

2013 年辽宁省锦州市中考数学试卷

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，请将正确答案的序号填入下面的表格中．每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) -3 的倒数是 ()

A. $-\frac{1}{3}$

B. -3

C. 3

D. $\frac{1}{3}$

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

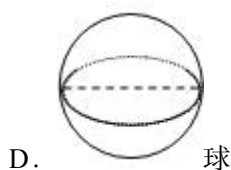
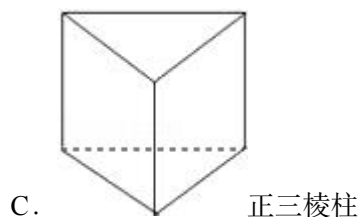
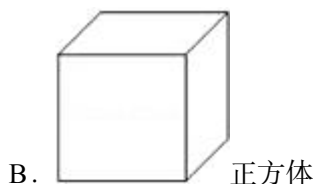
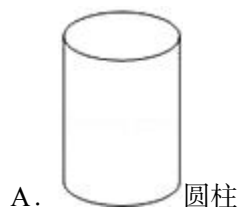
A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

B. $x^3 + x^3 = x^6$

C. $(a^3)^2 = a^5$

D. $(2x^2)(-3x^3) = -6x^5$

3. (3 分) 下列几何体中，主视图和左视图不同的是 ()



4. (3 分) 为响应“节约用水”的号召，小刚随机调查了班级 35 名同学中 5 名同学家庭一年的平均用水量（单位：吨），记录如下：8，9，8，7，10，这组数据的平均数和中位数分别是 ()

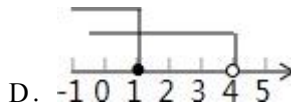
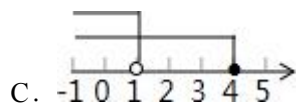
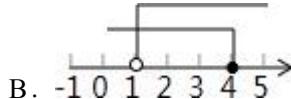
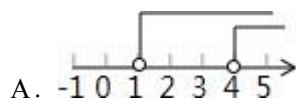
A. 8, 8

B. 8.4, 8

C. 8.4, 8.4

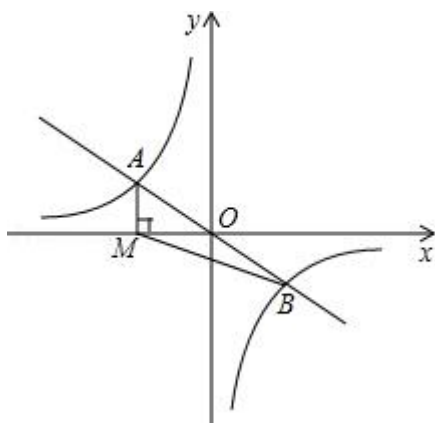
D. 8, 8.4

5. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 3x-1 < 2x \\ \frac{1}{4}x \leq 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



6. (3 分) 如图，直线 $y = mx$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于 A, B 两点，过点 A 作 $AM \perp x$ 轴，垂足为

点 M ，连接 BM ，若 $S_{\triangle ABM} = 2$ ，则 k 的值为（ ）



- A. -2 B. 2 C. 4 D. -4

7. (3分) 有如下四个命题：

- (1) 三角形有且只有一个内切圆；
- (2) 四边形的内角和与外角和相等；
- (3) 顺次连接四边形各边中点所得的四边形一定是菱形；
- (4) 一组对边平行且一组对角相等的四边形是平行四边形.

其中真命题的个数有（ ）

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

8. (3分) 为了帮助遭受自然灾害的地区重建家园，某学校号召同学们自愿捐款. 已知第一次捐款总额为 4800 元，第二次捐款总额为 5000 元，第二次捐款人数比第一次多 20 人，而且两次人均捐款额恰好相等，如果设第一次捐款人数是 x 人，那么 x 满足的方程是（ ）

- A. $\frac{4800}{x} = \frac{5000}{x-20}$ B. $\frac{4800}{x} = \frac{5000}{x+20}$
 C. $\frac{4800}{x-20} = \frac{5000}{x}$ D. $\frac{4800}{x+20} = \frac{5000}{x}$

二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. (3分) 分解因式 $x^3 - xy^2$ 的结果是_____.

10. (3分) 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

11. (3分) 据统计，2013 锦州世界园林博览会 6 月 1 日共接待游客约 154000 人次，154000 可用科学记数法表示为_____.

12. (3分) 为从甲、乙、丙三名射击运动员中选一人参加全运会，教练把他们的 10 次比赛成绩作了统计：平均成绩为 9.3 环；方差分别为 $S^2_{\text{甲}} = 1.22$ ， $S^2_{\text{乙}} = 1.68$ ， $S^2_{\text{丙}} = 0.44$ ，则

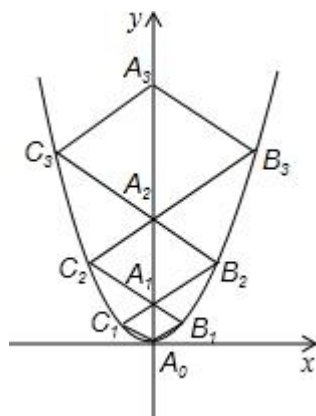
应该选_____参加全运会.

13. (3分) 计算: $|1 - \sqrt{3}| + \sqrt{12} - (3.14 - \pi)^0 - (-\frac{1}{2})^{-1} =$ _____.

14. (3分) 在四张背面完全相同的卡片正面分别画有正三角形, 正六边形、平行四边形和圆, 将这四张卡片背面朝上放在桌面上. 现从中随机抽取一张, 抽出的图形是中心对称图形的概率是_____.

15. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AB 的垂直平分线 DE 与 AC 所在的直线相交于点 E , 垂足为 D , 连接 BE . 已知 $AE = 5$, $\tan \angle AED = \frac{3}{4}$, 则 $BE + CE =$ _____.

16. (3分) 二次函数 $y = \frac{2}{3}x^2$ 的图象如图, 点 A_0 位于坐标原点, 点 $A_1, A_2, A_3 \cdots A_n$ 在 y 轴的正半轴上, 点 $B_1, B_2, B_3 \cdots B_n$ 在二次函数位于第一象限的图象上, 点 $C_1, C_2, C_3 \cdots C_n$ 在二次函数位于第二象限的图象上, 四边形 $A_0B_1A_1C_1$, 四边形 $A_1B_2A_2C_2$, 四边形 $A_2B_3A_3C_3 \cdots$ 四边形 $A_{n-1}B_nA_nC_n$ 都是菱形, $\angle A_0B_1A_1 = \angle A_1B_2A_2 = \angle A_2B_3A_3 \cdots = \angle A_{n-1}B_nA_n = 60^\circ$, 菱形 $A_{n-1}B_nA_nC_n$ 的周长为_____.



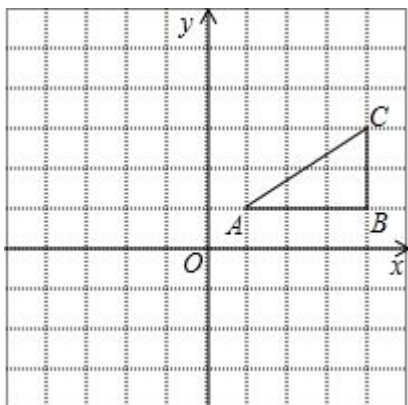
三、解答题 (本大题共 2 个小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

17. (8分) 先将 $(1 - \frac{1}{x}) \div \frac{x-1}{x^2+2x}$ 化简, 然后请自选一个你喜欢的 x 值代入求值.

18. (8分) 如图, 方格纸中的每个小正方形边长都是 1 个长度单位, $Rt\triangle ABC$ 的顶点均在格点上, 建立平面直角坐标系后, 点 A 的坐标为 $(1, 1)$, 点 B 的坐标为 $(4, 1)$.

(1) 先将 $Rt\triangle ABC$ 向左平移 5 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度得到 $Rt\triangle A_1B_1C_1$, 试在图中画出 $Rt\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 A_1 的坐标;

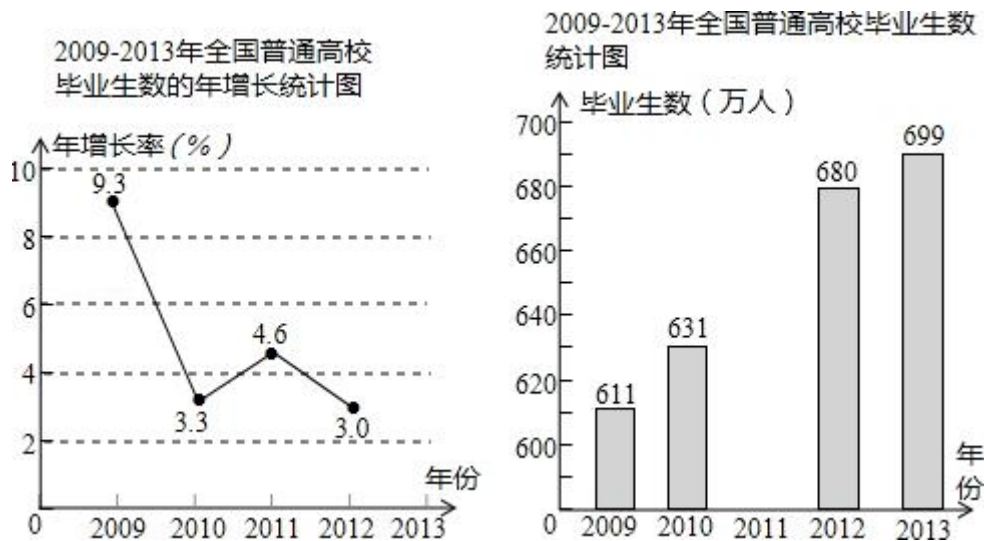
(2) 再将 $Rt\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 顺时针旋转 90° 后得到 $Rt\triangle A_2B_2C_2$, 试在图中画出 $Rt\triangle A_2B_2C_2$, 并计算 $Rt\triangle A_1B_1C_1$ 在上述旋转过程中点 C_1 所经过的路径长.



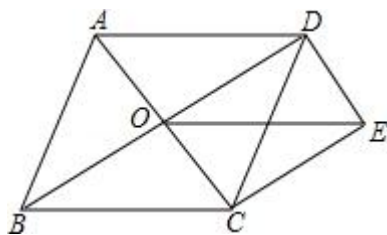
四、解答题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

19. (10 分) 以下是根据全国人力资源和社会保障部公布的相关数据绘制的统计图的一部分，请你根据图中信息解答下列问题：

- (1) 求 2013 年全国普通高校毕业生数年增长率约是多少？（精确到 0.1%）
- (2) 求 2011 年全国普通高校毕业生数约是多少万人？（精确到万位）
- (3) 补全折线统计图和条形统计图.



20. (10 分) 如图，点 O 是菱形 $ABCD$ 对角线的交点， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ ，连接 OE 。
求证： $OE = BC$ 。

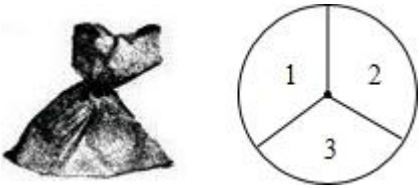


五、解答题（本大题共 2 个小题，每小题 10 分，共 20 分）

21. (10 分) 一个不透明的口袋中装有 4 个完全相同的小球，分别标有数字 1、2、3、4，另

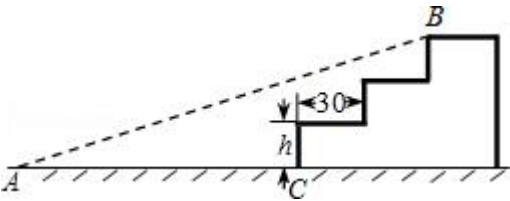
有一个可以自由旋转的圆盘，被分成面积相等的 3 个扇形区，分别标有数字 1、2、3（如图示）。小颖和小亮想通过游戏来决定谁代表学校参加歌咏比赛，游戏规则为：一人从口袋中摸出一个小球，另一个人转动圆盘，如果所摸球上的数字与圆盘上转出数字之和小于 4，那么小颖去；否则小亮去。

- (1) 用树状图或列表法求出小颖参加比赛的概率；
- (2) 你认为该游戏公平吗？请说明理由；若不公平，请修改该游戏规则，使游戏公平。



22. (10 分) 如图，某公司入口处有一斜坡 AB ，坡角为 12° ， AB 的长为 $3m$ ，施工队准备将斜坡修成三级台阶，台阶高度均为 hcm ，深度均为 $30cm$ ，设台阶的起点为 C 。

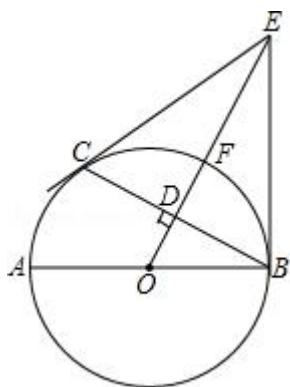
- (1) 求 AC 的长度；
 - (2) 求每级台阶的高度 h 。
- (参考数据： $\sin 12^\circ \approx 0.2079$ ， $\cos 12^\circ \approx 0.9781$ ， $\tan 12^\circ \approx 0.2126$ 。结果都精确到 $0.1cm$)



六、解答题（本大题共 2 个小题，每小题 10 分，共 20 分）

23. (10 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 是 $\odot O$ 上一点， $OD \perp BC$ 于点 D ，过点 C 作 $\odot O$ 的切线，交 OD 的延长线于点 E ，连接 BE 。

- (1) 求证： BE 与 $\odot O$ 相切；
- (2) 设 OE 交 $\odot O$ 于点 F ，若 $DF = 1$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，求由劣弧 BC 、线段 CE 和 BE 所围成的图形面积 S 。

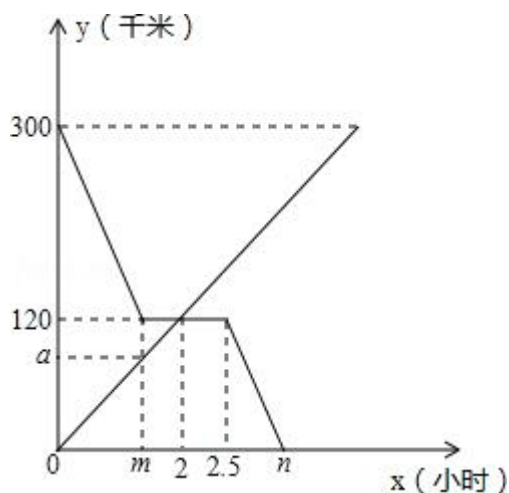


24. (10分) 甲、乙两车分别从 A , B 两地同时出发相向而行. 并以各自的速度匀速行驶, 甲车途经 C 地时休息一小时, 然后按原速度继续前进到达 B 地; 乙车从 B 地直接到达 A 地, 如图是甲、乙两车和 B 地的距离 y (千米) 与甲车出发时间 x (小时) 的函数图象.

(1) 直接写出 a , m , n 的值;

(2) 求出甲车与 B 地的距离 y (千米) 与甲车出发时间 x (小时) 的函数关系式 (写出自变量 x 的取值范围);

(3) 当两车相距 120 千米时, 乙车行驶了多长时间?



七、解答题 (本题 12 分)

25. (12分) 如图 1, 等腰直角三角板的一个锐角顶点与正方形 $ABCD$ 的顶点 A 重合, 将此三角板绕点 A 旋转, 使三角板中该锐角的两条边分别交正方形的两边 BC , DC 于点 E , F , 连接 EF .

(1) 猜想 BE 、 EF 、 DF 三条线段之间的数量关系, 并证明你的猜想;

(2) 在图 1 中, 过点 A 作 $AM \perp EF$ 于点 M , 请直接写出 AM 和 AB 的数量关系;

(3) 如图 2, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿斜边 AC 翻折得到 $\text{Rt}\triangle ADC$, E , F 分别是 BC , CD 边上的

点, $\angle EAF = \frac{1}{2}\angle BAD$, 连接 EF , 过点 A 作 $AM \perp EF$ 于点 M , 试猜想 AM 与 AB 之间的数量关系. 并证明你的猜想.

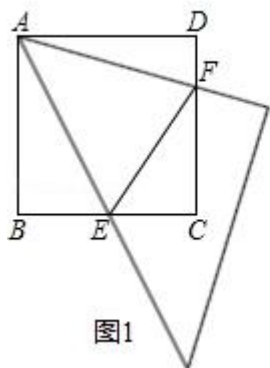


图1

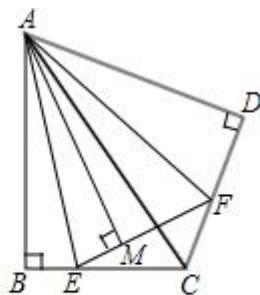


图2

八、解答题 (本题 14 分)

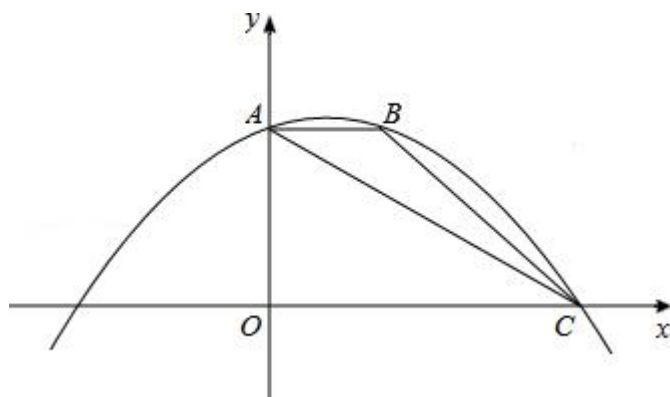
26. (14 分) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{8}x^2 + mx + n$ 经过 $\triangle ABC$ 的三个顶点, 点 A 坐标为 $(0, 3)$, 点 B 坐标为 $(2, 3)$, 点 C 在 x 轴的正半轴上.

(1) 求该抛物线的函数关系表达式及点 C 的坐标;

(2) 点 E 为线段 OC 上一动点, 以 OE 为边在第一象限内作正方形 $OEFG$, 当正方形的顶点 F 恰好落在线段 AC 上时, 求线段 OE 的长;

(3) 将(2)中的正方形 $OEFG$ 沿 OC 向右平移, 记平移中的正方形 $OEFG$ 为正方形 $DEFG$, 当点 E 和点 C 重合时停止运动. 设平移的距离为 t , 正方形 $DEFG$ 的边 EF 与 AC 交于点 M , DG 所在的直线与 AC 交于点 N , 连接 DM , 是否存在这样的 t , 使 $\triangle DMN$ 是等腰三角形? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由;

(4) 在上述平移过程中, 当正方形 $DEFG$ 与 $\triangle ABC$ 的重叠部分为五边形时, 请直接写出重叠部分的面积 S 与平移距离 t 的函数关系式及自变量 t 的取值范围; 并求出当 t 为何值时, S 有最大值, 最大值是多少?



2013 年辽宁省锦州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，请将正确答案的序号填入下面的表格中．每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】根据乘积是 1 的两个数互为倒数解答．

【解答】解：∵ $-3 \times (-\frac{1}{3}) = 1$,

∴ -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$.

故选：A.

【点评】本题考查了互为倒数的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键．

2. 【分析】A、利用完全平方公式展开得到结果，即可做出判断；

B、合并同类项得到结果，即可做出判断；

C、利用幂的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断；

D、利用单项式乘单项式法则计算得到结果，即可做出判断．

【解答】解：A、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，本选项错误；

B、 $x^3 + x^3 = 2x^3$ ，本选项错误；

C、 $(a^3)^2 = a^6$ ，本选项错误；

D、 $(2x^2)(-3x^3) = -6x^5$ ，本选项正确，

故选：D.

【点评】此题考查了完全平方公式，合并同类项，幂的乘方与积的乘方，以及单项式乘单项式，熟练掌握公式及法则是解本题的关键．

3. 【分析】分别分析四种几何体的主视图和左视图，找出主视图和左视图不同的几何体．

【解答】解：A、圆柱的主视图与左视图都是长方形，不合题意，故本选项错误；

B、正方体的主视图与左视图相同，都是正方形，不合题意，故本选项错误；

C、正三棱柱的主视图是长方形，长方形中有一条杠，左视图是矩形，符合题意，故本选项正确；

D、球的主视图和左视图相同，都是圆，且有一条水平的直径，不合题意，故本选项错误．

故选：C.

【点评】本题考查了简单几何体的三视图，要求同学们掌握主视图是从物体的正面看到的视图，左视图是从物体的左面看得到的视图．

4. 【分析】根据中位数和平均数的定义求解即可.

【解答】解：这组数据按从小到大的顺序排列为：7，8，8，9，10，

则中位数为：8，

平均数为： $\frac{7+8+8+9+10}{5} = 8.4$.

故选：B.

【点评】本题考查了中位数和平均数的知识，属于基础题，解答本题的关键是掌握中位数和平均数的定义.

5. 【分析】求出不等式组的解集，表示在数轴上即可.

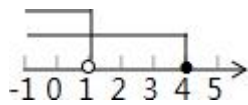
【解答】解：
$$\begin{cases} 3x-1 < 2x & ① \\ \frac{1}{4}x \leq 1 & ② \end{cases}$$

由①得： $x < 1$ ；

由②得： $x \leq 4$ ，

则不等式组的解集为 $x < 1$ ，

表示在数轴上，如图所示



故选：C.

【点评】此题考查了在数轴上表示不等式的解集，以及解一元一次不等式组，把每个不等式的解集在数轴上表示出来（ $>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画），数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

6. 【分析】根据反比例的图象关于原点中心对称得到点 A 与点 B 关于原点中心对称，则 $S_{\triangle OAM} = S_{\triangle OBM}$ ，而 $S_{\triangle ABM} = 2$ ， $S_{\triangle OAM} = 1$ ，然后根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ （ $k \neq 0$ ）系数 k 的几何意义即可得到 $k = -2$.

【解答】解： $\because$ 直线 $y = mx$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于 A ， B 两点，

$\therefore$ 点 A 与点 B 关于原点中心对称，

$\therefore S_{\triangle OAM} = S_{\triangle OBM}$ ，

而 $S_{\triangle ABM} = 2$,

$\therefore S_{\triangle OAM} = 1$,

$\therefore \frac{1}{2}|k| = 1$,

$\therefore$ 反比例函数图象在第二、四象限,

$\therefore k < 0$,

$\therefore k = -2$.

故选: A.

【点评】 本题考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 系数 k 的几何意义: 从反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象上任意一点向 x 轴和 y 轴作垂线, 垂线与坐标轴所围成的矩形面积为 $|k|$.

7. **【分析】** 根据三角形的内切圆的定义、多边形内角和公式、菱形的性质和平行四边形的性质, 对每一项分别进行分析, 即可得出答案.

【解答】 解: (1) 三角形的内切圆的圆心是三个内角平分线的交点, 有且只有一个交点, 所以任意一个三角形一定有一个内切圆, 并且只有一个内切圆, 则正确;

(2) 根据题意得: $(n-2) \cdot 180 = 360$,

解得 $n = 4$.

则四边形的内角和与外角和相等正确;

(3) 顺次连接四边形各边中点所得的四边形一定是矩形, 故不正确;

(4) 一组对边平行且一组对角相等的四边形是平行四边形, 正确;

故选: C.

【点评】 此题主要考查命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

8. **【分析】** 如果设第一次有 x 人捐款, 那么第二次有 $(x+20)$ 人捐款, 根据两次人均捐款额相等, 可得等量关系为: 第一次人均捐款额 = 第二次人均捐款额, 据此列出方程即可.

【解答】 解: 设第一次有 x 人捐款, 那么第二次有 $(x+20)$ 人捐款, 由题意, 有

$$\frac{4800}{x} = \frac{5000}{x+20},$$

故选: B.

【点评】 本题考查由实际问题抽象出分式方程, 分析题意, 找到关键描述语, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 【分析】先提取公因式 x ，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解： $x^3 - xy^2$,

$$= x(x^2 - y^2),$$

$$= x(x+y)(x-y).$$

故答案为： $x(x+y)(x-y)$.

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

10. 【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，就可以求解.

【解答】解：依题意，得 $x - 2 \geq 0$,

$$\text{解得：} x \geq 2,$$

故答案为： $x \geq 2$.

【点评】本题主要考查函数自变量的取值范围，考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

11. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于或等于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 154000 用科学记数法表示为 1.54×10^5 .

故答案为： 1.54×10^5 .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. 【分析】根据方差的意义可作出判断. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

【解答】解： $\because S^2_{\text{甲}} = 1.22$ ， $S^2_{\text{乙}} = 1.68$ ， $S^2_{\text{丙}} = 0.44$,

$$\therefore S^2_{\text{丙}} \text{ 最小},$$

$\therefore$ 则应该选丙参加全运会.

故答案为：丙.

【点评】本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

13. 【分析】本题涉及零指数幂、负指数幂、绝对值、二次根式化简四个考点. 针对每个考

点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解：原式 $= \sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3} - 1 - \frac{1}{-\frac{1}{2}}$

$$= \sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3} - 1 + 2$$
$$= 3\sqrt{3}.$$

【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是掌握零指数幂、负指数幂、绝对值、二次根式化简等考点的运算.

14. 【分析】先求出中心对称图形的个数，除以卡片总张数即为恰好是中心对称图形的概率.

【解答】解：正三角形、正六边形、平行四边形和圆中，是中心对称图形的有圆、平行四边形、正六边形 3 个，

所以从中随机抽取一张，卡片上画的恰好是中心对称图形的概率为： $\frac{3}{4}$.

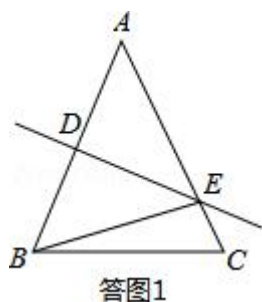
故答案为： $\frac{3}{4}$.

【点评】此题主要考查了概率的求法，如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

15. 【分析】本题有两种情形，需要分类讨论.

首先根据题意画出图形，由线段垂直平分线的性质，即可求得 $AE = BE$ ，又由三角函数的性质，求得 AD 的长，继而求得答案.

【解答】解：①若 $\angle BAC$ 为锐角，如答图 1 所示：



$\because AB$ 的垂直平分线是 DE ,

$$\therefore AE = BE, ED \perp AB, AD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\because AE = 5, \tan \angle AED = \frac{3}{4},$$

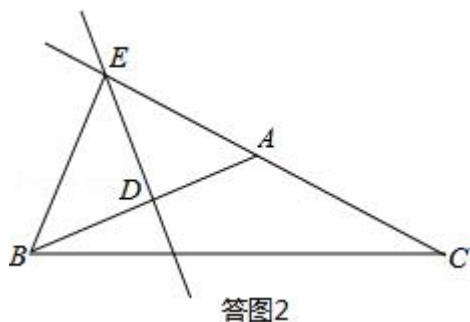
$$\therefore \sin \angle AED = \frac{3}{5},$$

$$\therefore AD = AE \cdot \sin \angle AED = 3,$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore BE + CE = AE + CE = AC = AB = 6;$$

②若 $\angle BAC$ 为钝角，如答图 2 所示：



同理可求得： $BE + CE = 16$.

故答案为： 6 或 16 .

【点评】 本题考查了线段垂直平分线、等腰三角形、解直角三角形等知识点，着重考查了分类讨论的数学思想.

16. **【分析】** 由于 $\triangle A_0B_1A_1$, $\triangle A_1B_2A_2$, $\triangle A_2B_3A_3$, $\dots$, 都是等边三角形，因此 $\angle B_1A_0x = 30^\circ$, 可先设出 $\triangle A_0B_1A_1$ 的边长，然后表示出 B_1 的坐标，代入抛物线的解析式中即可求得 $\triangle A_0B_1A_1$ 的边长，用同样的方法可求得 $\triangle A_0B_1A_1$, $\triangle A_1B_2A_2$, $\triangle A_2B_3A_3$, $\dots$ 的边长，然后根据各边长的特点总结出此题的一般化规律，根据菱形的性质易求菱形 $A_{n-1}B_nA_nC_n$ 的周长.

【解答】 解： $\because$ 四边形 $A_0B_1A_1C_1$ 是菱形， $\angle A_0B_1A_1 = 60^\circ$,

$\therefore \triangle A_0B_1A_1$ 是等边三角形.

设 $\triangle A_0B_1A_1$ 的边长为 m_1 ，则 $B_1 \left(\frac{\sqrt{3}m_1}{2}, \frac{m_1}{2} \right)$;

代入抛物线的解析式中得： $\frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}m_1}{2} \right)^2 = \frac{m_1}{2}$,

解得 $m_1 = 0$ (舍去), $m_1 = 1$;

故 $\triangle A_0B_1A_1$ 的边长为 1,

同理可求得 $\triangle A_1B_2A_2$ 的边长为 2,

...

依此类推，等边 $\triangle A_{n-1}B_nA_n$ 的边长为 n ,

故菱形 $A_{n-1}B_nA_nC_n$ 的周长为 $4n$.

故答案是： $4n$.

【点评】 本题考查了二次函数综合题．解题时，利用了二次函数图象上点的坐标特征，菱形的性质，等边三角形的判定与性质等知识点．解答此题的难点是推知等边 $\triangle A_{n-1}B_nA_n$ 的边长为 n ．

三、解答题（本大题共 2 个小题，每小题 8 分，共 16 分）

17. 【分析】 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，再利用除以一个数等于乘以这个数的倒数将除法运算化为乘法运算，约分得到最简结果，将 $x=2$ 代入计算即可得到结果．

【解答】 解：原式 $=\frac{x-1}{x}\cdot\frac{x(x+2)}{x-1}=x+2$ ，

当 $x=2$ 时，原式 $=2+2=4$ ．

【点评】 此题考查了分式的化简求值，分式的加减运算关键是通分，通分的关键是找最简公分母；分式的乘除运算关键是约分，约分的关键是找公因式．

18. 【分析】（1）根据网格结构找出点 A 、 B 、 C 平移后的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 的位置，然后顺次连接即可，再根据平面直角坐标系写出点 A_1 的坐标；

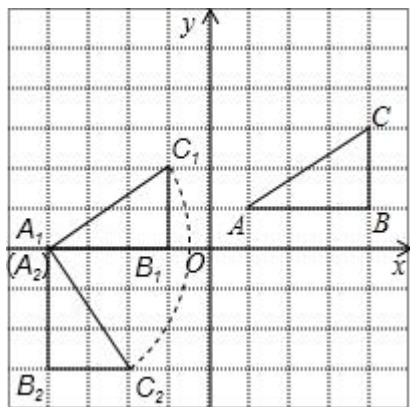
（2）根据网格结构找出点 A_1 、 B_1 、 C_1 绕点 A_1 顺时针旋转 90° 后的对应点 A_2 、 B_2 、 C_2 的位置，然后顺次连接即可，再根据勾股定理列式求出 A_1C_1 的长，然后利用弧长公式列式计算即可得解．

【解答】 解：（1） $\text{Rt}\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示， $A_1(-4, 0)$ ；

（2） $\text{Rt}\triangle A_2B_2C_2$ 如图所示，

根据勾股定理， $A_1C_1=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$ ，

所以，点 C_1 所经过的路径长 $=\frac{90\cdot\pi\cdot\sqrt{13}}{180}=\frac{\sqrt{13}}{2}\pi$ ．



【点评】 本题考查了利用旋转变换作图，利用平移变换作图，弧长的计算，熟练掌握网

格结构，准确找出对应点的位置是解题的关键．

四、解答题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

19. 【分析】（1）用 2013 年比 2012 年多的人数除以 2012 年的人数，计算即可求出 2013 年的增长率；

（2）设 2011 年的毕业生人数约是 x 万人，根据 2011 年的增长率是 4.6% 列式计算即可得解；

（3）根据计算补全统计图即可．

【解答】解：（1） $\frac{699-680}{680} \times 100\% \approx 2.8\%$ ，

故 2013 年全国普通高校高校毕业生数年增长率约是 2.8%；

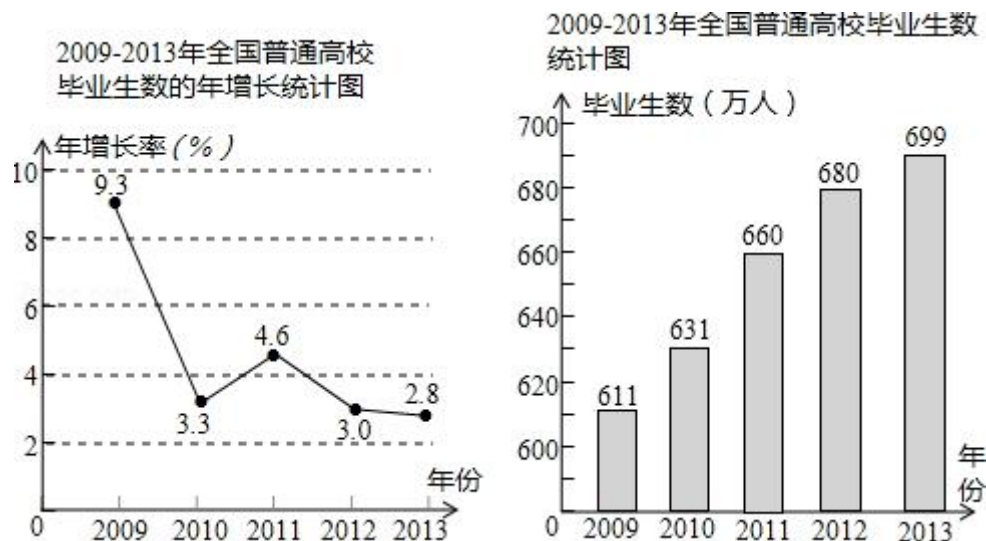
（2）设 2011 年的毕业生人数约是 x 万人，

根据题意得， $\frac{x-631}{631} \approx 4.6\%$ ，

解得 $x \approx 660$ ，

故 2011 年全国普通高校高校毕业生数约是 660 万人；

（3）补全统计图如图所示．



【点评】 本题考查的是条形统计图和折线统计图的综合运用．读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据，折线统计图表示的是事物的变化情况．

20. 【分析】 先求出四边形 $OCED$ 是平行四边形，再根据菱形的对角线互相垂直求出 $\angle COD$

$= 90^\circ$ ，证明 $OCED$ 是矩形，利用勾股定理即可求出 $BC = OE$ 。

【解答】证明： $\because DE \parallel AC, CE \parallel BD$ ，

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore \angle COD = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是矩形，

$\therefore DE = OC$ ，

$\because OB = OD, \angle BOC = \angle ODE = 90^\circ$ ，

$\therefore BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{OD^2 + DE^2} = OE$

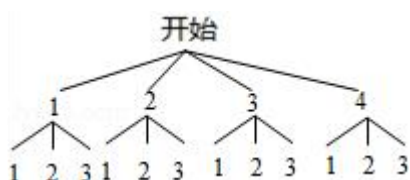
【点评】本题考查了菱形的性质，矩形的判定与性质，勾股定理的应用，是基础题，熟记矩形的判定方法与菱形的性质是解题的关键。

五、解答题（本大题共 2 个小题，每小题 10 分，共 20 分）

21. 【分析】（1）首先根据题意画出树状图，由树状图求得所有等可能的结果与两指针所指数字之和小于 4 的情况，则可求得小颖参加比赛的概率；

（2）根据小颖获胜与小亮获胜的概率，比较概率是否相等，即可判定游戏是否公平；使游戏公平，只要概率相等即可。

【解答】解：（1）画树状图得：



$\therefore$ 共有 12 种等可能的结果，所指数字之和小于 4 的有 3 种情况，

$\therefore P(\text{和小于 } 4) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ ，

$\therefore$ 小颖参加比赛的概率为： $\frac{1}{4}$ ；

（2）不公平，

$\therefore P(\text{小颖}) = \frac{1}{4}$ ，

$P(\text{小亮}) = \frac{3}{4}$ 。

$\therefore P(\text{和小于 } 4) \neq P(\text{和大于等于 } 4)$ ，

∴ 游戏不公平；

可改为：若两个数字之和小于 5，则小颖去参赛；否则，小亮去参赛．

【点评】 本题考查的是游戏公平性的判断．判断游戏公平性就要计算每个事件的概率，概率相等就公平，否则就不公平．

22. 【分析】 (1) 过点 B 作 $BE \perp AC$ 于点 E ，在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中利用三角函数求出 AE ，由 $AC = AE - CE$ ，可得出答案；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，求出 BE ，即可计算每级台阶的高度 h ．

【解答】 解：如右图，过点 B 作 $BE \perp AC$ 于点 E ，

(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $AB = 3m$ ， $\cos 12^\circ \approx 0.9781$ ，

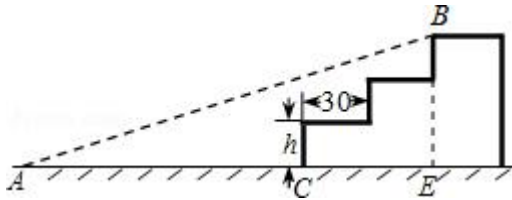
$$AE = AB \cos 12^\circ \approx 2.934m = 293.4cm,$$

$$\therefore AC = AE - CE = 293.4 - 60 = 233.4cm.$$

答： AC 的长度约为 $233.4cm$ ．

$$(2) h = \frac{1}{3}BE = \frac{1}{3}AB \sin 12^\circ = \frac{1}{3} \times 300 \times 0.2079 = 20.79 \approx 20.8cm.$$

答： 每级台阶的高度 h 约为 $20.8cm$ ．



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，难度一般，解答本题的关键是根据坡度和坡角构造直角三角形，并解直角三角形．

六、解答题（本大题共 2 个小题，每小题 10 分，共 20 分）

23. 【分析】 (1) 首先连接 OC ，易证得 $\triangle COE \cong \triangle BOE$ (SAS)，即可得 $\angle OCE = \angle OBE = 90^\circ$ ，证得 BE 与 $\odot O$ 相切；

(2) 首先设 $OC = x$ ，则 $OD = OF - DF = x - 1$ ，易求得 OC 的长，即可得 $\angle BOC = 120^\circ$ ，

又由 $S = S_{\text{四边形 } OBEC} - S_{\text{扇形 } OBC}$ 求得答案．

【解答】 (1) 证明：连接 OC ，

∵ CE 是 $\odot O$ 的切线，

∵ $OB = OC$ ， $OD \perp BC$ ，

∴ $\angle EOC = \angle EOB$ ，

∵ 在 $\triangle EOC$ 和 $\triangle EOB$ 中,

$$\begin{cases} OC=OB \\ \angle EOC=\angle EOB, \\ OE=OE \end{cases}$$

∴ $\triangle COE \cong \triangle BOE$ (SAS),

∴ $\angle OCE = \angle OBE = 90^\circ$,

即 $OB \perp BE$,

∴ BE 与 $\odot O$ 相切;

(2) 解: ∵ $OD \perp BC$,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3},$$

设 $OC = x$, 则 $OD = OF - DF = x - 1$,

在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中, $OC^2 = OD^2 + CD^2$,

$$\therefore x^2 = (x - 1)^2 + (\sqrt{3})^2,$$

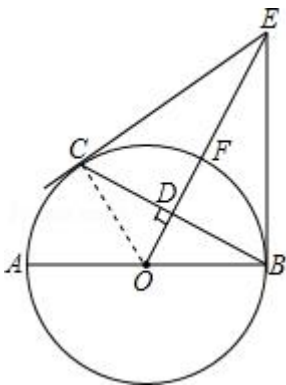
解得: $x = 2$,

∴ $OC = 2$, $\angle COD = 60^\circ$,

∴ $\angle BOC = 120^\circ$,

$$\therefore CE = OC \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S = S_{\text{四边形} OBEC} - S_{\text{扇形} OBC} = 2S_{\triangle OCE} - S_{\text{扇形} OBC} = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} - \frac{120}{360} \times \pi \times 2^2 = 4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi.$$



【点评】此题考查了切线的性质、全等三角形的判定与性质、垂径定理以及勾股定理. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意数形结合思想的应用.

24. **【分析】**(1) 根据甲车休息 1 小时列式求出 m , 再根据乙车 2 小时距离 B 地 120 千米求

出速度，然后求出 a ，根据甲的速度列式求出到达 B 地行驶的时间再加上休息的 1 小时即可得到 n 的值；

(2) 分休息前，休息时，休息后三个阶段，利用待定系数法求一次函数解析式解答；

(3) 求出甲车的速度，然后分①相遇前两人的路程之和加上相距的 120 千米等于总路程列出方程求解即可；②相遇后，两人行驶的路程之和等于总路程加 120 千米，列出方程求解即可。

【解答】解：(1) $\because$ 甲车途经 C 地时休息一小时，

$$\therefore 2.5 - m = 1,$$

$$\therefore m = 1.5,$$

$$\text{乙车的速度} = \frac{a}{m} = \frac{120}{2},$$

$$\text{即 } \frac{a}{1.5} = 60,$$

$$\text{解得 } a = 90,$$

$$\text{甲车的速度为: } \frac{300}{n-1} = \frac{300-120}{1.5},$$

$$\text{解得 } n = 3.5;$$

$$\text{所以, } a = 90, m = 1.5, n = 3.5;$$

(2) 设甲车的 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

①休息前, $0 \leq x < 1.5$, 函数图象经过点 $(0, 300)$ 和 $(1.5, 120)$,

$$\text{所以, } \begin{cases} b = 300 \\ 1.5k + b = 120 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -120 \\ b = 300 \end{cases},$$

$$\text{所以, } y = -120x + 300,$$

②休息时, $1.5 \leq x < 2.5$, $y = 120$,

③休息后, $2.5 \leq x \leq 3.5$, 函数图象经过 $(2.5, 120)$ 和 $(3.5, 0)$,

$$\text{所以, } \begin{cases} 2.5k + b = 120 \\ 3.5k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -120 \\ b = 420 \end{cases},$$

$$\text{所以, } y = -120x + 420.$$

$$\text{综上, } y \text{ 与 } x \text{ 的关系式为 } y = \begin{cases} -120x+300 (0 \leq x < 1.5) \\ 120 (1.5 \leq x < 2.5) \\ -120x+420 (2.5 \leq x \leq 3.5) \end{cases};$$

(3) 设两车相距 120 千米时, 乙车行驶了 x 小时,

甲车的速度为: $(300 - 120) \div 1.5 = 120$ 千米/时,

①若相遇前, 则 $120x+60x = 300 - 120$,

解得 $x = 1$,

②若相遇后, 则 $120(x - 1) + 60x = 300 + 120$,

解得 $x = 3$,

所以, 两车相距 120 千米时, 乙车行驶了 1 小时或 3 小时.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 主要利用了待定系数法求一次函数解析式, 路程、速度、时间三者之间的关系, 根据休息 1 小时求出 m 的值是本题的突破口, (3) 要注意分两种情况讨论.

七、解答题 (本题 12 分)

25. **【分析】** (1) 延长 CB 到 Q , 使 $BQ = DF$, 连接 AQ , 根据四边形 $ABCD$ 是正方形求出 $AD = AB$, $\angle D = \angle DAB = \angle ABE = \angle ABQ = 90^\circ$, 证 $\triangle ADF \cong \triangle ABQ$, 推出 $AQ = AF$, $\angle QAB = \angle DAF$, 求出 $\angle EAQ = \angle EAF$, 证 $\triangle EAQ \cong \triangle EAF$, 推出 $EF = BQ$ 即可;

(2) 根据 $\triangle EAQ \cong \triangle EAF$, $EF = BQ$ 得出 $\frac{1}{2} \times BQ \times AB = \frac{1}{2} \times FE \times AM$, 求出即可;

(3) 延长 CB 到 Q , 使 $BQ = DF$, 连接 AQ , 根据折叠和已知得出 $AD = AB$, $\angle D = \angle ABE = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAD$, 证 $\triangle ADF \cong \triangle ABQ$, 推出 $AQ = AF$, $\angle QAB = \angle DAF$, 求出 $\angle EAQ = \angle FAE$, 证 $\triangle EAQ \cong \triangle EAF$, 推出 $EF = EQ$ 即可.

【解答】 (1) $EF = BE + DF$,

证明: 如答图 1, 延长 CB 到 Q , 使 $BQ = DF$, 连接 AQ ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD = AB$, $\angle D = \angle DAB = \angle ABE = \angle ABQ = 90^\circ$,

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ABQ$ 中

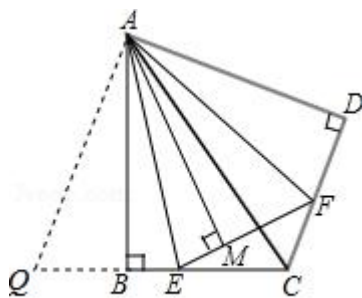
$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle ABQ=\angle D, \\ BQ=DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ABQ$ (SAS),
 $\therefore AQ = AF$, $\angle QAB = \angle DAF$,
 $\because \angle DAB = 90^\circ$, $\angle FAE = 45^\circ$,
 $\therefore \angle DAF + \angle BAE = 45^\circ$,
 $\therefore \angle BAE + \angle BAQ = 45^\circ$,
 即 $\angle EAQ = \angle FAE$,
 在 $\triangle EAQ$ 和 $\triangle EAF$ 中

$$\begin{cases} AE = AE \\ \angle EAQ = \angle EAF \\ AQ = AF \end{cases}$$
 $\therefore \triangle EAQ \cong \triangle EAF$,
 $\therefore EF = EQ = BE + BQ = BE + DF$.

(2) 解: $AM = AB$,
 理由是: $\because \triangle EAQ \cong \triangle EAF$, $EF = EQ$,
 $\therefore \frac{1}{2} \times EQ \times AB = \frac{1}{2} \times FE \times AM$,
 $\therefore AM = AB$.

(3) $AM = AB$,
 证明: 如图 2, 延长 CB 到 Q , 使 $BQ = DF$, 连接 AQ ,



答图2

$\because$ 折叠后 B 和 D 重合,
 $\therefore AD = AB$, $\angle D = \angle ABE = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAD$,
 在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ABQ$ 中,

$$\begin{cases} AD=AB \\ \angle D=\angle ABQ \\ DF=BQ \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ABQ$ (SAS),

$\therefore AQ=AF$, $\angle QAB=\angle DAF$,

$\because \angle FAE=\frac{1}{2}\angle BAD$,

$\therefore \angle DAF+\angle BAE=\angle BAE+\angle BAQ=\angle EAQ=\frac{1}{2}\angle BAD$,

即 $\angle EAQ=\angle FAE$,

在 $\triangle EAQ$ 和 $\triangle EAF$ 中,

$$\begin{cases} AE=AE \\ \angle EAQ=\angle EAF \\ AQ=AF \end{cases}$$

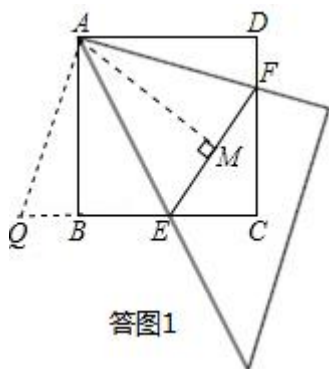
$\therefore \triangle EAQ \cong \triangle EAF$ (SAS),

$\therefore EF=EQ$,

$\because \triangle EAQ \cong \triangle EAF$, $EF=EQ$,

$\therefore \frac{1}{2} \times EQ \times AB = \frac{1}{2} \times FE \times AM$,

$\therefore AM=AB$.



答图1

【点评】 本题考查了正方形的性质，全等三角形的性质和判定，折叠的性质的应用，主要考查学生综合运用定理进行推理的能力，题目比较典型，证明过程类似。

八、解答题（本题 14 分）

26. **【分析】** (1) 利用待定系数法求出抛物线的解析式，令 $y=0$ 解方程，求出点 C 的坐标；

(2) 如答图 1 所示，由 $\triangle CEF \sim \triangle COA$ ，根据比例式列方程求出 OE 的长度；

(3) 如答图 2 所示，若 $\triangle DMN$ 是等腰三角形，可能有三种情形，需要分类讨论；

(4) 当正方形 DEFG 与 $\triangle ABC$ 的重叠部分为五边形时，如答图 3 所示，利用 $S=S_{\text{正方形}}$

$DEFG = S_{\text{梯形} MEDN} - S_{\triangle FJK}$ 求出 S 关于 t 的表达式，然后由二次函数的性质求出其最值。

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{1}{8}x^2 + mx + n$ 经过点 $A(0, 3)$, $B(2, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} n=3 \\ -\frac{1}{8} \times 2^2 + 2m + n = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m=\frac{1}{4}, \\ n=3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + 3$.

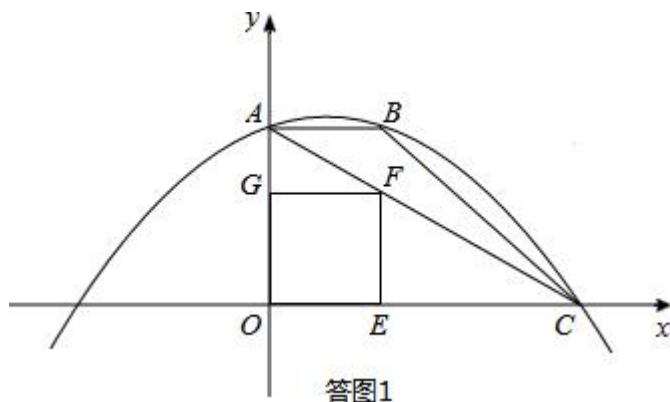
令 $y = 0$, 即 $-\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x + 3 = 0$,

解得 $x = 6$ 或 $x = -4$,

$\because$ 点 C 位于 x 轴正半轴上,

$\therefore C(6, 0)$.

(2) 当正方形的顶点 F 恰好落在线段 AC 上时, 如答图 1 所示:



设 $OE = x$, 则 $EF = x$, $CE = OC - OE = 6 - x$.

$\because EF \parallel OA$,

$\therefore \triangle CEF \sim \triangle COA$,

$$\therefore \frac{EF}{OA} = \frac{CE}{OC}, \text{ 即 } \frac{x}{3} = \frac{6-x}{6},$$

解得 $x = 2$.

$\therefore OE = 2$.

(3) 存在满足条件的 t . 理由如下:

如答图 2 所示,

设 EF 、 DG 分别与 AC 交于点 M 、 N ，由 (3) 可知： $ME = 2 - \frac{1}{2}t$ ， $DN = 3 - \frac{1}{2}t$ 。

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$ ，将点 $B(2, 3)$ 、 $C(6, 0)$ 代入得：

$$\begin{cases} 2k + b = 3 \\ 6k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{9}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{2}.$$

设直线 BC 与 EF 交于点 K ，

$$\because x_K = t + 2, \therefore y_K = -\frac{3}{4}x_K + \frac{9}{2} = -\frac{3}{4}t + 3,$$

$$\therefore FK = y_F - y_K = 2 - \left(-\frac{3}{4}t + 3\right) = \frac{3}{4}t - 1;$$

设直线 BC 与 GF 交于点 J ，

$$\because y_J = 2,$$

$$\therefore 2 = -\frac{3}{4}x_J + \frac{9}{2}, \text{ 得 } x_J = \frac{10}{3},$$

$$\therefore FJ = x_F - x_J = t + 2 - \frac{10}{3} = t - \frac{4}{3}.$$

$$\therefore S = S_{\text{正方形} DEFG} - S_{\text{梯形} MEDN} - S_{\triangle FJK}$$

$$= DE^2 - \frac{1}{2}(ME + DN) \cdot DE - \frac{1}{2}FK \cdot FJ$$

$$= 2^2 - \frac{1}{2}\left[\left(2 - \frac{1}{2}t\right) + \left(3 - \frac{1}{2}t\right)\right] \times 2 - \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}t - 1\right)\left(t - \frac{4}{3}\right)$$

$$= -\frac{3}{8}t^2 + 2t - \frac{5}{3}.$$

过点 G 作 $GH \perp y$ 轴于点 H ，交 AC 于点 I ，则 $HI = 2$ ， $HJ = \frac{10}{3}$ ，

$\therefore t$ 的取值范围是： $2 < t < \frac{10}{3}$ 。

$\therefore S$ 与 t 的函数关系式为： $S = -\frac{3}{8}t^2 + 2t - \frac{5}{3} \left(2 < t < \frac{10}{3}\right)$ 。

$$S = -\frac{3}{8}t^2 + 2t - \frac{5}{3} = -\frac{3}{8}\left(t - \frac{8}{3}\right)^2 + 1,$$

$$\because -\frac{3}{8} < 0, \text{ 且 } 2 < \frac{8}{3} < \frac{10}{3},$$

$\therefore$ 当 $t = \frac{8}{3}$ 时， S 取得最大值，最大值为 1。

【点评】 本题是典型的运动型二次函数压轴题，考查了二次函数的图象与性质、待定系

数法、一次函数、相似三角形、勾股定理、图形面积计算、最值问题等知识点，考查了运动型问题、存在型问题和分类讨论的数学思想，难度较大．解题关键是理解图形的运动过程．