动, 当其中一个点到达终点时另一个点也停止移动, 点 N 的移动时间为 t 秒, 当  $MN \perp AB$  时, 请直接写出 t 的值, 不必写出解答过程.



## 2014 年辽宁省辽阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每个小题所列出的四个选项中只有一个正确的）

1. (3 分) (2015•北海)  $-2$  的绝对值是 ( )

- A.  $-2$  B.  $-\frac{1}{2}$  C.  $2$  D.  $\frac{1}{2}$

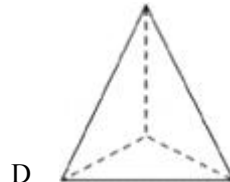
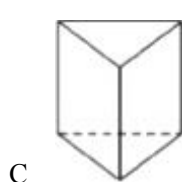
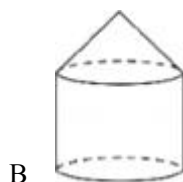
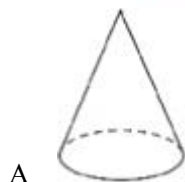
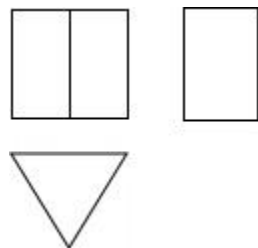
【考点】绝对值.

【分析】根据负数的绝对值等于它的相反数求解.

【解答】解：因为  $|-2|=2$ ,

故选 C.

2. (3 分) (2014•辽阳) 一个几何体的三视图如图所示，那么这个几何体是 ( )



【考点】由三视图判断几何体.

【分析】由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状，即可得出答案.

【解答】解：由主视图和左视图可得此几何体为柱体，根据俯视图为三角形可得此几何体为三棱柱；

故选 C.

3. (3 分) (2014•辽阳) 下列运算正确的是 ( )

A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$  B.  $(a^2)^3 = a^5$

C.  $2a^2 + 3a^2 = 5a^6$  D.  $(a+2b)(a-2b) = a^2 - 4b^2$

【考点】平方差公式；合并同类项；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据同底数幂的乘法，可判断 A，根据幂的乘方，可判断 B，根据合并同类项，可判断 C，根据平方差公式，可判断 D.

【解答】解：A、底数不变指数相加，故 A 错误；

B、底数不变指数相乘，故 B 错误；

C、系数相加字母部分不变，故 C 错误；

D、两数和乘以这两个数的差等于这两个数的平方差，故 D 正确；

故选：D.

4. (3 分) (2014•辽阳) 某校九年级三班的团员在爱心助残捐款活动中，捐款情况如下（单位：元）：10、8、12、15、10、11、12、9、13、10，关于这组数据表述错误的是（ ）

A. 众数是 10 元 B. 中位数是 10 元 C. 平均数是 11 元 D. 极差是 7 元

【考点】中位数；算术平均数；众数；极差.

【分析】根据中位数、众数、极差的概念求解.

【解答】解：这组数据按照从小到大的顺序排列为：8、9、10、10、10、11、12、12、13、15，

则众数为 10，

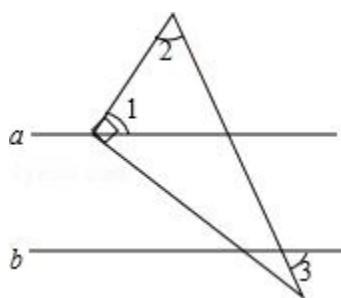
中位数为： $\frac{10+11}{2}=10.5$ ，

极差为： $15 - 8 = 7$ ，

平均数为： $\frac{8+9+10+10+10+11+12+12+13+15}{10}=11$ .

故选 B.

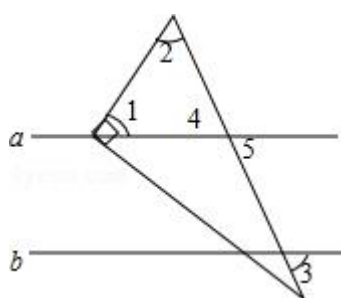
5. (3 分) (2014•辽阳) 如图，将三角板的直角顶点放在直线 a 上， $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 55^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，则  $\angle 3$  的大小是（ ）



A.  $55^\circ$  B.  $60^\circ$  C.  $65^\circ$  D.  $75^\circ$

**【考点】** 平行线的性质；三角形内角和定理.

**【分析】** 根据三角形内角和定理求出  $\angle 4$ ，得出  $\angle 5$ ，根据平行线的性质得出  $\angle 3 = \angle 5$ ，即可得出答案.



**【解答】** 解：

$$\because \angle 1 = 55^\circ, \angle 2 = 60^\circ,$$

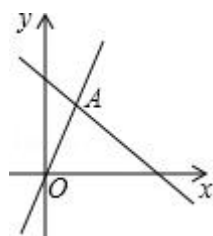
$$\therefore \angle 5 = \angle 4 = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 65^\circ,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 5 = 65^\circ,$$

故选 C.

6. (3 分) (2014•辽阳) 如图，函数  $y=2x$  和  $y=ax+5$  的图象交于点 A ( $m$ , 3)，则不等式  $2x < ax+5$  的解集是 ( )



A.  $x < \frac{3}{2}$  B.  $x < 3$  C.  $x > \frac{3}{2}$  D.  $x > 3$

**【考点】** 一次函数与一元一次不等式.

【分析】先利用正比例函数解析式确定 A 点坐标，然后观察函数图得到当  $x < \frac{3}{2}$  时， $y = ax + 5$

的图象都在直线  $y = 2x$  的上方，由此得到不等式  $2x < ax + 5$  的解集.

【解答】解：把 A (m, 3) 代入  $y = 2x$  得  $2m = 3$ ，解得  $m = \frac{3}{2}$ .

所以 A 点坐标为  $(\frac{3}{2}, 3)$ ,

当  $x < \frac{3}{2}$  时， $2x < ax + 5$ .

故选 A.

7. (3 分) (2014•辽阳) 某校成立“情暖校园”爱心基金会，去年上半年发给每个经济困难学生 400 元，今年上半年发给了 500 元. 设每半年发给的资助金额的平均增长率为  $x$ ，则下面列出的方程中正确的是 ( )

A.  $500(1+x)^2 = 400$  B.  $400(1+x)^2 = 500$  C.  $400(1+2x) = 500$  D.  $500(1+2x) = 400$

【考点】由实际问题抽象出一元二次方程.

【分析】先用含  $x$  的代数式表示去年下半年发放给每个经济困难学生的钱数，再表示出今年上半年发放的钱数，令其等于 500 即可列出方程.

【解答】解：设每半年发放的资助金额的平均增长率为  $x$ ，则去年下半年发放给每个经济困难学生  $400(1+x)$  元，今年上半年发放给每个经济困难学生  $400(1+x)^2$  元，

由题意，得： $400(1+x)^2 = 500$ .

故选 B.

8. (3 分) (2014•辽阳) 在一个不透明的口袋中装有 5 个完全相同的小球，他们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5，从中随机摸出一个小球，其标号大于 3 的概率是 ( )

A.  $\frac{1}{5}$  B.  $\frac{2}{5}$  C.  $\frac{3}{5}$  D.  $\frac{4}{5}$

【考点】概率公式.

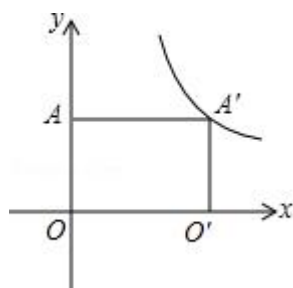
【分析】根据随机事件概率大小的求法，找准两点：①符合条件的情况数目，②全部情况的总数，二者的比值就是其发生的概率的大小.

【解答】解：根据题意可得：大于 3 的有 4, 5 三个球，共 5 个球，

任意摸出 1 个，摸到大于 3 的概率是  $\frac{2}{5}$ .

故选 B.

9. (3分) (2014•辽阳) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 (0, 2), 线段 OA 向右平移得到线段 O'A', 点 A 的对应点 A' 在函数  $y = \frac{6}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上, 则点 O 与其对应点 O' 之间的距离是 ( )



- A.  $\frac{4}{3}$     B.  $\frac{3}{2}$     C.  $\frac{9}{4}$     D. 3

**【考点】** 反比例函数图象上点的坐标特征; 平移的性质.

**【分析】** 直接把  $y=2$  代入函数  $y = \frac{6}{x}$ , 求出  $x$  的值即可.

**【解答】** 解:  $\because$  点 A 的坐标为 (0, 2),

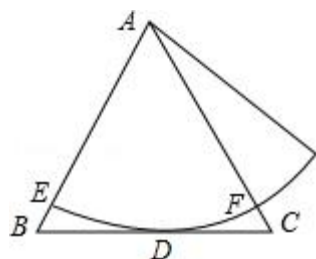
$\therefore$  A' 的纵坐标为 2,

$\therefore 2 = \frac{6}{x}$ , 解得  $x=3$ ,

$\therefore$  O 与其对应点 O' 之间的距离是 3.

故选 D.

10. (3分) (2014•辽阳) 如图, 边长为 40cm 的等边三角形硬纸片, 小明剪下与边 BC 相切的扇形 AEF, 切点为 D, 点 E、F 分别在 AB、AC 上, 做成圆锥形圣诞帽, (重叠部分忽略不计), 则圆锥形圣诞帽的底面圆形半径是 ( )



- A.  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$  cm    B.  $\frac{20}{3}$  cm    C.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$  cm    D.  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$  cm

**【考点】** 圆锥的计算.

【分析】连结 AD，如图，根据切线的性质得  $AD \perp BC$ ，再根据等边三角形的性质得  $\angle BAC = \angle B = 60^\circ$ ， $BD = \frac{1}{2}BC = 20$ ，所以  $AD = \sqrt{3}BD = 20\sqrt{3}$ ，设圆锥形圣诞帽的底面圆形半径为  $r$  cm，然后根据圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和弧长公式得到  $2\pi r = \frac{60 \cdot \pi \cdot 20\sqrt{3}}{180}$ ，再解方程即可。

【解答】解：连结 AD，如图，

$\because$  边 BC 相切于扇形 AEF，切点为 D，

$\therefore AD \perp BC$ ，

$\because \triangle ABC$  为等边三角形，

$\therefore \angle BAC = \angle B = 60^\circ$ ， $BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 40 = 20$ ，

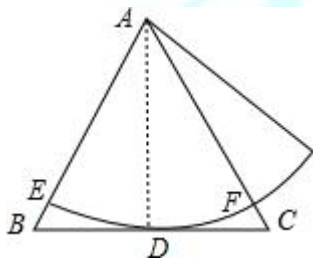
$\therefore AD = \sqrt{3}BD = 20\sqrt{3}$ ，

设圆锥形圣诞帽的底面圆形半径为  $r$  cm，

$\therefore 2\pi r = \frac{60 \cdot \pi \cdot 20\sqrt{3}}{180}$ ，解得  $r = \frac{10\sqrt{3}}{3}$  (cm)，

即圆锥形圣诞帽的底面圆形半径为  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$  cm.

故选 A.



## 二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. (3 分) (2014•辽阳) 五湖四海，大中小学，每个学子心中都有一座逸夫楼．自 1985 年以来，著名“慈善家”邵逸夫连年向内地教育捐赠巨款建设教育教学设施，迄今赠款金额近 4750000000 元港币，用科学记数法表示为  $4.75 \times 10^9$  元港币．

【考点】科学记数法—表示较大的数．

【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数．确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数．

【解答】解：将 4750000000 用科学记数法表示为： $4.75 \times 10^9$ .

故答案为： $4.75 \times 10^9$ .

12. (3 分) (2014•辽阳)  $2700'' = \underline{0.75}^\circ$ .

【考点】度分秒的换算.

【分析】根据小的单位化大的单位除以进率，可得答案.

【解答】解： $2700'' = 2700 \div 60 = 45' \div 60 = 0.75^\circ$ ,

故答案为：0.75.

13. (3 分) (2014•辽阳)  $5 - \sqrt{2}$  的小数部分是  $\underline{2 - \sqrt{2}}$ .

【考点】估算无理数的大小.

【分析】根据  $1 < \sqrt{2} < 2$ ，不等式的性质 3，可得  $-\sqrt{2}$  的取值范围，再根据不等式的性质 1，可得答案.

【解答】解：由  $1 < \sqrt{2} < 2$ ，得

$$-2 < -\sqrt{2} < -1.$$

不等式的两边都加 5，得

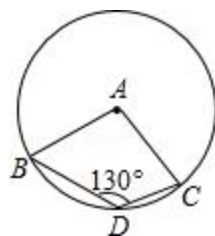
$$5 - 2 < 5 - \sqrt{2} < 5 - 1,$$

$$\text{即 } 3 < 5 - \sqrt{2} < 4,$$

$$5 - \sqrt{2} \text{ 的小数部分是 } (5 - \sqrt{2}) - 3 = 2 - \sqrt{2},$$

故答案为： $2 - \sqrt{2}$ .

14. (3 分) (2014•辽阳) 如图，点 B、D、C 是  $\odot A$  上的点， $\angle BDC = 130^\circ$ ，则  $\angle BAC = \underline{100}^\circ$ .



【考点】圆周角定理.

【分析】首先在优弧  $\widehat{BC}$  上取点 E，连接 BE，CE，由点 B、D、C 是  $\odot A$  上的点， $\angle BDC = 130^\circ$ ，即可求得  $\angle E$  的度数，然后由圆周角定理，即可求得答案.

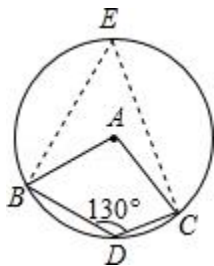
【解答】解：在优弧 $\widehat{BC}$ 上取点 E，连接 BE，CE，

$$\because \angle BDC = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle E = 180^\circ - \angle BDC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle E = 100^\circ.$$

故答案为：100°.



15. (3 分) (2014•辽阳) 甲、乙丙三人进行射击测试，每人 10 次射击成绩的平均数均为 9.3 环，方差分别为  $S_{\text{甲}}^2 = 0.55$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 0.47$ ， $S_{\text{丙}}^2 = 0.62$ ，则三人射击成绩最稳定的是 乙。

【考点】方差.

【分析】根据方差的意义可作出判断. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

【解答】解： $\because S_{\text{甲}}^2 = 0.55$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 0.47$ ， $S_{\text{丙}}^2 = 0.62$ ，

$$\therefore S_{\text{乙}}^2 < S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{丙}}^2,$$

$\therefore$  三人射击成绩最稳定的是乙.

故答案为：乙.

16. (3 分) (2014•辽阳) 已知点 A (3,  $y_1$ )，B (2,  $y_2$ )，C (-3,  $y_3$ ) 都在反比例函数  $y = \frac{3}{x}$  的图象上，则  $y_1$ ， $y_2$ ， $y_3$  的大小关系是  $y_3 < y_1 < y_2$  (用“<”连接)

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】分别把各点代入反比例函数的解析式，求出  $y_1$ ， $y_2$ ， $y_3$  的值，再比较出其大小即可.

【解答】解： $\because$  点 A (3,  $y_1$ )，B (2,  $y_2$ )，C (-3,  $y_3$ ) 都在反比例函数  $y = \frac{3}{x}$  的图象上，

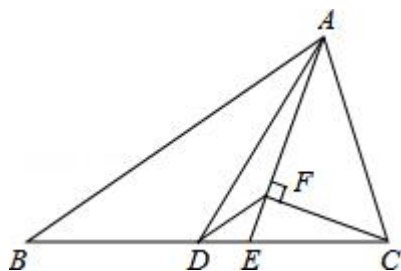
$$\therefore y_1 = \frac{3}{3} = 1, y_2 = \frac{3}{2}, y_3 = -\frac{3}{3} = -1,$$

$$\because -1 < 1 < \frac{3}{2},$$

$$\therefore y_3 < y_1 < y_2.$$

故答案为:  $y_3 < y_1 < y_2$ .

17. (3分) (2014•辽阳) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是中线,  $AE$  是角平分线,  $CF \perp AE$  于  $F$ ,  $AB=5$ ,  $AC=3$ , 则  $DF$  的长为 1.



**【考点】** 三角形中位线定理; 等腰三角形的判定与性质.

**【分析】** 延长  $CF$  交  $AB$  于  $G$ , 由对称性判断出  $\triangle AGC$  是等腰三角形, 求出  $AG=AC$ ,  $CF=GF$ , 再求出  $BG$ , 然后根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得  $DF=\frac{1}{2}BG$ .

**【解答】** 解: 如图, 延长  $CF$  交  $AB$  于  $G$ ,

$\because AE$  是角平分线,  $CF \perp AE$ ,

$\therefore \triangle AGC$  是等腰三角形,

$\therefore AG=AC=3$ ,  $CF=GF$ ,

$\therefore BG=AB-AG=5-3=2$ ,

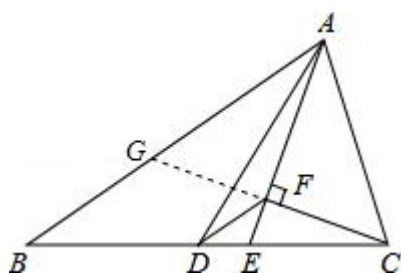
$\because AD$  是中线,

$\therefore BD=CD$ ,

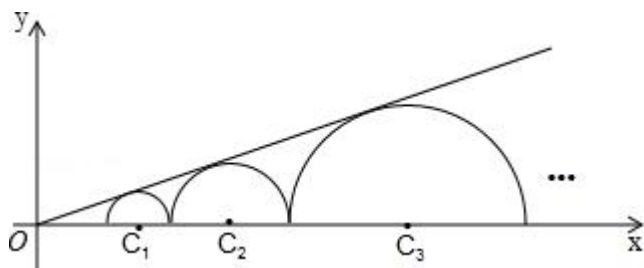
$\therefore DF$  是  $\triangle BCG$  的中位线,

$\therefore DF=\frac{1}{2}BG=\frac{1}{2} \times 2=1$ .

故答案为: 1.



18. (3分) (2014•辽阳) 如图,  $a$  个半圆弧依次相外切, 他们的圆心都在  $x$  轴的正半轴上, 并都与直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  相切, 设半圆  $C_1$ 、半圆  $C_2$ 、半圆  $C_3$ ...、半圆  $C_n$  的半径分别为  $r_1$ 、 $r_2$ 、 $r_3$ ...、 $r_n$ , 当  $r_1=1$  时,  $r_n = \underline{3^{n-1}}$  ( $n > 1$  的自然数)



【考点】切线的性质；一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】过  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、...、 $C_n$  作直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  的垂线, 垂足分别为  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_n$ , 如图, 根据切线的性质得  $C_1A_1 \perp OA_1$ ,  $C_2A_2 \perp OA_2$ ,  $C_3A_3 \perp OA_3$ , ...,  $C_nA_n \perp OA_n$ , 再确定直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  与  $x$  轴的正半轴的夹角为  $30^\circ$ , 接着利用两圆相切的性质得到  $C_1C_2 = r_1 + r_2$ ,  $C_2C_3 = r_2 + r_3$ , ..., 然后根据含  $30^\circ$  的直角三角形三边的关系, 在  $Rt\triangle OC_1A_1$  中得到  $OC_1 = 2C_1A_1 = 2$ , 在  $Rt\triangle OC_2A_2$  中得到  $2 + 1 + r_2 = 2r_2$ , 解得  $r_2 = 3 = 3^1$ , 在  $Rt\triangle OC_3A_3$  中得到  $6 + 3 + r_3 = 2r_3$ , 解得  $r_3 = 9 = 3^2$ , 再观察计算出来的半径得到半径都是 3 的正整数指数幂, 且指数比序号数小 1, 于是得  $r_n = 3^{n-1}$ .

【解答】解: 过  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、...、 $C_n$  作直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  的垂线, 垂足分别为  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_n$ , 如图,

$\because a$  个半圆弧都与直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  相切,

$\therefore C_1A_1 \perp OA_1$ ,  $C_2A_2 \perp OA_2$ ,  $C_3A_3 \perp OA_3$ , ...,  $C_nA_n \perp OA_n$ ,

$\because x=1$  时,  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

$\therefore$  直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  与  $x$  轴的正半轴的夹角为  $30^\circ$ ,

$\because a$  个半圆弧依次相外切,

$\therefore C_1C_2 = r_1 + r_2$ ,  $C_2C_3 = r_2 + r_3$ , ...,

在  $Rt\triangle OC_1A_1$  中,  $OC_1 = 2C_1A_1 = 2$ ,

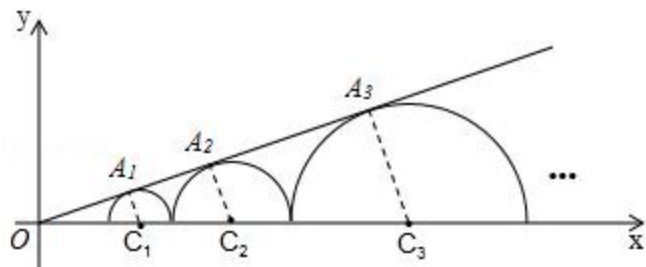
在  $Rt\triangle OC_2A_2$  中,  $OC_2 = 2C_2A_2$ , 则  $2 + 1 + r_2 = 2r_2$ , 解得  $r_2 = 3 = 3^1$ ,

在  $Rt\triangle OC_3A_3$  中,  $OC_3 = 2C_3A_3$ , 则  $6 + 3 + r_3 = 2r_3$ , 解得  $r_3 = 9 = 3^2$ ,

在  $\text{Rt}\triangle OC_4A_4$  中,  $OC_4=2C_4A_4$ , 则  $18+9+r_4=2r_4$ , 解得  $r_4=27=3^3$ ,

由此可得  $r_n=3^{n-1}$ .

故答案为  $r_n=3^{n-1}$ .



### 三、解答题 (19 题 10 分, 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10 分) (2014·辽阳) 先化简, 再求值.  $\frac{x^2-2x}{x^2-4} \div \frac{2x}{x+2} + x+2$ , 其中  $x=4\sin 60^\circ+2^{-1}-2014^0-\sqrt{12}$ .

**【考点】** 分式的化简求值; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

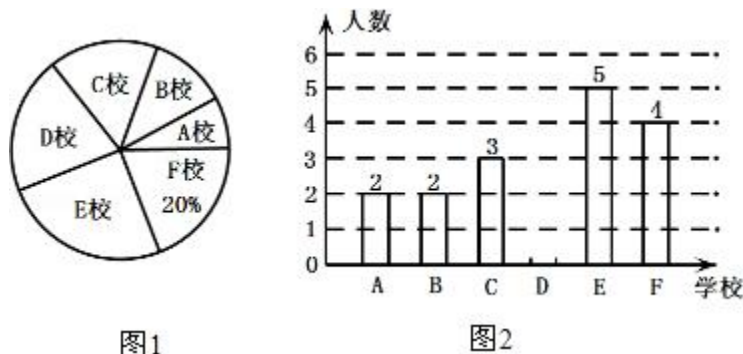
**【分析】** 先把分子分母因式分解, 约分后得到原式  $=x+\frac{5}{2}$ , 然后根据零指数幂、负整数指数幂与特殊角的三角函数值计算出  $x$  的值为  $-\frac{1}{2}$ , 再把  $x=-\frac{1}{2}$  代入计算即可.

**【解答】** 解: 原式  $=\frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x+2}{2x} + x+2$   
 $=x+\frac{5}{2}$   
 $\because x=4\sin 60^\circ+2^{-1}-2014^0-\sqrt{12}$   
 $=4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}-1-2\sqrt{3}$   
 $=-\frac{1}{2}$   
 $\therefore$  原式  $=2$ .

20. (12 分) (2014·辽阳) 某市教育系统在开展党的群众路线教育实践活动中, 号召党员教师于贫困学生“手拉手”结成帮扶对子, 市教育局从全市 300 所学校中随机抽取 A、B、C、D、E、F 六所学校, 对活动中各校的先进党员教师人数进行了分析统计, 制订了如下两幅不完整的统计图.

(1) 市教育局采取的调查方式是 抽样普查 (填“普查”或“抽样普查”), 市教育局所调查的六所学校先进党员教师共有 20 人. 请把图 2 补充完整, 请估计全市 360 所学校此次活动中共 1200 人.

(2) 市教育局决定从 A、B 两所学校先进党员教师中任意抽两人参加总结座谈会, 用树状图或列表法求抽出两名先进党员教师恰好来自同一所学校的概率.



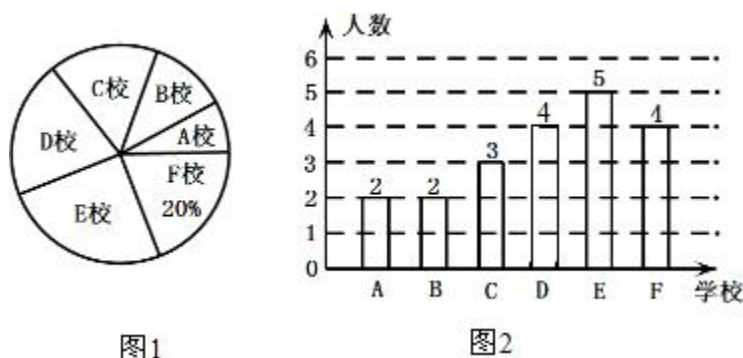
**【考点】** 列表法与树状图法; 扇形统计图; 条形统计图.

**【分析】** (1) 根据题意得到此次调查为抽样调查, 用 F 学校的人数除以其所占的百分比即可求出总人数, 由此估计全市 360 所学校此次活动中共 1200 先进党员教师的总人数, 进而可补全频率分布直方图;

(2) 画树状图得出所有等可能的情况数, 找出两名先进党员教师恰好来自同一所学校数目, 即可求出所求的概率.

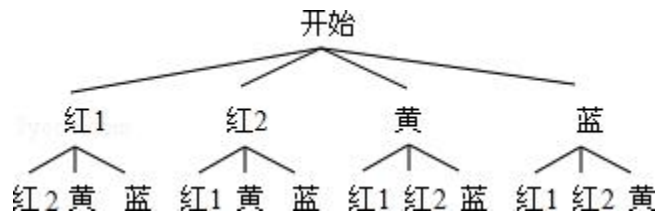
**【解答】** 解: (1) 由题意可知市教育局采取的调查方式是“抽样普查”, 因为 F 学校的人数是 4 人, 其百分比为 20%, 所以六个学校的总人数为  $4 \div 20\% = 20$  (人), 所以 D 校的人数为  $20 - 2 - 2 - 3 - 5 - 4 = 4$  (人), 所以估计全市 360 所学校此次活动中共先进党员教师的额为  $20 \div \frac{6}{360} = 1200$  (人),

如图所示:



故答案为: 抽样普查, 20, 1200;

(2) 设从 A、B 两所学校先进党员教师分别为红 1, 红 2, 黄, 蓝,  
画树状图如下:



由树形图可知: 抽出两名先进党员教师恰好来自同一所学校的概率是  $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ .

#### 四、解答题 (本大共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

21. (12 分) (2014·辽阳) 某市一项民生改造工程, 由甲、乙两工程队合作 20 天可完成, 若单独完成此项工程, 甲工程队所用天数是乙工程队的 2 倍.

(1) 甲、乙两工程队单独完成此项工程各需要多少天?

(2) 甲工程队单独做  $a$  天后, 再由甲、乙两工程队合作  $\frac{60-a}{3}$  天 (用含  $a$  的代数式表示) 可完成此项工程. 已知甲工程队施工费每天 1 万元, 乙工程队每天施工费 2.5 万元, 求甲工程队要单独施工多少天后, 再由甲、乙两工程队合作完成剩下的工程, 才能使工程费不超过 64 万元.

**【考点】** 分式方程的应用; 一元一次不等式的应用.

**【分析】** (1) 根据题意结合总工作量为 1, 进而表示出两队每天完成的工作情况, 进而得出答案;

(2) 首先表示出甲、乙两工程队合作的天数, 进而利用两队施工费用得出不等式求出即可.

**【解答】** 解: (1) 设乙工程队单独完成此项工程需要  $x$  天,

由题意得:  $\frac{1}{2x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20}$ ,

解得:  $x=30$ ,

经检验:  $x=30$  是原分式方程的解,

$2x=60$ .

答: 甲、乙两工程队单独完成此项工程各需要 60 天, 30 天;

(2) 甲工程队单独做  $a$  天后, 再由甲、乙两工程队合作:  $(1 - a \times \frac{1}{60}) \div (\frac{1}{30} + \frac{1}{60}) = \frac{60-a}{3}$

(天),

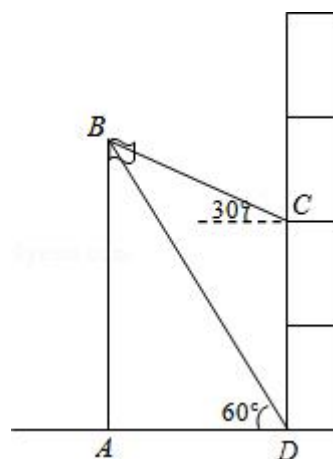
由题意可得： $1 \cdot a + (1+2.5) \cdot \frac{60-a}{3} \leq 64$ ,

解得： $a \geq 36$ ,

答：甲工程队要单独施工 36 天后，再由甲、乙两工程队合作完成剩下的工程，才能使工程费不超过 64 万元.

故答案为： $\frac{60-a}{3}$ 天.

22. (12 分) (2014•辽阳) 数学活动课上老师让学生以小组为单位测量学校旗杆 AB 的高度, 如图所示, “希望小组”在教学楼一楼地面 D 处测得旗杆顶部仰角为  $60^\circ$ , 在教学楼三楼地面 C 处测得旗杆顶部仰角为  $30^\circ$ , 已知旗杆底部于教学楼一楼地面在同一水平线上, 每层楼高为 3 米, 求旗杆 AB 高度.



**【考点】**解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

**【分析】**过点 C 作  $CE \perp AB$ , 垂足为 E, 则四边形 ADCE 为矩形,  $AE=CD=6$  米,  $AD=CE$ . 设  $BE=x$  米, 先解  $Rt\triangle BCE$ , 得出  $CE=\sqrt{3}x$  米,  $AD=\sqrt{3}x$  米, 再解  $Rt\triangle ABC$ , 得出  $AB=3x$  米, 然后根据  $AB-BE=AE$ , 列出关于  $x$  的方程, 解方程即可.

**【解答】**解: 过点 C 作  $CE \perp AB$ , 垂足为 E, 由题意可知, 四边形 ADCE 为矩形, 则  $AE=CD=6$  米,  $AD=CE$ .

设  $BE=x$  米.

在  $Rt\triangle BCE$  中,  $\because \angle BEC=90^\circ$ ,  $\angle BCE=30^\circ$ ,

$$\therefore CE=\sqrt{3}BE=\sqrt{3}x \text{ (米)},$$

$$\therefore AD=CE=\sqrt{3}x \text{ (米)}.$$

在  $Rt\triangle ABD$  中,  $\because \angle BAD=90^\circ$ ,  $\angle ADB=60^\circ$ ,

$$\therefore AB=\sqrt{3}AD=\sqrt{3} \times \sqrt{3}x=3x \text{ (米)},$$

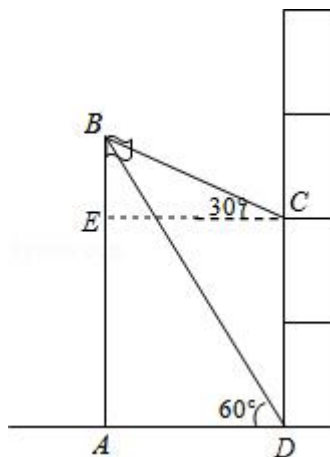
$$\because AB - BE = AE,$$

$$\therefore 3x - x = 6,$$

$$\therefore x = 3,$$

$$AB = 3 \times 3 = 9 \text{ (米)}.$$

答：旗杆 AB 的高度为 9 米.



## 五、解答题 (本题 12 分)

23. (12 分) (2014·辽阳) 巴西世界杯足球赛期间, 某商店购进一批单价为 30 元的纪念品, 如果按每件 40 元出售, 那么每天可销售 100 件. 经市场调研发现, 纪念品的销售单价每上涨 1 元, 其销售量每天相应减少 5 件, 如果每件纪念品的利润不超过 40%, 设纪念品的销售单价上涨  $x$  元, 每天销售量为  $y$  件.

(1) 直接写出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式.

(2) 将纪念品销售单价定为多少, 才能使每天所获销售利润最大? 最大利润是多少?

**【考点】** 二次函数的应用.

**【分析】** (1) 根据“销售量=原来销售量+减少销售量”列出二次函数即可;

(2) 根据“总利润=单件利润 $\times$ 销量”列出函数关系式求最值即可.

**【解答】** 解: (1) 由题意得:  $y = 100 - 5x$ ;

(2) 设销售单价定位  $z$  元, 由题意得: 总利润 =  $(z - 30) [100 - 5(z - 40)] = -5(z - 45)^2 + 1125$ ,

$\because$  每件纪念品的利润不超过 40%,

$\therefore$  定价的最大值为  $30(1 + 40\%) = 42$  元,

$\therefore$  当  $z=42$  时, 总利润  $= -5(42-45)^2 + 1125 = 1080$  元,

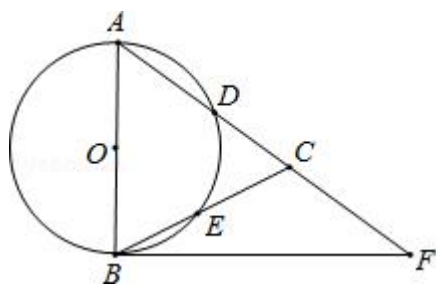
$\therefore$  当销售单价定为 42 元时有最大利润是 1080 元.

## 六、解答题 (本题 12 分)

24. (12 分) (2014·辽阳) 如图, 在  $\triangle ABC$ ,  $AB=AC$ , 以  $AB$  为直径的  $\odot O$  分别交  $AC$ 、 $BC$  于点  $D$ 、 $E$ , 点  $F$  在  $AC$  的延长线上, 且  $\angle CBF = \frac{1}{2} \angle CAB$ .

(1) 求证: 直线  $BF$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $AB=5$ ,  $\sin \angle CBF = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 求  $BC$  和  $BF$  的长.



**【考点】** 切线的判定与性质; 勾股定理; 圆周角定理; 相似三角形的判定与性质; 解直角三角形.

**【分析】** (1) 连接  $AE$ , 利用直径所对的圆周角是直角, 从而判定直角三角形, 利用直角三角形两锐角相等得到直角, 从而证明  $\angle ABF=90^\circ$ .

(2) 利用已知条件证得  $\triangle AGC \sim \triangle ABF$ , 利用比例式求得线段的长即可.

**【解答】** (1) 证明: 连接  $AE$ ,

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,

$\therefore \angle AEB=90^\circ$ ,

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ .

$\because AB=AC$ ,

$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle CAB$ .

$\because \angle CBF = \frac{1}{2} \angle CAB$ ,

$\therefore \angle 1 = \angle CBF$

$\therefore \angle CBF + \angle 2 = 90^\circ$

即  $\angle ABF=90^\circ$

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,

∴ 直线 BF 是 ⊙O 的切线.

(2) 解: 过点 C 作  $CG \perp AB$  于 G.

$$\because \sin \angle CBF = \frac{\sqrt{5}}{5}, \quad \angle 1 = \angle CBF,$$

$$\therefore \sin \angle 1 = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

∵ 在  $\text{Rt} \triangle AEB$  中,  $\angle AEB = 90^\circ$ ,  $AB = 5$ ,

$$\therefore BE = AB \cdot \sin \angle 1 = \sqrt{5},$$

∵  $AB = AC$ ,  $\angle AEB = 90^\circ$ ,

$$\therefore BC = 2BE = 2\sqrt{5},$$

在  $\text{Rt} \triangle ABE$  中, 由勾股定理得  $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 2\sqrt{5}$ ,

$$\therefore \sin \angle 2 = \frac{AE}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{CG}{BC}, \quad \cos \angle 2 = \frac{BE}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{BG}{BC},$$

在  $\text{Rt} \triangle CBG$  中, 可求得  $GC = 4$ ,  $GB = 2$ ,

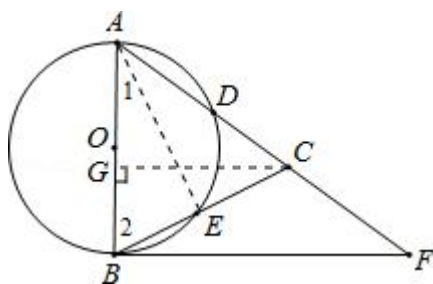
$$\therefore AG = 3,$$

∵  $GC \parallel BF$ ,

$$\therefore \triangle AGC \sim \triangle ABF,$$

$$\therefore \frac{GC}{BF} = \frac{AG}{AB}$$

$$\therefore BF = \frac{GC \cdot AB}{AG} = \frac{20}{3}$$



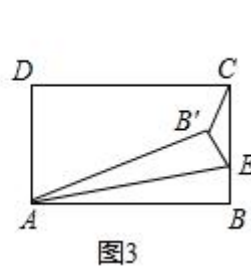
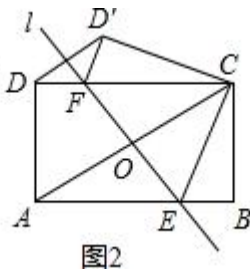
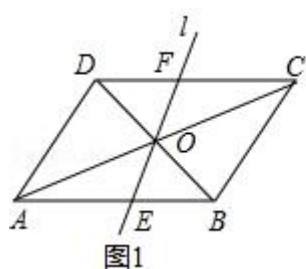
## 七、解答题 (本题 12 分)

25. (12 分) (2014·辽阳) (1) 如图 1, 在平行四边形 ABCD 中, 对角线 AC、BD 相交于 O 点, 过点 O 的直线 l 与边 AB、CD 分别交于点 E、F, 绕点 O 旋转直线 l, 猜想直线 l 旋转到什么位置时, 四边形 AECF 是菱形. 证明你的猜想.

(2) 若将 (1) 中四边形 ABCD 改成矩形 ABCD, 使  $AB = 4\text{cm}$ ,  $BC = 3\text{cm}$ ,

①如图 2，绕点 O 旋转直线 l 与边 AB、CD 分别交于点 E、F，将矩形 ABCD 沿 EF 折叠，使点 A 与点 C 重合，点 D 的对应点为 D'，连接 DD'，求  $\triangle DFD'$  的面积.

②如图 3，绕点 O 继续旋转直线 l，直线 l 与边 BC 或 BC 的延长线交于点 E，连接 AE，将矩形 ABCD 沿 AE 折叠，点 B 的对应点为 B'，当  $\triangle CEB'$  为直角三角形时，求 BE 的长度. 请直接写出结果，不必写解答过程.



**【考点】** 几何变换综合题.

**【分析】** (1) 连接 AF、CE，根据三角形全等证明出  $OE=OF$ ，结合  $AC \perp EF$  即可证明四边形 AECF 是菱形；

(2) ①过 D' 作  $D'H \perp CF$  于 H，设  $DF=x$  cm，则  $CF=(4-x)$  cm，根据折叠的性质得到  $D'F=DF=x$ ， $CD'=AD=3$ ， $\angle CD'F=\angle ADC=90^\circ$ ，由勾股定理求出 x 的值，根据等面积知识求出 D'H 的长，进而求出  $\triangle DFD'$  的面积；

②分类讨论 E 点的位置，画出图形后，利用勾股定理和折叠的性质即可求出答案.

**【解答】** 解：(1) 猜想：当  $l \perp AC$  时，四边形 AECF 是菱形，

如图 1，连接 AF、CE，

$\because$  四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore OA=OC$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle FCO=\angle EAO$ ，

又  $\because \angle FOC=\angle EOA$ ，

$\therefore \triangle COF \cong \triangle AOE$ ，

$\therefore OE=OF$ ，

$\because AC \perp EF$ ，

$\therefore$  四边形 AECF 是菱形；

(2) ①  $\because$  四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore \angle ADC=90^\circ$ ， $CD=AB=4$ ， $AD=BC=3$ ，

设  $DF=x\text{cm}$ , 则  $CF=(4-x)\text{cm}$ ,

由折叠性质可知:

$D'F=DF=x$ ,  $CD'=AD=3$ ,  $\angle CD'F=\angle ADC=90^\circ$ ,

由勾股定理得  $(4-x)^2=3^2+x^2$ ,

解得  $x=\frac{7}{8}$ ,

$\therefore D'F=DF=\frac{7}{8}$ ,

$\therefore CF=4-\frac{7}{8}=\frac{25}{8}$ ,

如图 2, 过  $D'$  作  $D'H \perp CF$  于  $H$ , 由面积相等可得,  $CF \cdot D'H = D'F \cdot CD'$ ,

$\therefore D'H=\frac{21}{25}$ ,

$\therefore S_{\triangle DFD'}=\frac{1}{2} \times \frac{7}{8} \times \frac{21}{25}=\frac{147}{400} (\text{cm}^2)$

②如图①, 设  $BE=x\text{cm}$ ,  $CE=(3-x)\text{cm}$ ,  $AC=5\text{cm}$ ,  $B'C=5-4=1\text{cm}$ ,

根据勾股定理可得  $B'C^2+B'E^2=CE^2$ ,

解得  $x=\frac{4}{3}\text{cm}$ ,

如图②, 设  $BE=x\text{cm}$ , 则  $CE=(3-x)\text{cm}$ ,  $AB'=4\text{cm}$ ,  $B'E=x\text{cm}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ADB'$  中,

由勾股定理可得  $BD'=\sqrt{AB'^2-AD'^2}=\sqrt{16-9}=\sqrt{7}\text{cm}$ ,

$B'C=(4-\sqrt{7})\text{cm}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle CB'E$  中,  $B'C^2+B'E^2=CE^2$ ,

即  $16-8\sqrt{7}+7+x^2=9-6x+x^2$ ,

解得  $x=\frac{16-4\sqrt{7}}{3}\text{cm}$ ,

如图③,

当四边形  $ABEB'$  是正方形时, 点  $B$  和点  $B'$  关于直线  $AE$  对称,  $\triangle B'EC$  是直角三角形,

此时  $CE=1\text{cm}$ ,  $BE=4\text{cm}$ ;

如图④

$BE=x\text{cm}$ ,  $AB'=4\text{cm}$ ,  $AD=3\text{cm}$ ,  $CE=(x-3)\text{cm}$ ,

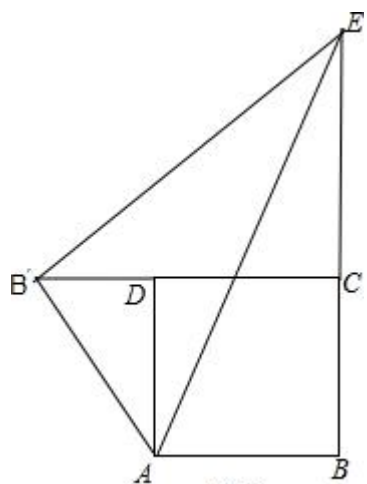
在  $\text{Rt}\triangle ADB'$  中,  $B'D=\sqrt{AB'^2-AD'^2}=\sqrt{16-9}=\sqrt{7}\text{cm}$ ,

$$B'C = \sqrt{7} + 4,$$

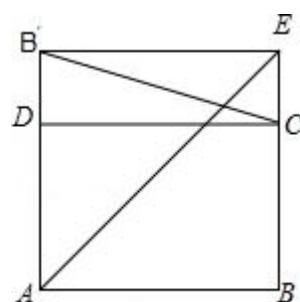
在  $\text{Rt}\triangle B'CE$  中,  $7 + 8\sqrt{7} + 16 + x^2 - 6x + 9 = x^2$ ,

$$\text{解得 } x = \frac{16 + 4\sqrt{7}}{3} \text{ cm},$$

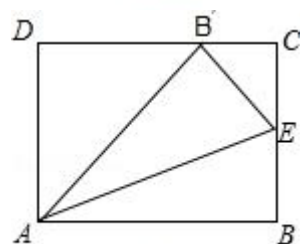
综上,  $BE$  的长为  $\frac{4}{3}$  cm 或  $\frac{16 - 4\sqrt{7}}{3}$  cm 或 4 cm 或  $\frac{16 + 4\sqrt{7}}{3}$  cm.



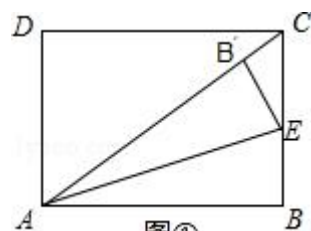
图④



图③



图②



图①

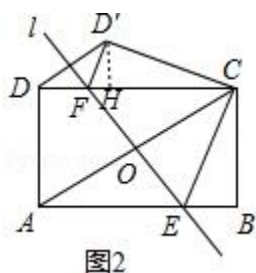


图2

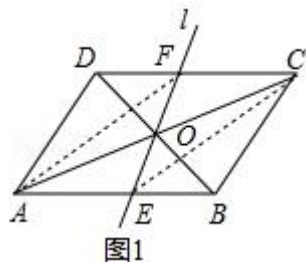


图1

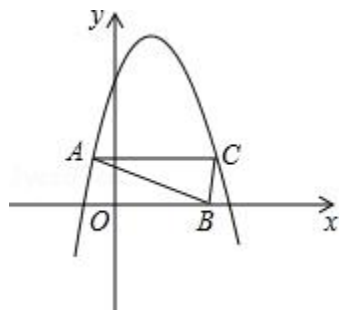
## 八、解答题 (本题 14 分)

26. (14 分) (2014·辽阳) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ , 顶点 A、C 的坐标分别为  $(-1, 2)$ ,  $(3, 2)$ , 点 B 在 x 轴上, 点 B 的坐标为  $(3, 0)$ , 抛物线  $y=-x^2+bx+c$  经过 A、C 两点.

(1) 求该抛物线所对应的函数关系式;

(2) 点 P 是抛物线上的一点, 当  $S_{\triangle PAB}=\frac{5}{4}S_{\triangle ABC}$  时, 求点 P 的坐标;

(3) 若点 N 由点 B 出发, 以每秒  $\frac{6}{5}$  个单位的速度沿边 BC、CA 向点 A 移动,  $\frac{1}{3}$  秒后, 点 M 也由点 B 出发, 以每秒 1 个单位的速度沿线段 BO 向点 O 移动, 当其中一个点到达终点时另一个点也停止移动, 点 N 的移动时间为 t 秒, 当  $MN \perp AB$  时, 请直接写出 t 的值, 不必写出解答过程.



**【考点】** 二次函数综合题.

**【分析】** (1) 根据抛物线  $y=-x^2+bx+c$  经过 A、C 两点, 把  $(-1, 2)$ ,  $(3, 2)$  代入  $y=-x^2+bx+c$  计算即可;

(2) 先求出  $y_{AB} = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ , 再求出  $\frac{5}{4}S_{\triangle ABC} = 5$ , 分两种情况讨论:

当 P 在 AB 上方时, 根据  $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PAQ} + S_{\triangle PBQ} = 2PQ$  得出  $2[(-x^2 + 2x + 5) - (-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2})] = 5$ ;

当 P 在 AB 下方时, 根据  $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PQB} - S_{\triangle PQA} = 2PQ$  得出  $2[(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}) - (-x^2 + 2x + 5)] = 5$ ,

再分别求解即可;

(3) 当点 N 在 BC 上时, 设 MN 与 AB 交于点 D, 若  $MN \perp AB$ , 根据  $\triangle BMN \sim \triangle CBA$ ,

得出  $\frac{BN}{CA} = \frac{BM}{BC}$ , 再根据  $BN = \frac{6}{5}t$ ,  $BM = t - \frac{1}{3}$ , 得出  $\frac{\frac{6}{5}t}{4} = \frac{t - \frac{1}{3}}{2}$ , 当点 N 在 CA 上时, 设 MN 与

AB 交于点 D, 过点 N 作  $NE \perp x$  轴于点 E, 则  $CN = EB$ , 根据  $\triangle ACB \sim \triangle NEM$ , 得出  $\frac{AC}{NE} = \frac{CB}{EM}$ ,

求出  $EM = 1$ , 再求出  $EB = t - \frac{4}{3}$ , 再根据  $CN = \frac{6}{5}t - 2$ , 得出  $\frac{6}{5}t - 2 = t - \frac{4}{3}$ , 再分别求出 t 即可.

【解答】解: (1)  $\because$  抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  经过 A、C 两点,

$\therefore$  把  $(-1, 2)$ ,  $(3, 2)$  代入得:

$$\begin{cases} -1 - b + c = 2 \\ -9 + 3b + c = 2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = 2 \\ c = 5 \end{cases}$$

$\therefore$  该抛物线所对应的函数关系式为:  $y = -x^2 + 2x + 5$ ;

(2) 由 A  $(-1, 2)$  B  $(3, 0)$  可得:  $y_{AB} = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ,

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4,$$

$$\therefore \frac{5}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{5}{4} \times 4 = 5,$$

如图 1, 当 P 在 AB 上方时,

$$S_{\triangle PAB} = S_{\triangle PAQ} + S_{\triangle PBQ} = \frac{1}{2}PQ \cdot AE + \frac{1}{2}PQ \cdot CE = \frac{1}{2}PQ \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot PQ \times 4 = 2PQ = 2[(-x^2 + 2x + 5) - (-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2})] = 5,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{5 + \sqrt{41}}{4}, x_2 = \frac{5 - \sqrt{41}}{4},$$

$$\text{则 } P_1(\frac{5 + \sqrt{41}}{4}, \frac{27 - \sqrt{41}}{8}) \quad P_2(\frac{5 - \sqrt{41}}{4}, \frac{27 + \sqrt{41}}{8})$$

如图 2, 当 P 在 AB 下方时,

$$S_{\triangle PAB}=S_{\triangle PQB}-S_{\triangle PQA}=\frac{1}{2}PQ \cdot BG-\frac{1}{2}PQ \cdot GF=\frac{1}{2}PQ \cdot AC=\frac{1}{2} \cdot PQ \times 4=2PQ=2\left[-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right] - (-x^2+2x+5)]=5,$$

$$\text{解得: } x_1=-\frac{3}{2}, x_2=4,$$

$$\text{则 } P_3\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right), P_4(4, -3),$$

$$\text{综上所述: } P_1\left(\frac{5+\sqrt{41}}{4}, \frac{27-\sqrt{41}}{8}\right), P_2\left(\frac{5-\sqrt{41}}{4}, \frac{27+\sqrt{41}}{8}\right), P_3\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right), P_4(4, -3);$$

(3) 如图 3, 当点 N 在 BC 上时, 设 MN 与 AB 交于点 D,

若  $MN \perp AB$ ,

$$\because \angle BDN = \angle BCA, \angle B = \angle B,$$

$$\therefore \angle BND = \angle BAC,$$

$$\because \angle MBC = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BMN \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{BN}{CA} = \frac{BM}{BC},$$

$$\because BN = \frac{6}{5}t, BM = t - \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{\frac{6}{5}t}{4} = \frac{t - \frac{1}{3}}{2},$$

$$\therefore t = \frac{5}{6} \text{ (秒)},$$

如图 4, 当点 N 在 CA 上时, 设 MN 与 AB 交于点 D,

过点 N 作  $NE \perp x$  轴于点 E, 则  $CN = EB$ ,

若  $MN \perp AB$ , 则  $\angle A = \angle MNE$ ,

$$\because \angle ACB = \angle MEN,$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle NEM,$$

$$\therefore \frac{AC}{NE} = \frac{CB}{EM},$$

$$\therefore \frac{4}{2} = \frac{2}{EM},$$

$$\therefore EM = 1,$$

$$\therefore EB = MB - EM = t - \frac{1}{3} - 1 = t - \frac{4}{3},$$

$$\because CN = \frac{6}{5}t - 2, \therefore \frac{6}{5}t - 2 = t - \frac{4}{3},$$

$$\therefore t = \frac{10}{3}.$$

