

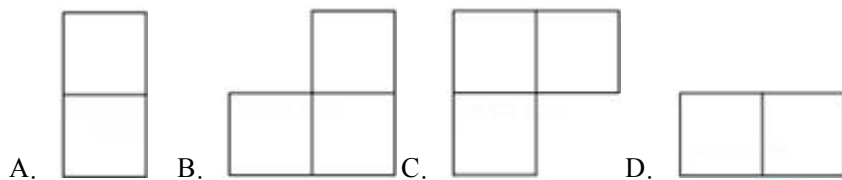
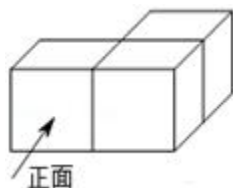
2014 年辽宁省葫芦岛市中考数学试卷

一. 选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

1. (2 分) (2014•葫芦岛) 在 2, -2 , 0 , $-\frac{1}{2}$ 四个数中, 最小的数是 ()

A. 2 B. -2 C. 0 D. $-\frac{1}{2}$

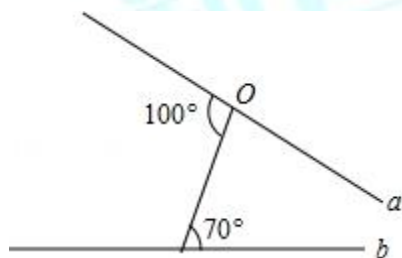
2. (2 分) (2014•葫芦岛) 如图所示的几何体中, 它的主视图是 ()



3. (2 分) (2014•葫芦岛) 下列计算正确的是 ()

A. $a^3 \div a^2 = a$ B. $(-\frac{1}{2})^3 = 0$ C. $(a^3)^4 = a^7$ D. $(\frac{1}{2})^{-3} = -\frac{1}{8}$

4. (2 分) (2014•葫芦岛) 如图, 桌面上有木条 b 、 c 固定, 木条 a 在桌面上绕点 O 旋转 n° ($0 < n < 90$) 后与 b 平行, 则 $n =$ ()



A. 20 B. 30 C. 70 D. 80

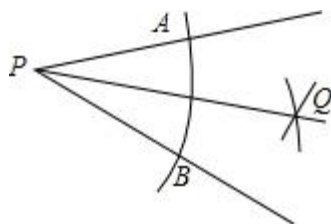
5. (2 分) (2014•葫芦岛) 计算: $55^2 - 15^2 =$ ()

A. 40 B. 1600 C. 2400 D. 2800

6. (2 分) (2014•葫芦岛) 若 $a - |a| = 2a$, 则实数 a 在数轴上的对应点一定在 ()

A. 原点左侧 B. 原点或原点左侧 C. 原点右侧 D. 原点或原点右侧

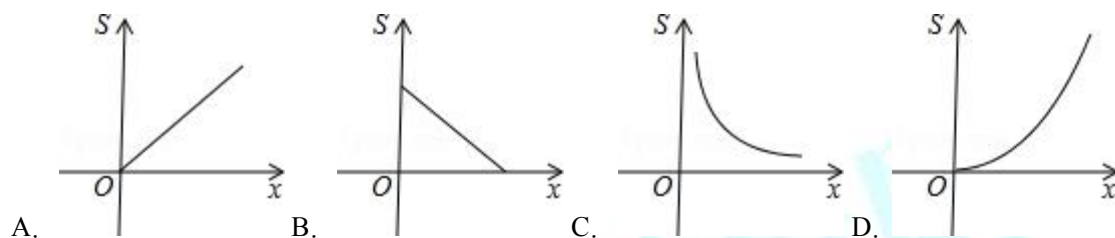
7. (2 分) (2014•葫芦岛) 观察图中尺规作图痕迹, 下列结论错误的是 ()



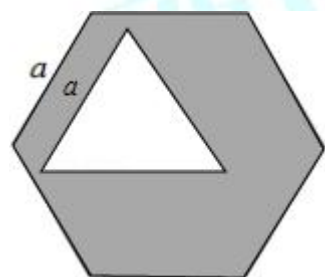
- A. PQ 为 $\angle APB$ 的平分线 B. $PA=PB$
C. 点 A、B 到 PQ 的距离不相等 D. $\angle APQ=\angle BPQ$

8. (2 分) (2014•葫芦岛) 某体育场计划修建一个容积一定的长方体游泳池, 设容积为 a (m^3), 泳池的底面积 S (m^2) 与其深度 x (m)

之间的函数关系式为 $S=\frac{a}{x}$ ($x>0$), 该函数的图象大致是 ()

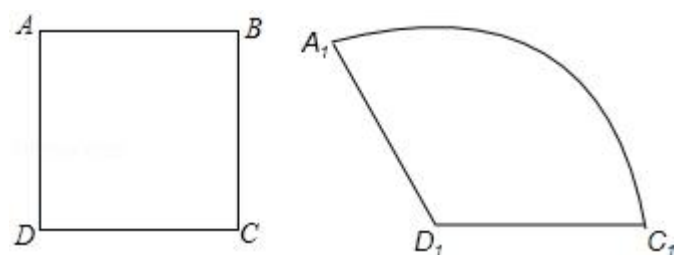


9. (2 分) (2014•葫芦岛) 如图, 边长为 a 的正六边形内有一边长为 a 的正三角形, 则 $\frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{空白}}} =$ ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

10. (2 分) (2014•葫芦岛) 如图, 用两根等长的金属丝, 各自首尾相接, 分别围成正方形 ABCD 和扇形 $A_1D_1C_1$, 使 $A_1D_1=AD$, $D_1C_1=DC$, 正方形面积为 P , 扇形面积为 Q , 那么 P 和 Q 的关系是 ()



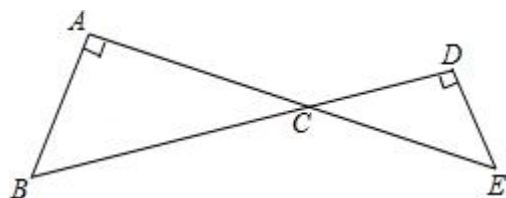
- A. $P < Q$ B. $P = Q$ C. $P > Q$ D. 无法确定

二. 填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 把答案写在题中的横线上)

11. (3 分) (2014•葫芦岛) 化简: $\sqrt{\frac{8}{2}}$ = _____.

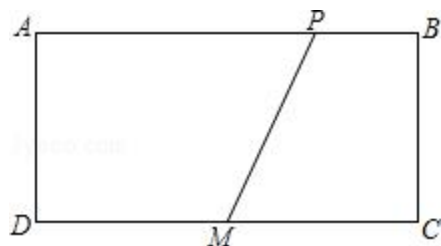
12. (3 分) (2014•葫芦岛) 已知 a, b 为两个连续整数, 且 $a < \sqrt{13} < b$, 则 $a+b$ = _____.

13. (3 分) (2014•葫芦岛) 如图, AE, BD 交于点 C , $BA \perp AE$ 于点 A , $ED \perp BD$ 于点 D , 若 $AC=4$, $AB=3$, $CD=2$, 则 CE = _____.

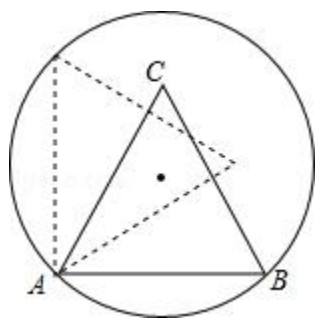


14. (3 分) (2014•葫芦岛) 若 $m+n=2$, $mn=1$, 则 m^2+n^2 = _____.

15. (3 分) (2014•葫芦岛) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 M 是 CD 的中点, 点 P 是 AB 上的一动点, 若 $AD=1$, $AB=2$, 则 $PA+PB+PM$ 的最小值是 _____.



16. (3 分) (2014•葫芦岛) 如图, 正三角形 ABC 的边长为 2, 点 A, B 在半径为 $\sqrt{2}$ 的圆上, 点 C 在圆内, 将正三角形 ABC 绕点 A 逆时针旋转, 当点 C 第一次落在圆上时, 点 C 运动的路线长是 _____.



三. 解答题 (本大题共 9 个小题, 共 82 分, 街答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (8 分) (2014•葫芦岛) 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 2x}{x - 1} - \frac{1}{1 - x}$, 其中 $x=2005$.

18. (8分) (2014•葫芦岛) 某演讲比赛中只有甲、乙、丙三位同学进行决赛, 他们通过抽签决定演讲顺序, 用列表法或画树状图法求:

(1) 第二个出场为甲的概率;

(2) 丙在乙前面出场的概率.

19. (8分) (2014•葫芦岛) 有 n 个方程: $x^2+2x-8=0$; $x^2+2\times 2x-8\times 2^2=0$; $\dots x^2+2nx-8n^2=0$.

小静同学解第一个方程 $x^2+2x-8=0$ 的步骤为: “① $x^2+2x=8$; ② $x^2+2x+1=8+1$; ③ $(x+1)^2=9$;

④ $x+1=\pm 3$; ⑤ $x=1\pm 3$; ⑥ $x_1=4, x_2=-2$. ”

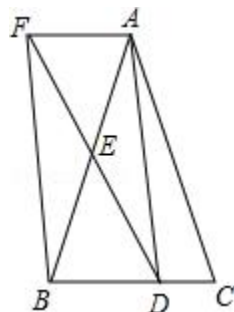
(1) 小静的解法是从步骤_____开始出现错误的.

(2) 用配方法解第 n 个方程 $x^2+2nx-8n^2=0$. (用含有 n 的式子表示方程的根)

20. (8分) (2014•葫芦岛) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D (不与点 B 重合) 在 BC 上, 点 E 是 AB 的中点, 过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交 DE 延长线于点 F , 连接 AD , BF .

(1) 求证: $\triangle AEF \cong \triangle BED$.

(2) 若 $BD=CD$, 求证: 四边形 $AFBD$ 是矩形.



21. (9分) (2014•葫芦岛) 如图1, 长为60km的某段线路AB上有甲、乙两车, 分别从南站A和北站B同时出发相向而行, 到达B、A后立刻返回到出发站停止, 速度均为30km/h, 设甲车, 乙车距南站A的路程分别为 $y_{甲}$, $y_{乙}$ (km) 行驶时间为 t

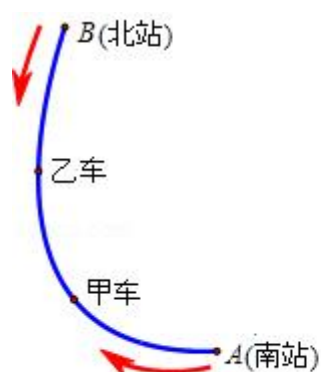


图1

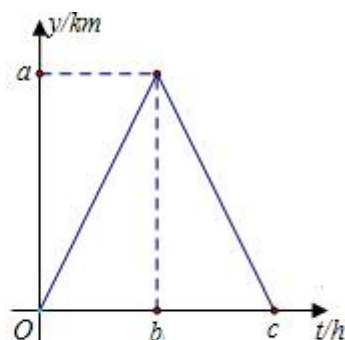


图2

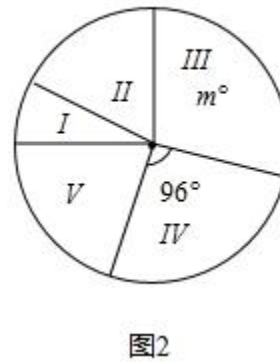
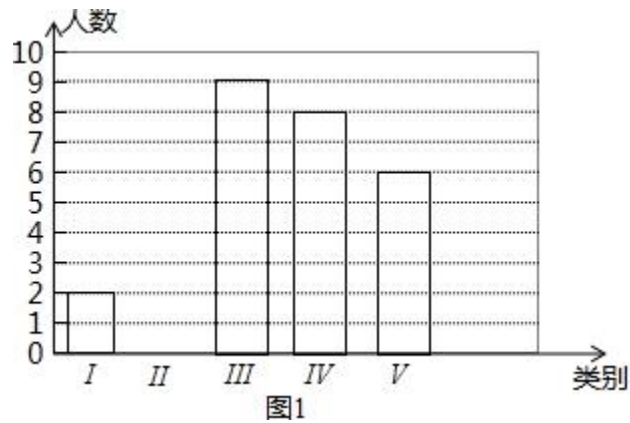
(h).

(1) 图2已画出 $y_{甲}$ 与 t 的函数图象, 其中 $a=$ _____, $b=$ _____,
 $c=$ _____.

(2) 分别写出 $0 \leq t \leq 2$ 及 $2 < t \leq 4$ 时, $y_{乙}$ 与时间 t 之间的函数关系式.

(3) 在图2中补画 $y_{乙}$ 与 t 之间的函数图象, 并观察图象得出在整个行驶过程中两车相遇的次数.

22. (10 分) (2014•葫芦岛) 某体院要了解篮球专业学生投篮的命中率, 对学生进行定点投篮测试, 规定每人投篮 20 次, 测试结束后随机抽查了一部分学生投中的次数, 并分为五类, I: 投中 11 次; II: 投中 12 次; III: 投中 13 次; IV: 投中 14 次; V: 投中 15 次. 根据调查结果绘制了下面尚不完整的统计图 1、图 2:



回答下列问题:

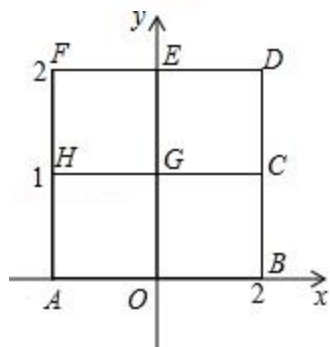
- (1) 本次抽查了_____名学生, 图 2 中的 $m=$ _____.
- (2) 补全条形统计图, 并指出中位数在哪一类.
- (3) 求最高的命中率及命中最高的人数所占的百分比.
- (4) 若体院规定篮球专业学生定点投篮命中率不低于 65% 记作合格, 估计该院篮球专业 210 名学生中约有多少人不合格.

23. (9 分) (2014•葫芦岛) 油井 A 位于油库 P 南偏东 75° 方向, 主输油管道 $AP=12\text{km}$, 一新建油井 B 位于点 P 的北偏东 75° 方向, 且位于点 A 的北偏西 15° 方向.

- (1) 求 $\angle PBA$;
- (2) 求 A, B 间的距离;
- (3) 要在 AP 上选择一个支管道连接点 C, 使从点 B 到点 C 处的支输油管道最短, 求这时 BC 的长. (结果保留根号)

24. (11 分) (2014•葫芦岛) 如图, 2×2 网格 (每个小正方形的边长为 1) 中, 有 A, O, B, C, D, E, F, H, G 九个格点. 抛物线 l 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$.

- (1) 若 l 经过点 O (0, 0) 和 B (1, 0), 则 $b = \underline{\hspace{2cm}}$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$; 它还经过的另一格点的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 若 l 经过点 H (-1, 1) 和 G (0, 1), 求它的解析式及顶点坐标; 通过计算说明点 D (1, 2) 是否在 l 上.
- (3) 若 l 经过这九个格点中的三个, 直接写出所有满足这样的抛物线的条数.

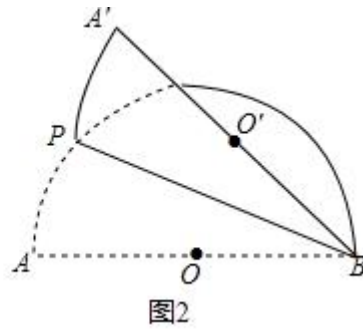
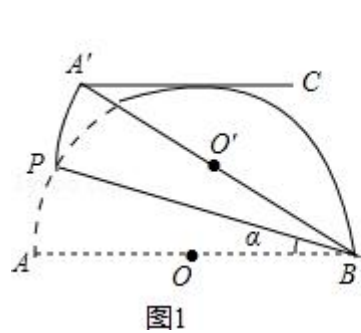


25. (11 分) (2014•葫芦岛) 图 1 和图 2, 半圆 O 的直径 $AB=2$, 点 P (不与点 A, B 重合) 为半圆上一点, 将图形沿 BP 折叠, 分别得到点 A, O 的对称点 A', O' , 设 $\angle ABP=\alpha$.

(1) 当 $\alpha=15^\circ$ 时, 过点 A' 作 $A'C \parallel AB$, 如图 1, 判断 $A'C$ 与半圆 O 的位置关系, 并说明理由.

(2) 如图 2, 当 $\alpha=$ _____ $^\circ$ 时, BA' 与半圆 O 相切. 当 $\alpha=$ _____ $^\circ$ 时, 点 O' 落在 $\widehat{PB}$ 上.

(3) 当线段 BO' 与半圆 O 只有一个公共点 B 时, 求 α 的取值范围.



新世纪教育网

2014 年辽宁省葫芦岛市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

1. (2 分) (2014•葫芦岛) 在 2, -2, 0, $-\frac{1}{2}$ 四个数中, 最小的数是 ()

A. 2 B. -2 C. 0 D. $-\frac{1}{2}$

【考点】有理数大小比较.

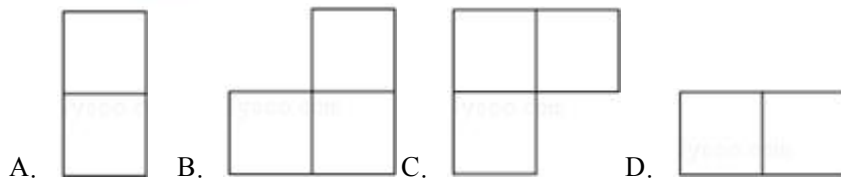
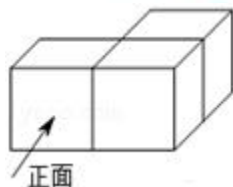
【分析】根据正数大于零, 零大于负数, 可得答案.

【解答】解: 由正数大于零, 零大于负数, 得

$$2 > 0 > -\frac{1}{2} > -2,$$

故选: B.

2. (2 分) (2014•葫芦岛) 如图所示的几何体中, 它的主视图是 ()



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】根据从正面看得到的图形是主视图, 可得答案.

【解答】解: 从正面看左边一个正方形, 右边一个正方形, 故 D 符合题意;

故选: D.

3. (2 分) (2014•葫芦岛) 下列计算正确的是 ()

A. $a^3 \div a^2 = a$ B. $(-\frac{1}{2})^3 = 0$ C. $(a^3)^4 = a^7$ D. $(\frac{1}{2})^{-3} = -\frac{1}{8}$

【考点】同底数幂的除法；有理数的乘方；幂的乘方与积的乘方；负整数指数幂.

【分析】根据同底数幂的除法，可判断 A，根据负数的奇次幂是负数，可判断 B，根据幂的乘方，可判断 C，根据负整数指数幂，可判断 D.

【解答】解：A、底数不变指数相减，故 A 正确；

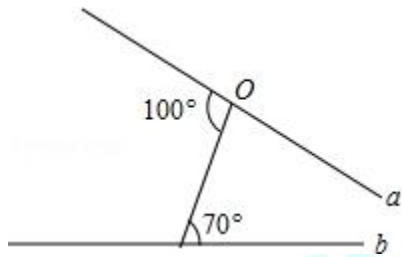
B、负数的奇次幂是负数，故 B 错误；

C、底数不变指数相乘，故 C 错误；

D、负整数指数幂于正整数指数幂互为倒数，故 D 错误；

故选：A.

4. (2 分) (2014•葫芦岛) 如图，桌面上有木条 b、c 固定，木条 a 在桌面上绕点 O 旋转 n° ($0 < n < 90$) 后与 b 平行，则 $n =$ ()



- A. 20 B. 30 C. 70 D. 80

【考点】平行线的性质.

【分析】木条 a 在桌面上绕点 O 旋转 30° ($0 < n < 90$) 后与 b 平行，利用内错角相等两直线平行即可得证.

【解答】解：木条 a 在桌面上绕点 O 旋转 30° ($0 < n < 90$) 后与 b 平行，理由为：

旋转 30° 后，得到一对内错角都为 70° ，

利用内错角相等两直线平行得到 $a \parallel b$.

故选 B

5. (2 分) (2014•葫芦岛) 计算： $55^2 - 15^2 =$ ()

- A. 40 B. 1600 C. 2400 D. 2800

【考点】因式分解-运用公式法.

【分析】直接利用平方差公式分解因式求出即可.

【解答】解： $55^2 - 15^2 = (55 + 15) \times (55 - 15) = 70 \times 40 = 2800$.

故选：D.

6. (2分) (2014•葫芦岛) 若 $a - |a| = 2a$, 则实数 a 在数轴上的对应点一定在 ()

- A. 原点左侧 B. 原点或原点左侧
C. 原点右侧 D. 原点或原点右侧

【考点】实数与数轴; 绝对值.

【分析】根据非正数的绝对值是它的相反数, 可得答案.

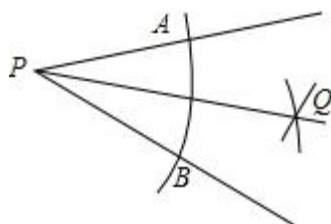
【解答】解: 由 $a - |a| = 2a$, 得

$$|a| = -a,$$

故 a 是非正数,

故选: B.

7. (2分) (2014•葫芦岛) 观察图中尺规作图痕迹, 下列结论错误的是 ()



- A. PQ 为 $\angle APB$ 的平分线 B. $PA = PB$
C. 点 A、B 到 PQ 的距离不相等 D. $\angle APQ = \angle BPQ$

【考点】作图—基本作图.

【分析】根据角平分线的作法进行解答即可.

【解答】解: $\because$ 由图可知, PQ 是 $\angle APB$ 的平分线,

$\therefore$ A, B, D 正确;

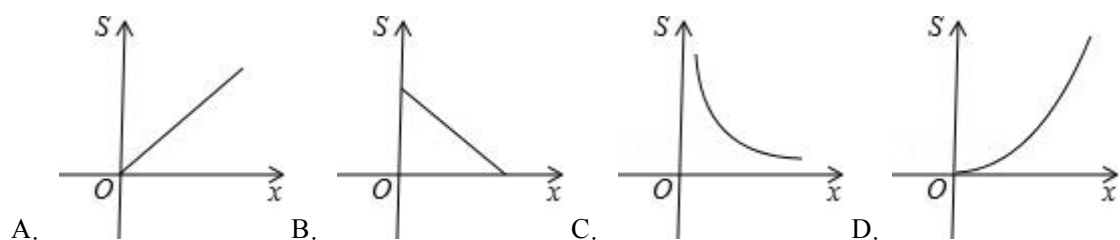
$\because PQ$ 是 $\angle APB$ 的平分线, $PA = PB$,

$\therefore$ 点 A、B 到 PQ 的距离相等, 故 C 错误.

故选 C.

8. (2分) (2014•葫芦岛) 某体育场计划修建一个容积一定的长方体游泳池, 设容积为 a (m^3), 泳池的底面积 S (m^2) 与其深度 x (m)

之间的函数关系式为 $S = \frac{a}{x}$ ($x > 0$), 该函数的图象大致是 ()



【考点】反比例函数的应用；反比例函数的图象.

【分析】根据游泳池的体积=底面积 $\times$ 高即可列出反比例函数关系，从而判定正确的结论.

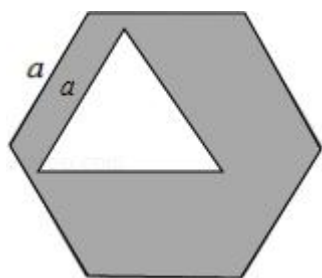
【解答】解：由长方体泳池的体积公式知： $a=Sx$,

故泳池的底面积 S (m^2) 与其深度 x (m) 之间的函数关系式为 $S=\frac{a}{x}$ ($x>0$) 为反比例函数,

故选 C.

9. (2分) (2014•葫芦岛) 如图, 边长为 a 的正六边形内有一边长为 a 的正三角形, 则 $\frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{空白}}} =$

()



A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【考点】正多边形和圆.

【分析】根据边长为 a 的正六边形的面积是边长是 a 的等边三角形的面积的 6 倍即可得出结论.

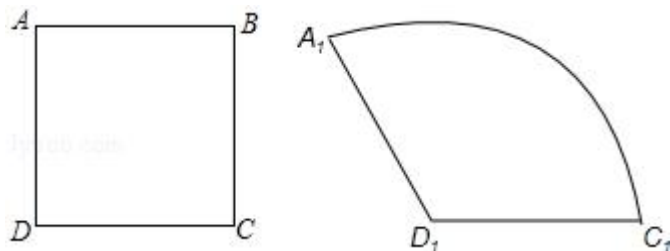
【解答】解： $\because$ 边长为 a 的正六边形的面积是边长是 a 的等边三角形的面积的 6 倍,

$\therefore$ 设 $S_{\text{空白}}=x$, 则 $S_{\text{阴影}}=6x-x=5x$,

$$\therefore \frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{空白}}} = 5.$$

故选 C.

10. (2分) (2014•葫芦岛) 如图, 用两根等长的金属丝, 各自首尾相接, 分别围成正方形ABCD和扇形 $A_1D_1C_1$, 使 $A_1D_1=AD$, $D_1C_1=DC$, 正方形面积为P, 扇形面积为Q, 那么P和Q的关系是 ()



A. $P < Q$ B. $P = Q$ C. $P > Q$ D. 无法确定

【考点】扇形面积的计算; 正方形的性质.

【分析】先求出正方形的面积P, 然后利用扇形的面积公式求出Q, 然后比较两者的大小关系即可.

【解答】解: 正方形面积 $P = AB^2$, 扇形面积 $Q = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times 2AB \cdot AB = AB^2$,

其中l为扇形弧长, 等于正方形2个边长, r为扇形半径, 等于正方形边长, 则 $P = Q$.

故选B.

二. 填空题 (本大题共6个小题, 每小题3分, 共18分. 把答案写在题中的横线上)

11. (3分) (2014•葫芦岛) 化简: $\sqrt{\frac{8}{2}} = \underline{2}$.

【考点】二次根式的性质与化简.

【分析】根据二次根式的除法, 可得答案.

【解答】解: $\sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$,

故答案为: 2.

12. (3分) (2014•葫芦岛) 已知a, b为两个连续整数, 且 $a < \sqrt{13} < b$, 则 $a+b = \underline{7}$.

【考点】估算无理数的大小.

【分析】因为 $3^2 < 13 < 4^2$, 所以 $3 < \sqrt{13} < 4$, 求得a, b的数值, 进一步求得问题的答案即可.

【解答】解: $\because 3^2 < 13 < 4^2$,

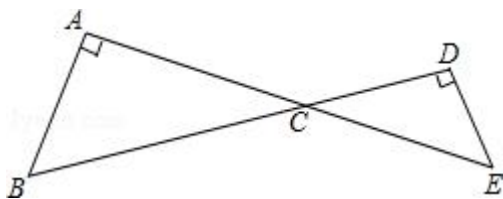
$$\therefore 3 < \sqrt{13} < 4,$$

即 $a=3$, $b=b$,

所以 $a+b=7$.

故答案为: 7.

13. (3分) (2014•葫芦岛) 如图, AE, BD 交于点 C, $BA \perp AE$ 于点 A, $ED \perp BD$ 于点 D, 若 $AC=4$, $AB=3$, $CD=2$, 则 $CE = \frac{5}{2}$.



【考点】相似三角形的判定与性质; 勾股定理.

【分析】利用条件可证明 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$, 根据相似三角形的对应边成比例可求得 CE.

【解答】解: $\because BA \perp AE$ 于点 A, $ED \perp BD$,

$\therefore \angle A = \angle D = 90^\circ$, 且 $\angle ACB = \angle DCE$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEC$,

$$\therefore \frac{BC}{CE} = \frac{AC}{CD},$$

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC=4$, $AB=3$, 可求得 $BC=5$,

$$\therefore \frac{5}{CE} = \frac{4}{2},$$

$$\text{解得 } CE = \frac{5}{2}.$$

故答案为: $\frac{5}{2}$.

14. (3分) (2014•葫芦岛) 若 $m+n=2$, $mn=1$, 则 $m^2+n^2 = 2$.

【考点】完全平方公式.

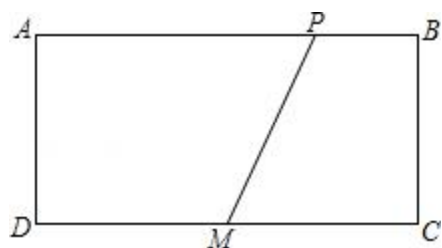
【分析】原式配方变形后, 把已知等式代入计算即可求出值.

【解答】解: $\because m+n=2$, $mn=1$,

$$\therefore \text{原式} = (m+n)^2 - 2mn = 4 - 2 = 2,$$

故答案为: 2

15. (3分) (2014•葫芦岛) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 M 是 CD 的中点, 点 P 是 AB 上的一动点, 若 $AD=1$, $AB=2$, 则 $PA+PB+PM$ 的最小值是 3.



【考点】矩形的性质；垂线段最短.

【分析】根据 $AP+PB=AB$ ，然后判断出 PM 最小时， $PA+PB+PM$ 的值最小值，再根据垂线段最短解答.

【解答】 解: $\because AP+PB=AB$,

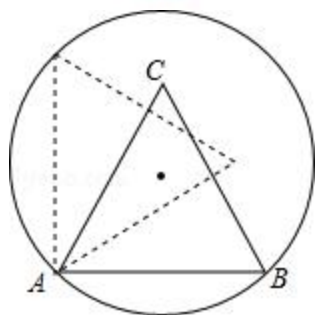
$\therefore$ PM 最小时, PA+PB+PM 的值最小值.

由垂线段最短可知 $PM \perp CD$ 时, $PA+PB+PM$ 的值最小值,

最小值为 $1+2=3$.

故答案为: 3.

16. (3分) (2014•葫芦岛) 如图, 正三角形 ABC 的边长为 2, 点 A, B 在半径为 $\sqrt{2}$ 的圆上, 点 C 在圆内, 将正三角形 ABC 绕点 A 逆时针旋转, 当点 C 第一次落在圆上时, 点 C 运动的路线长是 $\frac{\pi}{3}$.



【考点】 弧长的计算; 等腰直角三角形; 垂径定理.

【分析】作辅助线，首先求出 $\angle DAC$ 的大小，进而求出旋转的角度，利用弧长公式问题即可解决.

【解答】解：如图，分别连接 OA、OB、OD；

$$\because OA=OB=\sqrt{2}, \quad AB=2,$$

$\therefore \triangle OAB$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle OAB=45^{\circ};$$

同理可证: $\angle OAD=45^{\circ}$,

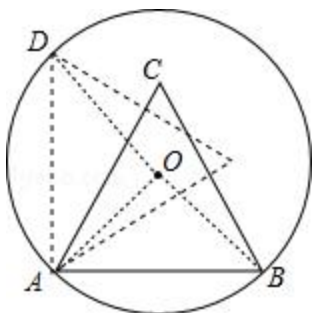
$$\therefore \angle DAB=90^{\circ};$$

$$\because \angle CAB=60^{\circ},$$

$$\therefore \angle DAC=90^{\circ}-60^{\circ}=30^{\circ},$$

$$\therefore \text{当点 } C \text{ 第一次落在圆上时, 点 } C \text{ 运动的路线长为: } \frac{30\pi \times 2}{180} = \frac{\pi}{3}.$$

故答案为: $\frac{\pi}{3}$.



三.解答题 (本大题共 9 个小题, 共 82 分, 街答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (8 分) (2014•葫芦岛) 先化简, 再求值: $\frac{x^2-2x}{x-1} - \frac{1}{1-x}$, 其中 $x=2005$.

【考点】 分式的化简求值.

【分析】 先化为同分母, 把分子相加后因式分解, 然后约分得到原式 $=x-1$, 再把 x 的值代入计算即可.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x^2-2x}{x-1} + \frac{1}{x-1}$

$$= \frac{x^2-2x+1}{x-1}$$

$$= \frac{(x-1)^2}{x-1}$$

$$=x-1,$$

当 $x=2005$ 时, 原式 $=2005-1=2004$.

18. (8分) (2014•葫芦岛) 某演讲比赛中只有甲、乙、丙三位同学进行决赛，他们通过抽签决定演讲顺序，用列表法或画树状图法求：

(1) 第二个出场为甲的概率；

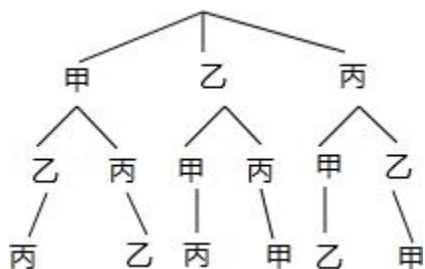
(2) 丙在乙前面出场的概率.

【考点】列表法与树状图法.

【分析】(1) 画树状图得出所有等可能的情况数，找出第二个出场为甲的情况，即可求出所求的概率；

(2) 找出丙在乙前面出场的情况数，即可求出所求的概率.

【解答】解：(1) 画树状图得：



可得所有等可能的情况有 6 种，分别为甲，乙，丙；甲，丙，乙；乙，甲，丙；乙，丙，甲；丙，甲，乙；丙，乙，甲，

则 $P(\text{第二个出场是甲}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;

(2) 丙在乙前面出场的情况有 3 种，

则 $P(\text{丙在乙前面出场}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

19. (8分) (2014•葫芦岛) 有 n 个方程： $x^2+2x-8=0$; $x^2+2\times 2x-8\times 2^2=0$; ... $x^2+2nx-8n^2=0$.

小静同学解第一个方程 $x^2+2x-8=0$ 的步骤为：“① $x^2+2x=8$; ② $x^2+2x+1=8+1$; ③ $(x+1)^2=9$;

④ $x+1=\pm 3$; ⑤ $x=1\pm 3$; ⑥ $x_1=4, x_2=-2$. ”

(1) 小静的解法是从步骤⑤开始出现错误的.

(2) 用配方法解第 n 个方程 $x^2+2nx-8n^2=0$. (用含有 n 的式子表示方程的根)

【考点】解一元二次方程-配方法.

【分析】(1) 移项要变号；

(2) 移项后配方，开方，即可得出两个方程，求出方程的解即可.

【解答】解：(1) 小静的解法是从步骤⑤开始出现错误的，

故答案为：⑤；

$$(2) x^2 + 2nx - 8n^2 = 0,$$

$$x^2 + 2nx = 8n^2,$$

$$x^2 + 2nx + n^2 = 8n^2 + n^2,$$

$$(x+n)^2 = 9n^2,$$

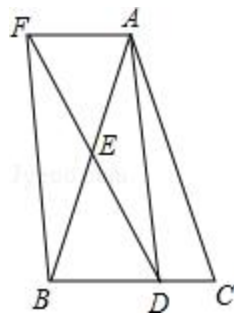
$$x+n = \pm 3n,$$

$$x_1 = 2n \quad x_2 = -4n.$$

20. (8分) (2014•葫芦岛) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点D（不与点B重合）在BC上，点E是AB的中点，过点A作 $AF \parallel BC$ 交DE延长线于点F，连接AD，BF.

(1) 求证： $\triangle AEF \cong \triangle BED$.

(2) 若 $BD=CD$ ，求证：四边形AFBD是矩形.



【考点】矩形的判定；全等三角形的判定与性质.

【分析】(1) AAS 或 ASA 证全等；

(2) 根据对角线互相平分的证明四边形AFBD是平行四边形，再根据等腰三角形三线合一证明 $\angle ADB=90^\circ$ ，进而根据有一个角是直角的平行四边形是矩形得证.

【解答】证明：(1) $\because AF \parallel BC$,

$$\therefore \angle AFE = \angle EDB,$$

$\because E$ 为 AB 的中点,

$$\therefore EA = EB,$$

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle BED$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFE = \angle EDB \\ EA = EB \\ \angle BED = \angle AEF \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle BED$ (ASA);

(2) $\because \triangle AEF \cong \triangle BED$,

$\therefore AF = BD$,

$\because AF \parallel BD$,

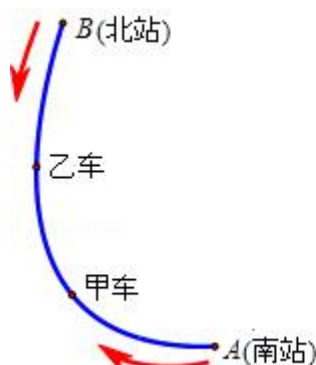
$\therefore$ 四边形 AFB D 是平行四边形,

$\because AB = AC, BD = CD$,

$\therefore AD \perp BD$,

$\therefore$ 四边形 AFB D 是矩形.

21. (9分) (2014•葫芦岛) 如图 1, 长为 60km 的某段线路 AB 上有甲、乙两车, 分别从南站 A 和北站 B 同时出发相向而行, 到达 B、A 后立刻返回到出发站停止, 速度均为 30km/h, 设甲车, 乙车距南站 A 的路程分别为 $y_{\text{甲}}$, $y_{\text{乙}}$ (km) 行驶时间为 t



(h).

图1

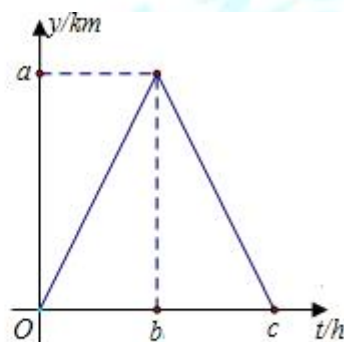


图2

(1) 图 2 已画出 $y_{\text{甲}}$ 与 t 的函数图象, 其中 $a = \underline{60}$, $b = \underline{2}$, $c = \underline{4}$.

(2) 分别写出 $0 \leq t \leq 2$ 及 $2 < t \leq 4$ 时, $y_{\text{乙}}$ 与时间 t 之间的函数关系式.

(3) 在图 2 中补画 $y_{\text{乙}}$ 与 t 之间的函数图象, 并观察图象得出在整个行驶过程中两车相遇的次数.

【考点】 一次函数的应用.

【分析】 (1) 由函数图象的数据, 根据行程问题的数量关系就可以求出结论;

(2) 当 $0 \leq t \leq 2$ 时, 设 $y_{\text{乙}}$ 与时间 t 之间的函数关系式为 $y_{\text{乙}} = kx + b$; 当 $2 < t \leq 4$ 时, 设 $y_{\text{乙}}$ 与时间 t 之间的函数关系式为 $y_{\text{乙}} = k_1x + b_1$; 由待定系数法就可以求出结论;

(3) 通过描点法画出函数图象即可.

【解答】 解: (1) 由题意, 得

$$a=60, b=2, c=4.$$

故答案为：60，2，4；

(2) 当 $0 \leq t \leq 2$ 时，设 $y_{\text{乙}}$ 与时间 t 之间的函数关系式为 $y_{\text{乙}}=kx+b$ ，由题意，得

$$\begin{cases} 60=b \\ 0=2k+b \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} k=-30 \\ b=60 \end{cases}$

$$\therefore y_{\text{乙}}=-30t+60$$

当 $2 < t \leq 4$ 时，设 $y_{\text{乙}}$ 与时间 t 之间的函数关系式为 $y_{\text{乙}}=k_1x+b_1$ ，由题意，得

$$\begin{cases} 0=2k_1+b_1 \\ 60=4k_1+b_1 \end{cases}$$

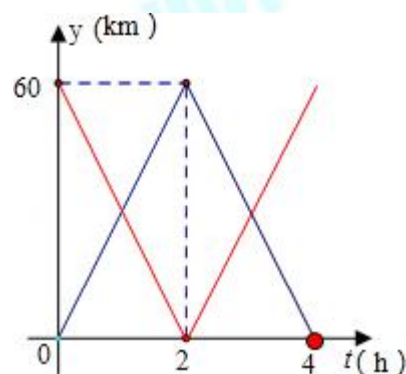
解得： $\begin{cases} k_1=30 \\ b_1=-60 \end{cases}$

$$\therefore y_{\text{乙}}=30t-60.$$

(3) 列表为：

t	0	2	4
$y_{\text{乙}}=-30t+60$ ($0 \leq t \leq 2$)	60	0	
$y_{\text{乙}}=30t-60$ ($2 < t \leq 4$)		0	60

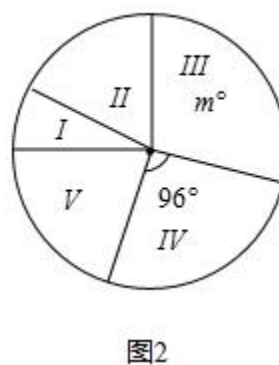
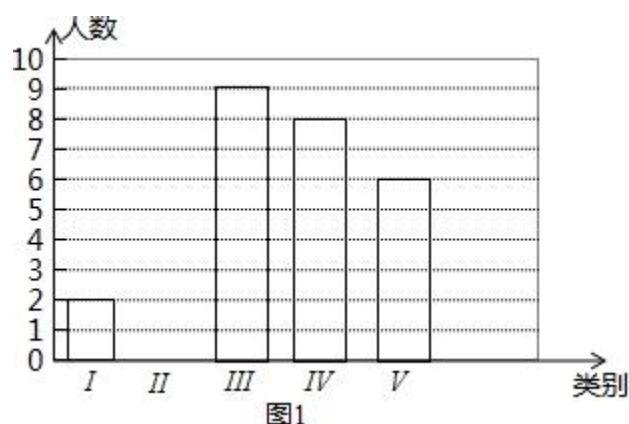
描点并连线为：



如图，由于两个图象有两个交点，所以在整个行驶过程中两车相遇次数为 2.

22. (10 分) (2014·葫芦岛) 某体院要了解篮球专业学生投篮的命中率，对学生进行定点投篮测试，规定每人投篮 20 次，测试结束后随机抽查了一部分学生投中的次数，并分为五类，I：投中 11 次；II：投中 12 次；III：投中 13 次；IV：投中 14 次；V：投中 15 次. 根据调查结

果绘制了下面尚不完整的统计图 1、图 2：



回答下列问题：

- (1) 本次抽查了 30 名学生，图 2 中的 $m =$ 108 。
- (2) 补全条形统计图，并指出中位数在哪一类。
- (3) 求最高的命中率及命中最高的人数所占的百分比。
- (4) 若体院规定篮球专业学生定点投篮命中率不低于 65% 记作合格，估计该院篮球专业 210 名学生中约有多少人不合格。

【考点】 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图。

【分析】 (1) 用 96° 除以 360° ，得出 IV 所占的百分比，再根据 IV 的人数是 8，即可求出总人数；

(2) 用总人数减去 I、III、IV、V 的人数，求出 II 的人数，从而补全统计图；再根据中位数的定义得出中位数在第 III 类；

(3) 用投中 15 次除以 20 次，得出最高的命中率，再用命中率最高的人数除以总人数即可得出命中最高的人数所占的百分比；

(4) 根据题意得出投中次数为 11 次、12 次的学生都不合格，求出它们所占的百分比，再乘以总人数即可得出答案。

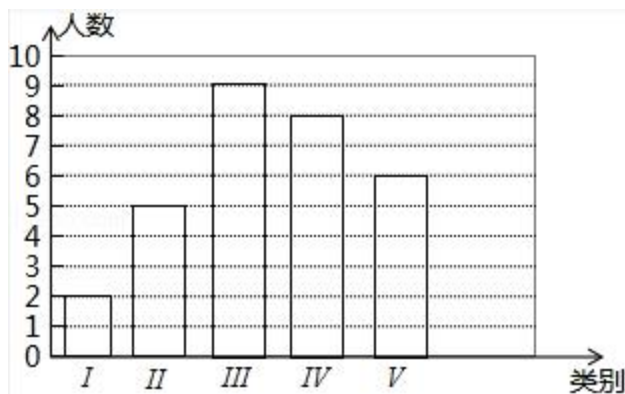
【解答】 解：(1) 本次抽查的学生数是： $8 \div \frac{96}{360} = 30$ (名)，

图 2 中的 $m = \frac{9}{30} \times 360 = 108$ ；

故答案为：30，108；

(2) 第 II 类的人数是： $30 - 2 - 9 - 8 - 6 = 5$ ，

补图如下：



因为共有 30 名学生，则中位数是第 15、16 个数的平均数，所以中位数在第 III 类；

(3) 根据题意得：

$$\text{最高命中率为 } \frac{15}{20} \times 100\% = 75\%,$$

$$\text{命中率最高的人数所占的百分比为 } \frac{6}{30} \times 100\% = 20\%;$$

$$(4) \because \frac{11}{20} < \frac{12}{20} < 65\%,$$

$\therefore$ 投中次数为 11 次、12 次的学生记作不合格，

$$\therefore \text{估计 210 名学生中不合格的人数为 } \frac{2+5}{30} \times 210 = 49 \text{ (人)}.$$

23. (9 分) (2014•葫芦岛) 油井 A 位于油库 P 南偏东 75° 方向，主输油管道 $AP=12\text{km}$ ，一新建油井 B 位于点 P 的北偏东 75° 方向，且位于点 A 的北偏西 15° 方向。

(1) 求 $\angle PBA$ ；

(2) 求 A、B 间的距离；

(3) 要在 AP 上选择一个支管道连接点 C，使从点 B 到点 C 处的支输油管道最短，求这时 BC 的长。(结果保留根号)

【考点】 解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】 (1) 根据方向角进行解答；

(2) 利用三角函数解答；

(3) 作出 AP 上的垂线解答.

【解答】 解：如图：(1) $\because \angle BPA = 15^\circ \times 2 = 30^\circ$,

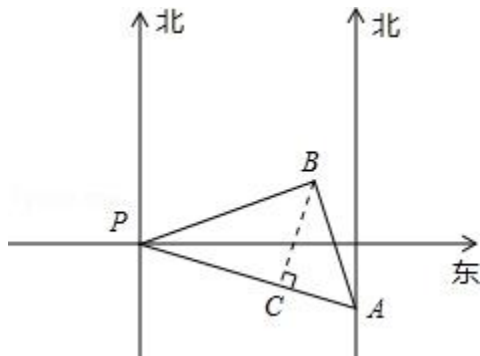
$$\angle BAP = 75^\circ - 15^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle PBA = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ;$$

$$(2) AB = AP \sin 30^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ km};$$

(3) 过 B 作 $BC \perp AP$,

$$BC = AB \cdot \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}.$$

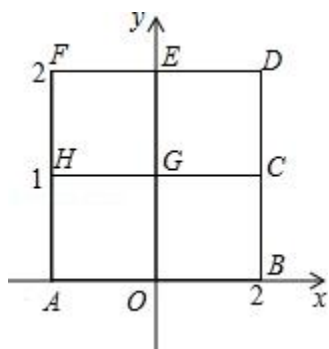


24. (11 分) (2014•葫芦岛) 如图, 2×2 网格 (每个小正方形的边长为 1) 中, 有 A, O, B, C, D, E, F, H, G 九个格点. 抛物线 l 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$.

(1) 若 l 经过点 O (0, 0) 和 B (1, 0), 则 $b = -\frac{1}{2}$, $c = 0$; 它还经过的另一格点的坐标为 $(-1, 1)$.

(2) 若 l 经过点 H (-1, 1) 和 G (0, 1), 求它的解析式及顶点坐标; 通过计算说明点 D (1, 2) 是否在 l 上.

(3) 若 l 经过这九个格点中的三个, 直接写出所有满足这样的抛物线的条数.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 把两个点代入解析式即可得到关于 b 、 c 的方程组, 从而求得 b 和 c 的值, 然后把格点坐标代入解析式即可判断;

(2) 与 (1) 的解法相同;

(3) 二次函数的二次项系数不变，则抛物线的形状和开口方向不变，则移动抛物线的顶点到图中的一个点，同时，经过另外两个的抛物线就是符合要求的图形.

【解答】解：(1) 根据题意得：
$$\begin{cases} c=0 \\ \frac{1}{2}+b+c=0 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} b=-\frac{1}{2} \\ c=0 \end{cases}$$

故函数的解析式是：
$$y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x,$$

点中 H (-1, 1) 满足函数解析式，则另一个格点的坐标是 (-1, 1).

故答案是： $-\frac{1}{2}, 0, (-1, 1);$

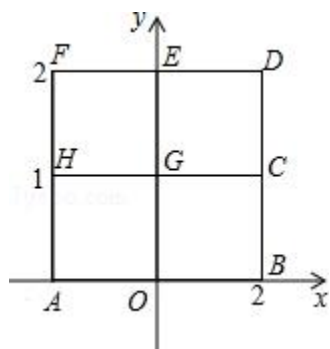
(2) 根据题意得：
$$\begin{cases} \frac{1}{2}-b+c=1 \\ c=1 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ c=1 \end{cases}$$

则函数的解析式是：
$$y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+1,$$

$y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+1=\frac{1}{2}(x+\frac{1}{2})^2+\frac{7}{8}$, 则顶点坐标为 $(-\frac{1}{2}, \frac{7}{8})$, 点 D (1, 2) 在抛物线 l 上;

(3) 因为题目中的 $a=0.5$, 在这个条件下, 抛物线的开口方向和开口大小是确定的. 应该是 4 条, 分别过 HOB 三点, AOC 三点, HGD 三点, 还有 FGC 三点, 综上所述, 满足这样的抛物线有 4 条.



25. (11 分) (2014•葫芦岛) 图 1 和图 2, 半圆 O 的直径 AB=2, 点 P (不与点 A, B 重合) 为半圆上一点, 将图形延 BP 折叠, 分别得到点 A, O 的对称点 A', O', 设 $\angle ABP=\alpha$.

(1) 当 $\alpha=15^\circ$ 时, 过点 A' 作 $A'C \parallel AB$, 如图 1, 判断 $A'C$ 与半圆 O 的位置关系, 并说明理由.

(2) 如图 2, 当 $\alpha=45^\circ$ 时, BA' 与半圆 O 相切. 当 $\alpha=30^\circ$ 时, 点 O' 落在 $\widehat{PB}$ 上.

(3) 当线段 BO' 与半圆 O 只有一个公共点 B 时, 求 α 的取值范围.

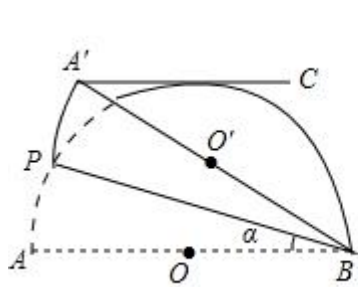


图1

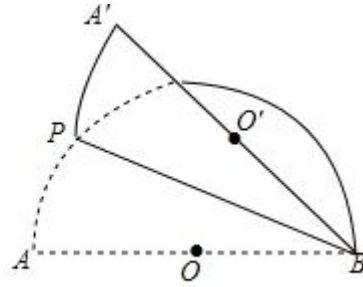


图2

【考点】圆的综合题.

【分析】 (1) 过 O 作 $OD \perp A'C$ 于点 D , 交 $A'B$ 于点 E , 利用含 30° 角的直角三角形的性质可求得 $DE+OE=\frac{1}{2}A'B=\frac{1}{2}AB=OA$, 可判定 $A'C$ 与半圆相切;

(2) 当 BA' 与半圆相切时, 可知 $OB \perp A'B$, 则可知 $\alpha=45^\circ$, 当 O' 在 $\widehat{PB}$ 上时, 连接 AO' , 则可知 $BO'=\frac{1}{2}AB$, 可求得 $\angle O'BA=60^\circ$, 可求得 $\alpha=30^\circ$;

(3) 利用 (2) 可知当 $\alpha=30^\circ$ 时, 线段 $O'B$ 与圆交于 O' , 当 $\alpha=45^\circ$ 时交于点 B , 结合题意可得出满足条件的 α 的范围.

【解答】 解: (1) 相切, 理由如下:

如图 1, 过 O 作 $OD \perp A'C$ 于点 D , 交 $A'B$ 于点 E ,

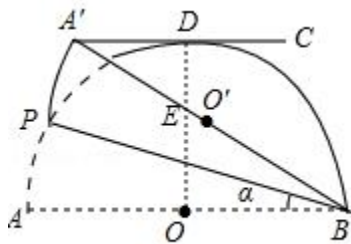


图1

$\because \alpha=15^\circ$, $A'C \parallel AB$,

$\therefore \angle ABA' = \angle CA'B = 30^\circ$,

$\therefore DE = \frac{1}{2}A'E$, $OE = \frac{1}{2}BE$,

$\therefore DO = DE + OE = \frac{1}{2}(A'E + BE) = \frac{1}{2}AB = OA$,

$\therefore A'C$ 与半圆 O 相切;

综上所述 $0^{\circ} < \alpha < 30^{\circ}$ 或 $45^{\circ} \leq \alpha < 90^{\circ}$.