

2013 年辽宁省鞍山市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 2 分，满分 16 分）

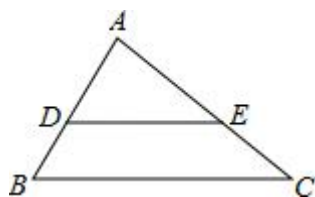
1. (2 分) 3^{-1} 等于 ()

- A. 3 B. $-\frac{1}{3}$ C. -3 D. $\frac{1}{3}$

2. (2 分) 一组数据 2, 4, 5, 5, 6 的众数是 ()

- A. 2 B. 4 C. 5 D. 6

3. (2 分) 如图, 已知 D 、 E 在 $\triangle ABC$ 的边上, $DE \parallel BC$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle AED = 40^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 ()

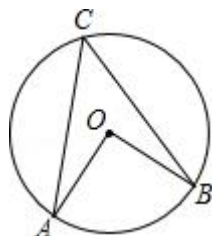


- A. 100° B. 90° C. 80° D. 70°

4. (2 分) 要使式子 $\sqrt{2-x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 0$ B. $x \geq -2$ C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$

5. (2 分) 已知: 如图, OA , OB 是 $\odot O$ 的两条半径, 且 $OA \perp OB$, 点 C 在 $\odot O$ 上, 则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



- A. 45° B. 35° C. 25° D. 20°

6. (2 分) 已知 $b < 0$, 关于 x 的一元二次方程 $(x-1)^2 = b$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根 D. 有两个实数根

7. (2 分) 甲、乙、丙、丁四位选手各 10 次射击成绩的平均数和方差如下表:

选手	甲	乙	丙	丁
平均数 (环)	9.2	9.2	9.2	9.2
方差 (环 ²)	0.035	0.015	0.025	0.027

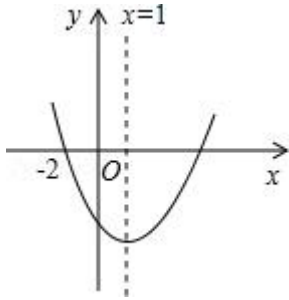
则这四人中成绩发挥最稳定的是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

8. (2分) 如图所示的抛物线是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象, 则下列结论:

① $abc > 0$; ② $b + 2a = 0$; ③ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(4, 0)$; ④ $a + c > b$; ⑤ $3a + c < 0$.

其中正确的结论有 ()

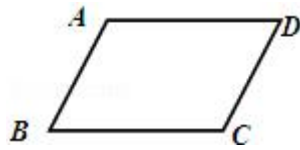


- A. 5个 B. 4个 C. 3个 D. 2个

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 2 分, 满分 16 分)

9. (2分) 分解因式: $m^2 - 10m =$ _____.

10. (2分) 如图, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D =$ _____ 度.



11. (2分) 在一次函数 $y = kx + 2$ 中, 若 y 随 x 的增大而增大, 则它的图象不经过第 _____ 象限.

12. (2分) 若方程组 $\begin{cases} x+y=7 \\ 3x-5y=-3 \end{cases}$, 则 $3(x+y) - (3x-5y)$ 的值是 _____.

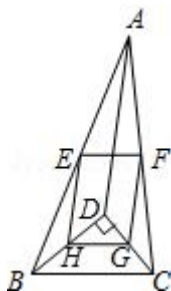
13. (2分) $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 8$, $\cos A = \frac{3}{4}$, 则 BC 的长 _____.

14. (2分) 刘谦的魔术表演风靡全国, 小明也学起了刘谦发明了一个魔术盒, 当任意实数对 (a, b) 进入其中时, 会得到一个新的实数: $a^2 + b - 1$, 例如把 $(3, -2)$ 放入其中, 就会得到 $3^2 + (-2) - 1 = 6$. 现将实数对 $(-1, 3)$ 放入其中, 得到实数 m , 再将实数对 $(m, 1)$ 放入其中后, 得到实数是 _____.

15. (2分) 如图, 两根铁棒直立于桶底水平的木桶中, 在桶中加入水后, 一根露出水面的长度是它的 $\frac{1}{3}$, 另一根露出水面的长度是它的 $\frac{1}{5}$. 两根铁棒长度之和为 55cm , 此时木桶中水的深度是 _____ cm .



16. (2分) 如图, D 是 $\triangle ABC$ 内一点, $BD \perp CD$, $AD = 6$, $BD = 4$, $CD = 3$, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 AC 、 CD 、 BD 的中点, 则四边形 $EFGH$ 的周长是_____.



三、计算题 (共 2 小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

17. (6分) 先化简, 再求值: $\frac{x+1}{x} \div (x - \frac{1+x^2}{2x}) - 1$, 其中 $x = \sqrt{2} + 1$.

18. (6分) 某商场购进一批单价为 4 元的日用品. 若按每件 5 元的价格销售, 每月能卖出 3 万件; 若按每件 6 元的价格销售, 每月能卖出 2 万件, 假定每月销售件数 y (件) 与价格 x (元/件) 之间满足一次函数关系.

(1) 试求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 当销售价格定为多少时, 才能使每月的利润最大? 每月的最大利润是多少?

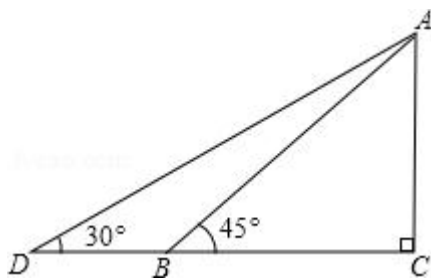
四、应用题 (共 2 小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

19. (6分) 小明和小亮玩一种游戏: 三张大小, 质地都相同的卡片上分别标有数字 1, 2, 3, 现将标有数字的一面朝下, 小明从中任意抽取一张, 记下数字后放回洗匀, 然后小亮从中任意抽取一张, 计算小明和小亮抽得的两个数字之和, 如果和为奇数, 则小明胜, 若和为偶数则小亮胜.

(1) 用列表或画树状图等方法, 列出小明和小亮抽得的数字之和所有可能出现的情况.

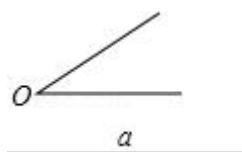
(2) 请判断该游戏对双方是否公平? 并说明理由.

20. (6分) 如图, 某幼儿园为了加强安全管理, 决定将园内的滑滑板的倾斜度由 45° 降为 30° , 已知原滑滑板 AB 的长为 5 米, 点 D 、 B 、 C 在同一水平地面上. 求: 改善后滑滑板会加长多少? (精确到 0.01) (参考数据: $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{6} = 2.449$)



五、应用题（共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分）

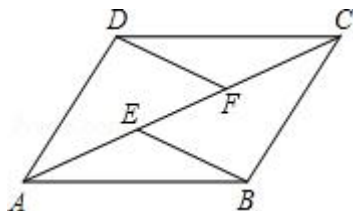
- 21.（6 分）如图，已知线段 a 及 $\angle O$ ，只用直尺和圆规，求作 $\triangle ABC$ ，使 $BC = a$ ， $\angle B = \angle O$ ， $\angle C = 2\angle B$ （在指定作图区域作图，保留作图痕迹，不写作法）



- 22.（6 分）如图， E, F 是四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上两点， $AF = CE$ ， $DF = BE$ ， $DF \parallel BE$ 。

求证：

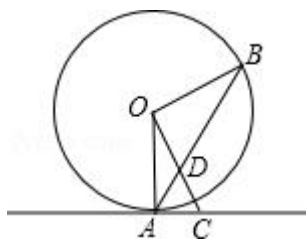
- （1） $\triangle AFD \cong \triangle CEB$ ；
- （2）四边形 $ABCD$ 是平行四边形。



六、应用题（共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分）

- 23.（6 分）如图，点 A, B 在 $\odot O$ 上，直线 AC 是 $\odot O$ 的切线， $OC \perp OB$ ，连接 AB 交 OC 于点 D 。

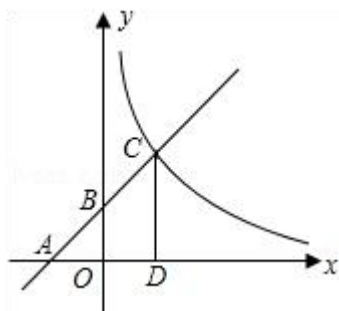
- （1） AC 与 CD 相等吗？为什么？
- （2）若 $AC = 2$ ， $AO = \sqrt{5}$ ，求 OD 的长度。



- 24.（6 分）如图所示，已知一次函数 $y = kx + b$ （ $k \neq 0$ ）的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A, B

两点，且与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象在第一象限交于 C 点， CD 垂直于 x 轴，垂足为 D 。若 $OA = OB = OD = 1$ 。

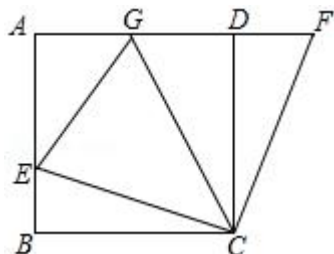
- (1) 求点 A 、 B 、 D 的坐标；
- (2) 求一次函数和反比例函数的解析式。



七、应用题 (满分 10 分)

25. (10 分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 是 AB 上一点， F 是 AD 延长线上一点，且 $DF = BE$ 。

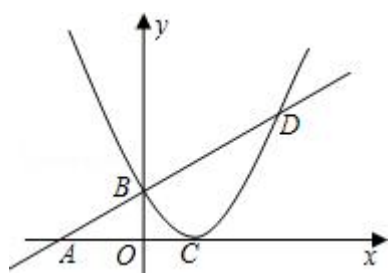
- (1) 求证： $CE = CF$ ；
- (2) 若点 G 在 AD 上，且 $\angle GCE = 45^\circ$ ，则 $GE = BE + GD$ 成立吗？为什么？



八、应用题 (满分 10 分)

26. (10 分) 如图，已知一次函数 $y = 0.5x + 2$ 的图象与 x 轴交于点 A ，与二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象交于 y 轴上的一点 B ，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴只有唯一的交点 C ，且 $OC = 2$ 。

- (1) 求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的解析式；
- (2) 设一次函数 $y = 0.5x + 2$ 的图象与二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的另一交点为 D ，已知 P 为 x 轴上的一个动点，且 $\triangle PBD$ 为直角三角形，求点 P 的坐标。



2013 年辽宁省鞍山市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 2 分，满分 16 分）

1. 【分析】根据负整数指数幂： $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数)，进行运算即可.

【解答】解： $3^{-1} = \frac{1}{3}$.

故选：D.

【点评】此题考查了负整数指数幂，属于基础题，关键是掌握负整数指数幂的运算法则.

2. 【分析】根据众数的定义解答即可.

【解答】解：在 2, 4, 5, 5, 6 中，5 出现了两次，次数最多，

故众数为 5.

故选：C.

【点评】此题考查了众数的概念——一组数据中，出现次数最多的数位众数，众数可以有多个.

3. 【分析】先根据平行线的性质求出 $\angle C$ 的度数，再根据三角形内角和定理求出 $\angle A$ 的度数即可.

【解答】解： $\because DE \parallel BC$, $\angle AED = 40^\circ$,

$$\therefore \angle C = \angle AED = 40^\circ,$$

$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle C - \angle B = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ.$$

故选：C.

【点评】本题考查的是平行线的性质及三角形内角和定理，先根据平行线的性质求出 $\angle C$ 的度数是解答此题的关键.

4. 【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：根据题意得， $2 - x \geq 0$,

解得 $x \leq 2$.

故选：D.

【点评】本题考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

5. 【分析】直接根据圆周角定理进行解答即可.

【解答】解： $\because OA \perp OB$,

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ.$$

故选：A.

【点评】 本题考查的是圆周角定理，即在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

6. **【分析】** 根据直接开平方法可得 $x - 1 = \pm \sqrt{b}$ ，被开方数应该非负数，故没有实数根.

【解答】 解： $\because (x - 1)^2 = b$ 中 $b < 0$,

$\therefore$ 没有实数根，

故选：C.

【点评】 此题主要考查了解一元二次方程 - 直接开平方法，根据法则：要把方程化为“左平方，右常数，先把系数化为1，再开平方取正负，分开求得方程解”来求解.

7. **【分析】** 根据方差的定义，方差越小数据越稳定.

【解答】 解：因为 $S_{甲}^2 > S_{丁}^2 > S_{丙}^2 > S_{乙}^2$ ，方差最小的为乙，所以本题中成绩比较稳定的是乙.

故选：B.

【点评】 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

8. **【分析】** 由开口方向、与 y 轴交于负半轴以及对称轴的位置，即可确定 a, b, c 的正负；

由对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，可得 $b + 2a = 0$ ；由抛物线与 x 轴的一个交点为 $(-2, 0)$ ，对称

轴为： $x = 1$ ，可得抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(4, 0)$ ；当 $x = -1$ 时， $y = a - b + c < 0$ ；

$a - b + c < 0$ ， $b + 2a = 0$ ，即可得 $3a + c < 0$.

【解答】 解： $\because$ 开口向上，

$$\therefore a > 0,$$

$\because$ 与 y 轴交于负半轴，

$$\therefore c < 0,$$

$$\because \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b < 0,$$

$$\therefore abc > 0;$$

故①正确；

$$\because \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b+2a=0;$$

故②正确；

$\because$ 抛物线与 x 轴的一个交点为 $(-2, 0)$ ，对称轴为： $x=1$ ，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(4, 0)$ ；

故③正确；

$\because$ 当 $x=-1$ 时， $y=a-b+c<0$ ，

$$\therefore a+c<b,$$

故④错误；

$$\because a-b+c<0, b+2a=0,$$

$$\therefore 3a+c<0;$$

故⑤正确.

故选： B .

【点评】 主要考查图象与二次函数系数之间的关系. 此题难度适中，注意掌握数形结合思想的应用.

二、填空题（共 8 小题，每小题 2 分，满分 16 分）

9. **【分析】** 直接提取公因式 m 即可.

$$\text{【解答】解： } m^2 - 10m = m(m - 10).$$

故答案为： $m(m - 10)$.

【点评】 此题主要考查了提公因式法分解因式，关键是找准公因式.

10. **【分析】** 根据四边形内角和等于 360° 即可求解.

【解答】 解：由四边形内角和等于 360° ，可得 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360$ 度.

故答案为：360.

【点评】 考查了四边形内角和等于 360° 的基础知识.

11. **【分析】** 先根据函数的增减性判断出 k 的符号，再根据一次函数的图象与系数的关系进行解答即可.

【解答】 解： $\because$ 在一次函数 $y=kx+2$ 中， y 随 x 的增大而增大，

$$\therefore k>0,$$

$\because 2 > 0$,

$\therefore$ 此函数的图象经过一、二、三象限, 不经过第四象限.

故答案为: 四.

【点评】 本题考查的是一次函数的图象与系数的关系, 即一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中, 当 $k > 0$, $b > 0$ 时, 函数的图象经过一、二、三象限.

12. **【分析】** 把 $(x+y)$ 、 $(3x-5y)$ 分别看作一个整体, 代入进行计算即可得解.

【解答】 解: $\because \begin{cases} x+y=7 \\ 3x-5y=-3 \end{cases}$,

$$\therefore 3(x+y) - (3x-5y) = 3 \times 7 - (-3) = 21+3 = 24.$$

故答案为: 24.

【点评】 本题考查了解二元一次方程组, 计算时不要盲目求解, 利用整体思想代入计算更加简单.

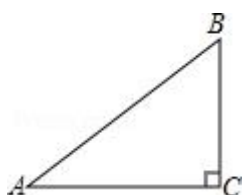
13. **【分析】** 首先利用余弦函数的定义求得 AC 的长, 然后利用勾股定理即可求得 BC 的长.

【解答】 解: $\because \cos A = \frac{AC}{AB}$,

$$\therefore AC = AB \cdot \cos A = 8 \times \frac{3}{4} = 6,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}.$$

故答案是: $2\sqrt{7}$.



【点评】 本题考查锐角三角函数的定义及运用: 在直角三角形中, 锐角的正弦为对边比斜边, 余弦为邻边比斜边, 正切为对边比邻边.

14. **【分析】** 观察可看出未知数的值没有直接给出, 而是隐含在题中, 需要找出规律, 代入求解.

【解答】 解: 根据所给规则: $m = (-1)^2 + 3 - 1 = 3$

$$\therefore \text{最后得到的实数是 } 3^2 + 1 - 1 = 9.$$

【点评】 依照规则, 首先计算 m 的值, 再进一步计算即可. 隐含了整体的数学思想和正确运算的能力.

15. **【分析】** 考查方程思想及观察图形提取信息的能力.

【解答】解：设较长铁棒的长度为 $x\text{cm}$ ，较短铁棒的长度为 $y\text{cm}$ 。

因为两根铁棒之和为 55cm ，故可列 $x+y=55$ ，

又知两棒未露出水面的长度相等，故可知 $\frac{2}{3}x = \frac{4}{5}y$ ，

据此可列：
$$\begin{cases} x+y=55 \\ \frac{2}{3}x=\frac{4}{5}y \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=30 \\ y=25 \end{cases}$$

因此木桶中水的深度为 $30 \times \frac{2}{3} = 20\text{cm}$ 。

故填 20。

【点评】本题是一道能力题，注意图形与方程等量关系的结合。

16. 【分析】利用勾股定理列式求出 BC 的长，再根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半求出 $EH = FG = \frac{1}{2}AD$ ， $EF = GH = \frac{1}{2}BC$ ，然后代入数据进行计算即可得解。

【解答】解： $\because BD \perp CD$ ， $BD = 4$ ， $CD = 3$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$\because E$ 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 AC 、 CD 、 BD 的中点，

$$\therefore EH = FG = \frac{1}{2}AD, EF = GH = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \text{四边形 } EFGH \text{ 的周长} = EH + GH + FG + EF = AD + BC,$$

又 $\because AD = 6$ ，

$$\therefore \text{四边形 } EFGH \text{ 的周长} = 6 + 5 = 11.$$

故答案为：11。

【点评】本题考查了三角形的中位线定理，勾股定理的应用，熟记三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半是解题的关键。

三、计算题（共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分）

17. 【分析】将括号内的部分通分后相减，再将除法转化为后解答。

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \frac{x+1}{x} \div \left(\frac{2x^2}{2x} - \frac{1+x^2}{2x} \right) - 1 \\ &= \frac{x+1}{x} \div \frac{x^2-1}{2x} - 1 \end{aligned}$$

$$= \frac{x+1}{x} \cdot \frac{2x}{(x-1)(x+1)} - 1$$

$$= \frac{2}{x-1} - 1.$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2} + 1 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{\sqrt{2} + 1 - 1} - 1,$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} - 1$$

$$= \sqrt{2} - 1.$$

【点评】 本题考查了分式的化简求值，能正确进行因式分解是解题的关键.

18. **【分析】** (1) 利用待定系数法求得 y 与 x 之间的一次函数关系式;

(2) 根据“利润 = (售价 - 成本) × 售出件数”，可得利润 W 与销售价格 x 之间的二次函数关系式，然后求出其最大值.

【解答】 解：(1) 由题意，可设 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

把 $(5, 30000)$, $(6, 20000)$ 代入得：
$$\begin{cases} 30000 = 5k + b \\ 20000 = 6k + b \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k = -10000 \\ b = 80000 \end{cases}$$

所以 y 与 x 之间的关系式为： $y = -10000x + 80000$;

(2) 设利润为 W 元，则 $W = (x - 4)(-10000x + 80000)$

$$= -10000(x - 4)(x - 8)$$

$$= -10000(x^2 - 12x + 32)$$

$$= -10000[(x - 6)^2 - 4]$$

$$= -10000(x - 6)^2 + 40000$$

所以当 $x = 6$ 时， W 取得最大值，最大值为 40000 元.

答：当销售价格定为 6 元时，每月的利润最大，每月的最大利润为 40000 元.

【点评】 本题主要考查利用函数模型（二次函数与一次函数）解决实际问题的能力. 要先根据题意列出函数关系式，再代数求值. 解题关键是要分析题意根据实际意义求解. 注意：数学应用题来源于实践用于实践，在当今社会市场经济的环境下，应掌握一些有关商品价格和利润的知识.

四、应用题（共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分）

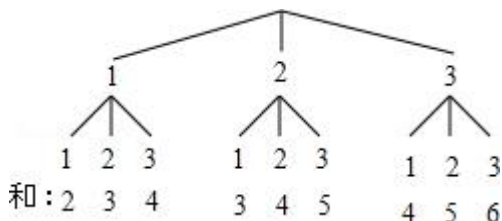
19. **【分析】** (1) 依据题意先用列表法或画树状图法分析所有等可能的出现结果，然后根据概率公式求出该事件的概率.

(2) 游戏是否公平，求出游戏双方获胜的概率，比较是否相等即可

【解答】解：法一，列表

第1张 第2张	1	2	3
1	(1, 1) 2	(2, 1) 3	(3, 1) 4
2	(1, 2) 3	(2, 2) 4	(3, 2) 5
3	(1, 3) 4	(2, 3) 5	(3, 3) 6

法二，画树形图



(1) 从上面表中（树形图）可看出小明和小亮抽得的数字之和可能有是：2，3，4，5，6；

(2) 因为和为偶数有 5 次，和为奇数有 4 次，所以 $P(\text{小明胜}) = \frac{4}{9}$ ， $P(\text{小亮胜}) = \frac{5}{9}$ ，

所以：此游戏对双方不公平．

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件．游戏双方获胜的概率相同，游戏就公平，否则游戏不公平．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

20. 【分析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，根据 $AB = 5$ 米， $\angle ABC = 45^\circ$ ，求出 AC 的长度，然后在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，解直角三角形求 AD 的长度，用 $AD - AB$ 即可求出滑板加长的长度．

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

$$\because AB = 5, \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore AC = AB \sin 45^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\angle ADC = 30^\circ$ ，

$$\therefore AD = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 5\sqrt{2} = 5 \times 1.414 = 7.07,$$

$$AD - AB = 7.07 - 5 = 2.07 \text{ (米)}.$$

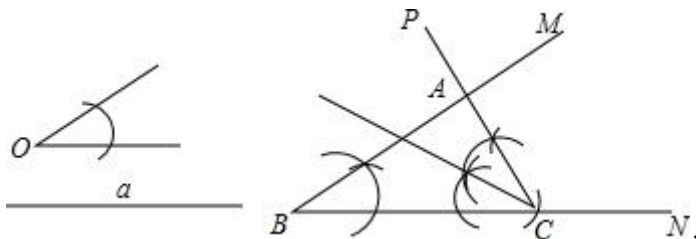
答：改善后滑滑板约会加长 2.07 米．

【点评】 本题主要考查了解直角三角形的应用，利用这两个直角三角形公共的直角边解直角三角形是解答本题的关键.

五、应用题（共 2 小题，每小题 6 分，满分 12 分）

21. 【分析】 先作一个角等于已知角，即 $\angle MBN = \angle O$ ，在边 BN 上截取 $BC = a$ ，以射线 CB 为一边， C 为顶点，作 $\angle PCB = 2\angle O$ ， CP 交 BM 于点 A ， $\triangle ABC$ 即为所求.

【解答】 解：如图所示：



【点评】 本题主要考查了基本作图，关键是掌握作一个角等于已知角的基本作图方法.

22. 【分析】 (1) 利用两边和它们的夹角对应相等的两三角形全等 (SAS)，这一判定定理容易证明 $\triangle AFD \cong \triangle CEB$.

(2) 由 $\triangle AFD \cong \triangle CEB$ ，容易证明 $AD = BC$ 且 $AD \parallel BC$ ，可根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

【解答】 证明：(1) $\because DF \parallel BE$,

$$\therefore \angle DFE = \angle BEF.$$

又 $\because AF = CE, DF = BE$,

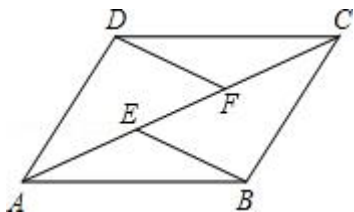
$$\therefore \triangle AFD \cong \triangle CEB \text{ (SAS)}.$$

(2) 由 (1) 知 $\triangle AFD \cong \triangle CEB$,

$$\therefore \angle DAC = \angle BCA, AD = BC,$$

$$\therefore AD \parallel BC.$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 (一组对边平行且相等的四边形是平行四边形).



【点评】 此题主要考查了全等三角形的判定和平行四边形的判定，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL. 平行四边形的判定，一组对边平行且相等

的四边形是平行四边形.

六、应用题 (共 2 小题, 每小题 6 分, 满分 12 分)

23. 【分析】(1) $AC = CD$, 理由为: 由 AC 为圆的切线, 利用切线的性质得到 $\angle OAC$ 为直角, 再由 OC 与 OB 垂直, 得到 $\angle BOC$ 为直角, 由 $OA = OB$, 利用等边对等角得到一对角相等, 再利用对顶角相等及等角的余角相等得到一对角相等, 利用等角对等边即可得证;

(2) 由 $OC = OD + DC$, $DC = AC$, 表示出 OC , 在直角三角形 OAC 中, 利用勾股定理即可求出 OD 的长.

【解答】解: (1) $AC = CD$, 理由为:

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle B,$$

$\because$ 直线 AC 为圆 O 的切线,

$$\therefore \angle OAC = \angle OAB + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\because OB \perp OC,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODB + \angle B = 90^\circ,$$

$$\because \angle ODB = \angle CDA,$$

$$\therefore \angle CDA + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CDA,$$

则 $AC = CD$;

$$(2) \text{ 在 Rt}\triangle OAC \text{ 中, } AC = CD = 2, AO = \sqrt{5}, OC = OD + DC = OD + 2,$$

$$\text{根据勾股定理得: } OC^2 = AC^2 + AO^2, \text{ 即 } (OD + 2)^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2,$$

$$\text{解得: } OD = 1.$$

【点评】此题考查了切线的性质, 勾股定理, 等腰三角形的性质, 熟练掌握切线的性质是解本题的关键.

24. 【分析】(1) 根据 $OA = OB = OD = 1$ 和各坐标轴上的点的特点易得到所求点的坐标;

(2) 将 A 、 B 两点坐标分别代入 $y = kx + b$, 可用待定系数法确定一次函数的解析式, 由 C 点在一次函数的图象上可确定 C 点坐标, 将 C 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 可确定反比例函数的解

析式.

【解答】解: (1) $\because OA = OB = OD = 1$,

$\therefore$ 点 A 、 B 、 D 的坐标分别为 $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$, $D(1, 0)$;

(2) $\because$ 点 A 、 B 在一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象上,

$$\therefore \begin{cases} -k + b = 0 \\ b = 1 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = x + 1$.

$\because$ 点 C 在一次函数 $y = x + 1$ 的图象上, 且 $CD \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(1, 2)$,

又 $\because$ 点 C 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象上,

$\therefore m = 2$;

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{x}$.

【点评】 本题主要考查用待定系数法求函数解析式, 过某个点, 这个点的坐标应适合这个函数解析式.

七、应用题 (满分 10 分)

25. 【分析】 (1) 由 $DF = BE$, 四边形 $ABCD$ 为正方形可证 $\triangle CEB \cong \triangle CFD$, 从而证出 $CE = CF$.

(2) 由 (1) 得, $CE = CF$, $\angle BCE + \angle ECD = \angle DCF + \angle ECD$ 即 $\angle ECF = \angle BCD = 90^\circ$ 又 $\angle GCE = 45^\circ$ 所以可得 $\angle GCE = \angle GCF$, 故可证得 $\triangle ECG \cong \triangle FCG$, 即 $EG = FG = GD + DF$. 又因为 $DF = BE$, 所以可证出 $GE = BE + GD$ 成立.

【解答】 (1) 证明: 在正方形 $ABCD$ 中,

$$\therefore \begin{cases} BC = DC \\ \angle B = \angle CDF \\ BE = DF \end{cases},$$

$\therefore \triangle CBE \cong \triangle CDF$ (SAS).

$\therefore CE = CF$.

(2) 解: $GE = BE + GD$ 成立.

理由是: $\because$ 由 (1) 得: $\triangle CBE \cong \triangle CDF$,

$$\therefore \angle BCE = \angle DCF,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle ECD = \angle DCF + \angle ECD, \text{ 即 } \angle ECF = \angle BCD = 90^\circ,$$

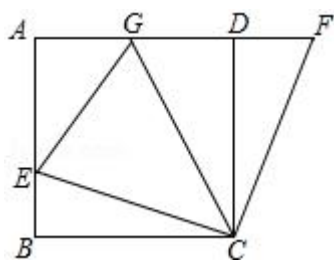
$$\text{又 } \because \angle GCE = 45^\circ, \therefore \angle GCF = \angle GCE = 45^\circ.$$

$$\therefore \begin{cases} CE=CF \\ \angle GCE=\angle GCF, \\ GC=GC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ECG \cong \triangle FCG \text{ (SAS)}.$$

$$\therefore GE = GF.$$

$$\therefore GE = DF + GD = BE + GD.$$



【点评】 本题主要考查证两条线段相等往往转化为证明这两条线段所在三角形全等的思想，在第二问中也是考查了通过全等找出和 GE 相等的线段，从而证出关系是不是成立。

八、应用题（满分 10 分）

26. **【分析】** (1) 根据 $y = 0.5x + 2$ 交 x 轴于点 A ，与 y 轴交于点 B ，即可得出 A, B 两点坐标，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴只有唯一的交点 C ，且 $OC = 2$ ，得出可设二次函数 $y = ax^2 + bx + c = a(x - 2)^2$ ，进而求出即可；

(2) 根据当 B 为直角顶点，当 D 为直角顶点，以及当 P 为直角顶点时，分别利用三角形相似对应边成比例求出即可。

【解答】 解：(1) $\because y = 0.5x + 2$ 交 x 轴于点 A ，

$$\therefore 0 = 0.5x + 2,$$

$$\therefore x = -4,$$

与 y 轴交于点 B ，

$$\because x = 0,$$

$$\therefore y = 2$$

$$\therefore B \text{ 点坐标为: } (0, 2),$$

$$\therefore A(-4, 0), B(0, 2),$$

$\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴只有唯一的交点 C ，且 $OC = 2$

∴可设二次函数 $y = a(x-2)^2$ 或 $y = a(x+2)^2$

把 $B(0, 2)$ 代入得: $a = 0.5$

∴二次函数的解析式: $y = 0.5x^2 - 2x + 2$ 或 $y = 0.5x^2 + 2x + 2$ (对称轴在 y 轴左侧, 舍去);

(2)(I) 当 B 为直角顶点时, 过 B 作 $BP_1 \perp AD$ 交 x 轴于 P_1 点

由 $\text{Rt}\triangle AOB \sim \text{Rt}\triangle BOP_1$

$$\therefore \frac{AO}{BO} = \frac{BO}{P_1O},$$

$$\therefore \frac{4}{2} = \frac{2}{OP_1},$$

得: $OP_1 = 1$,

∴ $P_1(1, 0)$,

(II) 作 $P_2D \perp BD$, 连接 BP_2 ,

将 $y = 0.5x + 2$ 与 $y = 0.5x^2 - 2x + 2$ 联立求出两函数交点坐标:

D 点坐标为: $(5, 4.5)$,

$$\text{则 } AD = \frac{9\sqrt{5}}{2},$$

当 D 为直角顶点时

$$\because \angle DAP_2 = \angle BAO, \angle BOA = \angle ADP_2,$$

$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle AP_2D,$$

$$\therefore \frac{AB}{AP_2} = \frac{AO}{AD},$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{AP_2} = \frac{4}{\frac{9\sqrt{5}}{2}},$$

解得: $AP_2 = 11.25$,

则 $OP_2 = 11.25 - 4 = 7.25$,

故 P_2 点坐标为 $(7.25, 0)$;

(III) 当 P 为直角顶点时, 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E , 设 $P_3(a, 0)$

则由 $\text{Rt}\triangle OBP_3 \sim \text{Rt}\triangle EP_3D$

$$\text{得: } \frac{OP_3}{DE} = \frac{OB}{P_3E},$$

$$\therefore \frac{a}{4.5} = \frac{2}{5-a},$$

∵ 方程无解,

∴ 点 P_3 不存在,

∴ 点 P 的坐标为: $P_1(1, 0)$ 和 $P_2(7.25, 0)$.

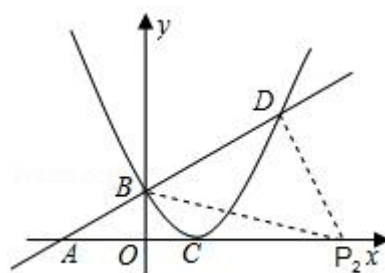
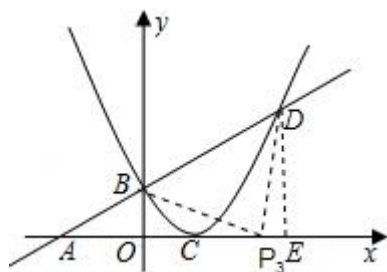


图2

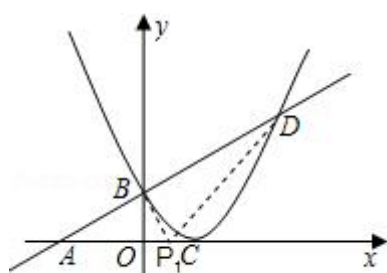


图1

【点评】 此题主要考查了二次函数综合应用以及求函数与坐标轴交点和相似三角形的性质等知识, 根据已知进行分类讨论得出所有结果, 注意不要漏解.