

2014 年辽宁省抚顺市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

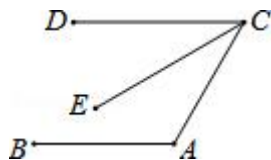
1. (3 分) (2014•抚顺) $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2014•抚顺) 若一粒米的质量约是 0.000012kg, 将数据 0.000012 用科学记数法表示为 ()

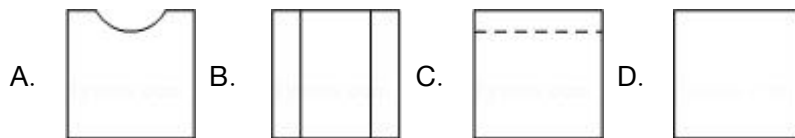
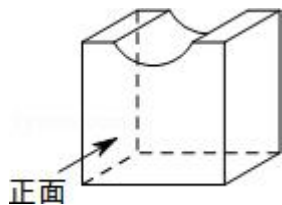
- A. 21×10^{-4} B. 2.1×10^{-6} C. 2.1×10^{-5} D. 2.1×10^{-4}

3. (3 分) (2014•抚顺) 如图所示, 已知 $AB \parallel CD$, CE 平分 $\angle ACD$, 当 $\angle A = 120^\circ$ 时, $\angle ECD$ 的度数是 ()



- A. 45° B. 40° C. 35° D. 30°

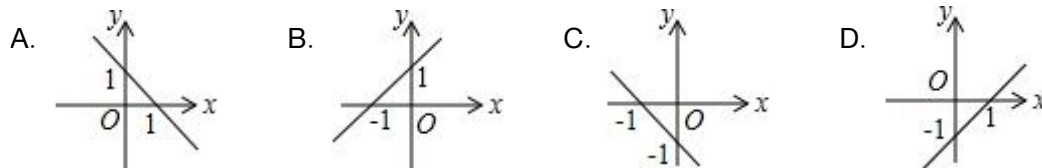
4. (3 分) (2014•抚顺) 如图放置的几何体的左视图是 ()



5. (3 分) (2014•抚顺) 下列事件是必然事件的是 ()

- A. 如果 $|a|=|b|$, 那么 $a=b$
 B. 平分弦的直径垂直于弦, 并且平分弦所对的两条弧
 C. 半径分别为 3 和 5 的两圆相外切, 则两圆的圆心距为 8
 D. 三角形的内角和是 360°

6. (3 分) (2014•抚顺) 函数 $y=x-1$ 的图象是 ()



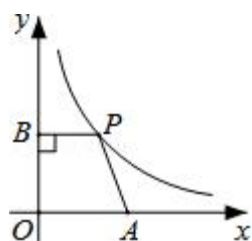
7. (3 分) (2014•抚顺) 下列运算正确的是 ()

A. $-2(a-1) = -2a-1$ B. $(-2a)^2 = -2a^2$ C. $(2a+b)^2 = 4a^2+b^2$ D. $3x^2 - 2x^2 = x^2$

8. (3分) (2014•抚顺) 甲乙两地相距 420 千米, 新修的高速公路开通后, 在甲、乙两地行驶的长途客运车平均速度是原来的 1.5 倍, 进而从甲地到乙地的时间缩短了 2 小时. 设原来的平均速度为 x 千米/时, 可列方程为 ()

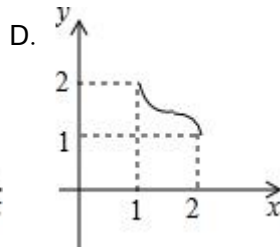
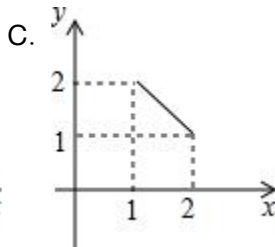
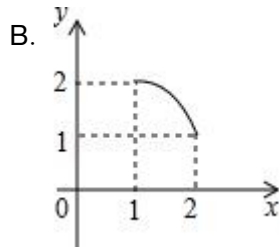
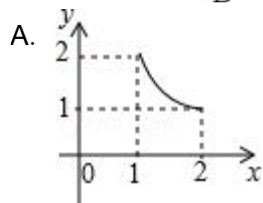
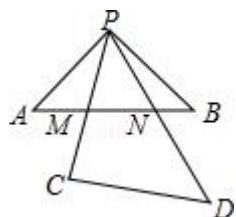
A. $\frac{420}{x} + \frac{420}{1.5x} = 2$ B. $\frac{420}{x} - \frac{420}{1.5x} = 2$ C. $\frac{x}{420} + \frac{1.5x}{420} =$ D. $\frac{x}{420} - \frac{1.5x}{420} =$

9. (3分) (2014•抚顺) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 是 x 轴正半轴上的一个定点, 点 P 是双曲线 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 上的一个动点, $PB \perp y$ 轴于点 B, 当点 P 的横坐标逐渐增大时, 四边形 OAPB 的面积将会 ()



A. 逐渐增大 B. 不变 C. 逐渐减小 D. 先增大后减小

10. (3分) (2014•抚顺) 如图, 将足够大的等腰直角三角板 PCD 的锐角顶点 P 放在另一个等腰直角三角板 PAB 的直角顶点处, 三角板 PCD 绕点 P 在平面内转动, 且 $\angle CPD$ 的两边始终与斜边 AB 相交, PC 交 AB 于点 M, PD 交 AB 于点 N, 设 $AB=2$, $AN=x$, $BM=y$, 则能反映 y 与 x 的函数关系的图象大致是 ()



二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

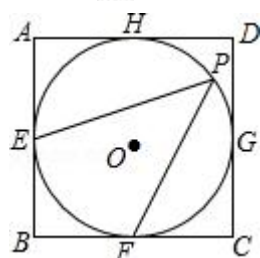
11. (3分) (2014•抚顺) 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

12. (3分) (2014•抚顺) 一组数据 3, 5, 7, 8, 4, 7 的中位数是_____.

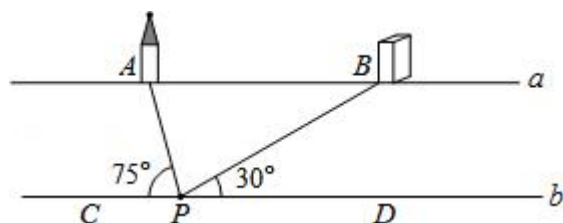
13. (3分) (2014•抚顺) 把标号分别为 a, b, c 的三个小球 (除标号外, 其余均相同) 放在一个不透明的口袋中, 充分混合后, 随机地摸出一个小球, 记下标号后放回, 充分混合后, 再随机地摸出一个小球, 两次摸出的小球的标号相同的概率是_____.

14. (3分) (2014•抚顺) 将抛物线 $y = (x - 3)^2 + 1$ 先向上平移 2 个单位, 再向左平移 1 个单位后, 得到的抛物线解析式为_____.

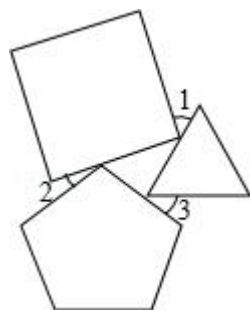
15. (3分) (2014•抚顺) 如图, $\odot O$ 与正方形 ABCD 的各边分别相切于点 E、F、G、H, 点 P 是 $\widehat{HG}$ 上的一点, 则 $\tan \angle EPF$ 的值是_____.



16. (3分) (2014•抚顺) 如图, 河流两岸 a、b 互相平行, 点 A、B 是河岸 a 上的两座建筑物, 点 C、D 是河岸 b 上的两点, A、B 的距离约为 200 米. 某人在河岸 b 上的点 P 处测得 $\angle APC = 75^\circ$, $\angle BPD = 30^\circ$, 则河流的宽度约为_____米.

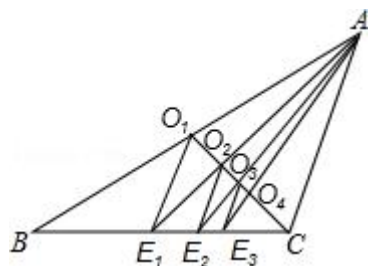


17. (3分) (2014•抚顺) 将正三角形、正四边形、正五边形按如图所示的位置摆放. 如果 $\angle 3 = 32^\circ$, 那么 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____度.



18. (3分) (2014•抚顺) 如图, 已知 CO_1 是 $\triangle ABC$ 的中线, 过点 O_1 作 $O_1E_1 \parallel AC$ 交 BC 于点 E_1 , 连接 AE_1 交 CO_1 于点 O_2 ; 过点 O_2 作 $O_2E_2 \parallel AC$ 交 BC 于点 E_2 , 连接 AE_2 交 CO_1 于点 O_3 ; 过点 O_3 作 $O_3E_3 \parallel AC$ 交 BC 于点 E_3 , ..., 如此继续, 可以依次得到点 $O_4, O_5, \dots$,

O_n 和点 $E_4, E_5, \dots, E_n$. 则 $O_n E_n =$ _____ AC . (用含 n 的代数式表示)



三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10 分) (2014•抚顺) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x}{x^2+2x+1}$, 其中 $x = (\sqrt{3}+1)^0 + (\frac{1}{2})^{-1} \cdot \tan 60^\circ$.

20. (12 分) (2014•抚顺) 居民区内的“广场舞”引起媒体关注, 辽宁都市频道为此进行过专访报道. 小平想了解本小区居民对“广场舞”的看法, 进行了一次抽样调查, 把居民对“广场舞”的看法分为四个层次: A. 非常赞同; B. 赞同但要有时间限制; C. 无所谓; D. 不赞同. 并将调查结果绘制了图 1 和图 2 两幅不完整的统计图.

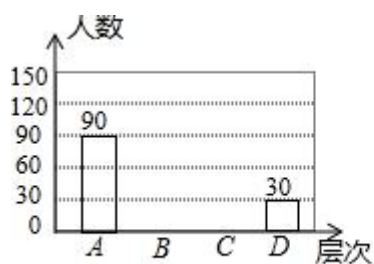


图1

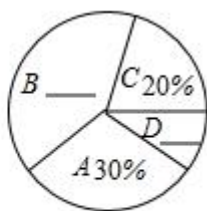


图2

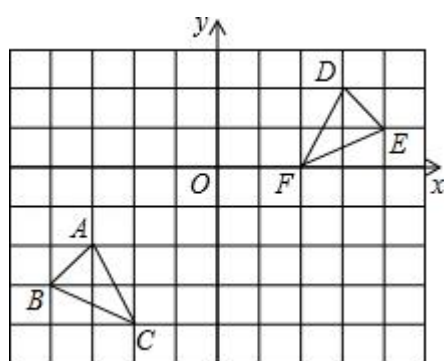
请你根据图中提供的信息解答下列问题:

- (1) 求本次被抽查的居民有多少人?
- (2) 将图 1 和图 2 补充完整;
- (3) 求图 2 中“C”层次所在扇形的圆心角的度数;
- (4) 估计该小区 4000 名居民中对“广场舞”的看法表示赞同 (包括 A 层次和 B 层次) 的大约有多少人.

四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. (12 分) (2014•抚顺) 如图, 方格纸中的每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形, 每个小正方形的顶点叫格点, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在格点上, 结合所给的平面直角坐标系解答下列问题:

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 向上平移 4 个单位长度后所得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 画出 $\triangle DEF$ 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 后所得到的 $\triangle D_1E_1F_1$;
- (3) $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle D_1E_1F_1$ 组成的图形是轴对称图形吗? 如果是, 请直接写出对称轴所在直线的解析式.



22. (12 分) (2014•抚顺) 近年来, 雾霾天气给人们的生活带来很大影响, 空气质量问题倍受人们关注, 某学校计划在教室内安装空气净化装置, 需购进 A、B 两种设备, 已知: 购买 1 台 A 种设备和 2 台 B 种设备需要 3.5 万元; 购买 2 台 A 种设备和 1 台 B 种设备需要 2.5 万元.

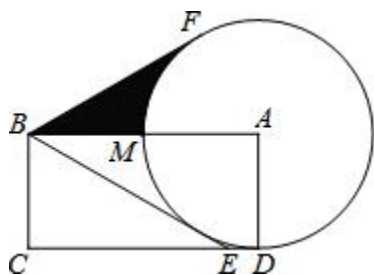
- (1) 求每台 A 种、B 种设备各多少万元?
- (2) 根据学校实际, 需购进 A 种和 B 种设备共 30 台, 总费用不超过 30 万元, 请你通过计算, 求至少购买 A 种设备多少台?

五、解答题（满分 12 分）

23. (12 分) (2014•抚顺) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 是 CD 边上的点，且 $BE=BA$ ，以点 A 为圆心、 AD 长为半径作 $\odot A$ 交 AB 于点 M ，过点 B 作 $\odot A$ 的切线 BF ，切点为 F 。

(1) 请判断直线 BE 与 $\odot A$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 如果 $AB=10$ ， $BC=5$ ，求图中阴影部分的面积。



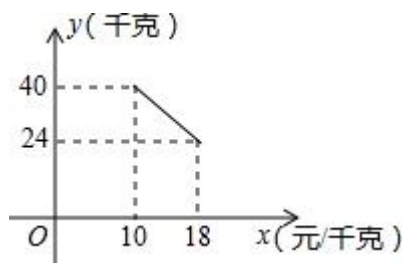
六、解答题（满分 12 分）

24. (12 分) (2014•抚顺) 某经销商销售一种产品，这种产品的成本价为 10 元/千克，已知销售价不低于成本价，且物价部门规定这种产品的销售价不高于 18 元/千克，市场调查发现，该产品每天的销售量 y (千克) 与销售价 x (元/千克) 之间的函数关系如图所示：

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2) 求每天的销售利润 W (元) 与销售价 x (元/千克) 之间的函数关系式，当销售价为多少时，每天的销售利润最大？最大利润是多少？

(3) 该经销商想要每天获得 150 元的销售利润，销售价应定为多少？



七、解答题 (满分 12 分)

25. (12 分) (2014·抚顺) 已知: $\text{Rt}\triangle A'BC' \cong \text{Rt}\triangle ABC$, $\angle A'C'B = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle A'BC' = \angle ABC = 60^\circ$, $\text{Rt}\triangle A'BC'$ 可绕点 B 旋转, 设旋转过程中直线 CC' 和 AA' 相交于点 D.

(1) 如图 1 所示, 当点 C' 在 AB 边上时, 判断线段 AD 和线段 $A'D$ 之间的数量关系, 并证明你的结论;

(2) 将 $\text{Rt}\triangle A'BC'$ 由图 1 的位置旋转到图 2 的位置时, (1) 中的结论是否成立? 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由;

(3) 将 $\text{Rt}\triangle A'BC'$ 由图 1 的位置按顺时针方向旋转 α 角 ($0^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$), 当 A、 C' 、 A' 三点在一条直线上时, 请直接写出旋转角的度数.

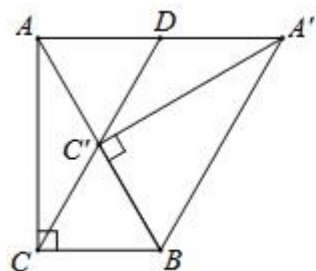


图 1

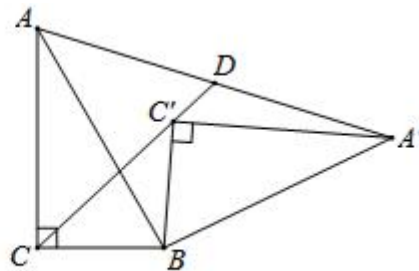


图 2

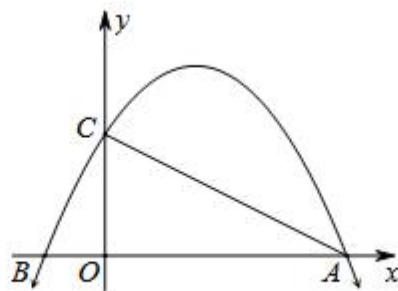
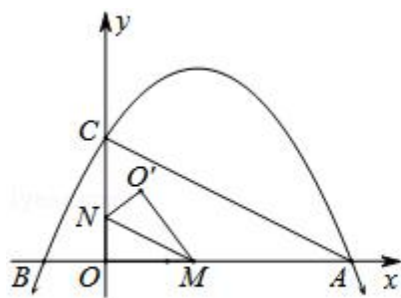
26. (14 分) (2014•抚顺) 如图, 抛物线 $y=ax^2+\frac{3}{2}x+c$ 与 x 轴交于点 $A(4, 0)$ 、 $B(-1, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 连接 AC , 点 M 是线段 OA 上的一个动点 (不与点 O 、 A 重合), 过点 M 作 $MN \parallel AC$, 交 OC 于点 N , 将 $\triangle OMN$ 沿直线 MN 折叠, 点 O 的对应点 O' 落在第一象限内, 设 $OM=t$, $\triangle O'MN$ 与梯形 $AMNC$ 重合部分面积为 S .

(1) 求抛物线的解析式;

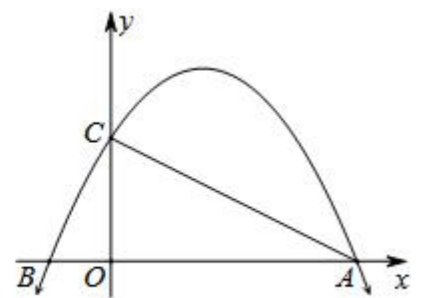
(2) ①当点 O' 落在 AC 上时, 请直接写出此时 t 的值;

②求 S 与 t 的函数关系式;

(3) 在点 M 运动的过程中, 请直接写出以 O 、 B 、 C 、 O' 为顶点的四边形分别是等腰梯形和平行四边形时所对应的 t 值.



(备用图)



(备用图)

2014 年辽宁省抚顺市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) (2014•抚顺) $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ()

A. -2

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

考点: 倒数.

专题: 常规题型.

分析: 根据倒数的定义求解.

解答: 解: $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 -2.

故选: A.

点评: 本题主要考查了倒数的定义, 解题的关键是熟记定义.

2. (3 分) (2014•抚顺) 若一粒米的质量约是 0.000012kg, 将数据 0.000012 用科学记数法表示为 ()

A. 21×10^{-4}

B. 2.1×10^{-6}

C. 2.1×10^{-5}

D. 2.1×10^{-4}

考点: 科学记数法—表示较小的数.

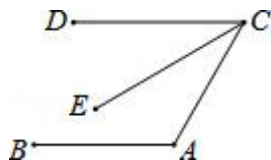
分析: 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

解答: 解: $0.000012 = 1.2 \times 10^{-5}$;

故选: C.

点评: 题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. (3 分) (2014•抚顺) 如图所示, 已知 $AB \parallel CD$, CE 平分 $\angle ACD$, 当 $\angle A = 120^\circ$ 时, $\angle ECD$ 的度数是 ()



A. 45°

B. 40°

C. 35°

D. 30°

考点: 平行线的性质.

分析: 根据平行线的性质求出 $\angle DCA$, 根据角平分线定义求出 $\angle DCE$ 即可.

解答: 解: $\because AB \parallel CD$, $\angle A = 120^\circ$,

$$\therefore \angle DCA = 180^\circ - \angle A = 60^\circ,$$

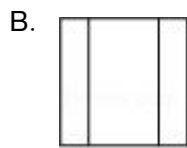
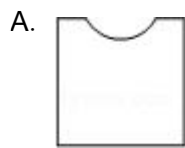
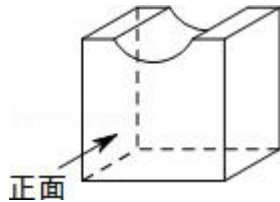
$$\because CE \text{ 平分 } \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle DCA = 30^\circ,$$

故选：D.

点评： 本题考查了平行线的性质，角平分线定义的应用，注意：两直线平行，同旁内角互补.

4. (3 分) (2014•抚顺) 如图放置的几何体的左视图是 ()



考点： 简单组合体的三视图. .

分析： 根据从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

解答： 解：左视图可得一个正方形，上半部分有条看不到的线，用虚线表示，.

故选：C.

点评： 本题考查了简单组合体的三视图，从左边看得到的图形是左视图，注意中间看不到的线用虚线表示.

5. (3 分) (2014•抚顺) 下列事件是必然事件的是 ()

A. 如果 $|a|=|b|$ ，那么 $a=b$

B. 平分弦的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧

C. 半径分别为 3 和 5 的两圆相外切，则两圆的圆心距为 8

D. 三角形的内角和是 360°

考点： 随机事件. .

分析： 必然事件就是一定发生的事件，即发生的概率是 1 的事件.

解答： 解：A、如果 $|a|=|b|$ ，那么 $a=b$ 或 $a=-b$ ，故 A 选项错误；

B、平分弦的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧，此时被平分的弦不是直径，故 B 选项错误；

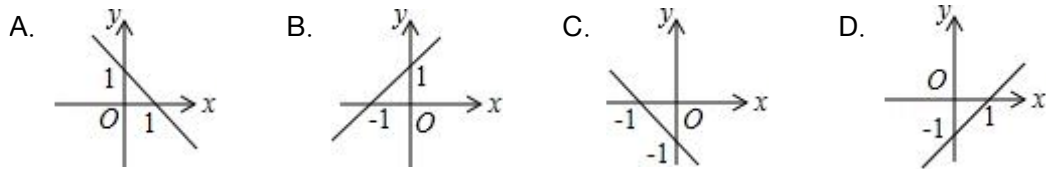
C、半径分别为 3 和 5 的两圆相外切，则两圆的圆心距为 8，故 C 选项正确；

D、三角形的内角和是 180° ，故 D 选项错误，

故选：C.

点评： 考查了随机事件，解决本题要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念，理解概念是解决基础题的主要方法. 用到的知识点为：必然事件指在一定条件下一定发生的事件；不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

6. (3 分) (2014•抚顺) 函数 $y=x-1$ 的图象是 ()



考点：一次函数的图象．

分析：根据函数解析式求得该函数图象与坐标轴的交点，然后再作出选择．

解答：解：∵一次函数解析式为 $y=x-1$ ，

∴令 $x=0$ ， $y=-1$ ．

令 $y=0$ ， $x=1$ ，

即该直线经过点 $(0, -1)$ 和 $(1, 0)$ ．

故选：D．

点评：本题考查了一次函数图象．此题也可以根据一次函数图象与系数的关系进行解答．

7. (3分) (2014•抚顺) 下列运算正确的是 ()

A. $-2(a-1)=-2a-1$ B. $(-2a)^2=-2a^2$ C. $(2a+b)^2=4a^2+b^2$ D. $3x^2-2x^2=x^2$

考点：完全平方公式；合并同类项；去括号与添括号；幂的乘方与积的乘方．

分析：A、原式利用去括号法则计算得到结果，即可做出判断；

B、原式利用积的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断；

C、原式利用完全平方公式展开得到结果，即可做出判断；

D、原式合并得到结果，即可做出判断．

解答：解：A、 $-2(a-1)=-2a+2$ ，故 A 选项错误；

B、 $(-2a)^2=4a^2$ ，故 B 选项错误；

C、 $(2a+b)^2=4a^2+4ab+b^2$ ，故 C 选项错误；

D、 $3x^2-2x^2=x^2$ ，故 D 选项正确．

故选：D．

点评：此题考查了完全平方公式，熟练掌握公式及法则是解本题的关键．

8. (3分) (2014•抚顺) 甲乙两地相距 420 千米，新修的高速公路开通后，在甲、乙两地行驶的长途客运车平均速度是原来的 1.5 倍，进而从甲地到乙地的时间缩短了 2 小时．设原来的平均速度为 x 千米/时，可列方程为 ()

A. $\frac{420}{x} + \frac{420}{1.5x} = 2$ B. $\frac{420}{x} - \frac{420}{1.5x} = 2$ C. $\frac{x}{420} + \frac{1.5x}{420} =$ D. $\frac{x}{420} - \frac{1.5x}{420} =$

考点：由实际问题抽象出分式方程．

分析：设原来的平均速度为 x 千米/时，高速公路开通后平均速度为 $1.5x$ 千米/时，根据走过相同的距离时间缩短了 2 小时，列方程即可．

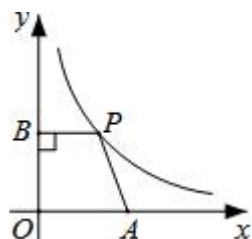
解答：解：设原来的平均速度为 x 千米/时，

由题意得， $\frac{420}{x} - \frac{420}{1.5x} = 2$ ．

故选：B．

点评: 本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找出合适的等量关系, 列方程.

9. (3 分) (2014•抚顺) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 是 x 轴正半轴上的一个定点, 点 P 是双曲线 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 上的一个动点, $PB \perp y$ 轴于点 B, 当点 P 的横坐标逐渐增大时, 四边形 OAPB 的面积将会 ()



- A. 逐渐增大 B. 不变 C. 逐渐减小 D. 先增大后减小

考点: 反比例函数系数 k 的几何意义.

分析: 由双曲线 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 设出点 P 的坐标, 运用坐标表示出四边形 OAPB 的面积函数关系式即可判定.

解答: 解: 设点 P 的坐标为 (x, y) ,

$\because PB \perp y$ 轴于点 B, 点 A 是 x 轴正半轴上的一个定点,

$\therefore$ 四边形 OAPB 是个直角梯形,

$$\therefore \text{四边形 OAPB 的面积} = \frac{1}{2} (PB + AO) \cdot BO = \frac{1}{2} (x + AO) \cdot \frac{3}{x} = \frac{3}{2} + \frac{3AO}{2x} = \frac{3}{2} + \frac{3AO}{2} \cdot \frac{1}{x},$$

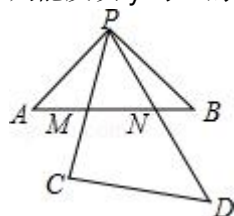
$\because AO$ 是定值,

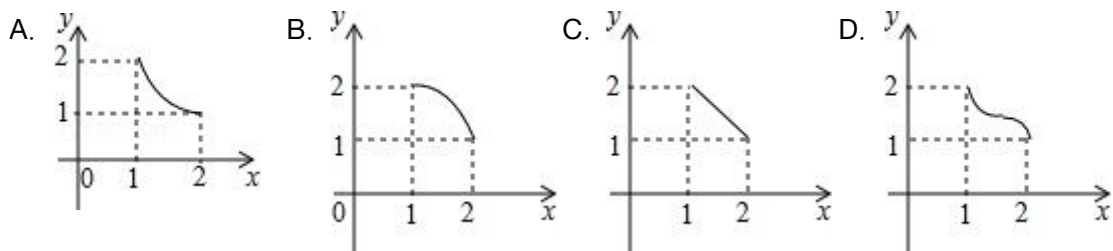
$\therefore$ 四边形 OAPB 的面积是个减函数, 即点 P 的横坐标逐渐增大时四边形 OAPB 的面积逐渐减小.

故选: C.

点评: 本题主要考查了反比例函数系数 k 的几何意义, 解题的关键是运用点的坐标求出四边形 OAPB 的面积函数关系式.

10. (3 分) (2014•抚顺) 如图, 将足够大的等腰直角三角板 PCD 的锐角顶点 P 放在另一个等腰直角三角板 PAB 的直角顶点处, 三角板 PCD 绕点 P 在平面内转动, 且 $\angle CPD$ 的两边始终与斜边 AB 相交, PC 交 AB 于点 M, PD 交 AB 于点 N, 设 $AB = 2$, $AN = x$, $BM = y$, 则能反映 y 与 x 的函数关系的图象大致是 ()





考点: 动点问题的函数图象.

分析: 作 $PH \perp AB$ 于 H , 根据等腰直角三角形的性质得 $\angle A = \angle B = 45^\circ$, $AH = BH = AB = 1$, 则可判断 $\triangle PAH$ 和 $\triangle PBH$ 都是等腰直角三角形, 得到 $PA = PB = \sqrt{2}AH = \sqrt{2}$, $\angle HPB = 45^\circ$, 由于 $\angle CPD$ 的两边始终与斜边 AB 相交, PC 交 AB 于点 M , PD 交 AB 于点 N , 而 $\angle CPD = 45^\circ$, 所以 $1 \leq x \leq 2$, 再证明 $\angle 2 = \angle BPM$, 这样可判断 $\triangle ANP \sim \triangle BPM$, 利用相似比得 $\frac{\sqrt{2}}{y} = \frac{x}{\sqrt{2}}$, 则 $y = \frac{2}{x}$, 所以得到 y 与 x 的函数关系的图象为反比例函数图象, 且自变量为 $1 \leq x \leq 2$.

解答: 解: 作 $PH \perp AB$ 于 H , 如图,

$\therefore \triangle PAB$ 为等腰直角三角形,

$\therefore \angle A = \angle B = 45^\circ$, $AH = BH = AB = 1$,

$\therefore \triangle PAH$ 和 $\triangle PBH$ 都是等腰直角三角形,

$\therefore PA = PB = \sqrt{2}AH = \sqrt{2}$, $\angle HPB = 45^\circ$,

$\therefore \angle CPD$ 的两边始终与斜边 AB 相交, PC 交 AB 于点 M , PD 交 AB 于点 N 而 $\angle CPD = 45^\circ$,

$\therefore 1 \leq AN \leq 2$, 即 $1 \leq x \leq 2$,

$\therefore \angle 2 = \angle 1 + \angle B = \angle 1 + 45^\circ$, $\angle BPM = \angle 1 + \angle CPD = \angle 1 + 45^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle BPM$,

而 $\angle A = \angle B$,

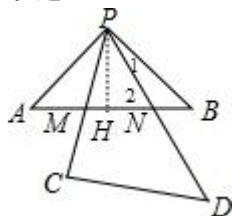
$\therefore \triangle ANP \sim \triangle BPM$,

$\therefore \frac{AP}{BM} = \frac{AN}{BP}$, 即 $\frac{\sqrt{2}}{y} = \frac{x}{\sqrt{2}}$,

$\therefore y = \frac{2}{x}$,

$\therefore y$ 与 x 的函数关系的图象为反比例函数图象, 且自变量为 $1 \leq x \leq 2$.

故选 A.



点评: 本题考查了动点问题的函数图象: 利用点运动的几何性质列出有关的函数关系式, 然后根据函数关系式画出函数图象, 注意自变量的取值范围.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) (2014•抚顺) 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \neq 2$.

考点: 函数自变量的取值范围; 分式有意义的条件. .

专题: 计算题.

分析: 求函数自变量的取值范围, 就是求函数解析式有意义的条件, 分式有意义的条件是: 分母不为 0.

解答: 解: 要使分式有意义, 即: $x - 2 \neq 0$,

解得: $x \neq 2$.

故答案为: $x \neq 2$.

点评: 本题主要考查函数自变量的取值范围, 考查的知识点为: 分式有意义, 分母不为 0.

12. (3 分) (2014•抚顺) 一组数据 3, 5, 7, 8, 4, 7 的中位数是 6.

考点: 中位数. .

分析: 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数.

解答: 解: 先对这组数据按从小到大的顺序重新排序: 3, 4, 5, 7, 7, 8.

位于中间的两个数是 5, 7,

所以这组数据的中位数是 $(5+7) \div 2 = 6$.

故答案为: 6.

点评: 本题属于基础题, 考查了确定一组数据的中位数的能力. 注意找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求, 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

13. (3 分) (2014•抚顺) 把标号分别为 a, b, c 的三个小球 (除标号外, 其余均相同) 放在一个不透明的口袋中, 充分混合后, 随机地摸出一个小球, 记下标号后放回, 充分混合后,

再随机地摸出一个小球, 两次摸出的小球的标号相同的概率是 $\frac{1}{3}$.

考点: 列表法与树状图法. .

专题: 计算题.

分析: 列表得出所有等可能的情况数, 找出两次摸出的小球的标号相同的情况数, 即可求出所求的概率.

解答: 解: 列表如下:

	a	b	c
a	(a, a)	(b, a)	(c, a)
b	(a, b)	(b, b)	(c, b)
c	(a, c)	(b, c)	(c, c)

所有等可能的情况有 9 种, 其中两次摸出的小球的标号相同的情况有 3 种,

则 $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. (3分) (2014•抚顺) 将抛物线 $y = (x-3)^2 + 1$ 先向上平移 2 个单位, 再向左平移 1 个单位后, 得到的抛物线解析式为 $y = (x-2)^2 + 3$.

考点: 二次函数图象与几何变换.

分析: 根据题意易得新抛物线的顶点, 根据顶点式及平移前后二次项的系数不变可得新抛物线的解析式.

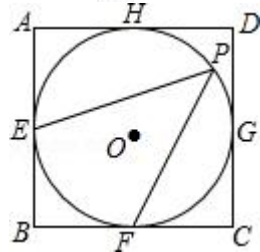
解答: 解: 抛物线 $y = (x-3)^2 + 1$ 先向上平移 2 个单位, 再向左平移 1 个单位后, 得到的抛物线解析式为 $y = (x-3+1)^2 + 1+2 = (x-2)^2 + 3$,

即: $y = (x-2)^2 + 3$.

故答案为: $y = (x-2)^2 + 3$.

点评: 此题主要考查了二次函数图象与几何变换, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减.

15. (3分) (2014•抚顺) 如图, $\odot O$ 与正方形 $ABCD$ 的各边分别相切于点 E 、 F 、 G 、 H , 点 P 是 $\widehat{HG}$ 上的一点, 则 $\tan \angle EPF$ 的值是 1.



考点: 切线的性质; 正方形的性质; 圆周角定理; 锐角三角函数的定义.

分析: 连接 HF , EG , FG , 根据切线的性质和正方形的性质可知: $FH \perp EG$, 再由圆周角定理可得: $\angle EPF = \angle OGF$, 而 $\angle OGF = 45^\circ$, 问题得解.

解答: 解: 连接 HF , EG , FG ,

$\because \odot O$ 与正方形 $ABCD$ 的各边分别相切于点 E 、 F 、 G 、 H ,

$\therefore FH \perp EG$,

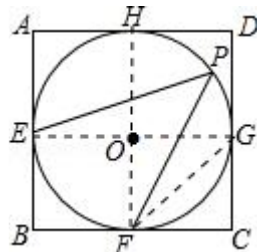
$\therefore OG = OF$,

$\therefore \angle OGF = 45^\circ$,

$\therefore \angle EPF = \angle OGF$,

$\therefore \tan \angle EPF = \tan 45^\circ = 1$,

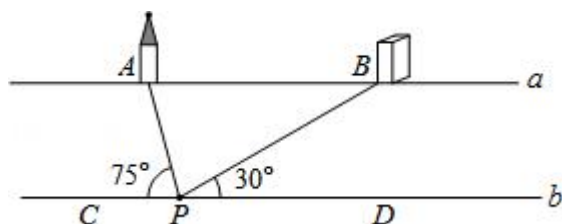
故答案为: 1.



点评: 本题考查了正方形的性质、切线的性质、圆周角定理以及锐角三角函数的定义, 题目的综合性较强, 解题的关键是正确添加辅助线, 构造直角三角形.

16. (3分) (2014•抚顺) 如图, 河流两岸 a 、 b 互相平行, 点 A 、 B 是河岸 a 上的两座建筑

物，点 C、D 是河岸 b 上的两点，A、B 的距离约为 200 米．某人在河岸 b 上的点 P 处测得 $\angle APC=75^\circ$ ， $\angle BPD=30^\circ$ ，则河流的宽度约为 $\frac{300}{\tan 15^\circ + \sqrt{3}}$ 米．



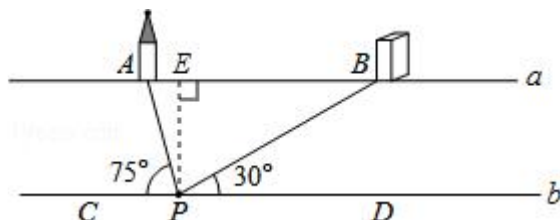
考点：解直角三角形的应用．．

分析：过点 P 作 $PE \perp AB$ 于点 E，先求出 $\angle APE$ 及 $\angle BPE$ 的度数，由锐角三角函数的定义即可得出结论．

解答：解：过点 P 作 $PE \perp AB$ 于点 E，
 $\because \angle APC=75^\circ$ ， $\angle BPD=30^\circ$ ，
 $\therefore \angle APE=15^\circ$ ， $\angle BPE=60^\circ$ ，
 $\therefore AE=PE \cdot \tan 15^\circ$ ， $BE=PE \cdot \tan 60^\circ$ ，
 $\therefore AB=AE+BE=PE \cdot \tan 15^\circ + PE \cdot \tan 60^\circ=300$ ，
 即 $PE (\tan 15^\circ + \sqrt{3}) = 300$ ，

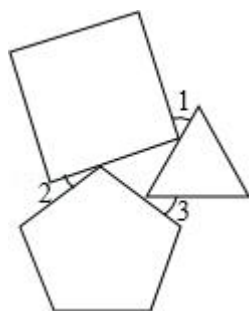
解得 $PE = \frac{300}{\tan 15^\circ + \sqrt{3}}$ (米)．

故答案为： $\frac{300}{\tan 15^\circ + \sqrt{3}}$ ．



点评：本题考查的是解直角三角形的应用，熟知锐角三角函数的定义是解答此题的关键．

17. (3 分) (2014•抚顺) 将正三角形、正四边形、正五边形按如图所示的位置摆放．如果 $\angle 3=32^\circ$ ，那么 $\angle 1+\angle 2=$ 70 度．



考点：三角形内角和定理；多边形内角与外角．．

分析：分别根据正三角形、正四边形、正五边形各内角的度数及平角的定义进行解答即可．

解答: 解: $\because \angle 3=32^\circ$, 正三角形的内角是 60° , 正四边形的内角是 90° , 正五边形的内角是 108° ,

$$\therefore \angle 4=180^\circ - 60^\circ - 32^\circ=88^\circ,$$

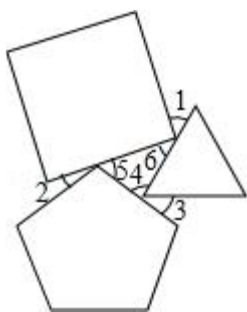
$$\therefore \angle 5+\angle 6=180^\circ - 88^\circ=92^\circ,$$

$$\therefore \angle 5=180^\circ - \angle 2 - 108^\circ \quad \text{①},$$

$$\angle 6=180^\circ - 90^\circ - \angle 1=90^\circ - \angle 1 \quad \text{②},$$

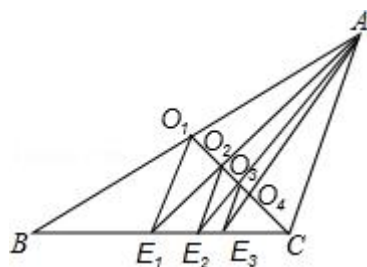
$$\therefore \text{①+②得, } 180^\circ - \angle 2 - 108^\circ + 90^\circ - \angle 1=92^\circ, \text{ 即 } \angle 1+\angle 2=70^\circ.$$

故答案为: 70° .



点评: 本题考查的是三角形内角和定理, 熟知正三角形、正四边形、正五边形各内角的度数是解答此题的关键.

18. (3分) (2014•抚顺) 如图, 已知 CO_1 是 $\triangle ABC$ 的中线, 过点 O_1 作 $O_1E_1 \parallel AC$ 交 BC 于点 E_1 , 连接 AE_1 交 CO_1 于点 O_2 ; 过点 O_2 作 $O_2E_2 \parallel AC$ 交 BC 于点 E_2 , 连接 AE_2 交 CO_1 于点 O_3 ; 过点 O_3 作 $O_3E_3 \parallel AC$ 交 BC 于点 E_3 , ..., 如此继续, 可以依次得到点 $O_4, O_5, \dots$, O_n 和点 $E_4, E_5, \dots, E_n$. 则 $O_nE_n = \frac{1}{n+1} AC$. (用含 n 的代数式表示)



考点: 相似三角形的判定与性质; 三角形中位线定理.

专题: 规律型.

分析:

由 CO_1 是 $\triangle ABC$ 的中线, $O_1E_1 \parallel AC$, 可证得 $\frac{BO_1}{BA} = \frac{O_1E_1}{AC} = \frac{O_1E_1}{O_2A} = \frac{1}{2}$, 以

此类推得到答案.

解答: 解: $\because O_1E_1 \parallel AC$,

$$\therefore \triangle BO_1E_1 \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{BO_1}{BA} = \frac{O_1E_1}{AC},$$

$\therefore CO_1$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$$\therefore \frac{BO_1}{BA} = \frac{O_1E_1}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore O_1E_1 \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle O_2O_1E_1 \sim \triangle ACO_2,$$

$$\therefore \frac{O_1E_1}{AC} = \frac{O_2E_1}{O_2A} = \frac{1}{2},$$

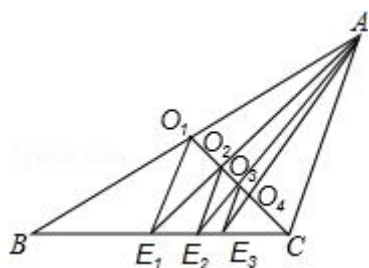
$$\text{由 } O_2E_2 \parallel AC,$$

$$\text{可得: } \frac{E_1O_2}{AE_1} = \frac{O_2E_2}{AC} = \frac{1}{3},$$

...

$$\text{可得: } O_nE_n = \frac{1}{n+1}AC.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{n+1}.$$



点评: 本题主要考查平行线分线段成比例定理, 相似三角形的性质和判定的理解和掌握, 能得出规律是解此题的关键.

三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10 分) (2014•抚顺) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x}{x^2+2x+1}$, 其中 $x = (\sqrt{3}+1)^0 + (\frac{1}{2})^{-1} \cdot \tan 60^\circ$.

考点: 分式的化简求值; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 利用零指数幂、负指数幂法则以及特殊角的三角函数值求出 x 的值, 代入计算即可求出值.

解答:

$$\text{解: 原式} = \frac{x+1-1}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x} = \frac{x}{x+1} \cdot \frac{(x+1)^2}{x} = x+1,$$

$$\therefore x = (\sqrt{3}+1)^0 + (\frac{1}{2})^{-1} \cdot \tan 60^\circ = 1+2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{当 } x=1+2\sqrt{3} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = 2\sqrt{3}+2.$$

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (12 分) (2014•抚顺) 居民区内的“广场舞”引起媒体关注, 辽宁都市频道为此进行过专访报道. 小平想了解本小区居民对“广场舞”的看法, 进行了一次抽样调查, 把居民对“广场舞”的看法分为四个层次: A. 非常赞同; B. 赞同但要有时间限制; C. 无所谓; D. 不赞同. 并将调查结果绘制了图 1 和图 2 两幅不完整的统计图.

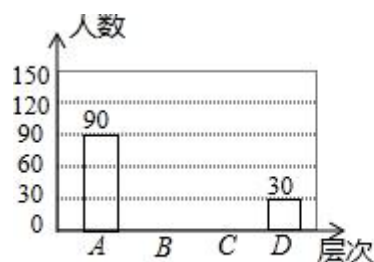


图1

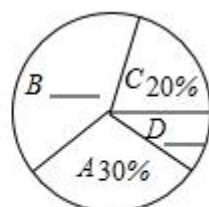


图2

请你根据图中提供的信息解答下列问题:

- (1) 求本次被抽查的居民有多少人?
- (2) 将图 1 和图 2 补充完整;
- (3) 求图 2 中“C”层次所在扇形的圆心角的度数;
- (4) 估计该小区 4000 名居民中对“广场舞”的看法表示赞同 (包括 A 层次和 B 层次) 的大约有多少人.

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图. .

分析: (1) 由 A 层次的人数除以所占的百分比求出调查的学生总数即可;

(2) 由 D 层次人数除以总人数求出 D 所占的百分比, 再求出 B 所占的百分比, 再乘以总人数可得 B 层次人数, 用总人数乘以 C 层次所占的百分比可得 C 层次的人数不全图形即可;

(3) 用 360° 乘以 C 层次的人数所占的百分比即可得“C”层次所在扇形的圆心角的度数;

(4) 求出样本中 A 层次与 B 层次的百分比之和, 乘以 4000 即可得到结果.

解答: 解: (1) $90 \div 30\% = 300$ (人),

答: 本次被抽查的居民有 300 人;

(2) D 所占的百分比: $30 \div 300 = 10\%$

B 所占的百分比: $1 - 20\% - 30\% - 10\% = 40\%$,

B 对应的人数: $300 \times 40\% = 120$ (人),

C 对应的人数: $300 \times 20\% = 60$ (人),

补全统计图, 如图所示:

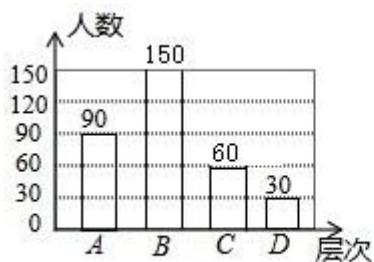


图1

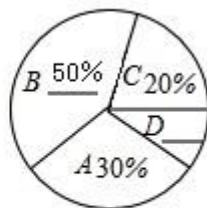


图2

(3) $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$,

答：“C”层次所在扇形的圆心角的度数为 72° ；

(4) $4000 \times (30\% + 40\%) = 2800$ (人)，

答：估计该小区 4000 名居民中对“广场舞”的看法表示赞同（包括 A 层次和 B 层次）的大约有 2800 人。

点评：此题考查了条形统计图，扇形统计图，以及用样本估计总体，弄清题意是解本题的关键。

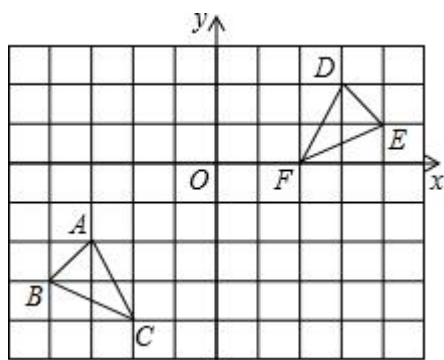
四、解答题（第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，共 24 分）

21. (12 分) (2014·抚顺) 如图，方格纸中的每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形，每个小正方形的顶点叫格点， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在格点上，结合所给的平面直角坐标系解答下列问题：

(1) 画出 $\triangle ABC$ 向上平移 4 个单位长度后所得到的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 画出 $\triangle DEF$ 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 后所得到的 $\triangle D_1E_1F_1$ ；

(3) $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle D_1E_1F_1$ 组成的图形是轴对称图形吗？如果是，请直接写出对称轴所在直线的解析式。



考点：作图-旋转变换；待定系数法求一次函数解析式；作图-平移变换．

专题：作图题．

分析： (1) 根据网格结构找出点 A、B、C 平移后的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 的位置，然后顺次连接即可；

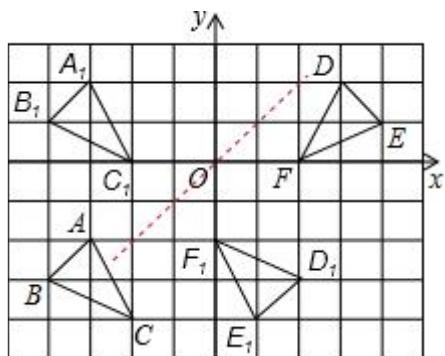
(2) 根据网格结构找出点 D、E、F 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° 后的对应点 D_1 、 E_1 、 F_1 的位置，然后顺次连接即可；

(3) 根据轴对称的性质确定出对称轴的位置，然后写出直线解析式即可。

解答： 解：(1) $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示；

(2) $\triangle D_1E_1F_1$ 如图所示;

(3) $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle D_1E_1F_1$ 组成的图形是轴对称图形,
对称轴为直线 $y=x$.



点评: 本题考查了利用旋转变换作图, 利用平移变换作图, 轴对称的性质, 熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置.

22. (12 分) (2014•抚顺) 近年来, 雾霾天气给人们的生活带来很大影响, 空气质量问题倍受人们关注, 某学校计划在教室内安装空气净化装置, 需购进 A、B 两种设备, 已知: 购买 1 台 A 种设备和 2 台 B 种设备需要 3.5 万元; 购买 2 台 A 种设备和 1 台 B 种设备需要 2.5 万元.

(1) 求每台 A 种、B 种设备各多少万元?

(2) 根据学校实际, 需购进 A 种和 B 种设备共 30 台, 总费用不超过 30 万元, 请你通过计算, 求至少购买 A 种设备多少台?

考点: 一元一次不等式的应用; 二元一次方程组的应用.

分析: (1) 根据题意结合“购买 1 台 A 种设备和 2 台 B 种设备需要 3.5 万元; 购买 2 台 A 种设备和 1 台 B 种设备需要 2.5 万元”, 得出等量关系求出即可;

(2) 利用 (1) 中所求得出不等关系求出即可.

解答: 解: (1) 设每台 A 种、B 种设备各 x 万元、 y 万元, 根据题意得出:

$$\begin{cases} x+2y=3.5 \\ 2x+y=2.5 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=0.5 \\ y=1.5 \end{cases}$$

答: 每台 A 种、B 种设备各 0.5 万元、1.5 万元;

(2) 设购买 A 种设备 z 台, 根据题意得出:

$$0.5z+1.5(30-z) \leq 30,$$

$$\text{解得: } z \geq 15,$$

答: 至少购买 A 种设备 15 台.

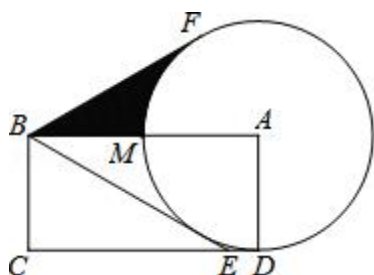
点评: 此题主要考查了二元一次方程组和一元一次不等式组的应用, 关键是看懂题意, 找出题目中的关键语句, 列出方程和不等式.

五、解答题 (满分 12 分)

23. (12分) (2014•抚顺) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 CD 边上的点, 且 $BE=BA$, 以点 A 为圆心、 AD 长为半径作 $\odot A$ 交 AB 于点 M , 过点 B 作 $\odot A$ 的切线 BF , 切点为 F .

(1) 请判断直线 BE 与 $\odot A$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 如果 $AB=10$, $BC=5$, 求图中阴影部分的面积.



考点: 矩形的性质; 切线的判定与性质; 扇形面积的计算.

分析: (1) 直线 BE 与 $\odot A$ 的位置关系是相切, 连接 AE , 过 A 作 $AH \perp BE$, 过 E 作 $EG \perp AB$, 再证明 $AH=AD$ 即可;

(2) 连接 AF , 则图中阴影部分的面积=直角三角形 ABF 的面积 - 扇形 MAF 的面积.

解答: 解: (1) 直线 BE 与 $\odot A$ 的位置关系是相切,

理由如下: 连接 AE , 过 A 作 $AH \perp BE$, 过 E 作 $EG \perp AB$,

$$\because S_{\triangle ABE} = BE \cdot AH = AB \cdot EG, \quad AB=BE,$$

$$\therefore AH=EG,$$

$\because$ 四边形 $ADEG$ 是矩形,

$$\therefore AD=EG,$$

$$\therefore AH=AD,$$

$\therefore BE$ 是圆的切线;

(2) 连接 AF ,

$\because BF$ 是 $\odot A$ 的切线,

$$\therefore \angle BFA=90^\circ$$

$$\because BC=5,$$

$$\therefore AF=5,$$

$$\because AB=10,$$

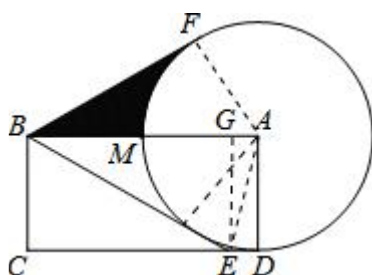
$$\therefore \angle ABF=30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF=60^\circ,$$

$$\therefore BF=\sqrt{3}AF=5\sqrt{3},$$

$\therefore$ 图中阴影部分的面积=直角三角形 ABF 的面积 - 扇形 MAF 的面积

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3} - \frac{60^\circ \cdot \pi \times 5^2}{360} = \frac{75\sqrt{3}}{2} - \frac{25\pi}{6}.$$



点评: 本题考查了矩形的性质、切线的判定和性质、三角形和扇形面积公式的运用以及特殊角的锐角三角函数值,题目的综合性较强,难度不小,解题的关键是正确做出辅助线.

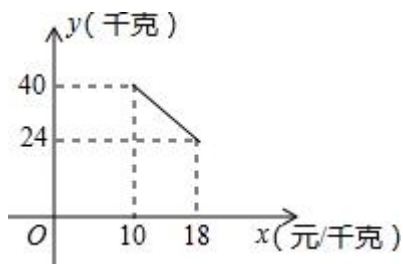
六、解答题 (满分 12 分)

24. (12 分) (2014•抚顺) 某经销商销售一种产品, 这种产品的成本价为 10 元/千克, 已知销售价不低于成本价, 且物价部门规定这种产品的销售价不高于 18 元/千克, 市场调查发现, 该产品每天的销售量 y (千克) 与销售价 x (元/千克) 之间的函数关系如图所示:

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 求每天的销售利润 W (元) 与销售价 x (元/千克) 之间的函数关系式. 当销售价为多少时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少?

(3) 该经销商想要每天获得 150 元的销售利润, 销售价应定为多少?



考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 设函数关系式 $y=kx+b$, 把 (10, 40), (18, 24) 代入求出 k 和 b 即可, 由成本价为 10 元/千克, 销售价不高于 18 元/千克, 得出自变量 x 的取值范围;

(2) 根据销售利润=销售量 $\times$ 每一件的销售利润得到 w 和 x 的关系, 利用二次函数的性质得最值即可;

(3) 先把 $y=150$ 代入 (2) 的函数关系式中, 解一元二次方程求出 x , 再根据 x 的取值范围即可确定 x 的值.

解答: 解: (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式 $y=kx+b$, 把 (10, 40), (18, 24) 代入得

$$\begin{cases} 10k+b=40 \\ 18k+b=24 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=60 \end{cases},$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式 $y=-2x+60$ ($10 \leq x \leq 18$);

$$(2) W = (x-10)(-2x+60)$$

$$= -2x^2 + 80x - 600,$$

对称轴 $x=20$, 在对称轴的左侧 y 随着 x 的增大而增大,

$$\therefore 10 \leq x \leq 18,$$

$\therefore$ 当 $x=18$ 时, W 最大, 最大为 192.

即当销售价为 18 元时, 每天的销售利润最大, 最大利润是 192 元.

$$(3) \text{ 由 } 150 = -2x^2 + 80x - 600,$$

解得 $x_1=15$, $x_2=25$ (不合题意, 舍去)

答: 该经销商想要每天获得 150 元的销售利润, 销售价应定为 15 元.

点评: 本题考查了二次函数的应用, 得到每天的销售利润的关系式是解决本题的关键, 结合

实际情况利用二次函数的性质解决问题.

七、解答题 (满分 12 分)

25. (12 分) (2014·抚顺) 已知: $\text{Rt}\triangle A'BC' \cong \text{Rt}\triangle ABC$, $\angle A'C'B = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle A'BC' = \angle ABC = 60^\circ$, $\text{Rt}\triangle A'BC'$ 可绕点 B 旋转, 设旋转过程中直线 CC' 和 AA' 相交于点 D.

(1) 如图 1 所示, 当点 C' 在 AB 边上时, 判断线段 AD 和线段 $A'D$ 之间的数量关系, 并证明你的结论;

(2) 将 $\text{Rt}\triangle A'BC'$ 由图 1 的位置旋转到图 2 的位置时, (1) 中的结论是否成立? 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由;

(3) 将 $\text{Rt}\triangle A'BC'$ 由图 1 的位置按顺时针方向旋转 α 角 ($0^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$), 当 A、 C' 、 A' 三点在一条直线上时, 请直接写出旋转角的度数.

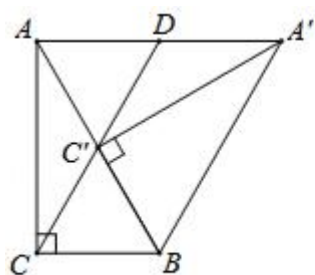


图 1

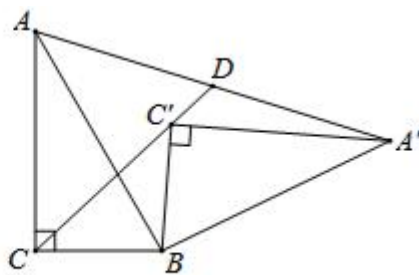


图 2

考点: 几何变换综合题; 全等三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质; 等边三角形的判定与性质; 旋转的性质; 相似三角形的判定与性质.

专题: 综合题.

分析: (1) 易证 $\triangle BCC'$ 和 $\triangle BAA'$ 都是等边三角形, 从而可以求出 $\angle AC'D = \angle BAD = 60^\circ$, $\angle DC'A' = \angle DA'C' = 30^\circ$, 进而可以证到 $AD = DC' = A'D$.

(2) 易证 $\angle BCC' = \angle BAA'$, 从而证到 $\triangle BOC \sim \triangle DOA$, 进而证到 $\triangle BOD \sim \triangle COA$, 由相似三角形的性质可得 $\angle ADO = \angle CBO$, $\angle BDO = \angle CAO$, 由 $\angle ACB = 90^\circ$ 就可证到 $\angle ADB = 90^\circ$, 由 $BA = BA'$ 就可得到 $AD = A'D$.

(3) 当 A、 C' 、 A' 三点在一条直线上时, 有 $\angle AC'B = 90^\circ$, 易证 $\text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle AC'B$ (HL), 从而可以求出旋转角 α 的度数.

解答: 答: (1) $AD = A'D$.

证明: 如图 1,

$$\therefore \text{Rt}\triangle A'BC' \cong \text{Rt}\triangle ABC,$$

$$\therefore BC = BC', \quad BA = BA'.$$

$$\therefore \angle A'BC' = \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle BCC' \text{ 和 } \triangle BAA' \text{ 都是等边三角形.}$$

$$\therefore \angle BAA' = \angle BC'C = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle A'C'B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DC'A' = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle AC'D = \angle BC'C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC' = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle DA'C' = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle DAC' = \angle DC'A, \quad \angle DC'A' = \angle DA'C'.$$

$$\therefore AD=DC' , DC' =DA' .$$

$$\therefore AD=A' D.$$

(2) $AD=A' D$

证明: 连接 BD , 如图 2,

由旋转可得: $BC=BC' , BA=BA' , \angle CBC' =\angle ABA' .$

$$\therefore \frac{BC}{BC'} = \frac{BA}{BA'} .$$

$$\therefore \triangle BCC' \sim \triangle BAA' .$$

$$\therefore \angle BCC' = \angle BAA' .$$

$$\therefore \angle BOC = \angle DOA,$$

$$\therefore \triangle BOC \sim \triangle DOA.$$

$$\therefore \angle ADO = \angle OBC, \frac{OB}{OD} = \frac{OC}{OA}.$$

$$\therefore \angle BOD = \angle COA,$$

$$\therefore \triangle BOD \sim \triangle COA.$$

$$\therefore \angle BDO = \angle CAO.$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB + \angle ABC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BDO + \angle ADO = 90^\circ, \text{ 即 } \angle ADB = 90^\circ.$$

$$\therefore BA=BA' , \angle ADB=90^\circ,$$

$$\therefore AD=A' D.$$

(3) 当 $A、C'、A'$ 三点在一条直线上时, 如图 3,

则有 $\angle AC' B = 180^\circ - \angle A' C' B = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle ACB$ 和 $Rt\triangle AC' B$ 中,

$$\begin{cases} BC=BC' \\ AB=AB \end{cases} .$$

$$\therefore Rt\triangle ACB \cong Rt\triangle AC' B \quad (HL).$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABC' = 60^\circ.$$

$\therefore$ 当 $A、C'、A'$ 三点在一条直线上时, 旋转角 α 的度数为 60° .

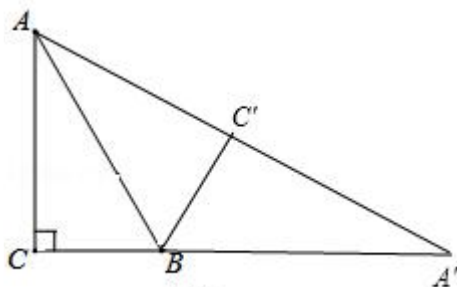


图3

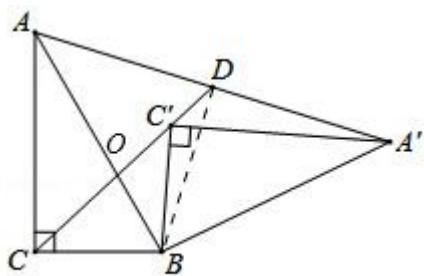


图 2

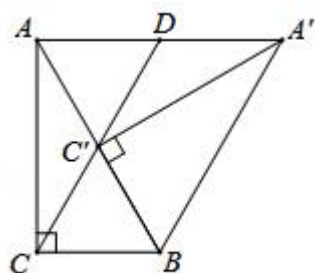


图 1

点评: 本题考查了旋转的性质、等腰三角形的性质、全等三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质等知识，有一定的综合性.

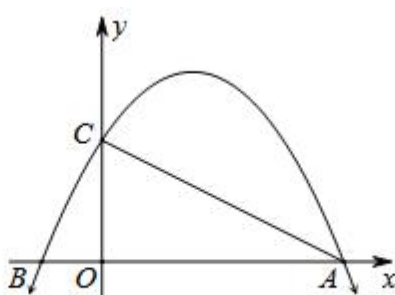
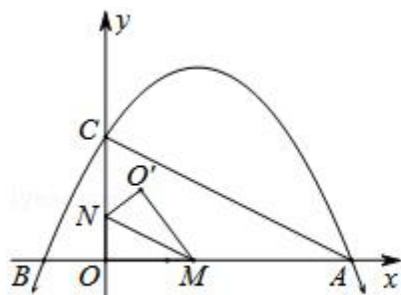
26. (14 分) (2014•抚顺) 如图，抛物线 $y=ax^2+\frac{3}{2}x+c$ 与 x 轴交于点 $A(4, 0)$ 、 $B(-1, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，连接 AC ，点 M 是线段 OA 上的一个动点 (不与点 O 、 A 重合)，过点 M 作 $MN \parallel AC$ ，交 OC 于点 N ，将 $\triangle OMN$ 沿直线 MN 折叠，点 O 的对应点 O' 落在第一象限内，设 $OM=t$ ， $\triangle O'MN$ 与梯形 $AMNC$ 重合部分面积为 S .

(1) 求抛物线的解析式;

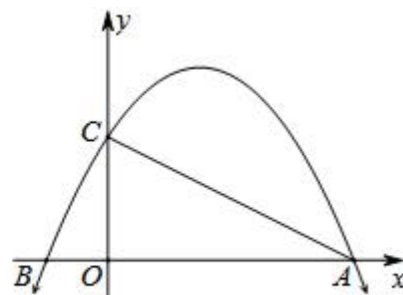
(2) ①当点 O' 落在 AC 上时，请直接写出此时 t 的值;

②求 S 与 t 的函数关系式;

(3) 在点 M 运动的过程中，请直接写出以 O 、 B 、 C 、 O' 为顶点的四边形分别是等腰梯形和平行四边形时所对应的 t 值.



(备用图)



(备用图)

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 应用待定系数法即可求得解析式.

(2) ①根据平行线的性质及轴对称的性质求得 $\angle AO'M = \angle O'AM$ ，从而求得

$OM=AM=\frac{1}{2}OA$ ，进而求得 t 的值; ②根据平行线分线段成比例定理求得 $ON=\frac{1}{2}OM=\frac{1}{2}t$,

即可求得三角形的面积 $S = \frac{1}{4}t^2$;

(3) 根据直线 BC 的斜率即可求得直线 OO' 的解析式 $y=2x$, 设 O' (m, 2m),
根据 $O'N = \frac{1}{2}t$ 先求得 m 与 t 的关系式, 然后根据 $O'C=OB$ 即可求得.

解答:

解: (1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+\frac{3}{2}x+c$ 与 x 轴交于点 A (4, 0)、B (-1, 0),

$$\therefore \begin{cases} 0=16a+6+c \\ 0=a-\frac{3}{2}+c \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{1}{2}, \\ c=2 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式: $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$;

(2) ①如图 1, $\because MN \parallel AC$,

$\therefore \angle OMN = \angle O'M$, $\angle O'MN = \angle O'M$

$\therefore \angle OMN = \angle O'MN$,

$\therefore \angle AO'M = \angle O'M$,

$\therefore O'M = AM$,

$\therefore OM = O'M$,

$\therefore OM = AM = t$,

$\therefore t = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 4 = 2$;

②由抛物线的解析式: $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ 可知 C (0, 2)

$\therefore A (4, 0)$ 、C (0, 2),

$\therefore OA=4$, $OC=2$,

$\therefore MN \parallel AC$,

$\therefore ON: OM = OC: OA = 2: 4 = 1: 2$,

$\therefore ON = \frac{1}{2}OM = \frac{1}{2}t$,

$\therefore S = \frac{1}{2}ON \cdot OM = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}t \times t = \frac{1}{4}t^2$.

(3) 如图 2, $\because B (-1, 0)$, C (0, 2),

$\therefore$ 直线 BC 的斜率为 2,

$\therefore OO' \parallel BC$,

$\therefore$ 直线 OO' 的解析式为 $y=2x$,

设 O' (m, 2m),

$\therefore O'N = ON = \frac{1}{2}t$,

$$\therefore O' N^2 = m^2 + \left(2m - \frac{1}{2}t\right)^2 = \left(\frac{1}{2}t\right)^2,$$

$$\therefore t = \frac{5}{2} \text{m},$$

$$\therefore O' C^2 = m^2 + (2 - 2m)^2,$$

$$\therefore OB=O' \quad C,$$

$$\therefore m^2 + (2 - 2m)^2 = (-1)^2,$$

解得 $m_1=1$, $m_2=\frac{3}{5}$,

$$\therefore O' \quad (1, 2) \text{ 或 } (\frac{3}{5}, \frac{6}{5}),$$

$\therefore C \in (0, 2),$

∴当 $O'(1, 2)$ 时, 以 O 、 B 、 C 、 O' 为顶点的四边形是平行四边形, 此时 $t = \frac{5}{2}$.

当 $O' \left(\frac{3}{2}, \frac{6}{5} \right)$ 时, 以 O 、 B 、 C 、 O' 为顶点的四边形是梯形, 此时 $t = \frac{3}{2}$.

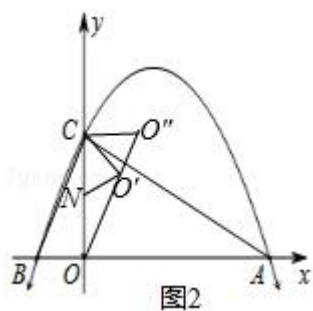


图2

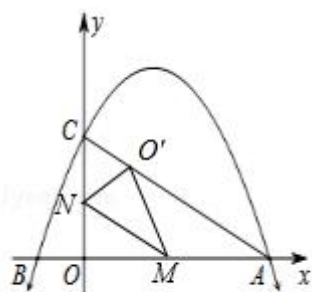


图1