

2013 年辽宁省阜新市中考数学试卷

一、选择题（在每一小题给出四个选项中，只有一个是正确的，每小题 3 分，共 18 分）

1.（3 分）在下列四个图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形是（ ）



2.（3 分）小明在“百度”搜索引擎中输入“钓鱼岛最新消息”，能搜索到与之相关的结果个数约为 564000，这个数用科学记数法表示为（ ）

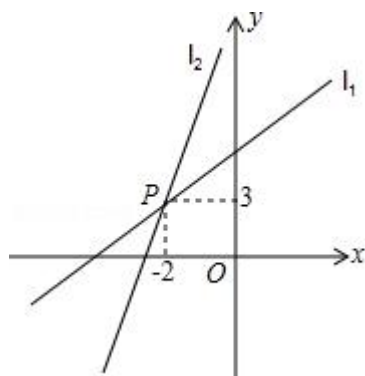
- A. 5.64×10^4 B. 56.4×10^4 C. 5.64×10^5 D. 0.564×10^6

3.（3 分）甲、乙、丙、丁四人进行射击测试，每人 10 次射击的平均成绩恰好都是 9.4 环，方差分别是 $s^2_{\text{甲}} = 0.82$ ， $s^2_{\text{乙}} = 1.11$ ， $s^2_{\text{丙}} = 0.53$ ， $s^2_{\text{丁}} = 1.58$ ，在本次测试中，成绩最稳定的是（ ）

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

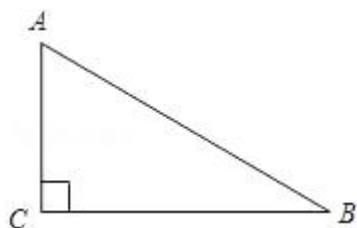
4.（3 分）如图，一次函数 $y = k_1x + b_1$ 的图象 l_1 与 $y = k_2x + b_2$ 的图象 l_2 交于点 P ，则方程组

$$\begin{cases} y = k_1x + b_1 \\ y = k_2x + b_2 \end{cases} \text{ 的解是 ()}$$



- A. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$

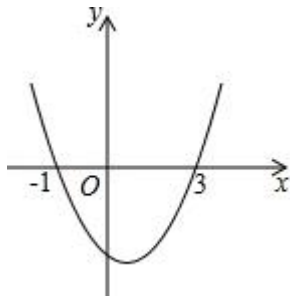
5.（3 分）如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $BC = 4\text{cm}$ ，以点 C 为圆心，以 2cm 的长为半径作圆，则 $\odot C$ 与 AB 的位置关系是（ ）



- A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 相切或相交

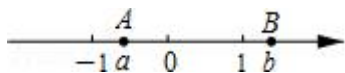
选考题[考生注意：6.7.8 题为三选一的选择題，即只能选做其中一个題目，多答时只按作答的首題评分]

6. (3 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，它与 x 轴的两个交点分别为 $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$ ，对于下列结论不正确的是 ()



- A. $b^2 - 4ac > 0$ B. $b + 2a = 0$ C. $abc > 0$ D. $8a + c < 0$

7. 如图， A 、 B 两点在数轴上表示的数分别为 a 、 b ，下列式子成立的是 ()

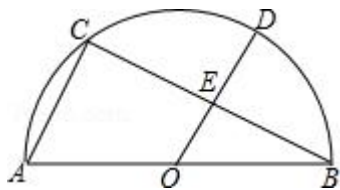


- A. $ab > 0$ B. $a + b < 0$
C. $(b - 1)(a + 1) > 0$ D. $(b - 1)(a - 1) > 0$

8. 如图，已知点 C ， D 是半圆 $\widehat{AB}$ 上的三等分点，连接 AC ， BC ， CD ， OD ， BC 和 OD 相交于点 E 。则下列结论：

- ① $\angle CBA = 30^\circ$ ，② $OD \perp BC$ ，③ $OE = \frac{1}{2}AC$ ，④ 四边形 $AODC$ 是菱形。

正确的个数是 ()

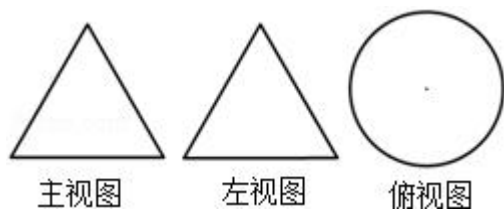


- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二. 填空题 (每小题 3 分，共 18 分)

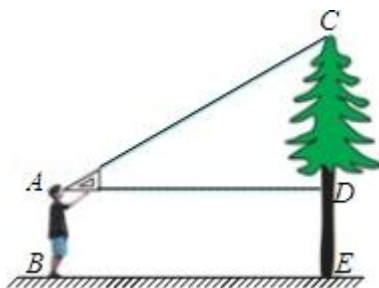
9. (3 分) 计算 $\sqrt{12} + (\sqrt{3} - \pi)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3 分) 如图是某个几何体的三视图，该几何体是_____.



11. (3分) 近视眼镜的度数 y (度) 与镜片焦距 x (m) 成反比例, 已知 500 度的近视眼镜镜片的焦距是 $0.2m$, 则 y 与 x 之间的函数关系式是_____.

12. (3分) 如图, 小聪用一块有一个锐角为 30° 的直角三角板测量树高, 已知小聪和树都与地面垂直, 且相距 $3\sqrt{3}$ 米, 小聪身高 AB 为 1.7 米, 则这棵树的高度 = _____ 米.

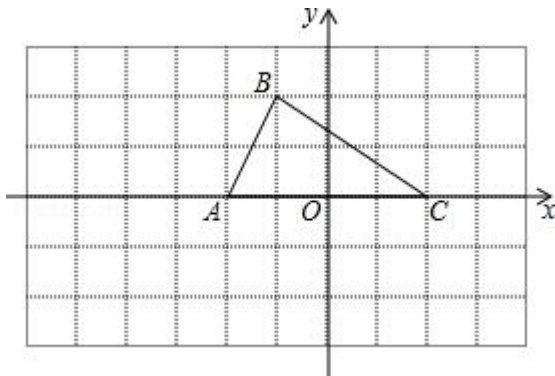


13. (3分) 某市民政部门举行“即开式福利彩票”销售活动, 发行彩票 10 万张 (每张彩票 2 元), 在这些彩票中, 设置如下奖项: 如果花 2 元钱购买一张彩票, 那么所得的奖金不多于 100 元的概率是_____.

奖金 (元)	10000	5000	1000	500	100	50
数量 (个)	1	4	20	40	100	200

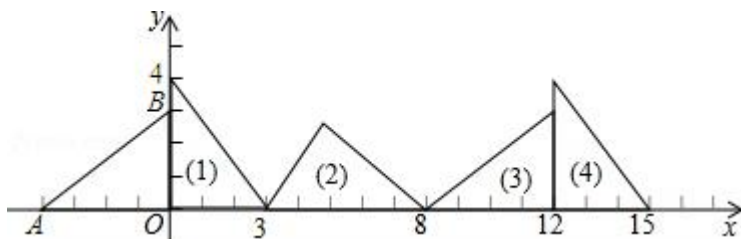
选考题[考生请注意: 14.15.16 题为三选一的选做题, 即只能选做其中一个题目, 多答时只按作答的首题评分]

14. (3分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-2, 0)$, $B(-1, 2)$, $C(2, 0)$. 请直接写出以 A, B, C 为顶点的平行四边形的第四个顶点 D 的坐标_____.

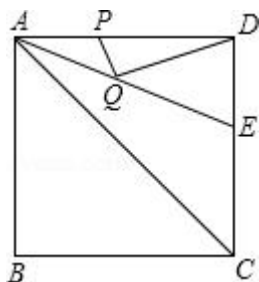


15. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(-4, 0)$, $B(0, 3)$, 对 $\triangle AOB$ 连续作图所示的旋转变换, 依次得到三角形 (1), (2), (3), (4) ..., 那么第 (2013) 个三角形的直角顶点

坐标是_____



16. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是 2， $\angle DAC$ 的平分线交 DC 于点 E ，若点 P 、 Q 分别是 AD 和 AE 上的动点，则 $DQ+PQ$ 的最小值为_____.



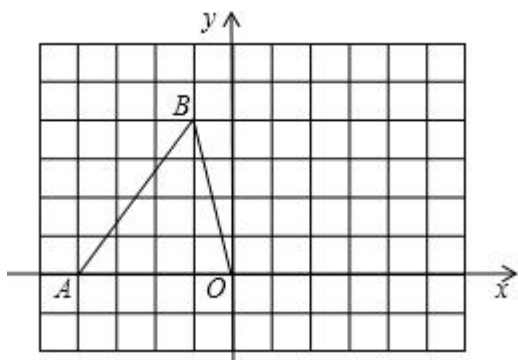
二、解答题（17.18.19.20 题每题 10 分，21.22 题每题 12 分，共 64 分）

17.（10 分）（1）解分式方程： $\frac{3-x}{x-4} - \frac{2}{4-x} = 1$.

（2）先化简，再求值： $(\frac{a^2}{a^2-4a+4} - \frac{a+2}{a-2}) \div \frac{4}{a-2}$ ，其中 $a = \tan 60^\circ + 4\sin 30^\circ$.

- 18.（10 分）如图，在平面直角坐标系中，点 A 、 B 的坐标分别为 $A(-4, 0)$ ， $B(-1, 4)$ ，将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 90°

- （1）画出旋转后的 $\triangle A'OB'$ ；
- （2）写出点 B 关于原点 O 的对称点的坐标；
- （3）求出点 B 到点 B' 所经过的路径长；
- （4）用直尺和圆规作出 $\triangle A'OB'$ 的外接圆（保留作图痕迹，不写作法）.



- 19.（10 分）某食品厂为了解市民对去年春节销售量较好的 A 、 B 、 C 、 D 四种不同口味饺子的喜爱情况，在今年春节前对某居民区市民进行了抽样调查，并将调查情况绘制成如下

两幅统计图（尚不完整） 请根据以上信息回答：

- （1）本次参加抽样调查的居民有_____人；
- （2）将两幅不完整的图补充完整；
- （3）若居民区有 8000 人，请你估计爱吃 D 种饺子的有_____人；
- （4）若有外型完全相同的 A 、 B 、 C 、 D 饺子各一个，煮熟后，小王吃了两个，用列表或画树状图的方法，求他第二个吃的饺子恰好是 C 种饺子的概率．

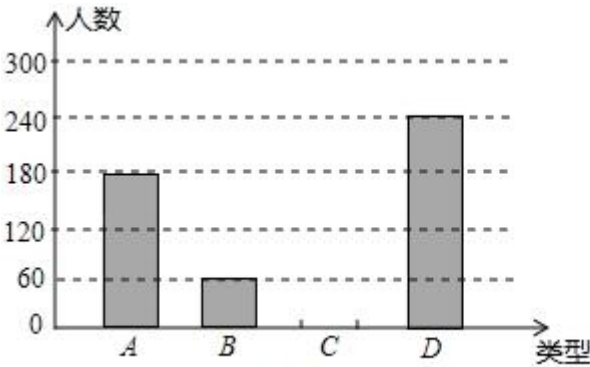


图1

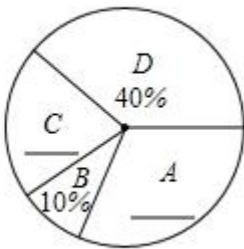


图2

20.（10 分）某县响应“建设环保节约型社会”的号召，决定资助部分村镇修建一批沼气池，使农民用到经济、环保的沼气能源．幸福村共有 264 户村民，政府补助村里 34 万元，不足部分由村民集资．修建 A 型、 B 型沼气池共 20 个．两种型号沼气池每个修建费用、可供使用户数、修建用地情况如下表：

沼气池	修建费（万元/个）	可供用户数（户/个）	占地面积（ m^2 /个）
A 型	3	20	48
B 型	2	3	6

政府相关部门批给该村沼气池修建用地 $708m^2$ ．设修建 A 型沼气池 x 个，修建两种型号沼气池共需费用 y 万元．

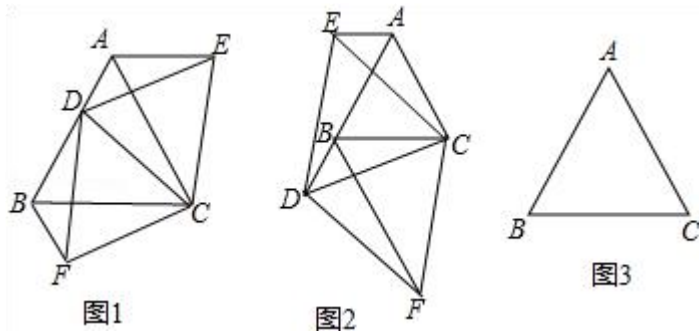
- （1）求 y 与 x 之间的函数关系式；
- （2）不超过政府批给修建沼气池用地面积，又要使该村每户村民用上沼气的修建方案有几种；
- （3）若平均每户村民集资 700 元，能否满足所需费用最少的修建方案．

21.（12 分）已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形， D 为 AB 边所在的直线上的动点，连接 DC ，以 DC 为边在 DC 两侧作等边 $\triangle DCE$ 和等边 $\triangle DCF$ （点 E 在 DC 的右侧或上侧，点 F 在 DC 左侧或下侧），连接 AE 、 BF

(1) 如图 1, 若点 D 在 AB 边上, 请你通过观察, 测量, 猜想线段 AE 、 BF 和 AB 有怎样的数量关系? 并证明你的结论;

(2) 如图 2, 若点 D 在 AB 的延长线上, 其他条件不变, 线段 AE 、 BF 和 AB 有怎样的数量关系? 请直接写出结论 (不需要证明);

(3) 若点 D 在 AB 的反向延长线上, 其他条件不变, 请在图 3 中画出图形, 探究线段 AE 、 BF 和 AB 有怎样的数量关系, 并直接写出结论 (不需要证明)



22. (12 分) 如图 1, 已知在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 且与 y 轴交于点 C .

(1) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标;

(2) 设 $\triangle COB$ 沿 x 轴正方向平移 t ($0 < t \leq 3$) 个单位长度时, $\triangle COB$ 与 $\triangle CDB$ 重叠部分的面积为 S , 求 S 与 t 之间的函数关系式, 并指出 t 的取值范围;

考生请注意: 下面的 (3), (4), (5) 题为三选一的选做题, 即只能选做其中一个题目, 多答时只按作答的首题评分, 切记哟!

(3) 点 P 是 x 轴上的一个动点, 过点 P 作直线 $l \parallel AC$ 交抛物线于点 Q , 试探究: 随着 P 点的运动, 在抛物线上是否存在点 Q , 使以点 A 、 P 、 Q 、 C 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请直接写出符合条件的点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(4) 设点 Q 是 y 轴右侧抛物线上异于点 B 的点, 过点 Q 做 $QP \parallel x$ 轴交抛物线于另一点 P , 过 P 做 $PH \perp x$ 轴, 垂足为 H , 过 Q 做 $QG \perp x$ 轴, 垂足为 G , 则四边形 $QPHG$ 为矩形. 试探究在点 Q 运动的过程中矩形 $QPHG$ 能否成为正方形? 若能, 请直接写出符合条件的点 Q 的坐标; 若不能, 请说明理由;

(5) 试探究, 在 y 轴右侧的抛物线上是否存在一点 Q , 使 $\triangle QDC$ 是等腰三角形? 若存在, 请直接写出符合条件的点 Q 坐标; 若不存在, 请说明理由.

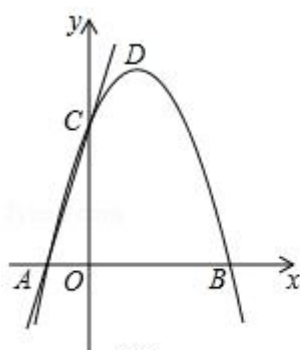


图1

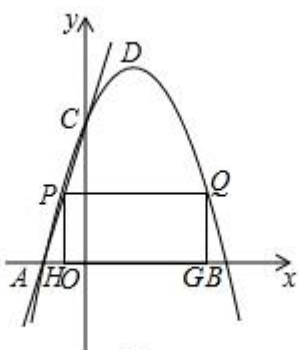
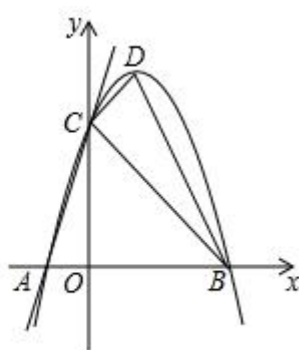


图2



备用图

2013 年辽宁省阜新市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（在每一小题给出四个选项中，只有一个是正确的，每小题 3 分，共 18 分）

1. 【分析】根据轴对称图形的定义沿一条直线对折后，直线两旁部分完全重合的图形是轴对称图形，以及中心对称图形的定义分别判断即可得出答案.

【解答】解：A、此图形沿一条直线对折后能够完全重合， $\therefore$ 此图形是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确；

B、此图形沿一条直线对折后不能够完全重合， $\therefore$ 此图形不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误.

C、此图形沿一条直线对折后能够完全重合， $\therefore$ 此图形是轴对称图形，旋转 180° 不能与原图形重合，不是中心对称图形，故此选项错误；

D、此图形沿一条直线对折后不能够完全重合， $\therefore$ 此图形不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误.

故选：A.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的定义，熟练掌握其定义是解决问题的关键.

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $564000 = 5.64 \times 10^5$.

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. 【分析】根据方差越大，波动性越大，越不稳定进行判断.

【解答】解： $\because s^2_{\text{丙}} < s^2_{\text{甲}} < s^2_{\text{乙}} < s^2_{\text{丁}} = 1.58$,

$\therefore$ 在本次测试中，成绩最稳定的是丙.

故选：C.

【点评】本题考查方差：一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动

性越大，反之也成立．

4. 【分析】根据两个一次函数的交点坐标是由两个函数解析式所组成的方程组的解进行解答．

【解答】解：方程组 $\begin{cases} y=k_1x+b_1 \\ y=k_2x+b_2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$ ．

故选：A．

【点评】本题考查了一次函数与二元一次方程组：两个一次函数的交点坐标是由两个函数解析式所组成的方程组的解．

5. 【分析】作 $CD \perp AB$ 于点 D ，根据三角函数求 CD 的长，与圆的半径比较，作出判断．

【解答】解：作 $CD \perp AB$ 于点 D ．

$$\because \angle B = 30^\circ, BC = 4\text{cm},$$

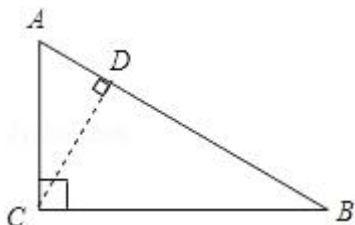
$$\therefore CD = \frac{1}{2}BC = 2\text{cm},$$

即 CD 等于圆的半径．

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore AB \text{ 与 } \odot C \text{ 相切}.$$

故选：B．



【点评】此题考查直线与圆的位置关系的判定方法．通常根据圆的半径 R 与圆心到直线的距离 d 的大小判断：

当 $R > d$ 时，直线与圆相交；当 $R = d$ 时，直线与圆相切；当 $R < d$ 时，直线与圆相离．

选考题[考生注意：6.7.8 题为三选一的选择题，即只能选做其中一个题目，多答时只按作答的首题评分]

6. 【分析】A：根据图示，可得 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不同的实数根，所以 $\Delta > 0$ ，即 $b^2 - 4ac > 0$ ，据此判断即可；

B：根据 $ax^2+bx+c=0$ 的两个不同的实根是 -1 、 3 ，可得 $-\frac{b}{a} = -1+3=2$ ，所以 $b+2a=0$ ，

据此判断即可；

C：首先根据二次函数的图象开口向上，可得 $a > 0$ ；然后根据对称轴在 y 轴的右边，可

得 $-\frac{b}{2a} > 0$, 所以 $b < 0$; 最后根据二次函数与 y 轴的交点在 y 轴的下方, 可得

$c < 0$, 所以 $abc > 0$, 据此判断即可;

D : 首先根据 $ax^2+bx+c=0$ 的两个不同的实根是 -1 、 3 , 可得 $\frac{c}{a}=(-1) \times 3=-3$, 所以 $3a+c=0$, 然后根据 $a > 0$, 判断出 $8a+c > 0$ 即可.

【解答】 解: $\because ax^2+bx+c=0$ 有两个不同的实数根,

$$\therefore \Delta > 0,$$

$$\therefore b^2 - 4ac > 0,$$

$\therefore$ 选项 A 正确.

$\because ax^2+bx+c=0$ 的两个不同的实根是 -1 、 3 ,

$$\therefore -\frac{b}{a} = -1 + 3 = 2,$$

$$\therefore b + 2a = 0,$$

$\therefore$ 选项 B 正确.

$\because$ 二次函数的图象开口向上,

$$\therefore a > 0;$$

$$\because -\frac{b}{2a} > 0, a > 0,$$

$$\therefore b < 0;$$

$\because$ 二次函数与 y 轴的交点在 y 轴的下方,

$$\therefore c < 0,$$

$$\therefore abc > 0,$$

$\therefore$ 选项 C 正确.

$\because ax^2+bx+c=0$ 的两个不同的实根是 -1 、 3 ,

$$\therefore \frac{c}{a} = (-1) \times 3 = -3,$$

$$\therefore 3a + c = 0,$$

$$\text{又} \because a > 0,$$

$$\therefore 5a > 0,$$

$$\therefore 5a + (3a + c) > 0,$$

$$\text{即 } 8a + c > 0,$$

$\therefore$ 选项 D 错误.

故选: D .

【点评】 此题主要考查了二次函数的图象与系数的关系, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; ②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异) ③常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点. 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$.

7. **【分析】** 根据 a 、 b 两点在数轴上的位置判断出其取值范围, 再对各选项进行逐一分析即可.

【解答】 解: a 、 b 两点在数轴上的位置可知: $-1 < a < 0$, $b > 1$,

$\therefore ab < 0$, $a + b > 0$, 故 A 、 B 错误;

$\because -1 < a < 0$, $b > 1$,

$\therefore b - 1 > 0$, $a + 1 > 0$, $a - 1 < 0$ 故 C 正确, D 错误.

故选: C .

【点评】 本题考查的是数轴的特点, 根据 a 、 b 两点在数轴上的位置判断出其取值范围是解答此题的关键.

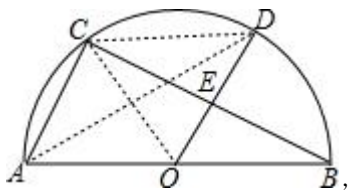
8. **【分析】** ①首先根据点 C 、 D 是半圆 $\widehat{AB}$ 上的三等分点, 求出 $\angle AOC$ 的度数; 然后根据圆周角定理, 求出 $\angle CBA$ 的度数即可.

②根据三角形的内角和定理, 求出 $\angle BEO = 90^\circ$, 即可判断出 $OD \perp BC$.

③首先判断出 E 是 BC 的中点, 然后判断出 OE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 即可判断出 $OE = \frac{1}{2}AC$.

④菱形的判定方法: 四条边都相等的四边形是菱形, 据此判断即可.

【解答】 解: 如图, 连接 CD 、 AD 、 CO ,



∵ 点 C, D 是半圆 $\widehat{AB}$ 上的三等分点,

$$\therefore \angle AOC = \angle COD = \angle BOD = 180^\circ \div 3 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBA = \angle AOC \div 2 = 60^\circ \div 2 = 30^\circ,$$

即①正确;

$$\therefore \angle BEO = 180^\circ - \angle BOD - \angle CBA$$

$$= 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ$$

$$= 90^\circ$$

$$\therefore OD \perp BC,$$

即②正确.

$$\therefore OB = OC, OD \perp BC,$$

$$\therefore E \text{ 是 } BC \text{ 的中点},$$

又 ∵ O 是 AB 的中点,

$$\therefore OE \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线},$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AC,$$

即③正确.

$$\therefore AC \perp BC, OD \perp BC,$$

$$\therefore AC \parallel OD,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle BOD \div 2 = 60^\circ \div 2 = 30^\circ, \angle CBA = 30^\circ$$

$$\therefore \angle DCB = \angle CBA,$$

$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore \text{四边形 } AODC \text{ 是平行四边形},$$

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ, OA = OC,$$

$$\therefore \triangle AOC \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore AO = AC,$$

又 ∵ 四边形 $AODC$ 是平行四边形,

$$\therefore AO = OD = DC = CA,$$

$$\therefore \text{四边形 } AODC \text{ 是菱形},$$

即④正确.

综上, 可得正确的结论有: ①②③④, 一共 4 个.

故选：D.

【点评】(1) 此题主要考查了圆周角定理的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

(2) 此题还考查了圆心角、弧、弦三者的关系，三者的关系可理解为：在同圆或等圆中，①圆心角相等，②所对的弧相等，③所对的弦相等，三项“知一推二”，一项相等，其余二项皆相等. 这源于圆的旋转不变性，即：圆绕其圆心旋转任意角度，所得图形与原图形完全重合.

(3) 此题还考查了菱形的判定和性质的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①四条边都相等的四边形是菱形. ②对角线互相垂直的平行四边形是菱形（或“对角线互相垂直平分的四边形是菱形”）.

二. 填空题（每小题 3 分，共 18 分）

9. **【分析】**首先根据算术平方根的计算方法，求出 $\sqrt{12}$ 的值是多少；然后根据 $a^0 = 1 (a \neq 0)$ ，求出 $(\sqrt{3} - \pi)^0$ 的值是多少；最后再求和，求出算式 $\sqrt{12} + (\sqrt{3} - \pi)^0$ 的值是多少即可.

【解答】解： $\sqrt{12} + (\sqrt{3} - \pi)^0 = 2\sqrt{3} + 1$.

故答案为： $2\sqrt{3} + 1$.

【点评】(1) 此题主要考查了平方根的性质和应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：一个正数有两个平方根，这两个平方根互为相反数，零的平方根是零，负数没有平方根.

(2) 此题还考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：(1) $a^0 = 1 (a \neq 0)$ ；(2) $0^0 \neq 1$.

10. **【分析】**由主视图和左视图确定是柱体，锥体还是球体，再由俯视图确定具体形状.

【解答】解：主视图和左视图都是等腰三角形，那么此几何体为锥体，由俯视图为圆，可得此几何体为圆锥，

故答案为：圆锥.

【点评】本题主要考查了根据三视图判定几何体，关键是熟练掌握三视图，主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形是解答此题的关键.

11. **【分析】**因为近视眼镜的度数 y （度）与镜片焦距 x （m）成反比例，可设出函数式，根据 500 度的近视眼镜镜片的焦距是 $0.2m$ 可确定系数，从而求出 y 与 x 之间的函数关系式.

【解答】解：设 $y = \frac{k}{x}$,

$\because$ 500 度的近视眼镜镜片的焦距是 $0.2m$,

$$\therefore 500 = \frac{k}{0.2},$$

$$k = 100.$$

$$\therefore y = \frac{100}{x}.$$

$$\text{故答案为: } y = \frac{100}{x}.$$

【点评】本题考查根据实际问题列反比例函数式，关键是设出函数式，根据给的数据确定系数，从而求出函数式.

12. 【分析】先根据题意得出 AD 的长，在 $Rt\triangle ACD$ 中利用锐角三角函数的定义求出 CD 的长，由 $CE = CD + DE$ 即可得出结论.

【解答】解：由题意，易知 $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle CDA = 90^\circ$ ， $AD = 3\sqrt{3}$ ， $CE \perp BE$ ， $DE = AB = 1.7$ 米，

$$\therefore \tan \angle CAD = \frac{CD}{AD},$$

$$\therefore CD = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 3\sqrt{3} = 3,$$

$$\therefore CE = 3 + 1.7 = 4.7 \text{ (米)}.$$

即这棵树的高度为 4.7 米.

故答案为：4.7.

【点评】本题考查的是解直角三角形在实际生活中的应用，难度适中，熟知锐角三角函数的定义是解答此题的关键.

13. 【分析】先计算出奖金不多于 100 元的数量，然后根据概率公式计算奖金不多于 100 元的概率.

$$\text{【解答】解：所得的奖金不多于 100 元的概率} = \frac{100000 - (1 + 4 + 20 + 40)}{100000} = \frac{90035}{100000}.$$

$$\text{故答案为 } \frac{90035}{100000}.$$

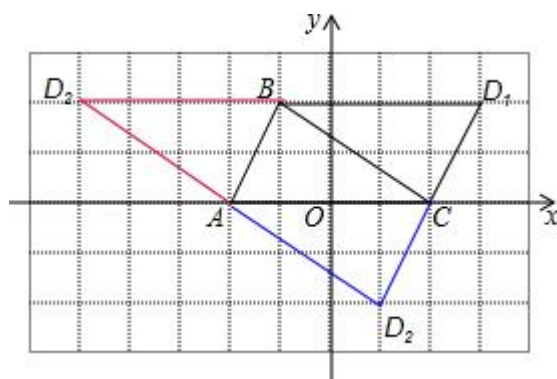
【点评】本题考查了概率公式：随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

选考题[考生请注意：14.15.16 题为三选一的选做题，即只能选做其中一个题目，多答时只按作答的首题评分]

14. **【分析】** 首先根据题意画出图形，分别以 BC ， AB ， AC 为对角线作平行四边形，即可求得答案．

【解答】 解：如图：以 A ， B ， C 为顶点的平行四边形的第四个顶点 D 的坐标分别为： $(3, 2)$ ， $(-5, 2)$ ， $(1, -2)$ ．

故答案为： $(3, 2)$ ， $(-5, 2)$ ， $(1, -2)$ ．



【点评】 此题考查了平行四边形的性质．注意坐标与图形的关系．

15. **【分析】** 观察不难发现，每三次旋转为一个循环组依次循环，第 7 个直角三角形的直角顶点与第 6 个直角三角形的直角顶点重合，然后求出一个循环组旋转过的距离，即可得解；

用 2013 除以 3，根据商和余数的情况确定出直角顶点的坐标即可．

【解答】 解：由图可知，第 4 个三角形与第 1 个三角形的所处形状相同，
即每三次旋转为一个循环组依次循环，

$\therefore$ 一个循环组旋转过的长度为 12， $2 \times 12 = 24$ ，

$\therefore$ 第 (2013) 的直角顶点为第 671 循环组的最后一个直角三角形的直角顶点，

$12 \times 671 = 8052$ ，

$\therefore$ 第 (2013) 的直角顶点的坐标是 $(8052, 0)$ ．

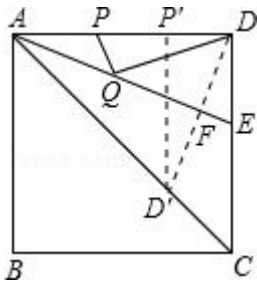
故答案为： $(8052, 0)$ ．

【点评】 本题考查了坐标与图形变化 - 旋转，是对图形变化规律，观察出每三次旋转为一个循环组依次循环，并且下一组的第一个直角三角形与上一组的最后一个直角三角形的直角顶点重合是解题的关键，也是本题的难点．

16. **【分析】** 过 D 作 AE 的垂线交 AE 于 F ，交 AC 于 D' ，再过 D' 作 $D'P' \perp AD$ ，由角平分线的性质可得出 D' 是 D 关于 AE 的对称点，进而可知 $D'P'$ 即为 $DQ + PQ$ 的最小值．

【解答】 解：作 D 关于 AE 的对称点 D' ，再过 D' 作 $D'P' \perp AD$ 于 P' ，

$\because DD' \perp AE$,
 $\therefore \angle AFD = \angle AFD'$,
 $\because AF = AF, \angle DAE = \angle CAE$,
 $\therefore \triangle DAF \cong \triangle D'AF$,
 $\therefore D'$ 是 D 关于 AE 的对称点, $AD' = AD = 2$,
 $\therefore D'P'$ 即为 $DQ + PQ$ 的最小值,
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 $\therefore \angle DAD' = 45^\circ$,
 $\therefore AP' = P'D'$,
 $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AP'D'$ 中,
 $P'D'^2 + AP'^2 = AD'^2, AD'^2 = 4$,
 $\therefore AP' = P'D'$,
 $2P'D'^2 = AD'^2$, 即 $2P'D'^2 = 4$,
 $\therefore P'D' = \sqrt{2}$, 即 $DQ + PQ$ 的最小值为 $\sqrt{2}$.
 故答案为: $\sqrt{2}$.



【点评】 本题考查的是轴对称 - 最短路线问题, 根据题意作出辅助线是解答此题的关键.

二、解答题 (17.18.19.20 题每题 10 分, 21.22 题每题 12 分, 共 64 分)

17. **【分析】** (1) 分式方程变形后, 去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解;

(2) 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 利用特殊角的三角函数值求出 a 的值, 代入计算即可求出值.

【解答】 解: (1) 去分母得: $x - 3 - 2 = 4 - x$,

解得: $x = \frac{9}{2}$,

经检验 $x = \frac{9}{2}$ 是分式方程的解;

$$(2) \text{ 原式} = \left[\frac{a^2}{(a-2)^2} - \frac{(a+2)(a-2)}{(a-2)^2} \right] \cdot \frac{a-2}{4} = \frac{4}{(a-2)^2} \cdot \frac{a-2}{4} = \frac{1}{a-2},$$

$$\text{当 } a = \tan 60^\circ + 4\sin 30^\circ = \sqrt{3} + 2 \text{ 时, 原式} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

【点评】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

18. 【分析】(1) 根据网格结构找出点 A 、 B 绕点 O 顺时针旋转 90° 后的对应点 A' 、 B' 的位置，然后顺次连接即可；

(2) 根据关于原点对称的点横坐标与纵坐标都是互为相反数即可求解；

(3) 根据弧长公式即可得出结论；

(4) 根据外接圆的圆心到三角形三个顶点的距离相等，知它是三角形三边的垂直平分线的交点，则作其两边的垂直平分线，以交点为圆心，交点到其中一个顶点的距离为半径的圆是三角形的外接圆．

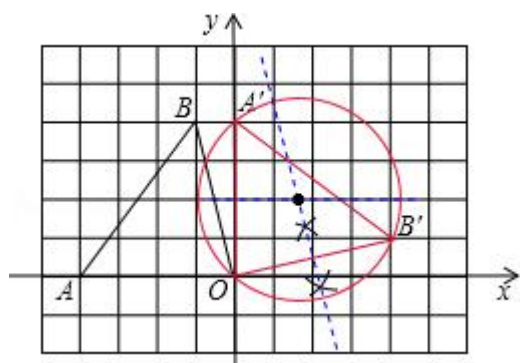
【解答】解：(1) 如图所示：

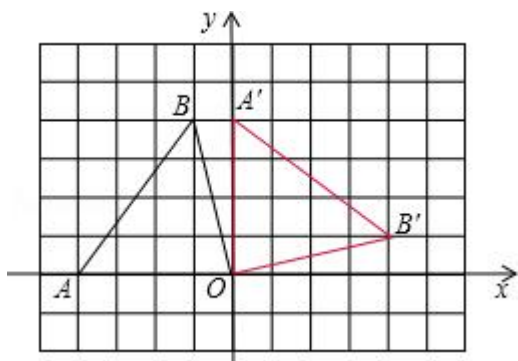
(2) 点 $B(-1, 4)$ 关于原点 O 的对称点的坐标为 $(1, -4)$ ；

$$(3) \because OB = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}, \angle BOB' = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 到点 } B' \text{ 所经过的路径长为: } \frac{90\pi \times \sqrt{17}}{180} = \frac{\sqrt{17}}{2}\pi;$$

(4) 如图所示：





【点评】此题考查了作图 - 旋转变换，关于原点对称的点的坐标，旋转的性质，弧长的计算，三角形外接圆的作法，熟练掌握网格结构，准确找出对应点的位置是解题的关键．

19. 【分析】（1）根据 D 类型的人数是 240 人，所占的比例是 40%，据此即可求得总人数；
 （2）利用总人数，减去其它各组的人数，即可求得 C 类的人数，据此即可完成直方图；
 （3）利用总人数 8000 乘以对应的百分比即可求解；
 （4）利用列举法可以列举出所有的结果，然后利用概率公式即可求解．

【解答】解：（1）调查的居民数有： $240 \div 40\% = 600$ （人），

故答案为：600；

（2） C 类的人数是： $600 - 180 - 60 - 240 = 120$ （人）．

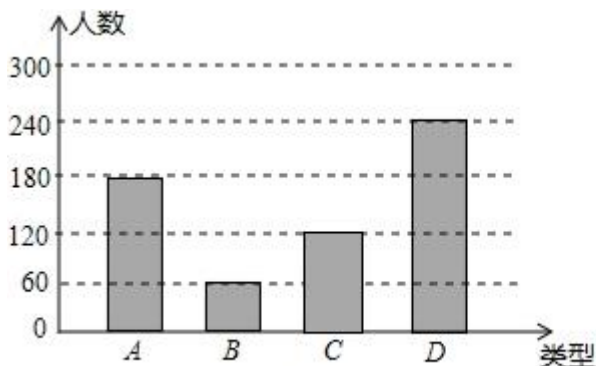


图1

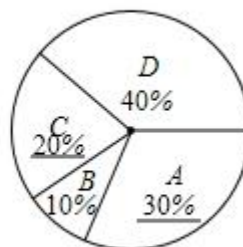
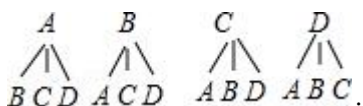


图2

（3）爱吃 D 种水饺的人数是： $8000 \times 40\% = 3200$ （人），

故答案为：3200

（4）画树形图得：



$$\text{则 } P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；

扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

20. 【分析】(1) 共需费用 $y = A$ 型所需费用 + B 型所需费用, 列出函数关系式.

(2) 根据占地面积应小于等于 $708m^2$ 和可供使用户至少应为 264 户, 列出不等式组进行求解.

(3) 选出建造所需费用最少的方案, 所需的总费用 = 政府补助的费用 + 居民筹集的总费用, 若大于等于建造所需的最少费用, 则能满足要求.

【解答】解: (1) $y = 3x + 2(20 - x) = x + 40$;

$$(2) \text{ 由题意可得 } \begin{cases} 20x + 3(20 - x) \geq 264 \cdots \textcircled{1} \\ 48x + 6(20 - x) \leq 708 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

解①得 $x \geq 12$, 解②得 $x \leq 14$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $12 \leq x \leq 14$,

$\because x$ 是正整数,

$\therefore x$ 的取值为 12, 13, 14, 即有 3 种修建方案:

① A 型 12 个, B 型 8 个; ② A 型 13 个, B 型 7 个; ③ A 型 14 个, B 型 6 个;

(3) $\because y = x + 40$ 中, y 随 x 的增大而增大, 要使费用最少, 则 $x = 12$,

$\therefore$ 最少费用为 $y = x + 40 = 52$ (万元),

村民每户集资 700 元与政府补助共计 $700 \times 264 + 340000 = 524800 > 520000$,

$\therefore$ 每户集资 700 元能满足所需要费用最少的修建方案.

【点评】本题综合考查一次函数和一元一次不等式组, 解题的关键是根据题意列出正确的函数关系式.

21. 【分析】(1) $AE + BF = AB$, 可证明 $\triangle CBF \cong \triangle CAD$ 和 $\triangle CDB \cong \triangle CAE$ 分别得到 $AD = BF$, $BD = AE$, 易得结论;

(2) $BF - AE = AB$, 由 $\triangle CBF \cong \triangle CAD$ 和 $\triangle CBD \cong \triangle CAE$ 分别得到 $AD = BF$, $BD = AE$, 易得结论;

(3) $AE - BF = AB$, 由 $\triangle CBF \cong \triangle CAD$ 和 $\triangle CBD \cong \triangle CAE$ 分别得到 $AD = BF$, $BD = AE$, 易得结论.

【解答】解: (1) $AE + BF = AB$, 如图 1,

$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle DCF$ 是等边三角形,

$$\therefore CA = CB, CD = CF, \angle ACB = \angle DCF = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCF,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCF$ 中

$$\begin{cases} CA=CB \\ \angle ACD=\angle BCF \\ CD=CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCF (SAS)$$

$$\therefore AD = BF$$

同理： $\triangle CBD \cong \triangle CAE (SAS)$

$$\therefore BD = AE$$

$$\therefore AE + BF = BD + AD = AB;$$

$$(2) BF - AE = AB,$$

如图2，易证 $\triangle CBF \cong \triangle CAD$ 和 $\triangle CBD \cong \triangle CAE$ ，

$$\therefore AD = BF, BD = AE,$$

$$\therefore BF - AE = AD - BD = AB;$$

$$(3) AE - BF = AB,$$

如图3，易证 $\triangle CBF \cong \triangle CAD$ 和 $\triangle CBD \cong \triangle CAE$ ，

$$\therefore AD = BF, BD = AE,$$

$$\therefore AE - BF = BD - AD = AB.$$

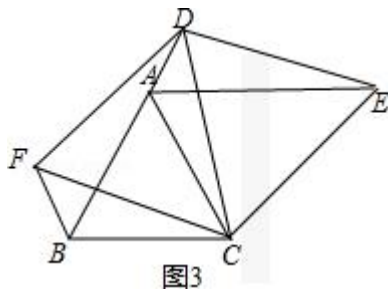


图3

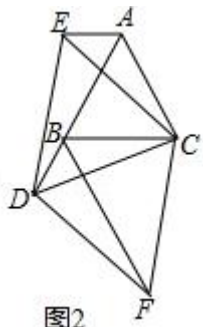


图2

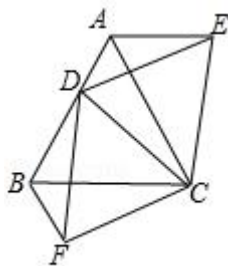


图1

【点评】 本题主要考查了三角形全等的判定与性质，灵活运用类比思想，在变化中发现不变是解决问题的关键。

22. **【分析】** (1) 已知 A 、 B 的坐标，利用待定系数法可确定抛物线的解析式，进而能得到顶点 D 的坐标；

(2) 过 C 作 $CF \parallel x$ 轴交 BD 于 F ，当 C 点运动在 CF 之间时， $\triangle COB$ 与 $\triangle CDB$ 重叠部分是个四边形；当 C 点运动到 F 点右侧时， $\triangle COB$ 与 $\triangle CDB$ 重叠部分是个三角形。按上述两种情况按图形之间的和差关系进行求解；

(3) 分点 P 在点 Q 的左边和右边两种情况，根据平行四边形的对边平行且相等，从点 A 、 C 的坐标关系，用点 P 的坐标表示出点 Q 的坐标，然后把点 Q 的坐标代入抛物线解析式求解即可；

(4) 表示出 PQ 和 BQ 的长，列方程求解即可；

(5) 求出 D 的坐标和对称轴的表达式，分为两种情况：①若以 CD 为底边，则 $QC = QD$ 。设 Q 点坐标为 (a, b) ，根据勾股定理求出 $b = 4 - a$ ，代入抛物线求出 a 、 b ，②若以 CD 为一腰，根据抛物线对称性得出点 Q 与点 C 关于直线 $x = 1$ 对称，即可求出 Q 的坐标。

【解答】 解：(1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ 两点，

$$\therefore \begin{cases} a - b + 3 = 0 \\ 9a + 3b + 3 = 0 \end{cases}$$

解得： $a = -1$ ， $b = 2$ ，

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x - 1)^2 + 4,$$

$\therefore$ 顶点 D 的坐标为 $(1, 4)$ ；

(2) 设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$ 。

将 $B(3, 0)$ ， $D(1, 4)$ 代入，

$$\text{得} \begin{cases} 3k+b=0 \\ k+b=4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=-2 \\ b=6 \end{cases}$$

$$\therefore y = -2x+6.$$

过点 C 作射线 $CF \parallel x$ 轴交 BD 于点 F , 当 $y=3$ 时, 得 $x=\frac{3}{2}$,

$$\therefore F\left(\frac{3}{2}, 3\right).$$

情况一: 如图 1, 当 $0 < t \leq \frac{3}{2}$ 时, 设 $\triangle COB$ 平移到 $\triangle GNM$ 的位置, MG 交 BD 于点 H ,

MN 交 BC 于点 S

则 $ON=BG=t$, 过点 H 作 $LK \perp x$ 轴于点 K , 交 EF 于点 L .

$$\text{由 } \triangle BHG \sim \triangle FHM, \text{ 得 } \frac{BG}{FM} = \frac{HK}{HL},$$

$$\text{即 } \frac{t}{\frac{3}{2}-t} = \frac{HK}{3-HK}, \text{ 解得 } HK=2t.$$

$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle MNG} - S_{\triangle SNB} - S_{\triangle HBG} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} (3-t)^2 - \frac{1}{2} t \cdot 2t = -\frac{3}{2} t^2 + 3t;$$

情况二: 如图 2, 当 $\frac{3}{2} < t \leq 3$ 时, 设 $\triangle AOE$ 平移到 $\triangle PQR$ 的位置, PQ 交 AB 于点 I , 交

AE 于点 V .

$$\text{由 } \triangle IQB \sim \triangle IPF, \text{ 得 } \frac{BQ}{FP} = \frac{IQ}{IP},$$

$$\text{即 } \frac{3-t}{t-\frac{3}{2}} = \frac{IQ}{3-IQ}, \text{ 解得 } IQ=2(3-t).$$

$$\therefore BQ=VQ=3-t,$$

$$\therefore S_{\text{阴}} = \frac{1}{2} IV \cdot BQ = \frac{1}{2} (3-t)^2 = \frac{1}{2} t^2 - 3t + \frac{9}{2}.$$

$$\text{综上所述: } s = \begin{cases} -\frac{3}{2} t^2 + 3t & (0 < t \leq \frac{3}{2}) \\ \frac{1}{2} t^2 - 3t + \frac{9}{2} & (\frac{3}{2} < t \leq 3) \end{cases};$$

(3) 存在,

$\because$ 直线 $l \parallel AC$,

$\therefore PQ \parallel AC$ 且 $PQ=AC$,

$\because A(-1, 0), C(0, 3)$,

$\therefore$ 设点 P 的坐标为 $(x, 0)$,

则①若点 Q 在 x 轴上方, 则点 Q 的坐标为 $(x+1, 3)$,

此时, $-(x+1)^2+2(x+1)+3=3$,

解得 $x_1=-1$ (舍去), $x_2=1$,

所以, 点 Q 的坐标为 $(2, 3)$,

②若点 Q 在 x 轴下方, 则点 Q 的坐标为 $(x-1, -3)$,

此时, $-(x-1)^2+2(x-1)+3=-3$,

整理得, $x^2-4x-3=0$,

解得 $x_1=2+\sqrt{7}$, $x_2=2-\sqrt{7}$,

所以, 点 Q 的坐标为 $(1+\sqrt{7}, -3)$ 或 $(1-\sqrt{7}, -3)$,

综上所述, 点 Q 的坐标为 $(2, 3)$ 或 $(1+\sqrt{7}, -3)$ 或 $(1-\sqrt{7}, -3)$;

(4) 存在,

①点 Q 的坐标为 $(x, -x^2+2x+3)$,

$\because P, Q$ 是抛物线上一对对称点, 对称轴为 $x=1$,

$\therefore p(2-x, -x^2+2x+3)$

$\because$ 四边形 $QPHG$ 为矩形,

$\therefore$ 当 $PQ=BQ$ 时, 四边形 $QPHG$ 为正方形,

$\therefore x-(2-x)=-x^2+2x+3$,

解得: $x=\sqrt{5}$ 或 $x=-\sqrt{5}$ (不合题意舍去),

当 $x=\sqrt{5}$ 时, $y=-x^2+2x+3=-5+2\sqrt{5}+3=2\sqrt{5}-2$;

②如图 5 所示, $Q_2P_2H_2G_2$ 为正方形, 设点 Q_2 的坐标为 (c, d) , 则点 G_2 的坐标为 $(c,$

$0)$, 点 H_2 的坐标为 $(c+d, 0)$, 点 P_2 的坐标为 $(c+d, d)$,

$\because$ 点 Q_2 和点 P_2 在抛物线上,

$\therefore$ 将点 $Q_2(c, d)$, 点 $P_2(c+d, d)$ 代入抛物线解析式得
$$\begin{cases} d=-c^2+2c+3 \\ d=-(c+d)^2+2(c+d)+3 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} c_1=2+\sqrt{5} \\ d_1=-2\sqrt{5} \end{cases}.$$

所以 Q_2 的坐标为 $(2+\sqrt{5}, -2-2\sqrt{5})$

$\therefore$ 当 Q 的坐标为 $(\sqrt{5}, 2\sqrt{5}-2)$ 或 $(2+\sqrt{5}, -2-2\sqrt{5})$ 时, 四边形 $QPHG$ 为正方形;

(5) 存在.

由 $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$ 知, D 点坐标为 $(1, 4)$, 对称轴为 $x = 1$,

①若以 CD 为底边, 则 $PC = PD$. 设 P 点坐标为 (a, b) ,

由勾股定理, 得: $a^2 + (3-b)^2 = (a-1)^2 + (4-b)^2$,

即 $b = 4 - a$.

又点 $P(a, b)$ 在抛物线上, $b = -a^2 + 2a + 3$,

则 $4 - a = -a^2 + 2a + 3$. 整理, 得 $a^2 - 3a + 1 = 0$,

解, 得 $a =$ 存在.

由 $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$ 知, D 点坐标为 $(1, 4)$, 对称轴为 $x = 1$,

①若以 CD 为底边, 则 $PC = PD$. 设 P 点坐标为 (a, b) ,

由勾股定理, 得: $a^2 + (3-b)^2 = (a-1)^2 + (4-b)^2$,

即 $b = 4 - a$.

又点 $P(a, b)$ 在抛物线上, $b = -a^2 + 2a + 3$,

则 $4 - a = -a^2 + 2a + 3$. 整理, 得 $a^2 - 3a + 1 = 0$,

解得 $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2} > 0$ 或 $a = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

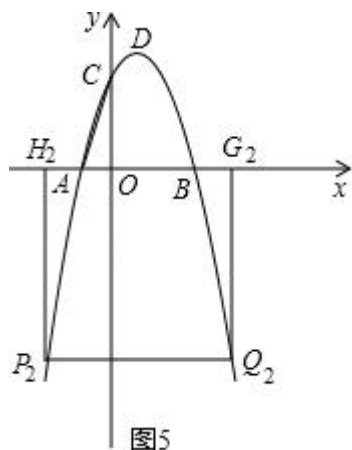
则 $b = 4 - \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$,

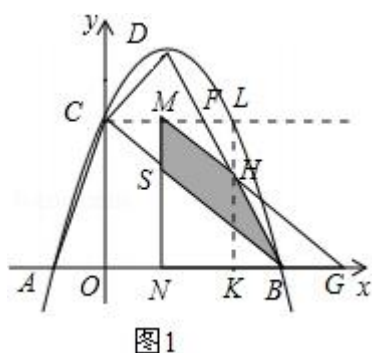
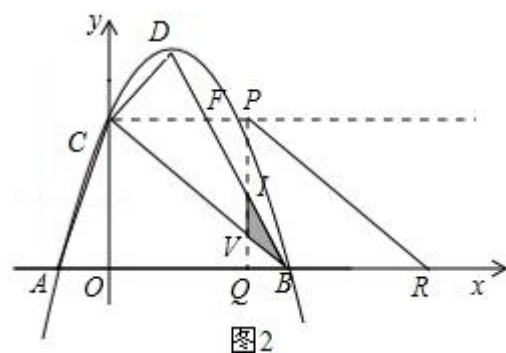
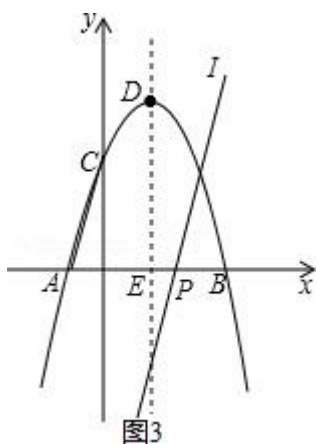
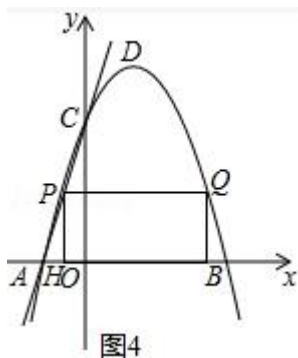
$\therefore Q(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{5-\sqrt{5}}{2}), Q(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{2})$

②若以 CD 为一腰, 因点 P 在对称轴右侧的抛物线上, 由抛物线对称性知, 点 P 与点 C 关于直线 $x = 1$ 对称,

此时点 P 坐标为 $(2, 3)$,

综上所述, 符合条件的点 Q 坐标为 $Q(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{5-\sqrt{5}}{2})$ 或 $(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{2})$ 或 $(2, 3)$.





【点评】 本题考查了用待定系数法求抛物线的解析式，二次函数的顶点坐标，勾股定理，三角形相似的判定与性质，三角形面积计算，平行四边形的对边平行且相等的性质，正方形的判定和性质，等腰三角形的判定等知识点的运用，培养学生运用性质进行计算的能力，用的数学思想是分类讨论思想，题目综合性比较强，有一定的难度.

