

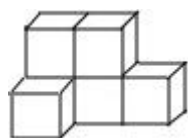
2014 年辽宁省大连市中考数学试卷

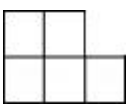
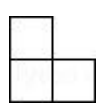
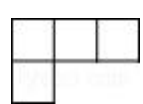
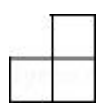
一、选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. (3 分) (2014•大连) 3 的相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) (2014•大连) 如图的几何体是由六个完全相同的正方体组成的, 这个几何体的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2014•大连) 《2013 年大连市海洋环境状况公报》显示, 2013 年大连市管辖海域总面积为 29000 平方公里, 29000 用科学记数法表示为 ()

- A. 2.9×10^3 B. 2.9×10^4 C. 29×10^3 D. 0.29×10^5

4. (3 分) (2014•大连) 在平面直角坐标系中, 将点 (2, 3) 向上平移 1 个单位, 所得到的点的坐标是 ()

- A. (1, 3) B. (2, 2) C. (2, 4) D. (3, 3)

5. (3 分) (2014•大连) 下列计算正确的是 ()

- A. $a+a^2=a^3$ B. $(3a)^2=6a^2$ C. $a^6 \div a^2=a^3$ D. $a^2 \cdot a^3=a^5$

6. (3 分) (2014•大连) 不等式组 $\begin{cases} x-2 > 1 \\ 3x+4 > x \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > -2$ B. $x < -2$ C. $x > 3$ D. $x < 3$

7. (3 分) (2014•大连) 甲口袋中有 1 个红球和 1 个黄球, 乙口袋中有 1 个红球、1 个黄球和 1 个绿球, 这些球除颜色外都相同. 从两个口袋中各随机取一个球, 取出的两个球都是红的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{6}$

8. (3 分) (2014•大连) 一个圆锥的高为 4cm, 底面圆的半径为 3cm, 则这个圆锥的侧面积为 ()

- A. $12\pi\text{cm}^2$ B. $15\pi\text{cm}^2$ C. $20\pi\text{cm}^2$ D. $30\pi\text{cm}^2$

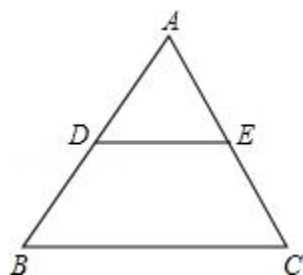
二、填空题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. (3 分) (2014•大连) 分解因式: $x^2 - 4 =$ _____.

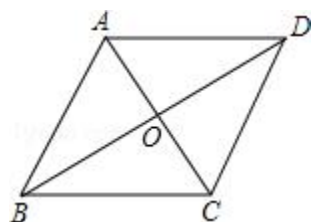
10. (3 分) (2014•大连) 函数 $y = (x - 1)^2 + 3$ 的最小值为_____.

11. (3 分) (2014•大连) 当 $a=9$ 时, 代数式 $a^2 + 2a + 1$ 的值为_____.

12. (3 分) (2014•大连) 如图, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点, 若 $BC=4\text{cm}$, 则 $DE=$ _____cm.

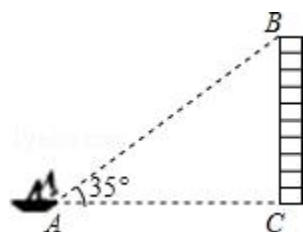


13. (3 分) (2014•大连) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 相交于点 O , 若 $\angle BCO=55^\circ$, 则 $\angle ADO=$ _____.



14. (3 分) (2014•大连) 如图, 从一般船的点 A 处观测海岸上高为 41m 的灯塔 BC (观测点 A 与灯塔底部 C 在一个水平面上), 测得灯塔顶部 B 的仰角为 35° , 则观测点 A 到灯塔 BC 的距离约为_____m (精确到 1m).

(参考数据: $\sin 35^\circ \approx 0.6$, $\cos 35^\circ \approx 0.8$, $\tan 35^\circ \approx 0.7$)



15. (3 分) (2014•大连) 如表是某校女子排球队队员的年龄分布:

年龄	13	14	15	16
频数	1	2	5	4

则该校女子排球队队员的平均年龄为_____岁.

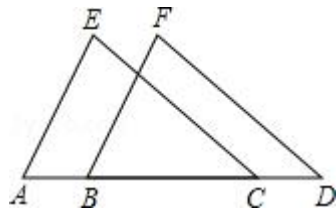
16. (3 分) (2014•大连) 点 A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 分别在双曲线 $y = -\frac{1}{x}$ 的两支上, 若 $y_1 + y_2 > 0$, 则 $x_1 + x_2$ 的范围是_____.

三、解答题 (本题共 4 小题, 17.18.19 各 9 分, 20 题 12 分, 共 39 分)

17. (9 分) (2014•大连) $\sqrt{3}(1 - \sqrt{3}) + \sqrt{12} + ()^{-1}$.

18. (9 分) (2014•大连) 解方程: $\frac{3}{x+1} - \frac{x}{2x+2} + 1$.

19. (9 分) (2014•大连) 如图: 点 A、B、C、D 在一条直线上, $AB = CD$, $AE \parallel BF$, $CE \parallel DF$. 求证: $AE = BF$.

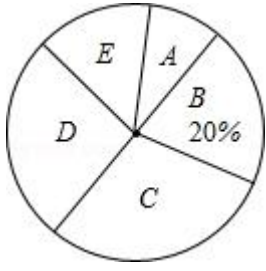


20. (12 分) (2014•大连) 某地为了了解气温变化情况, 对某日中午 12 时的气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 进行了统计. 如表是根据有关数据制作的统计图表的一部分.

分组	气温 x	天数
A	$4 \leq x < 8$	a
B	$8 \leq x < 12$	6
C	$12 \leq x < 16$	9
D	$16 \leq x < 20$	8
E	$20 \leq x < 24$	4

根据以上信息解答下列问题:

- (1) 这个月中午 12 时的气温在 8°C 至 12°C (不含 12°C) 的天数为_____天, 占这个月总天数的百分比为_____% , 这个月共有_____天;
- (2) 统计表中的 a =_____, 这个月中午 12 时的气温在_____范围内的天数最多;
- (3) 求这个月中午 12 时的气温不低于 16°C 的天数占该月总天数的百分比.



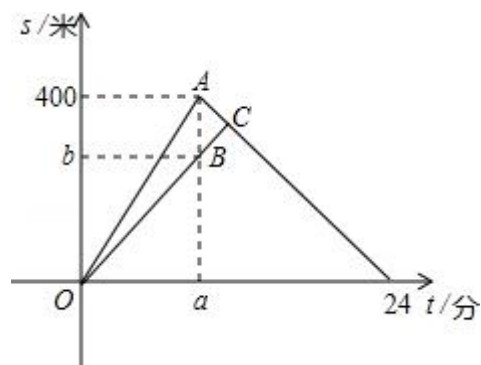
四、解答题 (共 3 小题, 其中 21.22 各 9 分, 23 题 10 分, 共 28 分)

21. (9 分) (2014•大连) 某工厂一种产品 2013 年的产量是 100 万件, 计划 2015 年产量达到 121 万件. 假设 2013 年到 2015 年这种产品产量的年增长率相同.

- (1) 求 2013 年到 2015 年这种产品产量的年增长率;
- (2) 2014 年这种产品的产量应达到多少万件?

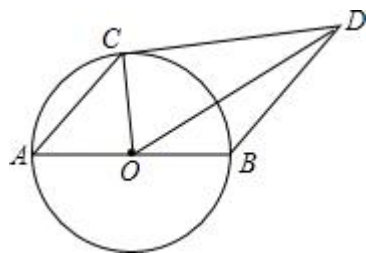
22. (9分) (2014•大连) 小明和爸爸进行登山锻炼, 两人同时从山脚下出发, 沿相同路线匀速上山, 小明用8分钟登上山顶, 此时爸爸距出发地280米. 小明登上山顶立即按原路匀速下山, 与爸爸相遇后, 和爸爸一起以原下山速度返回出发地. 小明、爸爸在锻炼过程中离出发地的路程 y_1 (米)、 y_2 (米) 与小明出发的时间 x (分) 的函数关系如图.

- (1) 图中 $a=$ _____, $b=$ _____;
- (2) 求小明的爸爸下山所用的时间.



23. (10分) (2014•大连) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, CD 与 $\odot O$ 相切, $BD \parallel AC$.

- (1) 图中 $\angle OCD=$ _____°, 理由是_____;
- (2) $\odot O$ 的半径为3, $AC=4$, 求 CD 的长.

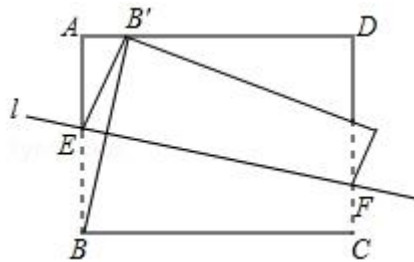


五、解答题（共 3 题，其中 24 题 11 分，25.26 各 12 分，共 35 分）

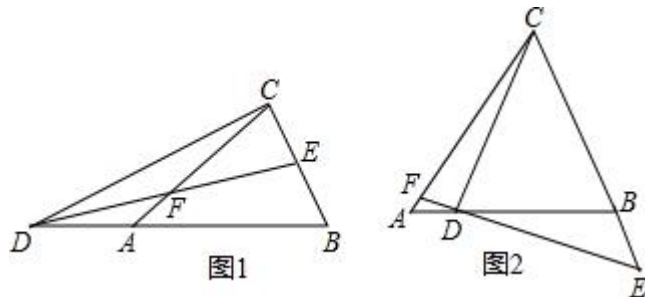
24. (11 分) (2014•大连) 如图，矩形纸片 ABCD 中，AB=6，BC=8. 折叠纸片使点 B 落在 AD 上，落点为 B'. 点 B' 从点 A 开始沿 AD 移动，折痕所在直线 l 的位置也随之改变，当直线 l 经过点 A 时，点 B' 停止移动，连接 BB'. 设直线 l 与 AB 相交于点 E，与 CD 所在直线相交于点 F，点 B' 的移动距离为 x，点 F 与点 C 的距离为 y.

(1) 求证: $\angle BEF = \angle AB'B$;

(2) 求 y 与 x 的函数关系式，并直接写出 x 的取值范围.



25. (12 分) (2014•大连) 如图 1, $\triangle ABC$ 中, AB=AC, 点 D 在 BA 的延长线上, 点 E 在 BC 上, DE=DC, 点 F 是 DE 与 AC 的交点, 且 DF=FE.



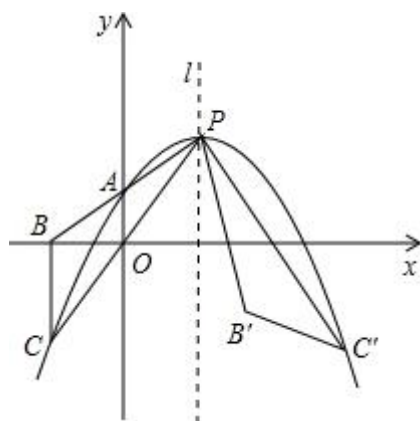
(1) 图 1 中是否存在与 $\angle BDE$ 相等的角? 若存在, 请找出, 并加以证明, 若不存在, 说明理由;

(2) 求证: $BE=EC$;

(3) 若将“点 D 在 BA 的延长线上, 点 E 在 BC 上”和“点 F 是 DE 与 AC 的交点, 且 $DF=FE$ ”分别改为“点 D 在 AB 上, 点 E 在 CB 的延长线上”和“点 F 是 ED 的延长线与 AC 的交点, 且 $DF=kFE$ ”, 其他条件不变 (如图 2). 当 $AB=1$, $\angle ABC=a$ 时, 求 BE 的长 (用含 k、a 的式子表示).

26. (12 分) (2014•大连) 如图, 抛物线 $y=a(x-m)^2+2m-2$ (其中 $m>1$) 与其对称轴 l 相交于点 P , 与 y 轴相交于点 $A(0, m-1)$. 连接并延长 PA 、 PO , 与 x 轴、抛物线分别相交于点 B 、 C , 连接 BC . 点 C 关于直线 l 的对称点为 C' , 连接 PC' , 即有 $PC'=PC$. 将 $\triangle PBC$ 绕点 P 逆时针旋转, 使点 C 与点 C' 重合, 得到 $\triangle PB'C'$.

- (1) 该抛物线的解析式为_____ (用含 m 的式子表示);
- (2) 求证: $BC \parallel y$ 轴;
- (3) 若点 B' 恰好落在线段 BC' 上, 求此时 m 的值.



2014 年辽宁省大连市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) (2014•大连) 3 的相反数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

考点: 相反数.

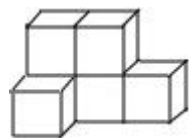
分析: 根据相反数的意义, 3 的相反数即是在 3 的前面加负号.

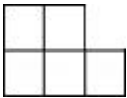
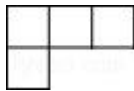
解答: 解: 根据相反数的概念及意义可知: 3 的相反数是 -3.

故选 B.

点评: 本题考查了相反数的意义, 一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号; 一个正数的相反数是负数, 一个负数的相反数是正数, 0 的相反数是 0.

2. (3 分) (2014•大连) 如图的几何体是由六个完全相同的正方体组成的, 这个几何体的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点: 简单组合体的三视图.

分析: 找到从正面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

解答: 解: 从正面看易得第一层有 2 个正方形, 第二层有 3 个正方形.

故选 A.

点评: 本题考查了三视图的知识, 主视图是从物体的正面看得到的视图.

3. (3 分) (2014•大连) 《2013 年大连市海洋环境状况公报》显示, 2013 年大连市管辖海域总面积为 29000 平方公里, 29000 用科学记数法表示为 ()

- A. 2.9×10^3 B. 2.9×10^4 C. 29×10^3 D. 0.29×10^5

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 29000 用科学记数法表示为: 2.9×10^4 .

故选 B.

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a|$

< 10 , n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2014•大连) 在平面直角坐标系中, 将点 $(2, 3)$ 向上平移 1 个单位, 所得到的点的坐标是 ()

- A. $(1, 3)$ B. $(2, 2)$ C. $(2, 4)$ D. $(3, 3)$

考点: 坐标与图形变化-平移.

分析: 根据向上平移, 横坐标不变, 纵坐标加解答.

解答: 解: $\because$ 点 $(2, 3)$ 向上平移 1 个单位,

$\therefore$ 所得到的点的坐标是 $(2, 4)$.

故选 C.

点评: 本题考查了坐标与图形变化-平移, 平移中点的变化规律是: 横坐标右移加, 左移减; 纵坐标上移加, 下移减.

5. (3 分) (2014•大连) 下列计算正确的是 ()

- A. $a+a^2=a^3$ B. $(3a)^2=6a^2$ C. $a^6 \div a^2=a^3$ D. $a^2 \cdot a^3=a^5$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据合并同类项法则, 积的乘方, 等于把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘; 同底数幂相除, 底数不变指数相减; 同底数幂相乘, 底数不变指数相加对各选项分析判断利用排除法求解.

解答: 解: A、 a 与 a^2 不是同类项, 不能合并, 故本选项错误;

B、 $(3a)^2=9a^2$, 故本选项错误;

C、 $a^6 \div a^2=a^{6-2}=a^4$, 故本选项错误;

D、 $a^2 \cdot a^3=a^{2+3}=a^5$, 故本选项正确.

故选 D.

点评: 本题考查了同底数幂的除法, 同底数幂的乘法, 积的乘方的性质, 熟记性质并理清指数的变化是解题的关键.

6. (3 分) (2014•大连) 不等式组 $\begin{cases} x-2 > 1 \\ 3x+4 > x \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > -2$ B. $x < -2$ C. $x > 3$ D. $x < 3$

考点: 解一元一次不等式组.

分析: 先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分就是不等式组的解集.

解答: 解: $\begin{cases} x-2 > 1 \cdots \textcircled{1} \\ 3x+4 > x \cdots \textcircled{2} \end{cases}$,

解①得: $x > 3$,

解②得: $x > -2$,

则不等式组的解集是: $x > 3$.

故选 C.

点评: 本题考查的是一元一次不等式组的解, 解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解, 若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数, 那么解集为 x 介于两数之间.

7. (3 分) (2014•大连) 甲口袋中有 1 个红球和 1 个黄球, 乙口袋中有 1 个红球、1 个黄球和 1 个绿球, 这些球除颜色外都相同. 从两个口袋中各随机取一个球, 取出的两个球都是红的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{6}$

考点: 列表法与树状图法.

分析: 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与取出的两个球都是红的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解: 画树状图得:



∴ 共有 6 种等可能的结果, 取出的两个球都是红的有 1 种情况,

∴ 取出的两个球都是红的概率为: .

故选 A.

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

8. (3 分) (2014•大连) 一个圆锥的高为 4cm, 底面圆的半径为 3cm, 则这个圆锥的侧面积为 ()

- A. $12\pi\text{cm}^2$ B. $15\pi\text{cm}^2$ C. $20\pi\text{cm}^2$ D. $30\pi\text{cm}^2$

考点: 圆锥的计算.

分析: 首先根据圆锥的高和底面半径求得圆锥的母线长, 然后计算侧面积即可.

解答: 解: ∵ 圆锥的高是 4cm, 底面半径是 3cm,

∴ 根据勾股定理得: 圆锥的母线长为 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{cm}$,

则底面周长 $= 6\pi$, 侧面面积 $= \frac{1}{2} \times 6\pi \times 5 = 15\pi\text{cm}^2$.

故选 B.

点评: 考查了圆锥的计算, 首先利用勾股定理求得圆锥的母线长是解决此题的关键.

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3 分) (2014•大连) 分解因式: $x^2 - 4 = \underline{(x+2)(x-2)}$.

考点: 因式分解-运用公式法.

专题: 计算题.

分析: 直接利用平方差公式进行因式分解即可.

解答: 解: $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$.

点评: 本题考查了平方差公式因式分解. 能用平方差公式进行因式分解的式子的特点是: 两项平方项, 符号相反.

10. (3分) (2014•大连) 函数 $y = (x-1)^2 + 3$ 的最小值为 3.

考点: 二次函数的最值.

分析: 根据顶点式得到它的顶点坐标是 (1, 3), 再根据其 $a > 0$, 即抛物线的开口向上, 则它的最小值是 3.

解答: 解: 根据非负数的性质, $(x-1)^2 \geq 0$,
于是当 $x=1$ 时, 函数 $y = (x-1)^2 + 3$ 的最小值 y 等于 3.
故答案是: 3.

点评: 本题考查了二次函数的最值的求法. 求二次函数的最大(小)值有三种方法, 第一种可由图象直接得出, 第二种是配方法, 第三种是公式法.

11. (3分) (2014•大连) 当 $a=9$ 时, 代数式 $a^2 + 2a + 1$ 的值为 100.

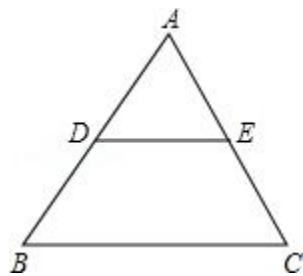
考点: 因式分解-运用公式法; 代数式求值.

分析: 直接利用完全平方公式分解因式进而将已知代入求出即可.

解答: 解: $\because a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2$,
 $\therefore$ 当 $a=9$ 时, 原式 $= (9+1)^2 = 100$.
故答案为: 100.

点评: 此题主要考查了因式分解法以及代数式求值, 正确分解因式是解题关键.

12. (3分) (2014•大连) 如图, $\triangle ABC$ 中, D、E 分别是 AB、AC 的中点, 若 $BC=4\text{cm}$, 则 $DE=$ 2 cm .



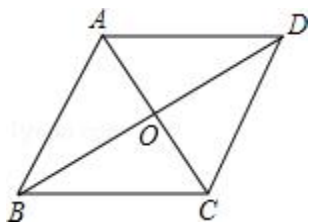
考点: 三角形中位线定理.

分析: 根据三角形的中位线得出 $DE=BC$, 代入求出即可.

解答: 解: $\because$ 点 D、E 分别为 $\triangle ABC$ 的边 AB、AC 的中点,
 $\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,
 $\therefore DE=BC$.
又 $BC=4\text{cm}$,
 $\therefore DE=2\text{cm}$.
故答案是: 2.

点评: 本题主要考查对三角形的中位线定理的理解和掌握, 能熟练地运用性质进行计算是解此题的关键.

13. (3分) (2014•大连) 如图, 菱形 ABCD 中, AC、BD 相交于点 O, 若 $\angle BCO=55^\circ$, 则 $\angle ADO=$ 35° .



考点: 菱形的性质.

分析: 根据菱形性质得出 $AC \perp BD$, $AD \parallel BC$, 求出 $\angle CBO$, 根据平行线的性质求出 $\angle ADO$ 即可.

解答: 解: $\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$$\therefore AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle BOC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCO=55^\circ,$$

$$\therefore \angle CBO=90^\circ - 55^\circ=35^\circ,$$

$\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

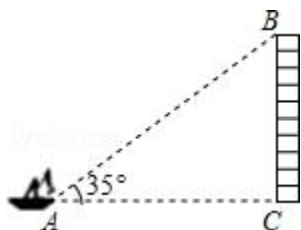
$$\therefore \angle ADO=\angle CBO=35^\circ,$$

故答案为: 35° .

点评: 本题考查了菱形的性质, 平行线的性质的应用, 注意: 菱形的对角线互相垂直, 菱形的对边平行.

14. (3分) (2014•大连) 如图, 从一般船的点 A 处观测海岸上高为 41m 的灯塔 BC (观测点 A 与灯塔底部 C 在一个水平面上), 测得灯塔顶部 B 的仰角为 35° , 则观测点 A 到灯塔 BC 的距离约为 59 m (精确到 1m).

(参考数据: $\sin 35^\circ \approx 0.6$, $\cos 35^\circ \approx 0.8$, $\tan 35^\circ \approx 0.7$)



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

分析: 根据灯塔顶部 B 的仰角为 35° , $BC=41\text{m}$, 可得 $\tan \angle BAC = \frac{BC}{AC}$, 代入数据即可求出观

测点 A 到灯塔 BC 的距离 AC 的长度.

解答: 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$\therefore \angle BAC=35^\circ, BC=41\text{m},$$

$$\therefore \tan \angle BAC = \frac{BC}{AC},$$

$$\therefore AC = \frac{BC}{\tan 35^\circ} = \frac{41}{0.7} \approx 59 \text{ (m)}.$$

故答案为：59.

点评：本题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是利用仰角构造直角三角形，利用三角函数求解.

15. (3 分) (2014•大连) 如表是某校女子排球队队员的年龄分布:

年龄	13	14	15	16
频数	1	2	5	4

则该校女子排球队队员的平均年龄为 15 岁.

考点：加权平均数.

分析：根据加权平均数的计算公式列出算式，再进行计算即可.

解答：解：根据题意得：

$$(13+14 \times 2+15 \times 5+16 \times 4) \div 12=15 \text{ (岁)},$$

答：该校女子排球队队员的平均年龄为 15 岁；

故答案为：15.

点评：此题考查了加权平均数，掌握加权平均数的计算公式是本题的关键.

16. (3 分) (2014•大连) 点 A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 分别在双曲线 $y=-$ 的两支上，若 $y_1+y_2 > 0$ ，则 x_1+x_2 的范围是 > 0 .

考点：反比例函数图象上点的坐标特征.

分析：先把点 A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 代入双曲线 $y=-$ ，用 y_1 、 y_2 表示出 x_1 , x_2 ，再根据 $y_1+y_2 > 0$ 即可得出结论.

解答：解：∵ A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 分别在双曲线 $y=-$ 的两支上，

$$\therefore y_1 y_2 < 0, \quad y_1 = -\frac{1}{x_1}, \quad y_2 = -\frac{1}{x_2},$$

$$\therefore x_1 = -\frac{1}{y_1}, \quad x_2 = -\frac{1}{y_2},$$

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2} = -\frac{y_2 + y_1}{y_1 y_2},$$

$$\therefore y_1 + y_2 > 0, \quad y_1 y_2 < 0,$$

$$\therefore -\frac{y_2 + y_1}{y_1 y_2} > 0, \quad \text{即 } x_1 + x_2 > 0.$$

故答案为： > 0 .

点评：本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

三、解答题 (本题共 4 小题，17.18.19 各 9 分，20 题 12 分，共 39 分)

17. (9 分) (2014•大连) $\sqrt{3} (1 - \sqrt{3}) + \sqrt{12} + ()^{-1}$.

考点: 二次根式的混合运算; 负整数指数幂.

分析: 分别进行二次根式的乘法运算, 二次根式的化简, 负整数指数幂的运算, 然后合并.

解答: 解: 原式 $=\sqrt{3}-3+2\sqrt{3}+3=3\sqrt{3}$.

点评: 本题考查了二次根式的混合运算, 解答本题的关键是掌握各知识点的运算法则.

18. (9分) (2014•大连) 解方程: $\frac{3}{x+1}-\frac{x}{2x+2}+1$.

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $6=x+2x+2$,

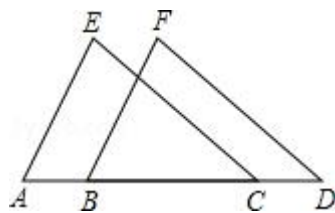
移项合并得: $3x=4$,

解得: $x=$,

经检验 $x=$ 是分式方程的解.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

19. (9分) (2014•大连) 如图: 点 A 、 B 、 C 、 D 在一条直线上, $AB=CD$, $AE\parallel BF$, $CE\parallel DF$. 求证: $AE=BF$.



考点: 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: 根据两直线平行, 同位角相等可得 $\angle A=\angle FBD$, $\angle D=\angle ACE$, 再求出 $AC=BD$, 然后利用“角边角”证明 $\triangle ACE$ 和 $\triangle BDF$ 全等, 根据全等三角形对应边相等证明即可.

解答: 证明: $\because AE\parallel BF$,

$\therefore \angle A=\angle FBD$,

$\because CE\parallel DF$,

$\therefore \angle D=\angle ACE$,

$\because AB=CD$,

$\therefore AB+BC=CD+BC$,

即 $AC=BD$,

在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle BDF$ 中,
$$\begin{cases} \angle A=\angle FBD \\ AC=BD \\ \angle D=\angle ACE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ACE\cong\triangle BDF$ (ASA),

$\therefore AE=BF$.

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质, 平行线的性质, 熟练掌握三角形的判定方法并确定出全等的条件是解题的关键.

20. (12 分) (2014•大连) 某地为了了解气温变化情况, 对某日中午 12 时的气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 进行了统计. 如表是根据有关数据制作的统计图表的一部分.

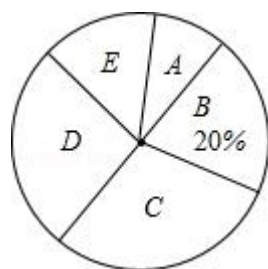
分组	气温 x	天数
A	$4 \leq x < 8$	a
B	$8 \leq x < 12$	6
C	$12 \leq x < 16$	9
D	$16 \leq x < 20$	8
E	$20 \leq x < 24$	4

根据以上信息解答下列问题:

(1) 这个月中午 12 时的气温在 8°C 至 12°C (不含 12°C) 的天数为 6 天, 占这个月总天数的百分比为 20 %, 这个月共有 30 天;

(2) 统计表中的 $a = \underline{3}$, 这个月中行 12 时的气温在 $12 \leq x < 16$ 范围内的天数最多;

(3) 求这个月中午 12 时的气温不低于 16°C 的天数占该月总天数的百分比.



考点: 频数 (率) 分布表; 扇形统计图.

分析: (1) 根据统计表即可直接求得气温在 8°C 至 12°C (不含 12°C) 的天数, 根据扇形统计图直接求得占这个月总天数的百分比为, 据此即可求得总天数;

(2) a 等于总天数减去其它各组中对应的天数;

(3) 利用百分比的定义即可求解.

解答: 解: (1) 这个月中午 12 时的气温在 8°C 至 12°C (不含 12°C) 的天数为 6 天, 占这个月总天数的百分比为 20%, 这个月共有 $6 \div 20\% = 30$ (天);

(2) $a = 30 - 6 - 9 - 8 - 4 = 3$ (天), 这个月中行 12 时的气温在 $12 \leq x < 16$ 范围内的天数最多;

(3) 气温不低于 16°C 的天数占该月总天数的百分比是: $\frac{8+4}{30} \times 100\% = 40\%$.

点评: 本题难度中等, 考查统计图表的识别; 解本题要懂得频率分布直分图的意义, 了解频率分布直分图是一种以频数为纵向指标的条形统计图.

四、解答题 (共 3 小题, 其中 21.22 各 9 分, 23 题 10 分, 共 28 分)

21. (9 分) (2014•大连) 某工厂一种产品 2013 年的产量是 100 万件, 计划 2015 年产量达到 121 万件. 假设 2013 年到 2015 年这种产品产量的年增长率相同.

(1) 求 2013 年到 2015 年这种产品产量的年增长率;

(2) 2014 年这种产品的产量应达到多少万件?

考点：一元二次方程的应用.

专题：增长率问题.

分析：(1) 根据提高后的产量=提高前的产量 $(1+\text{增长率})$ ，设年平均增长率为 x ，则第一年的常量是 $100(1+x)$ ，第二年的产量是 $100(1+x)^2$ ，即可列方程求得增长率，然后再求第4年该工厂的年产量.

(2) 2014年的产量是 $100(1+x)$.

解答：解：(1) 2013年到2015年这种产品产量的年增长率 x ，则

$$100(1+x)^2=121,$$

解得 $x_1=0.1=10\%$, $x_2=-2.1$ (舍去),

答：2013年到2015年这种产品产量的年增长率 10% .

(2) 2014年这种产品的产量为： $100(1+0.1)=110$ (万件).

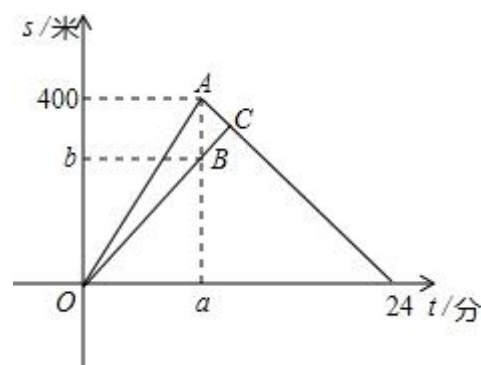
答：2014年这种产品的产量应达到110万件.

点评：考查了一元二次方程的应用，本题运用增长率（下降率）的模型解题. 读懂题意，找到等量关系准确的列出方程是解题的关键.

22. (9分) (2014•大连) 小明和爸爸进行登山锻炼，两人同时从山脚下出发，沿相同路线匀速上山，小明用8分钟登上山顶，此时爸爸距出发地280米. 小明登上山顶立即按原路匀速下山，与爸爸相遇后，和爸爸一起以原下山速度返回出发地. 小明、爸爸在锻炼过程中离出发地的路程 y_1 (米)、 y_2 (米) 与小明出发的时间 x (分) 的函数关系如图.

(1) 图中 $a=8$ ， $b=280$ ；

(2) 求小明的爸爸下山所用的时间.



考点：一次函数的应用.

分析：(1) 根据图象可判断出小明到达山顶的时间，爸爸距离山脚下的路程.

(2) 由图象可以得出爸爸上山的速度和小明下山的速度，再求出小明从下山到与爸爸相遇用的时间，再求出爸爸上山的路程，小与爸爸相遇后，和爸爸一起以原下山速度返回出发地. 利用爸爸行的路程除以小明的速度就是所求的结果.

解答：解：(1) 由图象可以看出图中 $a=8$ ， $b=280$,

故答案为：8，280.

(2) 由图象可以得出爸爸上山的速度是： $280 \div 8=35$ 米/分，小明下山的速度是： $400 \div (24-8)=25$ 米/分，

$\therefore$ 小明从下山到与爸爸相遇用的时间是： $(400-280) \div (35+25)=2$ 分，

$\therefore$ 2分爸爸行的路程： $35 \times 2=70$ 米，

∴小与爸爸相遇后，和爸爸一起以原下山速度返回出发地.

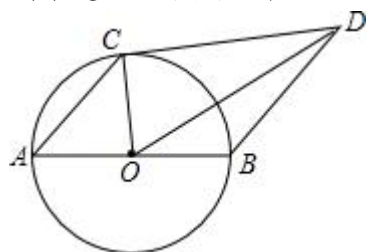
∴小明的爸爸下山所用的时间： $(280+70) \div 25=14$ 分.

点评：本题考查函数的图象的知识，有一定的难度，解答此类题目的关键计算出小明下山的速度及爸爸上山的路程.

23. (10 分) (2014•大连) 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，CD 与⊙O 相切，BD // AC.

(1) 图中 $\angle OCD = \underline{90}^\circ$ ，理由是 圆的切线垂直于经过切点的半径；

(2) ⊙O 的半径为 3，AC=4，求 CD 的长.



考点：切线的性质.

分析： (1) 根据切线的性质定理，即可解答；

(2) 首先证明 $\triangle ABC \sim \triangle CDB$ ，利用相似三角形的对应边的比相等即可求解.

解答： 解：(1) ∵ CD 与⊙O 相切，

∴ $OC \perp CD$ ，(圆的切线垂直于经过切点的半径)

∴ $\angle OCD = 90^\circ$ ；

故答案是：90，圆的切线垂直于经过切点的半径；

(2) 连接 BC.

∵ $BD \parallel AC$,

∴ $\angle CBD = \angle OCD = 90^\circ$,

∴ 在直角 $\triangle ABC$ 中， $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$.

$\angle A + \angle ABC = 90^\circ$,

∵ $OC = OB$,

∴ $\angle BCO = \angle ABC$,

∴ $\angle A + \angle BCO = 90^\circ$,

又 ∵ $\angle OCD = 90^\circ$ ，即 $\angle BCO + \angle BCD = 90^\circ$,

∴ $\angle BCD = \angle A$,

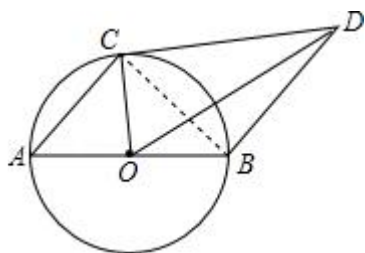
又 ∵ $\angle CBD = \angle OCD$,

∴ $\triangle ABC \sim \triangle CDB$,

∴ $\frac{CD}{AB} = \frac{BC}{AC}$,

∴ $\frac{CD}{6} = \frac{2\sqrt{5}}{4}$,

解得： $CD = 3\sqrt{5}$.



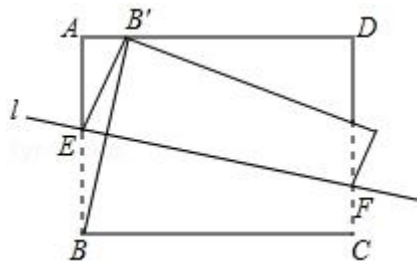
点评: 本题考查了切线的性质定理以及相似三角形的判定与性质, 证明两个三角形相似是本题的关键.

五、解答题 (共 3 题, 其中 24 题 11 分, 25.26 各 12 分, 共 35 分)

24. (11 分) (2014•大连) 如图, 矩形纸片 ABCD 中, $AB=6$, $BC=8$. 折叠纸片使点 B 落在 AD 上, 落点为 B' . 点 B' 从点 A 开始沿 AD 移动, 折痕所在直线 l 的位置也随之改变, 当直线 l 经过点 A 时, 点 B' 停止移动, 连接 BB' . 设直线 l 与 AB 相交于点 E, 与 CD 所在直线相交于点 F, 点 B' 的移动距离为 x , 点 F 与点 C 的距离为 y .

(1) 求证: $\angle BEF = \angle AB'B$;

(2) 求 y 与 x 的函数关系式, 并直接写出 x 的取值范围.



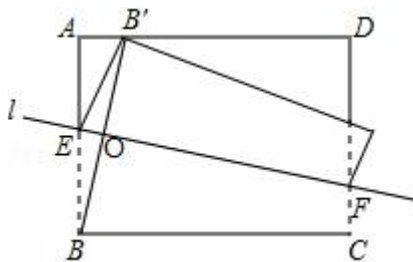
考点: 翻折变换 (折叠问题); 矩形的性质.

分析: (1) 先由等腰三角形中的三线合一, 得出 $\angle BOE = 90^\circ$, 再由 $\angle ABB' + \angle BEF = 90^\circ$, $\angle ABB' + \angle AB'B = 90^\circ$, 得出 $\angle BEF = \angle AB'B$;

(2) ①当点 F 在线段 CD 上时, 如图 1 所示. 作 $FM \perp AB$ 交 AB 于点 E, 在 $RT\triangle EAB'$ 中, 利用勾股定理求出 AE, 再由 $\tan \angle AB'B = \tan \angle BEF$ 列出关系式写出 x 的取值范围即可,

②当点 F 在点 C 下方时, 如图 2 所示. 利用勾股定理与三角函数, 列出关系式, 写出 x 的取值范围,

解答: (1) 证明: 如图, 由四边形 ABCD 是矩形和折叠的性质可知, $BE = B'E$, $\angle BEF = \angle B'EF$,



$\therefore$ 在等腰 $\triangle BEB'$ 中, EF 是角平分线,

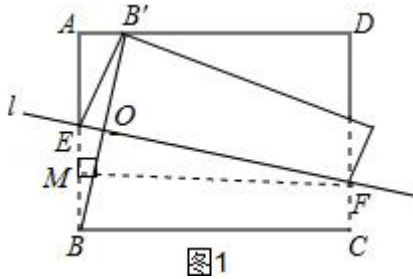
$\therefore EF \perp BB'$, $\angle BOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABB' + \angle BEF = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ABB' + \angle AB'B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle AB'B;$$

(2) 解: ①当点 F 在 CD 之间时, 如图 1, 作 $FM \perp AB$ 交 AB 于点 E,



$$\begin{aligned} \therefore AB=6, BE=EB', AB' =x, BM=FC=y, \\ \therefore \text{在 } RT\triangle EAB' \text{ 中, } EB'^2=AE^2+AB'^2, \\ \therefore (6-AE)^2=AE^2+x^2 \end{aligned}$$

解得 $AE = \frac{36 - x^2}{12}$,

$$\tan \angle AB'B = \frac{AB}{AB'} = \frac{MF}{EM} = \frac{8}{6 - y - \frac{36 - x^2}{12}}$$

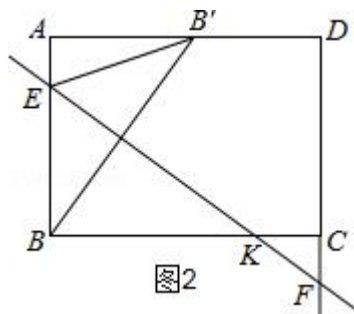
∴由 (1) 知 $\angle BEF = \angle AB'B$,

$$\therefore = \frac{8}{6 - y - \frac{36 - x^2}{12}},$$

化简, 得 $y = \frac{1}{12}x^2 - x + 3$, $(0 < x \leq 8 - 2\sqrt{7})$

②当点 F 在点 C 下方时, 如图 2 所示.

设直线 EF 与 BC 交于点 K



设 $\angle ABB' = \angle BKE = \angle CKF = \theta$, 则 $\tan \theta = \frac{AB'}{AB}$.

$$BK = \frac{BE}{\tan \theta}, \quad CK = BC - BK = 8 - \frac{BE}{\tan \theta}.$$

$$\therefore CF = CK \cdot \tan \theta = \left(8 - \frac{BE}{\tan \theta} \right) \cdot \tan \theta = 8 \tan \theta - BE = x - BE.$$

在 $\text{Rt}\triangle EAB'$ 中, $EB'^2 = AE^2 + AB'^2$,

$$\therefore (6 - BE)^2 + x^2 = BE^2$$

$$\text{解得 } BE = \frac{36+x^2}{12}.$$

$$\therefore CF = x - BE = x - \frac{36+x^2}{12} = -\frac{1}{12}x^2 + x - 3$$

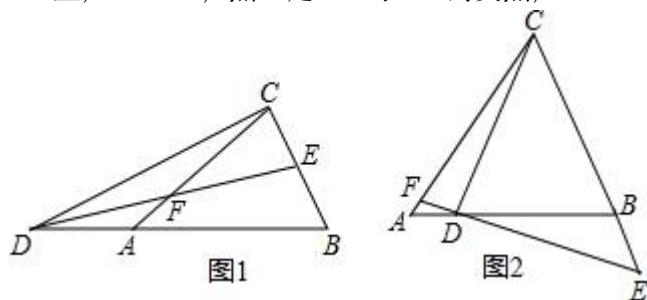
$$\therefore y = -\frac{1}{12}x^2 + x - 3 \quad (8 - 2\sqrt{7} < x \leq 6)$$

综上所述,

$$y = \begin{cases} \frac{1}{12}x^2 - \frac{4}{3}x + 3 & (0 < x \leq 8 - 2\sqrt{7}) \\ -\frac{1}{12}x^2 + \frac{4}{3}x - 3 & (8 - 2\sqrt{7} < x \leq 6) \end{cases}$$

点评: 本题考查了折叠的问题及矩形的性质, 解题的关键是折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

25. (12分) (2014·大连) 如图1, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 在 BA 的延长线上, 点 E 在 BC 上, $DE=DC$, 点 F 是 DE 与 AC 的交点, 且 $DF=FE$.



(1) 图1中是否存在与 $\angle BDE$ 相等的角? 若存在, 请找出, 并加以证明, 若不存在, 说明理由;

(2) 求证: $BE=EC$;

(3) 若将“点 D 在 BA 的延长线上, 点 E 在 BC 上”和“点 F 是 DE 与 AC 的交点, 且 $DF=FE$ ”分别改为“点 D 在 AB 上, 点 E 在 CB 的延长线上”和“点 F 是 ED 的延长线与 AC 的交点, 且 $DF=kFE$ ”, 其他条件不变 (如图2). 当 $AB=1$, $\angle ABC=\alpha$ 时, 求 BE 的长 (用含 k 、 α 的式子表示).

考点: 相似形综合题; 三角形的外角性质; 全等三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质; 平行线分线段成比例; 相似三角形的判定与性质; 锐角三角函数的定义.

专题: 综合题.

分析: (1) 运用等腰三角形的性质及三角形的外角性质就可解决问题.

(2) 过点 E 作 $EG \parallel AC$, 交 AB 于点 G , 如图1, 要证 $BE=CE$, 只需证 $BG=AG$, 由 $DF=FE$ 可证到 $DA=AG$, 只需证到 $DA=BG$ 即 $DG=AB$, 也即 $DG=AC$ 即可. 只需证明 $\triangle DCA \cong \triangle EDG$ 即可解决问题.

(3) 过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为 H , 如图2, 可求出 $BC=2\cos\alpha$. 过点 E 作 $EG \parallel AC$, 交 AB 的延长线于点 G , 易证 $\triangle DCA \cong \triangle EDG$, 则有 $DA=EG$, $CA=DG=1$. 易证 $\triangle ADF \sim \triangle GDE$, 则有 $\frac{AD}{DG} = \frac{DF}{DE}$. 由 $DF=kFE$ 可得 $DE=EF-DF=(1-k)EF$. 从而可以

求得 $AD = \frac{k}{1-k}$, 即 $GE = \frac{k}{1-k}$. 易证 $\triangle ABC \sim \triangle GBE$, 则有 $\frac{BC}{BE} = \frac{AC}{GE}$, 从而可以求出

BE.

解答: 解: (1) $\angle DCA = \angle BDE$.

证明: $\because AB = AC, DC = DE$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB, \angle DEC = \angle DCE$.

$\therefore \angle BDE = \angle DEC - \angle DBC = \angle DCE - \angle ACB = \angle DCA$.

(2) 过点 E 作 $EG \parallel AC$, 交 AB 于点 G, 如图 1,

则有 $\angle DAC = \angle DGE$.

在 $\triangle DCA$ 和 $\triangle EDG$ 中,

$$\begin{cases} \angle DCA = \angle GDE \\ \angle DAC = \angle DGE \\ DC = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCA \cong \triangle EDG$ (AAS).

$\therefore DA = EG, CA = DG$.

$\therefore DG = AB$.

$\therefore DA = BG$.

$\because AF \parallel EG, DF = EF$,

$\therefore DA = AG$.

$\therefore AG = BG$.

$\because EG \parallel AC$,

$\therefore BE = EC$.

(3) 过点 E 作 $EG \parallel AC$, 交 AB 的延长线于点 G, 如图 2,

$\because AB = AC, DC = DE$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB, \angle DEC = \angle DCE$.

$\therefore \angle BDE = \angle DBC - \angle DEC = \angle ACB - \angle DCE = \angle DCA$.

$\because AC \parallel EG$,

$\therefore \angle DAC = \angle DGE$.

在 $\triangle DCA$ 和 $\triangle EDG$ 中,

$$\begin{cases} \angle DCA = \angle GDE \\ \angle DAC = \angle DGE \\ DC = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCA \cong \triangle EDG$ (AAS).

$\therefore DA = EG, CA = DG$

$\therefore DG = AB = 1$.

$\because AF \parallel EG$,

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle GDE$.

$$\therefore \frac{AD}{DG} = \frac{DF}{DE}$$

$\therefore DF = kFE$,

$\therefore DE = EF - DF = (1 - k) EF$.

$$\therefore \frac{AD}{1} = \frac{kEF}{(1 - k) EF}$$

$$\therefore AD = \frac{k}{1-k}.$$

$$\therefore GE = AD = \frac{k}{1-k}.$$

过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为 H, 如图 2,

$$\because AB = AC, AH \perp BC,$$

$$\therefore BH = CH.$$

$$\therefore BC = 2BH.$$

$$\because AB = 1, \angle ABC = \alpha,$$

$$\therefore BH = AB \cdot \cos \angle ABH = \cos \alpha.$$

$$\therefore BC = 2 \cos \alpha.$$

$$\because AC \parallel EG,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle GBE.$$

$$\therefore \frac{BC}{BE} = \frac{AC}{GE}.$$

$$\therefore \frac{2 \cos \alpha}{BE} = \frac{1}{\frac{k}{1-k}}.$$

$$\therefore BE = \frac{2k \cos \alpha}{1-k}.$$

$$\therefore BE \text{ 的长为 } \frac{2k \cos \alpha}{1-k}.$$

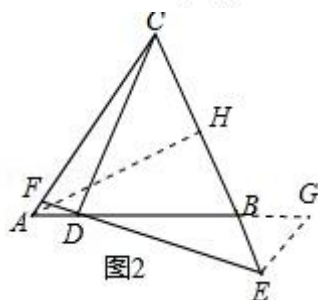


图2

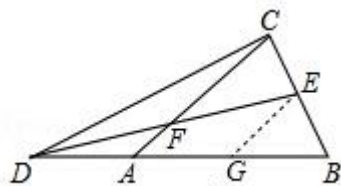


图1

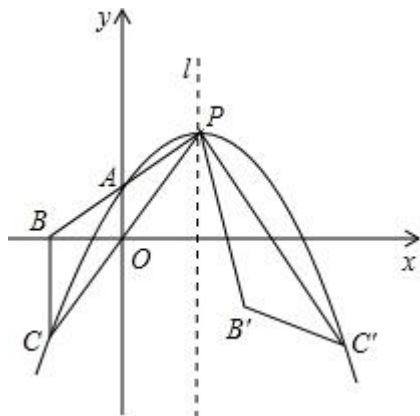
点评: 本题考查了相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、平行线分线段成比例、等腰三角形的性质、三角形的外角性质、锐角三角函数的定义等知识, 综合性较强, 有一定的难度.

26. (12分) (2014•大连) 如图, 抛物线 $y = a(x - m)^2 + 2m - 2$ (其中 $m > 1$) 与其对称轴 l 相交于点 P, 与 y 轴相交于点 A $(0, m - 1)$. 连接并延长 PA、PO, 与 x 轴、抛物线分别相交于点 B、C, 连接 BC. 点 C 关于直线 l 的对称点为 C' , 连接 PC' , 即有 $PC' = PC$. 将 $\triangle PBC$ 绕点 P 逆时针旋转, 使点 C 与点 C' 重合, 得到 $\triangle PB'C'$.

(1) 该抛物线的解析式为 $y = \frac{1-\pi}{m^2} (x-m)^2 + 2m - 2$ (用含 m 的式子表示);

(2) 求证: $BC \parallel y$ 轴;

(3) 若点 B' 恰好落在线段 BC' 上, 求此时 m 的值.



考点: 二次函数综合题; 解分式方程; 待定系数法求一次函数解析式; 待定系数法求二次函数解析式; 平行线的判定与性质; 三角形内角和定理; 等腰三角形的性质; 旋转的性质; 相似三角形的判定与性质.

专题: 综合题.

分析: (1) 只需将 A 点坐标 $(0, m-1)$ 代入 $y = a(x-m)^2 + 2m - 2$, 即可求出 a 值, 从而得到抛物线的解析式.

(2) 由点 A 、 P 的坐标可求出直线 AP 的解析式, 从而求出点 B 的横坐标为 $-m$; 由点 P 的坐标可求出直线 OP 的解析式, 从而求出直线 OP 与抛物线的交点 C 的横坐标为 $-m$. 由于点 B 、 C 的横坐标相同, 故 $BC \parallel y$ 轴.

(3) 利用三角形的内角和定理、图形旋转的性质等知识, 结合条件可以证到 $\angle POD = \angle BAO$, 从而可以证到 $\triangle BAO \sim \triangle POD$, 进而得到 $\frac{BO}{PD} = \frac{AO}{OD}$, 由 $BO = m$, $PD = 2m - 2$,

$AO = m - 1$, $OD = m$, 可得: $\frac{m}{2m-2} = \frac{m-1}{m}$, 通过解方程就可解决问题.

解答: (1) 解: $\because A(0, m-1)$ 在抛物线 $y = a(x-m)^2 + 2m - 2$ 上,
 $\therefore a(0-m)^2 + 2m - 2 = m - 1$.

$$\therefore a = \frac{1-\pi}{m^2}.$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = \frac{1-\pi}{m^2} (x-m)^2 + 2m - 2$.

(2) 证明: 如图 1,

设直线 PA 的解析式为 $y = kx + b$,

$\therefore$ 点 $P(m, 2m-2)$, 点 $A(0, m-1)$.

$$\therefore \begin{cases} mk+b=2m-2 \\ 0+b=m-1 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{m-1}{m} \\ b=m-1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 PA 的解析式是 } y=\frac{m-1}{m}x+m-1.$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } \frac{m-1}{m}x+m-1=0.$$

$$\therefore m > 1,$$

$$\therefore x = -m.$$

$$\therefore \text{点 B 的横坐标是 } -m.$$

$$\text{设直线 OP 的解析式为 } y=k'x,$$

$$\therefore \text{点 P 的坐标为 } (m, 2m-2),$$

$$\therefore k'm = 2m-2.$$

$$\therefore k' = \frac{2m-2}{m}.$$

$$\therefore \text{直线 OP 的解析式是 } y=\frac{2m-2}{m}x.$$

$$\text{联立} \begin{cases} y=\frac{2m-2}{m}x \\ y=\frac{1-m}{m^2}(x-m)^2+2m-2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=m \\ y=2m-2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-m \\ y=2-2m \end{cases}.$$

$$\therefore \text{点 C 在第三象限, 且 } m > 1,$$

$$\therefore \text{点 C 的横坐标是 } -m.$$

$$\therefore BC \parallel y \text{ 轴}.$$

(3) 解: 若点 B' 恰好落在线段 BC' 上,

设对称轴 l 与 x 轴的交点为 D, 连接 CC', 如图 2, 则有 $\angle PB'C' + \angle PB'B = 180^\circ$.

$\therefore \triangle PB'C'$ 是由 $\triangle PBC$ 绕点 P 逆时针旋转所得,

$\therefore \angle PBC = \angle PB'C'$, $PB = PB'$, $\angle BPP' = \angle CPC'$.

$\therefore \angle PBC + \angle PB'B = 180^\circ$.

$\therefore BC \parallel AO$,

$\therefore \angle ABC + \angle BAO = 180^\circ$.

$\therefore \angle PB'B = \angle BAO$.

$\therefore PB = PB'$, $PC = PC'$,

$$\therefore \angle PB'B = \angle PBB' = \frac{180^\circ - \angle BPP'}{2},$$

图2

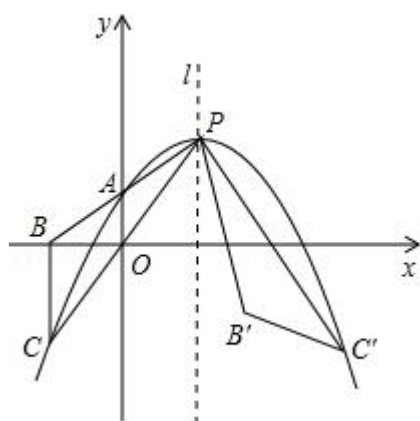


图1

点评: 本题考查了用待定系数法求二次函数及一次函数的解析式、相似三角形判定与性质、平行线的判定与性质、等腰三角形的性质、解分式方程、三角形的内角和定理、旋转的性质、抛物线与直线的交点等知识，综合性比较强，有一定的难度. 而证明 $\angle POD = \angle BAO$ ，进而证到 $\triangle BAO \sim \triangle POD$ 是解决第 3 小题的关键.

