

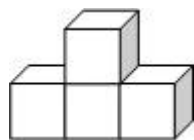
2014 年辽宁省丹东市中考数学试卷

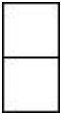
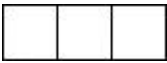
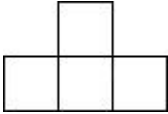
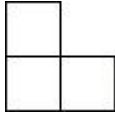
一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的.每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) (2014•丹东) 2014 的相反数是 ()

- A. -2014 B. 2014 C. $\frac{1}{2014}$ D. $-\frac{1}{2014}$

2. (3 分) (2014•丹东) 如图, 由 4 个相同的小立方块组成一个立体图形, 它的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

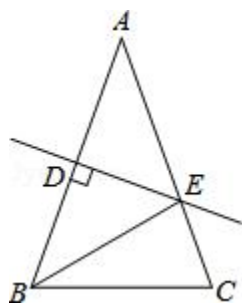
3. (3 分) (2014•丹东) 为迎接“2014 丹东港鸭绿江国际马拉松赛”, 丹东新区今年投入约 4000 万元用于绿化美化. 4000 万用科学记数法表示为 ()

- A. 4×10^6 B. 4×10^7 C. 4×10^8 D. 0.4×10^7

4. (3 分) (2014•丹东) 下列事件中, 必然事件是 ()

- A. 抛掷一枚硬币, 正面朝上
B. 打开电视, 正在播放广告
C. 体育课上, 小刚跑完 1000 米所用时间为 1 分钟
D. 袋中只有 4 个球, 且都是红球, 任意摸出一球是红球

5. (3 分) (2014•丹东) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle A=40^\circ$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , 连接 BE , 则 $\angle CBE$ 的度数为 ()

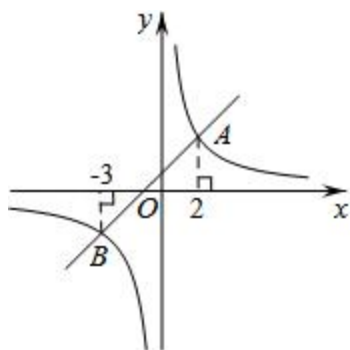


- A. 70° B. 80° C. 40° D. 30°

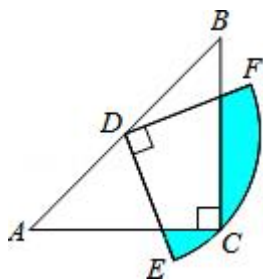
6. (3 分) (2014•丹东) 下列计算正确的是 ()

- A. $3^{-1} = -3$ B. $x^3 \cdot x^4 = x^7$ C. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5}$ D. $-(p^2q)^3 = -p^5q^3$

7. (3分) (2014•丹东) 如图, 反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 和一次函数 $y_2 = k_2x + b$ 的图象交于 A、B 两点. A、B 两点的横坐标分别为 2, -3. 通过观察图象, 若 $y_1 > y_2$, 则 x 的取值范围是 ()



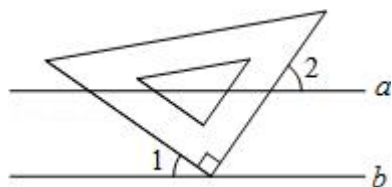
- A. $0 < x < 2$ B. $-3 < x < 0$ 或 $x > 2$ C. $0 < x < 2$ 或 $x < -3$ D. $-3 < x < 0$
8. (3分) (2014•丹东) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 2$, 点 D 为 AB 的中点, 以点 D 为圆心作圆心角为 90° 的扇形 DEF, 点 C 恰在弧 EF 上, 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$ B. $\pi - \frac{1}{4}$ C. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ D. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) (2014•丹东) 如图, 直线 $a \parallel b$, 将三角尺的直角顶点放在直线 b 上, $\angle 1 = 35^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.

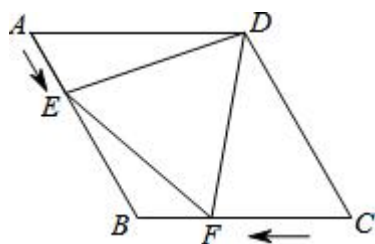


10. (3分) (2014•丹东) 一组数据 2, 3, x, 5, 7 的平均数是 4, 则这组数据的众数是_____.
11. (3分) (2014•丹东) 若式子 $\frac{\sqrt{2-x}}{x}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.
12. (3分) (2014•丹东) 分解因式: $x^3 - 4x^2y + 4xy^2 =$ _____.

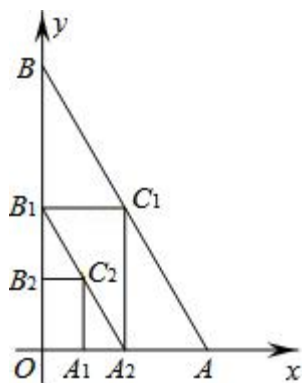
13. (3分) (2014•丹东) 不等式组 $\begin{cases} 2x+3>5 \\ 3x-2\leq 4 \end{cases}$ 的解集是_____.

14. (3分) (2014•丹东) 小明和小丽到文化用品商店帮助同学们买文具. 小明买了3支笔和2个圆规共花19元; 小丽买了5支笔和4个圆规共花35元. 设每支笔 x 元, 每个圆规 y 元. 请列出满足题意的方程组_____.

15. (3分) (2014•丹东) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=4\text{cm}$, $\angle ADC=120^\circ$, 点 E 、 F 同时由 A 、 C 两点出发, 分别沿 AB 、 CB 方向向点 B 匀速移动 (到点 B 为止), 点 E 的速度为 1cm/s , 点 F 的速度为 2cm/s , 经过 t 秒 $\triangle DEF$ 为等边三角形, 则 t 的值为_____.



16. (3分) (2014•丹东) 如图, 在平面直角坐标系中, A 、 B 两点分别在 x 轴和 y 轴上, $OA=1$, $OB=\sqrt{3}$, 连接 AB , 过 AB 中点 C_1 分别作 x 轴和 y 轴的垂线, 垂足分别是点 A_1 、 B_1 , 连接 A_1B_1 , 再过 A_1B_1 中点 C_2 作 x 轴和 y 轴的垂线, 照此规律依次作下去, 则点 C_n 的坐标为_____.



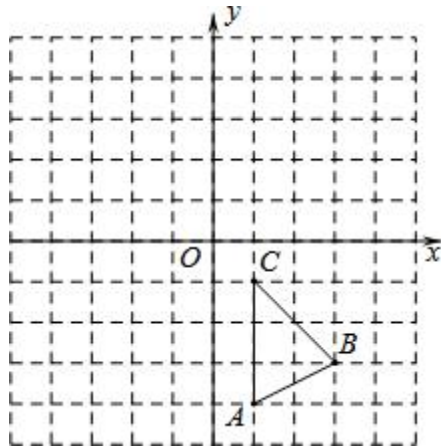
三、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

17. (8分) (2014•丹东) 计算: $(\pi - 3)^0 + 3\tan 60^\circ - \sqrt{12} + |\sqrt{3} - 2|$.

18. (8 分) (2014•丹东) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标为 $A(1, -4)$, $B(3, -3)$, $C(1, -1)$. (每个小方格都是边长为一个单位长度的正方形)

(1) 将 $\triangle ABC$ 沿 y 轴方向向上平移 5 个单位, 画出平移后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° , 画出旋转后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$, 并直接写出点 A 旋转到点 A_2 所经过的路径长.



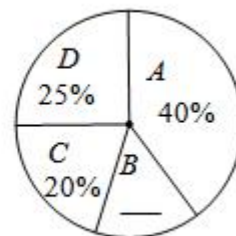
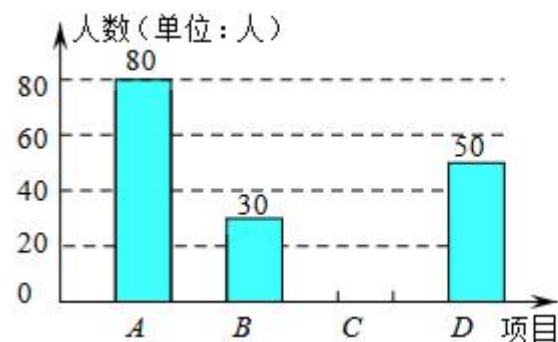
四、(每小题 10 分, 共 20 分)

19. (10 分) (2014•丹东) 某中学开展“阳光体育一小时”活动, 根据学校实际情况, 决定开设 A: 踢毽子; B: 篮球; C: 跳绳; D: 乒乓球四种运动项目. 为了解学生最喜欢哪一种运动项目, 随机抽取了一部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成如下两个统计图. 请结合图中的信息解答下列问题:

(1) 本次共调查了多少名学生?

(2) 请将两个统计图补充完整.

(3) 若该中学有 1200 名学生, 喜欢篮球运动项目的学生约有多少名?



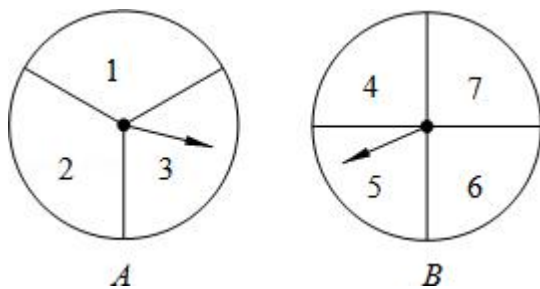
20. (10 分) (2014•丹东) 某服装厂接到一份加工 3000 件服装的订单. 应客户要求, 需提前供货, 该服装厂决定提高加工速度, 实际每天加工的件数是原计划的 1.5 倍, 结果提前 10 天完工. 原计划每天加工多少件服装?

五、(每小题 10 分, 共 20 分)

21. (10 分) (2014•丹东) 甲、乙两人用如图的两个分格均匀的转盘 A、B 做游戏, 游戏规则如下: 分别转动两个转盘, 转盘停止后, 指针分别指向一个数字 (若指针停止在等份线上, 那么重转一次, 直到指针指向某一数字为止). 用所指的两个数字相乘, 如果积是奇数, 则甲获胜; 如果积是偶数, 则乙获胜. 请你解决下列问题:

(1) 用列表格或画树状图的方法表示游戏所有可能出现的结果.

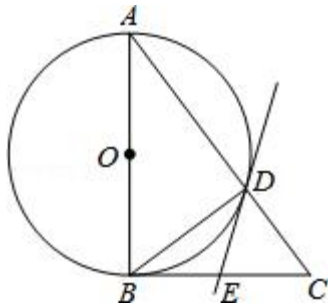
(2) 求甲、乙两人获胜的概率.



22. (10 分) (2014•丹东) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 AC 边交于点 D , 过点 D 的直线交 BC 边于点 E , $\angle BDE=\angle A$.

(1) 判断直线 DE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由.

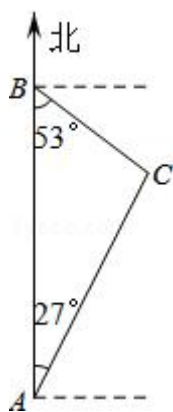
(2) 若 $\odot O$ 的半径 $R=5$, $\tan A=\frac{3}{4}$, 求线段 CD 的长.



六、(每小题 10 分, 共 20 分)

23. (10 分) (2014•丹东) 如图, 禁渔期间, 我渔政船在 A 处发现正北方向 B 处有一艘可疑船只, 测得 A 、 B 两处距离为 99 海里, 可疑船只正沿南偏东 53° 方向航行. 我渔政船迅速沿北偏东 27° 方向前去拦截, 2 小时后刚好在 C 处将可疑船只拦截. 求该可疑船只航行的速度.

(参考数据: $\sin 27^\circ \approx \frac{9}{20}$, $\cos 27^\circ \approx \frac{9}{10}$, $\tan 27^\circ \approx \frac{1}{2}$, $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$)



24. (10 分) (2014•丹东) 在 2014 年巴西世界杯足球赛前夕, 某体育用品店购进一批单价为 40 元的球服, 如果按单价 60 元销售, 那么一个月内可售出 240 套. 根据销售经验, 提高

销售单价会导致销售量的减少，即销售单价每提高 5 元，销售量相应减少 20 套．设销售单价为 x ($x \geq 60$) 元，销售量为 y 套．

- (1) 求出 y 与 x 的函数关系式．
- (2) 当销售单价为多少元时，月销售额为 14000 元；
- (3) 当销售单价为多少元时，才能在一个月內获得最大利润？最大利润是多少？

[参考公式：抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$]．

七、(本题 12 分)

25. (12 分) (2014•丹东) 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 将 $\triangle COD$ 绕点 O 按逆时针方向旋转得到 $\triangle C_1OD_1$, 旋转角为 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$), 连接 AC_1 、 BD_1 , AC_1 与 BD_1 交于点 P .

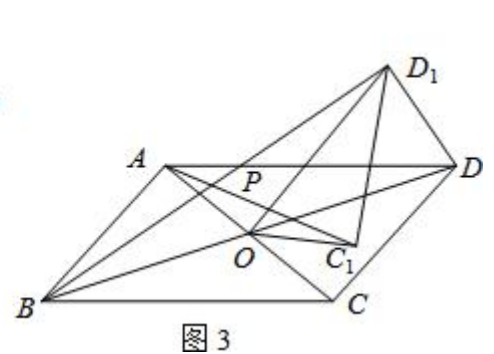
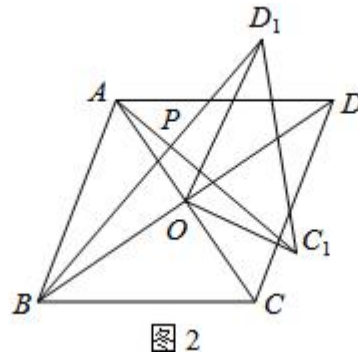
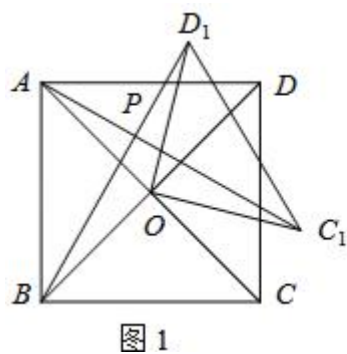
(1) 如图 1, 若四边形 $ABCD$ 是正方形.

①求证: $\triangle AOC_1 \cong \triangle BOD_1$.

②请直接写出 AC_1 与 BD_1 的位置关系.

(2) 如图 2, 若四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC=5$, $BD=7$, 设 $AC_1=k BD_1$. 判断 AC_1 与 BD_1 的位置关系, 说明理由, 并求出 k 的值.

(3) 如图 3, 若四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AC=5$, $BD=10$, 连接 DD_1 , 设 $AC_1=k BD_1$. 请直接写出 k 的值和 $AC_1^2 + (k DD_1)^2$ 的值.



八、(本题 14 分)

26. (14 分) (2014•丹东) 如图 1, 抛物线 $y=ax^2+bx-1$ 经过 $A(-1, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 两点, 交 y 轴于点 C . 点 P 为抛物线上的一个动点, 过点 P 作 x 轴的垂线交直线 BC 于点 D , 交 x 轴于点 E .

(1) 请直接写出抛物线表达式和直线 BC 的表达式.

(2) 如图 1, 当点 P 的横坐标为 $\frac{2}{3}$ 时, 求证: $\triangle OBD \sim \triangle ABC$.

(3) 如图 2, 若点 P 在第四象限内, 当 $OE=2PE$ 时, 求 $\triangle POD$ 的面积.

(4) 当以点 O 、 C 、 D 为顶点的三角形是等腰三角形时, 请直接写出动点 P 的坐标.

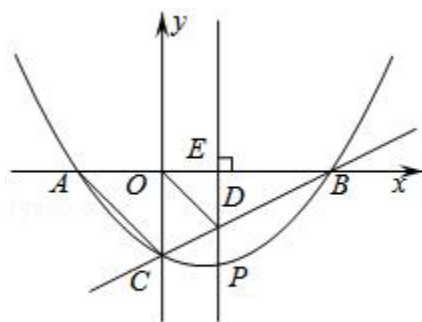


图 1

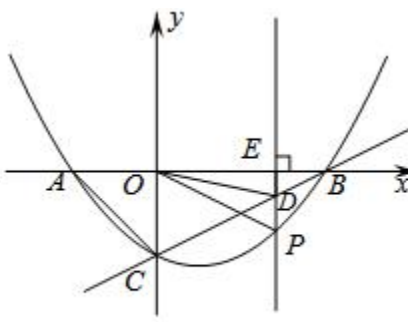
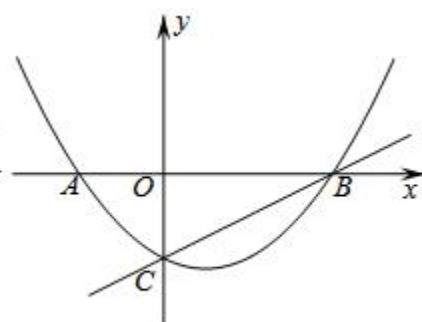


图 2



备用图

2014 年辽宁省丹东市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的.每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) (2014•丹东) 2014 的相反数是 ()

- A. -2014 B. 2014 C. $\frac{1}{2014}$ D. $-\frac{1}{2014}$

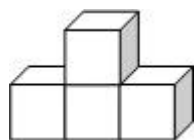
分析: 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得一个数的相反数.

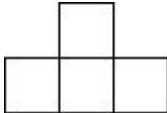
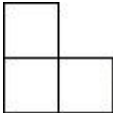
解答: 解: 2014 的相反数是 -2014 ,

故选: A.

点评: 本题考查了相反数, 在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) (2014•丹东) 如图, 由 4 个相同的小立方块组成一个立体图形, 它的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点: 简单组合体的三视图.

分析: 根据从左边看得到的图形是左视图, 可得答案.

解答: 解: 从正面看, 下面是三个正方形, 上面是一个正方形,

故选: C.

点评: 本题考查了简单组合体的三视图, 注意能看到的棱用实线画出.

3. (3 分) (2014•丹东) 为迎接“2014 丹东港鸭绿江国际马拉松赛”, 丹东新区今年投入约 4000 万元用于绿化美化. 4000 万用科学记数法表示为 ()

- A. 4×10^6 B. 4×10^7 C. 4×10^8 D. 0.4×10^7

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 4000 万有 8 位, 所以可以确定 $n=8-1=7$.

解答: 解: 4000 万 $=40\,000\,000=4 \times 10^7$.

故选 B.

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

4. (3 分) (2014•丹东) 下列事件中, 必然事件是 ()

- A. 抛掷一枚硬币, 正面朝上
B. 打开电视, 正在播放广告
C. 体育课上, 小刚跑完 1000 米所用时间为 1 分钟

D. 袋中只有 4 个球，且都是红球，任意摸出一球是红球

考点：随机事件.

分析：必然事件就是一定发生的事件，即发生的概率是 1 的事件.

解答：解：A，B，C 选项，是可能发生也可能不发生的事件，属于不确定事件，不符合题意；

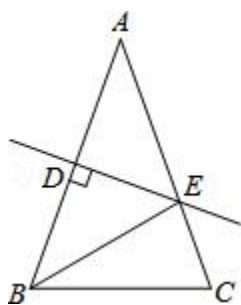
是必然事件的是：袋中只有 4 个球，且都是红球，任意摸出一球是红球，符合题意.

故选：D.

点评：考查了随机事件，解决本题要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念，理解概念是解决基础题的主要方法.

用到的知识点为：必然事件指在一定条件下一定发生的事件；不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

5. (3 分) (2014•丹东) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=40^\circ$ ，AB 的垂直平分线交 AB 于点 D，交 AC 于点 E，连接 BE，则 $\angle CBE$ 的度数为 ()



A. 70°

B. 80°

C. 40°

D. 30°

考点：线段垂直平分线的性质；等腰三角形的性质.

分析：由等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=20^\circ$ ，即可求得 $\angle ABC$ 的度数，又由线段 AB 的垂直平分线交 AB 于 D，交 AC 于 E，可得 $AE=BE$ ，继而求得 $\angle ABE$ 的度数，则可求得答案.

解答：解： $\because$ 等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=40^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = 70^\circ,$$

$\because$ 线段 AB 的垂直平分线交 AB 于 D，交 AC 于 E，

$\therefore AE=BE$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle A = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle CBE = \angle ABC - \angle ABE = 30^\circ$.

故选 D.

点评：此题考查了线段垂直平分线的性质以及等腰三角形的性质. 此题难度不大，注意掌握数形结合思想的应用.

6. (3 分) (2014•丹东) 下列计算正确的是 ()

A. $3^{-1} = -3$

B. $x^3 \cdot x^4 = x^7$

C. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5}$

D. $-(p^2q)^3 = -p^5q^3$

考点：幂的乘方与积的乘方；同底数幂的乘法；负整数指数幂；二次根式的乘除法.

分析: 根据负指数幂、同底数幂的乘法、二次根式的乘法、幂的乘方进行解答.

解答: 解: A、 $3^{-1}=\frac{1}{3}\neq-3$, 故本选项错误;

B、 $x^3\cdot x^4=x^{3+4}=x^7$, 故本选项正确;

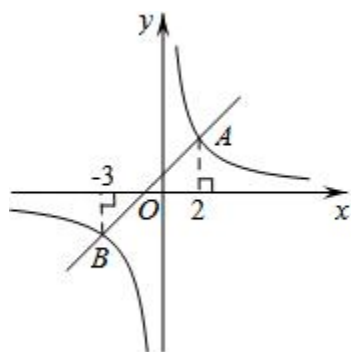
C、 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{2\times 3}=\sqrt{6}\neq\sqrt{5}$, 故本选项错误;

D、 $-(p^2q)^3=-p^{2\times 3}q^3=-p^6q^3\neq-p^5q^3$, 故本选项错误;

故选 B.

点评: 本题考查了负指数幂、同底数幂的乘法、二次根式的乘法、幂的乘方, 是基础题.

7. (3 分) (2014•丹东) 如图, 反比例函数 $y_1=\frac{k_1}{x}$ 和一次函数 $y_2=k_2x+b$ 的图象交于 A、B 两点. A、B 两点的横坐标分别为 2, -3. 通过观察图象, 若 $y_1>y_2$, 则 x 的取值范围是 ()



- A. $0<x<2$ B. $-3<x<0$ 或 $x>2$ C. $0<x<2$ 或 $x<-3$ D. $-3<x<0$

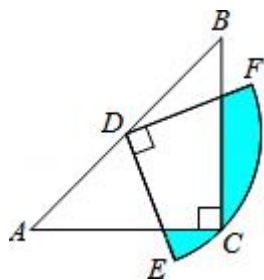
考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: 根据两函数的交点 A、B 的横坐标和图象得出答案即可.

解答: 解: $\because$ 反比例函数 $y_1=\frac{k_1}{x}$ 和一次函数 $y_2=k_2x+b$ 的图象交于 A、B 两点. A、B 两点的横坐标分别为 2, -3,
 $\therefore$ 通过观察图象, 当 $y_1>y_2$ 时 x 的取值范围是 $0<x<2$ 或 $x<-3$,
故选 C.

点评: 本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题的应用, 主要考查学生的理解能力和观察图形的能力, 用了数形结合思想.

8. (3 分) (2014•丹东) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA=CB$, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=2$, 点 D 为 AB 的中点, 以点 D 为圆心作圆心角为 90° 的扇形 DEF, 点 C 恰在弧 EF 上, 则图中阴影部分的面积为 ()



A. $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$

B. $\pi - \frac{1}{4}$

C. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

D. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

考点: 扇形面积的计算.

分析: 连接 CD, 作 $DM \perp BC$, $DN \perp AC$, AAS 证明 $\triangle DMG \cong \triangle DNH$, 则 $S_{\text{四边形 DGCH}} = S_{\text{四边形 DMCN}}$, 求得扇形 FDE 的面积, 则阴影部分的面积即可求得.

解答: 解: 连接 CD, 作 $DM \perp BC$, $DN \perp AC$.

$\because CA = CB$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 为 AB 的中点,

$\therefore DC = \frac{1}{2}AB = 1$, 四边形 DMCN 是正方形, $DM = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

则扇形 FDE 的面积是: $\frac{90\pi \times 1^2}{360} = \frac{\pi}{4}$.

$\because CA = CB$, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 为 AB 的中点,

$\therefore CD$ 平分 $\angle BCA$,

又 $\because DM \perp BC$, $DN \perp AC$,

$\therefore DM = DN$,

$\because \angle GDH = \angle MDN = 90^\circ$,

$\therefore \angle GDM = \angle HDN$,

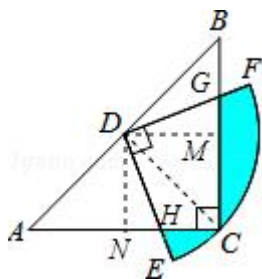
则在 $\triangle DMG$ 和 $\triangle DNH$ 中,

$$\begin{cases} \angle DMG = \angle DNH \\ \angle GDM = \angle HDN, \\ DM = DN \end{cases}$$

$\therefore \triangle DMG \cong \triangle DNH$ (AAS),

$\therefore S_{\text{四边形 DGCH}} = S_{\text{四边形 DMCN}} = \frac{1}{2}$.

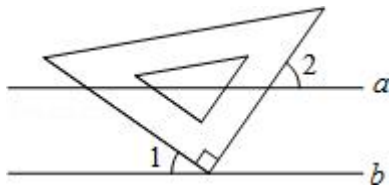
则阴影部分的面积是: $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$.



点评: 本题考查了三角形的全等的判定与扇形的面积的计算的综合题, 正确证明 $\triangle DMG \cong \triangle DNH$, 得到 $S_{\text{四边形 DGCH}} = S_{\text{四边形 DMCN}}$ 是关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3 分) (2014•丹东) 如图, 直线 $a \parallel b$, 将三角尺的直角顶点放在直线 b 上, $\angle 1 = 35^\circ$, 则 $\angle 2 = \underline{55^\circ}$.



考点: 平行线的性质.

分析: 根据平角的定义求出 $\angle 3$, 再根据两直线平行, 同位角相等可得 $\angle 2 = \angle 3$.

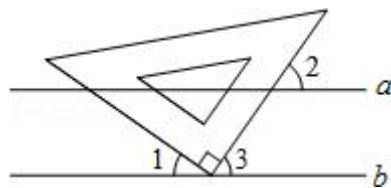
解答: 解: 如图, $\because \angle 1 = 35^\circ$,

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - 35^\circ - 90^\circ = 55^\circ,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 55^\circ.$$

故答案为: 55° .



点评: 本题考查了平行线的性质, 熟记性质并准确识图是解题的关键.

10. (3 分) (2014•丹东) 一组数据 2, 3, x , 5, 7 的平均数是 4, 则这组数据的众数是 3.

考点: 众数; 算术平均数.

分析: 根据平均数的定义可以先求出 x 的值, 再根据众数的定义求出这组数的众数即可.

解答: 解: 利用平均数的计算公式, 得 $(2+3+x+5+7) = 4 \times 5$,

$$\text{解得 } x=3,$$

则这组数据的众数即出现最多的数为 3.

故答案为: 3.

点评: 本题考查的是平均数和众数的概念. 注意一组数据的众数可能不只一个.

11. (3 分) (2014•丹东) 若式子 $\frac{\sqrt{2-x}}{x}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 $x \leq 2$ 且 $x \neq 0$.

考点: 二次根式有意义的条件; 分式有意义的条件.

分析: 根据被开方数大于等于 0, 分母不等于 0 列式计算即可得解.

解答: 解: 由题意得, $2-x \geq 0$ 且 $x \neq 0$,

$$\text{解得 } x \leq 2 \text{ 且 } x \neq 0.$$

故答案为: $x \leq 2$ 且 $x \neq 0$.

点评: 本题考查的知识点为: 分式有意义, 分母不为 0; 二次根式的被开方数是非负数.

12. (3 分) (2014•丹东) 分解因式: $x^3 - 4x^2y + 4xy^2 =$ $x(x-2y)^2$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

专题：计算题.

分析：先提取公因式 x ，然后利用完全平方公式进行二次分解即可.

解答：解： $x^3 - 4x^2y + 4xy^2 = x(x^2 - 2xy + 4y^2) = x(x - 2y)^2$.

故答案是： $x(x - 2y)^2$.

点评：本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用完全平方公式进行二次分解，注意分解要彻底.

13. (3 分) (2014•丹东) 不等式组 $\begin{cases} 2x+3 > 5 \\ 3x-2 < 4 \end{cases}$ 的解集是 $1 < x < 2$.

考点：解一元一次不等式组.

专题：计算题.

分析：先求出两个不等式的解集，再求其公共解.

解答：解： $\begin{cases} 2x+3 > 5 \text{ ①} \\ 3x-2 < 4 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得， $x > 1$,

解不等式②得， $x < 2$,

所以，不等式组的解集是 $1 < x < 2$.

故答案为： $1 < x < 2$.

点评：本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法，其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）.

14. (3 分) (2014•丹东) 小明和小丽到文化用品商店帮助同学们买文具. 小明买了 3 支笔和 2 个圆规共花 19 元；小丽买了 5 支笔和 4 个圆规共花 35 元. 设每支笔 x 元，每个圆规 y 元. 请列出满足题意的方程组 $\begin{cases} 3x+2y=19 \\ 5x+4y=35 \end{cases}$.

考点：由实际问题抽象出二元一次方程组.

分析：设每支笔 x 元，每个圆规 y 元，根据买 3 支笔和 2 个圆规共花 19 元；买 5 支笔和 4 个圆规共花 35 元，列方程组.

解答：解：设每支笔 x 元，每个圆规 y 元，

由题意得， $\begin{cases} 3x+2y=19 \\ 5x+4y=35 \end{cases}$.

故答案为： $\begin{cases} 3x+2y=19 \\ 5x+4y=35 \end{cases}$.

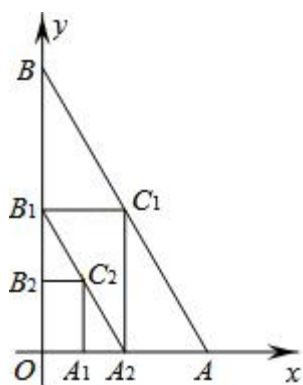
点评：本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程组.

15. (3 分) (2014•丹东) 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=4\text{cm}$ ， $\angle ADC=120^\circ$ ，点 E 、 F 同时由 A 、 C 两点出发，分别沿 AB 、 CB 方向向点 B 匀速移动（到点 B 为止），点 E 的速度为 1cm/s ，点 F 的速度为 2cm/s ，经过 t 秒 $\triangle DEF$ 为等边三角形，则 t 的值为 $\frac{4}{3}$.

点评: 本题主要考查了菱形的性质, 全等三角形的判定与性质, 等边三角形的性质等知识, 解题的关键是运用三角形全等得出 $\triangle BMF$ 是等边三角形.

16. (3 分) (2014•丹东) 如图, 在平面直角坐标系中, A、B 两点分别在 x 轴和 y 轴上, $OA=1$, $OB=\sqrt{3}$, 连接 AB, 过 AB 中点 C_1 分别作 x 轴和 y 轴的垂线, 垂足分别是点 A_1 、 B_1 , 连接 A_1B_1 , 再过 A_1B_1 中点 C_2 作 x 轴和 y 轴的垂线, 照此规律依次作下去, 则点 C_n 的坐标为__

$$\left(\frac{1}{2^n}, \frac{\sqrt{3}}{2^n}\right) \text{ —.}$$



考点: 规律型: 点的坐标.

分析: 首先利用三角形中位线定理可求出 B_1C_1 的长和 C_1A_1 的长, 即 C_1 的横坐标和纵坐标, 以此类推即可求出点 C_n 的坐标.

解答: 解: $\because$ 过 AB 中点 C_1 分别作 x 轴和 y 轴的垂线, 垂足分别是点 A_1 、 B_1 ,
 $\therefore B_1C_1$ 和 C_1A_1 是三角形 OAB 的中位线,

$$\therefore B_1C_1 = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2}, \quad C_1A_1 = \frac{1}{2}OB = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore C_1 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right),$$

$$\text{同理可求出 } B_2C_2 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}, \quad C_2A_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2^2}$$

$$\therefore C_2 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right),$$

...以此类推,

$$\text{可求出 } B_nC_n = \frac{1}{2^n}, \quad C_nA_n = \frac{\sqrt{3}}{2^n},$$

$$\therefore \text{点 } C_n \text{ 的坐标为 } \left(\frac{1}{2^n}, \frac{\sqrt{3}}{2^n}\right),$$

$$\text{故答案为: } \left(\frac{1}{2^n}, \frac{\sqrt{3}}{2^n}\right).$$

点评: 本题考查了规律型: 点的坐标的求解, 用到的知识点是三角形中位线定理, 解题的关键是正确求出 C_1 和 C_2 点的坐标, 由此得到问题的一般规律.

三、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

17. (8 分) (2014•丹东) 计算: $(\pi - 3)^0 + 3\tan 60^\circ - \sqrt{12} + |\sqrt{3} - 2|$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用零指数幂法则计算, 第二项利用特殊角的三角函数值计算, 第三项化为最简二次根式, 最后一项利用绝对值的代数意义化简, 计算即可得到结果.

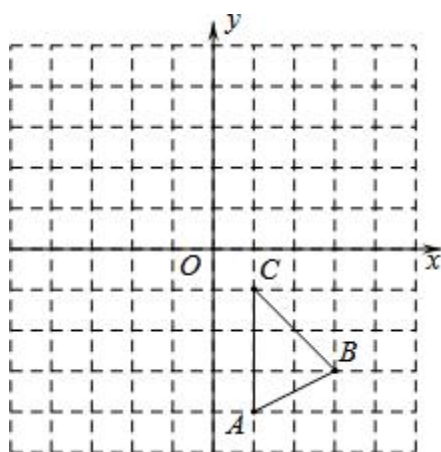
解答: 解: 原式 $= 1 + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 3$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (8 分) (2014•丹东) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标为 $A(1, -4)$, $B(3, -3)$, $C(1, -1)$. (每个小方格都是边长为一个单位长度的正方形)

(1) 将 $\triangle ABC$ 沿 y 轴方向向上平移 5 个单位, 画出平移后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° , 画出旋转后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$, 并直接写出点 A 旋转到点 A_2 所经过的路径长.



考点: 作图-旋转变换; 弧长的计算; 作图-平移变换.

专题: 作图题.

分析: (1) 根据网格结构找出点 A 、 B 、 C 平移后的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 的位置, 然后顺次连接即可;

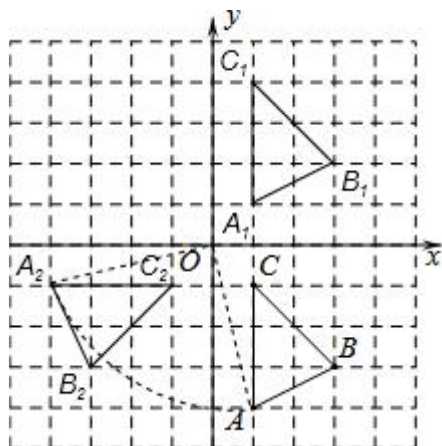
(2) 根据网格结构找出点 A 、 B 、 C 绕点 O 顺时针旋转 90° 后的对应点 A_2 、 B_2 、 C_2 的位置, 然后顺次连接即可, 再利用勾股定理列式求出 OA , 然后利用弧长公式列式计算即可得解.

解答: 解: (1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;

(2) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求;

由勾股定理得, $OA = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$.

点 A 旋转到点 A_2 所经过的路径长为: $\frac{90 \cdot \pi \cdot \sqrt{17}}{180} = \frac{\sqrt{17} \pi}{2}$.

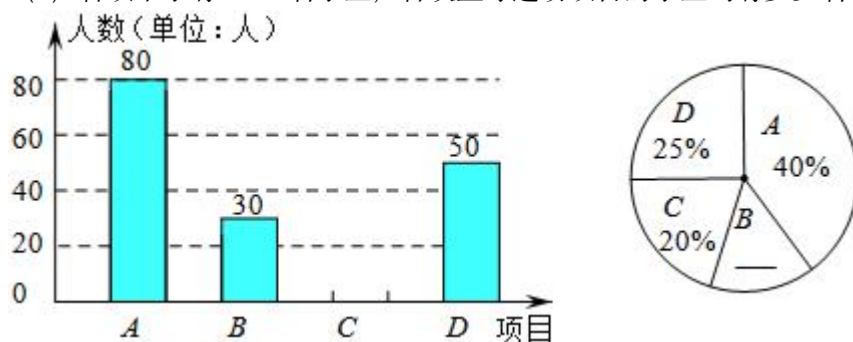


点评: 本题考查了利用旋转变换作图, 利用平移变换作图, 弧长的计算, 熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键.

四、(每小题 10 分, 共 20 分)

19. (10 分) (2014•丹东) 某中学开展“阳光体育一小时”活动, 根据学校实际情况, 决定开设 A: 踢毽子; B: 篮球; C: 跳绳; D: 乒乓球四种运动项目. 为了解学生最喜欢哪一种运动项目, 随机抽取了一部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成如下两个统计图. 请结合图中的信息解答下列问题:

- (1) 本次共调查了多少名学生?
- (2) 请将两个统计图补充完整.
- (3) 若该中学有 1200 名学生, 喜欢篮球运动项目的学生约有多少名?



考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 结合条形统计图和扇形统计图, 利用 A 组频数 80 除以 A 组频率 40%, 即可得到该校本次调查中, 共调查了多少名学生;

(2) 利用 (1) 中所求人数, 减去 A、B、D 组的频数即可的 C 组的频数; B 组频数除以总人数即可得到 B 组频率;

(3) 用 1200 乘以抽查的人中喜欢篮球运动项目的人数所占的百分比即可.

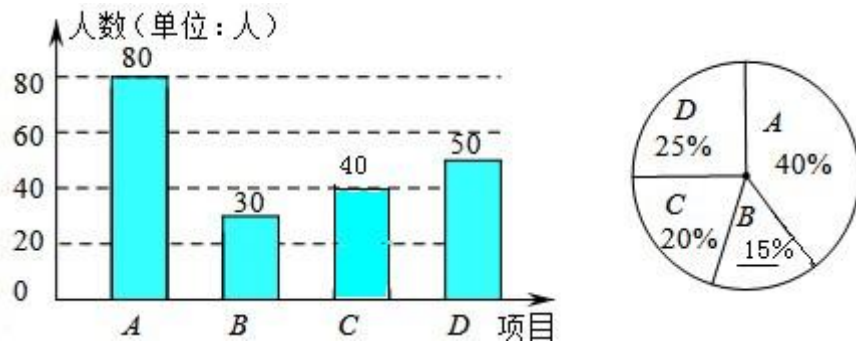
解答: 解: (1) $80 \div 40\% = 200$ (人)

故本次共调查 200 名学生.

(2) $200 - 80 - 30 - 50 = 40$ (人),

$30 \div 200 \times 100\% = 15\%$,

补全如图:



(3) $1200 \times 15\% = 180$ (人)

故该学校喜欢乒乓球体育项目的学生约有 180 人.

点评: 本题考查了条形统计图、扇形统计图, 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

20. (10 分) (2014•丹东) 某服装厂接到一份加工 3000 件服装的订单. 应客户要求, 需提前供货, 该服装厂决定提高加工速度, 实际每天加工的件数是原计划的 1.5 倍, 结果提前 10 天完工. 原计划每天加工多少件服装?

考点: 分式方程的应用.

分析: 设原计划每天加工 x 件衣服, 则实际每天加工 $1.5x$ 件服装, 以时间做为等量关系可列方程求解.

解答: 解: 该服装厂原计划每天加工 x 件服装, 则实际每天加工 $1.5x$ 件服装, 根据题意, 得

$$\frac{3000}{x} - \frac{3000}{1.5x} = 10$$

解这个方程得 $x=100$

经检验, $x=100$ 是所列方程的根.

答: 该服装厂原计划每天加工 100 件服装.

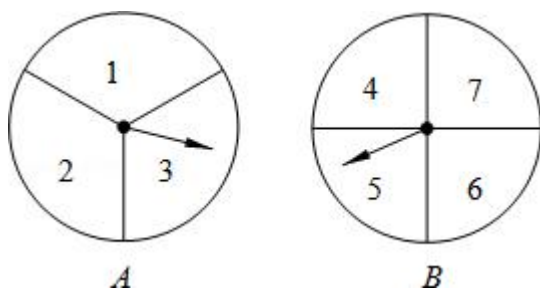
点评: 本题考查了分式方程的应用, 关键是时间做为等量关系, 根据效率提高了 1.5 倍, 结果提前 10 天完工, 可列出方程求解.

五、(每小题 10 分, 共 20 分)

21. (10 分) (2014•丹东) 甲、乙两人用如图的两个分格均匀的转盘 A、B 做游戏, 游戏规则如下: 分别转动两个转盘, 转盘停止后, 指针分别指向一个数字 (若指针停止在等份线上, 那么重转一次, 直到指针指向某一数字为止). 用所指的两个数字相乘, 如果积是奇数, 则甲获胜; 如果积是偶数, 则乙获胜. 请你解决下列问题:

(1) 用列表格或画树状图的方法表示游戏所有可能出现的结果.

(2) 求甲、乙两人获胜的概率.



考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: (1) 列表得出所有等可能的情况数即可;

(2) 找出积为奇数与积为偶数的情况数, 分别求出甲乙两人获胜的概率即可.

解答: 解: (1) 所有可能出现的结果如图:

	4	5	6	7
1	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 7)
2	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)	(2, 7)
3	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)	(3, 7)

(2) 从上面的表格 (或树状图) 可以看出, 所有可能出现的结果共有 12 种, 且每种结果出现的可能性相同, 其中积是奇数的结果有 4 种, 即 5、7、15、21, 积是偶数的结果有 8 种, 即 4、6、8、10、12、14、12、18,

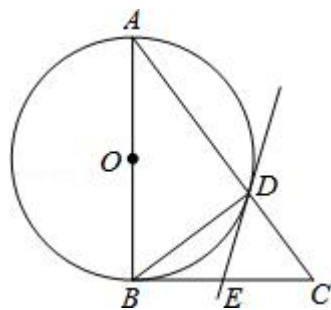
$\therefore$ 甲、乙 两人获胜的概率分别为: $P(\text{甲获胜}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, $P(\text{乙获胜}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

点评: 此题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (10 分) (2014•丹东) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 AC 边交于点 D , 过点 D 的直线交 BC 边于点 E , $\angle BDE=\angle A$.

(1) 判断直线 DE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由.

(2) 若 $\odot O$ 的半径 $R=5$, $\tan A=\frac{3}{4}$, 求线段 CD 的长.



考点: 切线的判定; 勾股定理; 相似三角形的判定与性质.

分析: (1) 连接 OD , 利用圆周角定理以及等腰三角形的性质得出 $OD \perp DE$, 进而得出答案;

(2) 得出 $\triangle BCD \sim \triangle ACB$, 进而利用相似三角形的性质得出 CD 的长.

解答: 解: (1) 直线 DE 与 $\odot O$ 相切.

理由如下: 连接 OD .

$\because OA=OD$

$\therefore \angle ODA=\angle A$

又 $\because \angle BDE=\angle A$

$\therefore \angle ODA=\angle BDE$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 直径

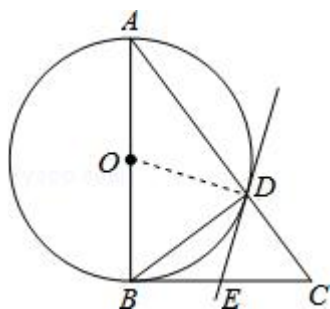
$\therefore \angle ADB=90^\circ$

即 $\angle ODA+\angle ODB=90^\circ$

$\therefore \angle BDE+\angle ODB=90^\circ$

$\therefore \angle ODE = 90^\circ$
 $\therefore OD \perp DE$
 $\therefore DE$ 与 $\odot O$ 相切;

(2) $\because R=5$,
 $\therefore AB=10$,
 在 $Rt\triangle ABC$ 中
 $\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{4}$
 $\therefore BC = AB \cdot \tan A = 10 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{2}$,
 $\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2} = \frac{25}{2}$,
 $\because \angle BDC = \angle ABC = 90^\circ$, $\angle BCD = \angle ACB$
 $\therefore \triangle BCD \sim \triangle ACB$
 $\therefore \frac{CD}{CB} = \frac{CB}{CA}$
 $\therefore CD = \frac{CB^2}{CA} = \frac{\left(\frac{15}{2}\right)^2}{\frac{25}{2}} = \frac{9}{2}$.

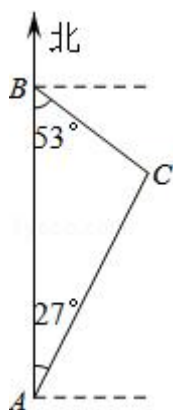


点评: 此题主要考查了相似三角形的判定与性质以及切线的判定和圆周角定理等知识, 得出 $\triangle BCD \sim \triangle ACB$ 是解题关键.

六、(每小题 10 分, 共 20 分)

23. (10 分) (2014•丹东) 如图, 禁渔期间, 我渔政船在 A 处发现正北方向 B 处有一艘可疑船只, 测得 A、B 两处距离为 99 海里, 可疑船只正沿南偏东 53° 方向航行. 我渔政船迅速沿北偏东 27° 方向前去拦截, 2 小时后刚好在 C 处将可疑船只拦截. 求该可疑船只航行的速度.

(参考数据: $\sin 27^\circ \approx \frac{9}{20}$, $\cos 27^\circ \approx \frac{9}{10}$, $\tan 27^\circ \approx \frac{1}{2}$, $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$)



考点: 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析: 先过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为点 D, 设 $BD=x$ 海里, 得出 $AD=(99-x)$ 海里, 在

$\text{Rt}\triangle BCD$ 中, 根据 $\tan 53^\circ = \frac{CD}{BD}$, 求出 CD, 再根据 $\frac{4}{3}x = \frac{1}{2}(99-x)$, 求出 BD, 在 $\text{Rt}\triangle BCD$

中, 根据 $\cos 53^\circ = \frac{BD}{BC}$, 求出 BC, 从而得出答案.

解答: 解: 如图, 根据题意可得, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=99$ 海里, $\angle ABC=53^\circ$, $\angle BAC=27^\circ$, 过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为点 D.

设 $BD=x$ 海里, 则 $AD=(99-x)$ 海里, 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\tan 53^\circ = \frac{CD}{BD}$,

则 $\tan 27^\circ = \frac{CD}{AD}$, $CD=x \cdot \tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}x$ (海里).

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 则 $CD=AD \cdot \tan 27^\circ \approx \frac{1}{2}(99-x)$,

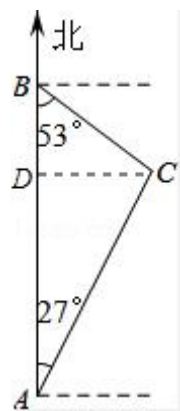
则 $\frac{4}{3}x = \frac{1}{2}(99-x)$,

解得, $x=27$, 即 $BD=27$.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\cos 53^\circ = \frac{BD}{BC}$, 则 $BC = \frac{BD}{\cos 53^\circ} = \frac{27}{\frac{3}{5}} = 45$,

$45 \div 2 = 22.5$ (海里/时),

则该可疑船只的航行速度为 22.5 海里/时.



点评: 此题考查了解直角三角形的应用, 用到的知识点是方向角含义、三角函数的定义, 关

键是根据题意画出图形，构造直角三角形.

24. (10分) (2014•丹东) 在2014年巴西世界杯足球赛前夕，某体育用品店购进一批单价为40元的球服，如果按单价60元销售，那么一个月内可售出240套. 根据销售经验，提高销售单价会导致销售量的减少，即销售单价每提高5元，销售量相应减少20套. 设销售单价为 x ($x \geq 60$) 元，销售量为 y 套.

(1) 求出 y 与 x 的函数关系式.

(2) 当销售单价为多少元时，月销售额为14000元;

(3) 当销售单价为多少元时，才能在一个月内获得最大利润? 最大利润是多少?

[参考公式: 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$].

考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 根据销售量=240 (- 销售单价每提高5元，销售量相应减少20套) 列函数关系即可;

(2) 根据月销售额=月销售量 $\times$ 销售单价=14000 列方程即可求出销售单价;

(3) 设一个月内获得的利润为 w 元，根据利润=1套球服所获得的利润 $\times$ 销售量列式整理，再根据二次函数的最值问题解答.

解答: 解: (1) $y=240 - \frac{x-60}{5} \times 20$.

$$\therefore y = -4x + 480;$$

(2) 根据题意可得， $x(-4x+480) = 14000$,

解得， $x_1=70$ ， $x_2=50$ (不合题意舍去)，

$\therefore$ 当销售价为70元时，月销售额为14000元.

(3) 设一个月内获得的利润为 w 元，根据题意，得

$$w = (x - 40)(-4x + 480),$$

$$= -4x^2 + 640x - 19200,$$

$$= -4(x - 80)^2 + 6400,$$

当 $x=80$ 时， w 的最大值为6400

$\therefore$ 当销售单价为80元时，才能在一个月内获得最大利润，最大利润是6400元.

点评: 本题考查了二次函数的应用以及一元二次方程的应用，并涉及到了根据二次函数的最值公式，熟练记忆公式是解题关键.

七、(本题12分)

25. (12分) (2014•丹东) 在四边形ABCD中，对角线AC、BD相交于点O，将 $\triangle COD$ 绕点O按逆时针方向旋转得到 $\triangle C_1OD_1$ ，旋转角为 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)，连接 AC_1 、 BD_1 ， AC_1 与 BD_1 交于点P.

(1) 如图1，若四边形ABCD是正方形.

①求证: $\triangle AOC_1 \cong \triangle BOD_1$.

②请直接写出 AC_1 与 BD_1 的位置关系.

(2) 如图 2, 若四边形 ABCD 是菱形, $AC=5$, $BD=7$, 设 $AC_1=kBD_1$. 判断 AC_1 与 BD_1 的位置关系, 说明理由, 并求出 k 的值.

(3) 如图 3, 若四边形 ABCD 是平行四边形, $AC=5$, $BD=10$, 连接 DD_1 , 设 $AC_1=kBD_1$. 请直接写出 k 的值和 $AC_1^2 + (kDD_1)^2$ 的值.

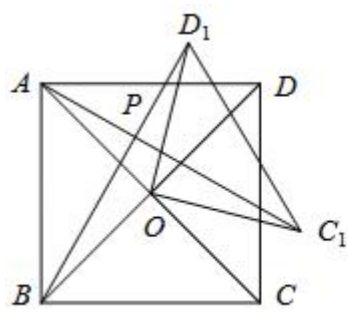


图 1

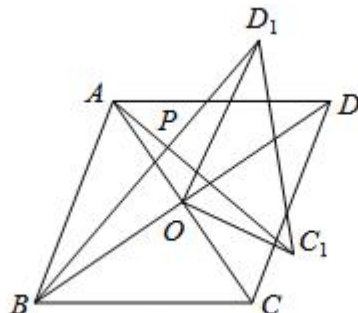


图 2

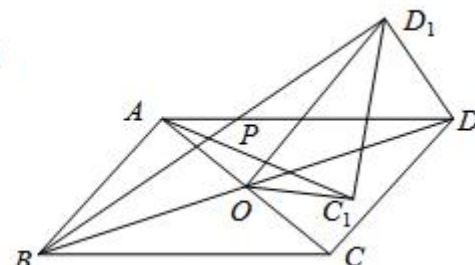


图 3

考点: 四边形综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) ①如图 1, 根据正方形的性质得 $OC=OA=OD=OB$, $AC \perp BD$, 则

$\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$, 再根据旋转的性质得 $OC_1=OC$, $OD_1=OD$, $\angle COC_1 = \angle DOD_1$, 则 $OC_1=OD_1$, 利用等角的补角相等得 $\angle AOC_1 = \angle BOD_1$, 然后根据“SAS”可证明 $\triangle AOC_1 \cong \triangle BOD_1$;

②由 $\angle AOB = 90^\circ$, 则 $\angle OAB + \angle ABP + \angle OBD_1 = 90^\circ$, 所以 $\angle OAB + \angle ABP + \angle OAC_1 = 90^\circ$, 则 $\angle APB = 90^\circ$ 所以 $AC_1 \perp BD_1$;

(2) 如图 2, 根据菱形的性质得 $OC=OA=\frac{1}{2}AC$, $OD=OB=\frac{1}{2}BD$, $AC \perp BD$, 则

$\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$, 再根据旋转的性质得 $OC_1=OC$, $OD_1=OD$, $\angle COC_1 = \angle DOD_1$,

则 $OC_1=OA$, $OD_1=OB$, 利用等角的补角相等得 $\angle AOC_1 = \angle BOD_1$, 加上 $\frac{OC_1}{OD_1} = \frac{OA}{OB}$,

根据相似三角形的判定方法得到 $\triangle AOC_1 \sim \triangle BOD_1$, 得到 $\angle OAC_1 = \angle OBD_1$,

由 $\angle AOB = 90^\circ$ 得 $\angle OAB + \angle ABP + \angle OBD_1 = 90^\circ$, 则 $\angle OAB + \angle ABP + \angle OAC_1 = 90^\circ$,

则 $\angle APB = 90^\circ$, 所以 $AC_1 \perp BD_1$; 然后根据相似比得到 $\frac{AC_1}{BD_1} = \frac{OA}{OB} = \frac{AC}{BD} = \frac{5}{7}$,

所以 $k = \frac{5}{7}$;

(3) 与 (2) 一样可证明 $\triangle AOC_1 \sim \triangle BOD_1$, 则 $\frac{AC_1}{BD_1} = \frac{OA}{OB} = \frac{AC}{BD} = \frac{1}{2}$, 所以 $k = \frac{1}{2}$, 根据

旋转的性质得 $OD_1=OD$, 根据平行四边形的性质得 $OD=OB$, 则 $OD_1=OB=OD$, 于是可判断 $\triangle BDD_1$ 为直角三角形, 根据勾股定理得 $BD_1^2 + DD_1^2 = BD^2 = 100$, 所以 $(2AC_1)^2 + DD_1^2 = 100$, 于是有 $AC_1^2 + (kDD_1)^2 = 25$.

解答: (1) ①证明: 如图 1,

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore OC=OA=OD=OB$, $AC \perp BD$,

$\therefore \angle AOB = \angle COD = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle COD$ 绕点 O 按逆时针方向旋转得到 $\triangle C_1OD_1$,
 $\therefore OC_1 = OC$, $OD_1 = OD$, $\angle COC_1 = \angle DOD_1$,
 $\therefore \angle C_1OC = \angle D_1OD = 90^\circ + \angle AOD_1$,
 在 $\triangle AOC_1$ 和 $\triangle BOD_1$ 中

$$\begin{cases} OA = OB \\ \angle AOC_1 = \angle BOD_1 \\ OC_1 = OD_1 \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC_1 \cong \triangle BOD_1$ (SAS);

② $AC_1 \perp BD_1$;

(2) $AC_1 \perp BD_1$.

理由如下: 如图 2,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore OC = OA = \frac{1}{2}AC, OD = OB = \frac{1}{2}BD, AC \perp BD,$$

$\therefore \angle AOB = \angle COD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle COD$ 绕点 O 按逆时针方向旋转得到 $\triangle C_1OD_1$,

$\therefore OC_1 = OC$, $OD_1 = OD$, $\angle COC_1 = \angle DOD_1$,

$\therefore \angle C_1OC = \angle D_1OD = 90^\circ + \angle AOD_1$,

$$\therefore \frac{OC_1}{OD_1} = \frac{OA}{OB},$$

$\therefore \triangle AOC_1 \sim \triangle BOD_1$,

$\therefore \angle OAC_1 = \angle OBD_1$,

又 $\therefore \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAB + \angle ABP + \angle OBD_1 = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAB + \angle ABP + \angle OAC_1 = 90^\circ$,

$\therefore \angle APB = 90^\circ$

$\therefore AC_1 \perp BD_1$;

$\therefore \triangle AOC_1 \sim \triangle BOD_1$,

$$\therefore \frac{AC_1}{BD_1} = \frac{OA}{OB} = \frac{\frac{1}{2}AC}{\frac{1}{2}BD} = \frac{AC}{BD} = \frac{5}{7}$$

$$\therefore k = \frac{5}{7};$$

(3) 如图 3, 与 (2) 一样可证明 $\triangle AOC_1 \sim \triangle BOD_1$,

$$\therefore \frac{AC_1}{BD_1} = \frac{OA}{OB} = \frac{AC}{BD} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore k = \frac{1}{2};$$

$\therefore \triangle COD$ 绕点 O 按逆时针方向旋转得到 $\triangle C_1OD_1$,

$\therefore OD_1=OD$,
 而 $OD=OB$,
 $\therefore OD_1=OB=OD$,
 $\therefore \triangle BDD_1$ 为直角三角形,
 在 $Rt\triangle BDD_1$ 中, $BD_1^2+DD_1^2=BD^2=100$,
 $\therefore (2AC_1)^2+DD_1^2=100$,
 $\therefore AC_1^2+(kDD_1)^2=25$.

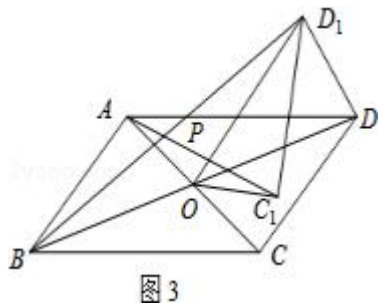


图 3

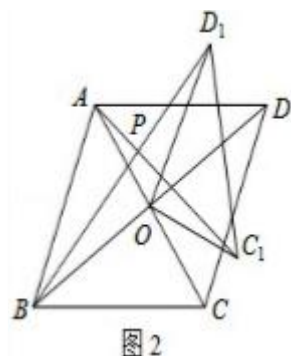


图 2

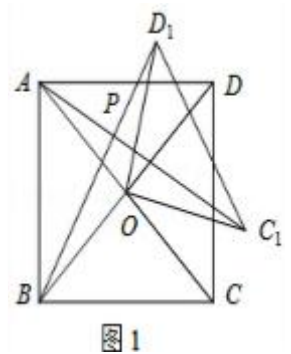


图 1

点评: 本题考查了四边形的综合题: 熟练掌握平行四边形和特殊平行四边形的性质、旋转的性质; 会运用三角形全等的判定与性质、三角形相似的判定与性质.

八、(本题 14 分)

26. (14 分) (2014•丹东) 如图 1, 抛物线 $y=ax^2+bx-1$ 经过 $A(-1, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 两点, 交 y 轴于点 C . 点 P 为抛物线上的一个动点, 过点 P 作 x 轴的垂线交直线 BC 于点 D , 交 x 轴于点 E .

(1) 请直接写出抛物线表达式和直线 BC 的表达式.

(2) 如图 1, 当点 P 的横坐标为 $\frac{2}{3}$ 时, 求证: $\triangle OBD \sim \triangle ABC$.

(3) 如图 2, 若点 P 在第四象限内, 当 $OE=2PE$ 时, 求 $\triangle POD$ 的面积.

(4) 当以点 O、C、D 为顶点的三角形是等腰三角形时，请直接写出动点 P 的坐标.

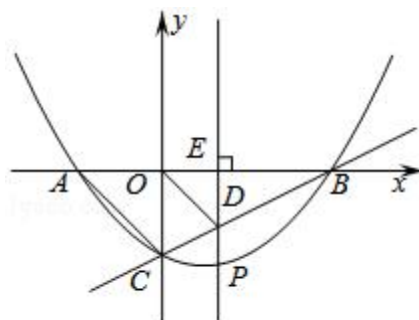


图 1

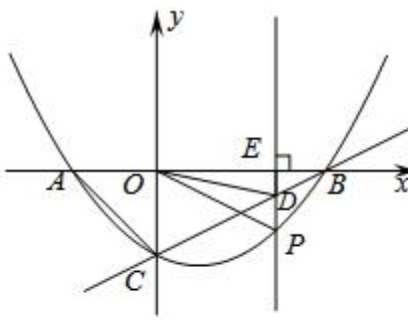
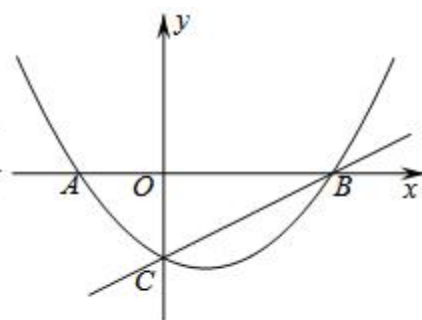


图 2



备用图

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 待定系数法即可求得;

(2) 先把 P 点的横坐标代入直线 $y_2 = \frac{1}{2}x - 1$, 求得 $DE = \frac{2}{3}$, 从而求得 $DE = OE$, 得出 $\angle EOD = 45^\circ$, 因为 $\angle OAC = \angle EOD = 45^\circ$, $\angle OBD = \angle ABC$, 即可求得 $\triangle OBD \sim \triangle ABC$;

(3) 分三种情况: 当 $OD = CD$ 时, 则 $\frac{5}{4}m^2 - m + 1 = \frac{5}{4}m^2$, 当 $OD = OC$ 时, 则 $\frac{5}{4}m^2 - m + 1 = 1$,

当 $OC = CD$ 时, 则 $\frac{5}{4}m^2 = 1$, 分别求解, 即可求得.

解答: 解: (1) 由抛物线 $y = ax^2 + bx - 1$ 可知 C (0, -1),
 $\because y = ax^2 + bx - 1$ 经过 A (-1, 0)、B (2, 0) 两点,

$$\therefore \begin{cases} a - b - 1 = 0 \\ 4a + 2b - 1 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线表达式: } y_1 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1;$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{则} \begin{cases} 2k + b = 0 \\ b = -1 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases}.$$

$$\therefore \text{直线 BC 的表达式: } y_2 = \frac{1}{2}x - 1.$$

(2) 如图 1, 当点 P 的横坐标为 $\frac{2}{3}$ 时, 把 $x = \frac{2}{3}$

$$\text{代入 } y_2 = \frac{1}{2}x - 1, \text{ 得 } y_2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} - 1 = -\frac{2}{3},$$

$$\therefore DE = \frac{2}{3}$$

$$\text{又} \because OE = \frac{2}{3},$$

$$\therefore DE = OE$$

$$\therefore \angle OED = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EOD = 45^\circ$$

$$\text{又} \because OA = OC = 1, \angle AOC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = 45^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = \angle EOD$$

$$\text{又} \because \angle OBD = \angle ABC$$

$$\triangle OBD \sim \triangle ABC.$$

$$(3) \text{ 如图 2, 设点 P 的坐标为 } P(x, \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1)$$

$$\therefore OE = x, PE = |\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1| = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$$

$$\text{又} \because OE = 2PE$$

$$\therefore x = 2(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1)$$

$$\text{解得 } x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2} \text{ (不合题意舍去),}$$

$$\therefore P、D \text{ 两点坐标分别为 } P(\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), D(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}-2}{2}),$$

$$\therefore PD = \frac{\sqrt{2}-2}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2}) = \sqrt{2} - 1$$

$$OE = \sqrt{2}$$

$$\therefore S_{\triangle POD} = \frac{1}{2} \cdot PD \cdot OE = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot \sqrt{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2},$$

$$(4) P_1(1, -1), P_2(\frac{4}{5}, -\frac{27}{25}), P_3(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{-3-\sqrt{5}}{5}),$$

$$+1 P_4(-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{-3+\sqrt{5}}{5}).$$

$$\text{设 } D(m, \frac{1}{2}m - 1), \text{ 则 } OD^2 = m^2 + (\frac{1}{2}m - 1)^2 = \frac{5}{4}m^2 - m + 1, OC^2 = 1, CD^2 = m^2 + (1 - \frac{1}{2}m + 1)$$

$$^2 = \frac{5}{4}m^2,$$

$$\text{当 } OD = CD \text{ 时, 则 } \frac{5}{4}m^2 - m + 1 = \frac{5}{4}m^2, \text{ 解得 } m_1 = 1,$$

$$\text{当 } OD = OC \text{ 时, 则 } \frac{5}{4}m^2 - m + 1 = 1, \text{ 解得 } m_2 = \frac{4}{5},$$

$$\text{当 } OC = CD \text{ 时, 则 } \frac{5}{4}m^2 = 1, \text{ 解得 } m_3 = \frac{2\sqrt{5}}{5}, m_4 = -\frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore P_1 (1, -1), P_2 \left(\frac{4}{5}, -\frac{27}{25}\right), P_3 \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{-3-\sqrt{5}}{5}\right), \\ +1P_4 \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{-3+\sqrt{5}}{5}\right).$$

点评: 本题考查了待定系数法求解析式、三角形相似的判定以及分类讨论的思想的应用.

