

辽宁省铁岭市 2013 年中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分。在每小题给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的)

1. (3 分) (2013•铁岭) $-\sqrt{2}$ 的绝对值是 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

考点: 实数的性质.

分析: 根据负数的绝对值等于它的相反数解答.

解答: 解: $|\sqrt{2}|=\sqrt{2}$.

故选 A.

点评: 本题考查了实数的性质, 主要利用了负数的绝对值是它的相反数.

2. (3 分) (2013•铁岭) 下列各式中, 计算正确的是 ()

- A. $2x+3y=5xy$ B. $x^6 \div x^2 = x^3$ C. $x^2 \cdot x^3 = x^5$ D. $(-x^3)^3 = x^6$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

专题: 计算题.

分析: 根据同底数幂的除法, 底数不变指数相减; 合并同类项, 系数相加字母和字母的指数不变; 同底数幂的乘法, 底数不变指数相加; 幂的乘方, 底数不变指数相乘, 对各选项计算后利用排除法求解.

解答: 解: A、由于 $2x$ 和 $3y$ 不是同类项, 不能合并, 故本选项错误;

B、由于 $x^6 \div x^2 = x^4 \neq x^3$, 故本选项错误;

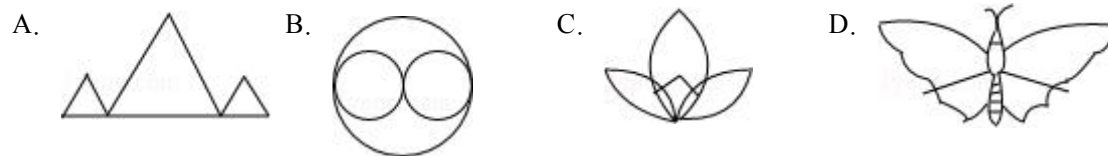
C、由于 $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$, 故本选项正确;

D、由于 $(-x^3)^3 = -x^9 \neq x^6$, 故本选项错误.

故选 C.

点评: 本题考查同底数幂的除法, 合并同类项, 同底数幂的乘法, 幂的乘方很容易混淆, 一定要记准法则才能做题.

3. (3 分) (2013•铁岭) 下列图形中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



考点: 中心对称图形; 轴对称图形.

分析: 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

解答: 解: A、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误;

B、是轴对称图形, 也是中心对称图形, 故本选项正确;

C、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误;

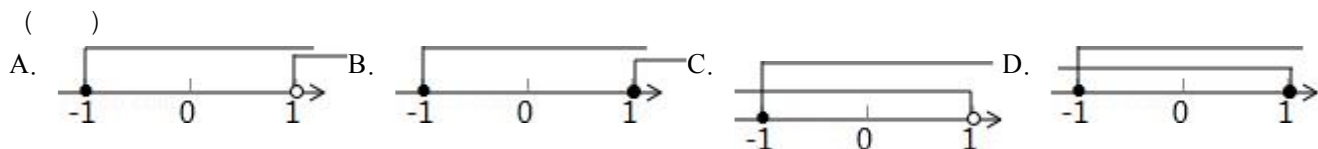
D、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故本选项错误.

故选 B.

点评: 此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念: 轴对称图形的关键是寻找对称

轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

4. (3 分) (2013•铁岭) 如图，在数轴上表示不等式组 $\begin{cases} 1-x > 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases}$ 的解集，其中正确的是



考点: 在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式组.

专题: 计算题.

分析: 求出不等式的解集，表示在数轴上即可.

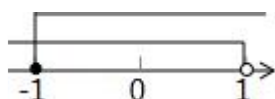
解答: 解: $\begin{cases} 1-x > 0 \text{ ①} \\ x+1 \geq 0 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得: $x < 1$,

由②得: $x \geq -1$,

则不等式的解集为 $-1 \leq x < 1$,

表示在数轴上，如图所示:



故选 C

点评: 此题考查了在数轴上表示解集，把每个不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$ ， $\geq$ 向右画； $<$ ， $\leq$ 向左画)，数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”，“ $\leq$ ”要用实心圆点表示；“ $<$ ”，“ $>$ ”要用空心圆点表示.

5. (3 分) (2013•铁岭) 在一个不透明的口袋中装有 4 个红球和若干个白球，他们除颜色外其他完全相同. 通过多次摸球实验后发现，摸到红球的频率稳定在 25%附近，则口袋中白球可能有 ()

A. 16 个 B. 15 个 C. 13 个 D. 12 个

考点: 利用频率估计概率.

分析: 由摸到红球的频率稳定在 25%附近得出口袋中得到红色球的概率，进而求出白球个数即可.

解答: 解: 设白球个数为: x 个，
 $\because$ 摸到红色球的频率稳定在 25%左右，
 $\therefore$ 口袋中得到红色球的概率为 25%，

$$\therefore \frac{4}{4+x} = \frac{1}{4},$$

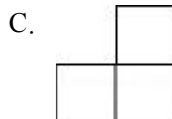
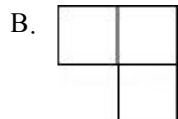
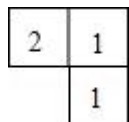
解得: $x=12$,

故白球的个数为 12 个.

故选: D.

点评: 此题主要考查了利用频率估计概率, 根据大量反复试验下频率稳定值即概率得出是解题关键.

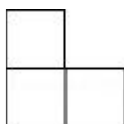
6. (3 分) (2013•铁岭) 如图是 4 块小立方块所搭成的几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示该位置小方块的个数, 其主视图是 ()



考点: 由三视图判断几何体; 简单组合体的三视图.

分析: 根据各层小正方体的个数, 然后得出三视图中主视图的形状, 即可得出答案.

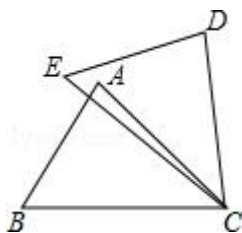
解答: 解: 综合三视图, 这个几何体中, 根据各层小正方体的个数可得: 主视图有一层 3 个, 另一层 1 个, 所以主视图是:



故选: D.

点评: 此题主要考查了学生对三视图掌握程度和灵活运用能力, 同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

7. (3 分) (2013•铁岭) 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEB$ 中, 已知 $AB=DE$, 还需添加两个条件才能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, 不能添加的一组条件是 ()



- A. $BC=EC$, $\angle B=\angle E$ B. $BC=EC$, $AC=DC$ C. $BC=DC$, $\angle A=\angle D$ D. $\angle B=\angle E$, $\angle A=\angle D$

考点: 全等三角形的判定.

分析: 根据全等三角形的判定方法分别进行判定即可.

解答: 解: A、已知 $AB=DE$, 再加上条件 $BC=EC$, $\angle B=\angle E$ 可利用 SAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, 故此选项不合题意;

B、已知 $AB=DE$, 再加上条件 $BC=EC$, $AC=DC$ 可利用 SSS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, 故此选项不合题意;

C、已知 $AB=DE$, 再加上条件 $BC=DC$, $\angle A=\angle D$ 不能证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, 故此选项符合题意;

D、已知 $AB=DE$, 再加上条件 $\angle B=\angle E$, $\angle A=\angle D$ 可利用 ASA 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$,

故此选项不合题意；

故选：C.

点评：本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL.

注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

8. (3 分) (2013•铁岭) 某工厂生产一种零件，计划在 20 天内完成，若每天多生产 4 个，则 15 天完成且还多生产 10 个. 设原计划每天生产 x 个，根据题意可列分式方程为 ()

A. $\frac{20x+10}{x+4}=15$ B. $\frac{20x-10}{x+4}=15$ C. $\frac{20x+10}{x-4}=15$ D. $\frac{20x-10}{x-4}=15$

考点：由实际问题抽象出分式方程.

分析：设原计划每天生产 x 个，则实际每天生产 $(x+4)$ 个，根据题意可得等量关系：(原计划 20 天生产的零件个数+10 个) $\div$ 实际每天生产的零件个数=15 天，根据等量关系列出方程即可.

解答：解：设原计划每天生产 x 个，则实际每天生产 $(x+4)$ 个，根据题意得：

$$\frac{20x+10}{x+4}=15,$$

故选：A.

点评：此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，列出方程.

9. (3 分) (2013•铁岭) 如果三角形的两边长分别是方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 的两个根，那么连接这个三角形三边的中点，得到的三角形的周长可能是 ()

A. 5.5 B. 5 C. 4.5 D. 4

考点：三角形中位线定理；解一元二次方程-因式分解法；三角形三边关系.

分析：首先解方程求得三角形的两边长，则第三边的范围可以求得，进而得到三角形的周长 l 的范围，而连接这个三角形三边的中点，得到的三角形的周长一定是 l 的一半，从而求得中点三角形的周长的范围，从而确定.

解答：解：解方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 得： $x_1 = 3$ ， $x_2 = 5$ ，

则第三边 c 的范围是： $2 < c < 8$ ，

则三角形的周长 l 的范围是： $10 < l < 16$ ，

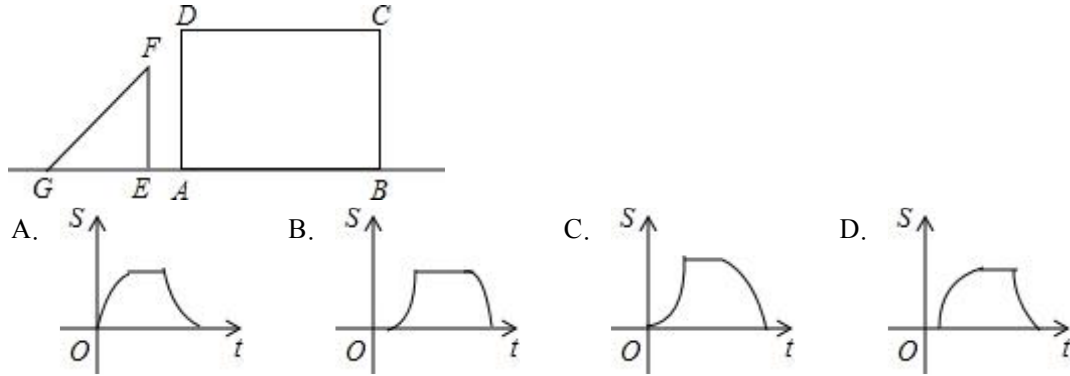
$\therefore$ 连接这个三角形三边的中点，得到的三角形的周长 m 的范围是： $5 < m < 8$ ，

故满足条件的只有 A.

故选 A.

点评：本题考查了三角形的三边关系以及三角形的中位线的性质，理解原来的三角形与中点三角形周长之间的关系式关键.

10. (3分) (2013•铁岭) 如图, 点 G、E、A、B 在一条直线上, Rt△EFG 从如图所示位置出发, 沿直线 AB 向右匀速运动, 当点 G 与 B 重合时停止运动. 设△EFG 与矩形 ABCD 重合部分的面积为 S, 运动时间为 t, 则 S 与 t 的图象大致是 ()



考点: 动点问题的函数图象.

专题: 数形结合.

分析: 设 $GE=a$, $EF=b$, $AE=m$, $AB=c$, Rt△EFG 向右匀速运动的速度为 1, 分类讨论: 当 E 点在点 A 左侧时, $S=0$, 其图象为在 x 轴的线段; 当点 G 在点 A 左侧, 点 E 在点 A 右侧时, $AE=t-m$, $GA=a-(t-m)=a+m-t$, 易证得 $\triangle GAP \sim \triangle GEF$, 利用相似比可表示 $PA=\frac{b}{a}(a+m-t)$, S 为图形 PAEF 的面积, 则 $S=\frac{1}{2}[\frac{b}{a}(a+m-t)] \cdot (t-m)$, 可发现 S 是 t 的二次函数, 且二次项系数为负数, 所以抛物线开口向下; 当点 G 在点 A 右侧, 点 E 在点 B 左侧时, S 为定值, 定义三角形 GEF 的面积, 其图象为平行于 x 轴的线段; 当点 G 在点 B 左侧, 点 E 在点 B 右侧时, 和前面一样运用相似比可表示出 $PB=\frac{b}{a}(a+m+c-t)$, S 为 $\triangle GPB$ 的面积, 则 $S=\frac{b}{2a}(t-a-m-c)^2$, 则 S 是 t 的二次函数, 且二次项系数为, 正数, 所以抛物线开口向上.

解答: 解: 设 $GE=a$, $EF=b$, $AE=m$, $AB=c$, Rt△EFG 向右匀速运动的速度为 1,

当 E 点在点 A 左侧时, $S=0$;

当点 G 在点 A 左侧, 点 E 在点 A 右侧时, 如图,

$AE=t-m$, $GA=a-(t-m)=a+m-t$,

$\therefore PA \parallel EF$,

$\therefore \triangle GAP \sim \triangle GEF$,

$\therefore \frac{PA}{EF} = \frac{GA}{GE}$, 即 $\frac{PA}{b} = \frac{a+m-t}{a}$

$\therefore PA=\frac{b}{a}(a+m-t)$,

$\therefore S=\frac{1}{2}(PA+FE) \cdot AE=\frac{1}{2}[\frac{b}{a}(a+m-t)] \cdot (t-m)$

$\therefore S$ 是 t 的二次函数, 且二次项系数为负数, 所以抛物线开口向下;

当点 G 在点 A 右侧, 点 E 在点 B 左侧时, $S=\frac{1}{2}ab$;

当点 G 在点 B 左侧, 点 E 在点 B 右侧时, 如图,

$GB=a+m+c-t$,

$\therefore PA \parallel EF$,

$$\therefore \triangle GBP \sim \triangle GEF,$$

$$\therefore \frac{PB}{EF} = \frac{GB}{GE},$$

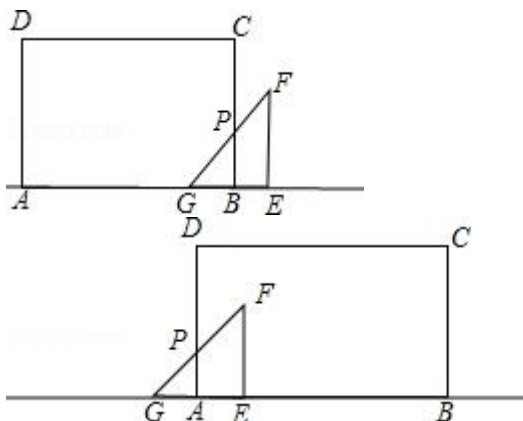
$$\therefore PB = \frac{b}{a} (a+m+c-t),$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} GB \cdot PB = \frac{1}{2} (a+m+c-t) \cdot \frac{b}{a} (a+m+c-t) = \frac{b}{2a} (t-a-m-c)^2,$$

$\therefore S$ 是 t 的二次函数，且二次项系数为，正数，所以抛物线开口向上，

综上所述， S 与 t 的图象分为四段，第一段为 x 轴上的一条线段，第二段为开口向下的抛物线的一部分，第三段为与 x 轴平行的线段，第四段为开口先上的抛物线的一部分。

故选 D.



点评： 本题考查了动点问题的函数图象：先根据几何性质得到与动点有关的两变量之间的函数关系，然后利用函数解析式和函数性质画出其函数图象，注意自变量的取值范围。

二. 填空题 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

11. (3 分) (2013·铁岭) 地球上陆地的面积约为 149 000 000 平方千米，把数据 149 000 000 用科学记数法表示为 1.49×10^8 .

考点： 科学记数法—表示较大的数.

专题： 计算题.

分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答： 解：将 149 000 000 用科学记数法表示为 1.49×10^8 .

故答案为： 1.49×10^8 .

点评： 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2013·铁岭) 在综合实践课上. 五名同学做的作品的数量 (单位：件) 分别是：5, 7, 3, 6, 4, 则这组数据的中位数是 5 件.

考点： 中位数.

分析： 根据中位数的求法：给定 n 个数据，按从小到大排序，如果 n 为奇数，位于中间的那

个数就是中位数；如果 n 为偶数，位于中间两个数的平均数就是中位数.

解答: 解：按从小到大的顺序排列是：3, 4, 5, 6, 7.

中间的是 5，故中位数是 5.

故答案是：5.

点评: 本题主要考查了中位数的定义，理解定义是关键.

13. (3 分) (2013•铁岭) 函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 有意义，则自变量 x 的取值范围是 $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$.

考点: 函数自变量的取值范围.

分析: 根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式进行计算即可得解.

解答: 解：根据题意得， $x - 1 \geq 0$ 且 $x - 2 \neq 0$,

解得 $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$.

故答案为： $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$.

点评: 本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

14. (3 分) (2013•铁岭) 甲、乙两名射击手的 50 次测试的平均成绩都是 8 环，方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 0.4$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 1.2$ ，则成绩比较稳定的是 甲 (填“甲”或“乙”)

考点: 方差.

分析: 根据方差的意义可作出判断. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

解答: 解： $\because S_{\text{甲}}^2 = 0.4$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 1.2$,

$$\therefore S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2,$$

$\therefore$ 成绩比较稳定的是甲;

故答案为：甲.

点评: 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

15. (3 分) (2013•铁岭) 某商店压了一批商品，为尽快售出，该商店采取如下销售方案：将原来每件 m 元，加价 50%，再做两次降价处理，第一次降价 30%，第二次降价 10%. 经过两次降价后的价格为 $0.945m$ 元 (结果用含 m 的代数式表示)

考点: 列代数式.

分析: 先算出加价 50% 以后的价格，再求第一次降价 30% 的价格，最后求出第二次降价 10% 的价格，从而得出答案.

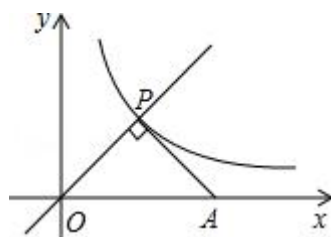
解答: 解: 根据题意得:

$$m(1+50\%)(1-30\%)(1-10\%)=0.945m \text{ (元)};$$

故答案为: 0.945 元.

点评: 此题考查了列代数式, 解决问题的关键是读懂题意, 列出代数式, 是一道基础题.

16. (3 分) (2013•铁岭) 如图, 点 P 是正比例函数 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限内的交点, $PA \perp OP$ 交 x 轴于点 A, $\triangle POA$ 的面积为 2, 则 k 的值是 2.



考点: 反比例函数系数 k 的几何意义; 等腰直角三角形.

分析: 过 P 作 $PB \perp OA$ 于 B, 根据一次函数的性质得到 $\angle POA=45^\circ$, 则 $\triangle POA$ 为等腰直角三角形, 所以 $OB=AB$, 于是 $S_{\triangle POB}=\frac{1}{2}S_{\triangle POA}=\frac{1}{2} \times 2=1$, 然后根据反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 系数 k 的几何意义即可得到 k 的值.

解答: 解: 过 P 作 $PB \perp OA$ 于 B, 如图,

$\because$ 正比例函数的解析式为 $y=x$,

$\therefore \angle POA=45^\circ$,

$\because PA \perp OP$,

$\therefore \triangle POA$ 为等腰直角三角形,

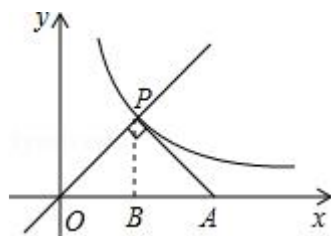
$\therefore OB=AB$,

$$\therefore S_{\triangle POB}=\frac{1}{2}S_{\triangle POA}=\frac{1}{2} \times 2=1,$$

$$\therefore \frac{1}{2}k=1,$$

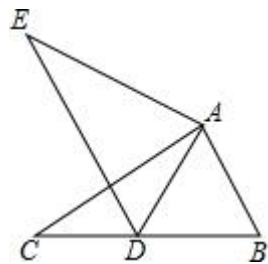
$$\therefore k=2.$$

故答案为 2.



点评: 本题考查了反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 系数 k 的几何意义: 从反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 图象上任意一点向 x 轴和 y 轴作垂线, 垂线与坐标轴所围成的矩形面积为 $|k|$. 也考查了等腰直角三角形的性质.

17. (3 分) (2013•铁岭) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $BC=3.6$, $\angle B=60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针旋转一定角度得到 $\triangle ADE$, 当点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上时, 则 CD 的长为 1.6.



考点: 旋转的性质.

分析: 由将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针旋转一定角度得到 $\triangle ADE$, 当点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上, 可得 $AD=AB$, 又由 $\angle B=60^\circ$, 可证得 $\triangle ABD$ 是等边三角形, 继而可得 $BD=AB=2$, 则可求得答案.

解答: 解: 由旋转的性质可得: $AD=AB$,

$$\because \angle B=60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形,

$$\therefore BD=AB,$$

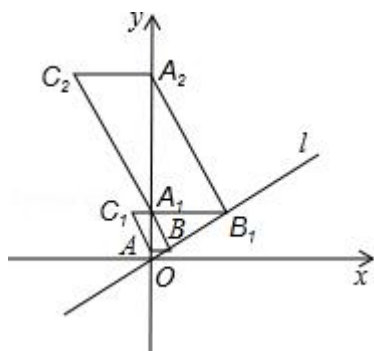
$$\because AB=2, \quad BC=3.6,$$

$$\therefore CD=BC-BD=3.6-2=1.6.$$

故答案为: 1.6.

点评: 此题考查了旋转的性质以及等边三角形的判定与性质. 此题比较简单, 注意掌握旋转前后图形的对应关系, 注意数形结合思想的应用.

18. (3 分) (2013•铁岭) 如图, 在平面直角坐标中, 直线 l 经过原点, 且与 y 轴正半轴所夹的锐角为 60° , 过点 $A(0, 1)$ 作 y 轴的垂线 l 于点 B , 过点 B_1 作作直线 l 的垂线交 y 轴于点 A_1 , 以 A_1B, BA 为邻边作 $\square ABA_1C_1$; 过点 A_1 作 y 轴的垂线交直线 l 于点 B_1 , 过点 B_1 作直线 l 的垂线交 y 轴于点 A_2 , 以 A_2B_1, B_1A_1 为邻边作 $\square A_1B_1A_2C_2$; ...; 按此作法继续下去, 则 C_n 的坐标是 $(-\sqrt{3} \times 4^{n-1}, 4^n)$.



考点: 一次函数综合题; 平行四边形的性质.

专题: 规律型.

分析: 先求出直线 l 的解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 设 B 点坐标为 $(x, 1)$, 根据直线 l 经过点 B , 求出 B 点坐标为 $(\sqrt{3}, 1)$, 解 $Rt\triangle A_1AB$, 得出 $AA_1=3$, $OA_1=4$, 由平行四边形的性质得出 $A_1C_1=AB=\sqrt{3}$, 则 C_1 点的坐标为 $(-\sqrt{3}, 4)$, 即 $(-\sqrt{3}\times 4^0, 4^1)$; 根据直线 l 经过点 B_1 , 求出 B_1 点坐标为 $(4\sqrt{3}, 4)$, 解 $Rt\triangle A_2A_1B_1$, 得出 $A_1A_2=12$, $OA_2=16$, 由平行四边形的性质得出 $A_2C_2=A_1B_1=4\sqrt{3}$, 则 C_2 点的坐标为 $(-4\sqrt{3}, 16)$, 即 $(-\sqrt{3}\times 4^1, 4^2)$; 同理, 可得 C_3 点的坐标为 $(-16\sqrt{3}, 64)$, 即 $(-\sqrt{3}\times 4^2, 4^3)$; 进而得出规律, 求得 C_n 的坐标是 $(-\sqrt{3}\times 4^{n-1}, 4^n)$.

解答: 解: $\because$ 直线 l 经过原点, 且与 y 轴正半轴所夹的锐角为 60° ,

$\therefore$ 直线 l 的解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

$\because AB \perp y$ 轴, 点 $A(0, 1)$,

$\therefore$ 可设 B 点坐标为 $(x, 1)$,

将 $B(x, 1)$ 代入 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$,

得 $1 = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 解得 $x = \sqrt{3}$.

$\therefore B$ 点坐标为 $(\sqrt{3}, 1)$, $AB = \sqrt{3}$.

在 $Rt\triangle A_1AB$ 中, $\angle AA_1B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $\angle A_1AB = 90^\circ$,

$\therefore AA_1 = \sqrt{3}AB = 3$, $OA_1 = OA + AA_1 = 1 + 3 = 4$,

$\because \square ABA_1C_1$ 中, $A_1C_1 = AB = \sqrt{3}$,

$\therefore C_1$ 点的坐标为 $(-\sqrt{3}, 4)$, 即 $(-\sqrt{3}\times 4^0, 4^1)$;

由 $\frac{\sqrt{3}}{3}x = 4$, 解得 $x = 4\sqrt{3}$,

$\therefore B_1$ 点坐标为 $(4\sqrt{3}, 4)$, $A_1B_1 = 4\sqrt{3}$.

在 $Rt\triangle A_2A_1B_1$ 中, $\angle A_1A_2B_1 = 30^\circ$, $\angle A_2A_1B_1 = 90^\circ$,

$\therefore A_1A_2 = \sqrt{3}A_1B_1 = 12$, $OA_2 = OA_1 + A_1A_2 = 4 + 12 = 16$,

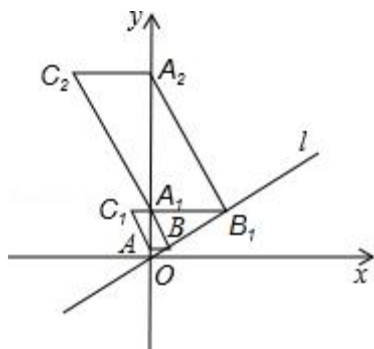
$\because \square A_1B_1A_2C_2$ 中, $A_2C_2 = A_1B_1 = 4\sqrt{3}$,

$\therefore C_2$ 点的坐标为 $(-4\sqrt{3}, 16)$, 即 $(-\sqrt{3}\times 4^1, 4^2)$;

同理, 可得 C_3 点的坐标为 $(-16\sqrt{3}, 64)$, 即 $(-\sqrt{3}\times 4^2, 4^3)$;

以此类推, 则 C_n 的坐标是 $(-\sqrt{3}\times 4^{n-1}, 4^n)$.

故答案为 $(-\sqrt{3}\times 4^{n-1}, 4^n)$.



点评: 本题考查了平行四边形的性质, 解直角三角形以及一次函数的综合应用, 先分别求出 C_1 、 C_2 、 C_3 点的坐标, 从而发现规律是解题的关键.

三. 解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10 分) (2013·铁岭) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{a-1}) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - 1}$, 其中 $a = -2$.

考点: 分式的化简求值.

分析: 先把括号中通分后, 利用同分母分式的减法法则计算, 同时将除式的分子分解因式后, 再利用除以一个数等于乘以这个数的倒数把除法运算化为乘法运算, 约分后得到最简结果, 再把 $a = -2$ 代入进行计算即可.

解答:

$$\begin{aligned} \text{解: } (1 - \frac{1}{a-1}) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - 1} &= (\frac{a-1}{a-1} - \frac{1}{a-1}) \\ &\div \frac{(a-2)^2}{(a+1)(a-1)} = \frac{a-2}{a-1} \times \frac{(a+1)(a-1)}{(a-2)^2} = \frac{a+1}{a-2}, \end{aligned}$$

把 $a = -2$ 代入上式得:

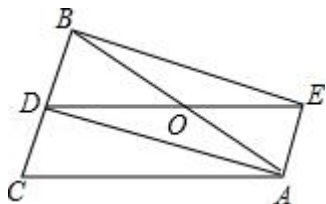
$$\text{原式} = \frac{-2+1}{-2-2} = \frac{1}{4}.$$

点评: 此题考查了分式的化简求值, 关键是通分, 找出最简公分母, 分式的乘除运算关键是约分, 约分的关键是找公因式, 化简求值题要将原式化为最简后再代值.

20. (12 分) (2013·铁岭) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 点 O 为 AD 的中点, 连接 DO 并延长到点 E , 使 $OE = OD$, 连接 AE , BE .

(1) 求证: 四边形 $AEBD$ 是矩形;

(2) 当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时, 矩形 $AEBD$ 是正方形, 并说明理由.



考点: 矩形的判定; 正方形的判定.

分析: (1) 利用平行四边形的判定首先得出四边形 AEBD 是平行四边形, 进而理由等腰三角形的性质得出 $\angle ADB=90^\circ$, 即可得出答案;

(2) 利用等腰直角三角形的性质得出 $AD=BD=CD$, 进而利用正方形的判定得出即可.

解答: (1) 证明: $\because$ 点 O 为 AB 的中点, 连接 DO 并延长到点 E, 使 $OE=OD$,

$\therefore$ 四边形 AEBD 是平行四边形,

$\because AB=AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$\therefore AD \perp BC$,

$\therefore \angle ADB=90^\circ$,

$\therefore$ 平行四边形 AEBD 是矩形;

(2) 当 $\angle BAC=90^\circ$ 时,

理由: $\because \angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$\therefore AD=BD=CD$,

$\therefore$ 由 (1) 得四边形 AEBD 是矩形,

$\therefore$ 矩形 AEBD 是正方形.

点评: 此题主要考查了正方形的判定以及矩形的判定和等腰直角三角形的性质等知识, 熟练掌握正方形和矩形的判定是解题关键.

四. 解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. (12 分) (2013•铁岭) 为迎接十二运, 某校开设了 A: 篮球, B: 毽球, C: 跳绳, D: 健美操四种体育活动, 为了解学生对这四种体育活动的喜欢情况, 在全校范围内随机抽取若干名学生, 进行问卷调查 (每个被调查的同学必须选择而且只能在 4 中体育活动中选择一种). 将数据进行整理并绘制成以下两幅统计图 (未画完整).

(1) 这次调查中, 一共查了 200 名学生:

(2) 请补全两幅统计图:

(3) 若有 3 名最喜欢毽球运动的学生, 1 名最喜欢跳绳运动的学生组队外出参加一次联谊互活动, 欲从中选出 2 人担任组长 (不分正副), 求两人均是喜欢毽球运动的学生的概率.

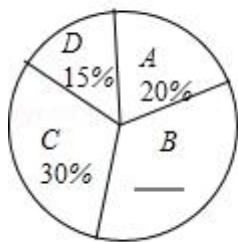


图1

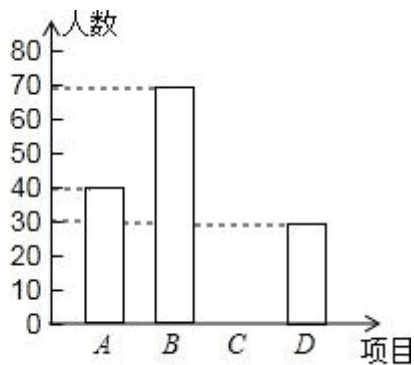


图2

考点: 条形统计图；扇形统计图；列表法与树状图法。

分析: (1) 根据 A 类的人数和所占的百分比，即可求出总人数；

(2) 用整体 1 减去 A、C、D 类所占的百分比，即可求出 B 所占的百分比；用总人数乘以所占的百分比，求出 C 的人数，从而补全图形；

(3) 根据题意采用列举法，举出所有的可能，注意要做到不重不漏，再根据概率公式即可得出答案。

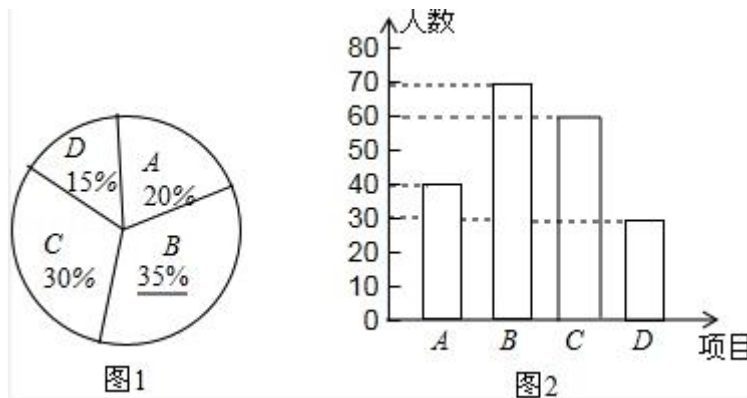
解答: 解：调查的总学生是 $\frac{40}{20\%} = 200$ (名)；

故答案为：200.

(3) B 所占的百分比是 $1 - 15\% - 20\% - 30\% = 35\%$,

C 的人数是： $200 \times 30\% = 60$ (名)，

补图如下：



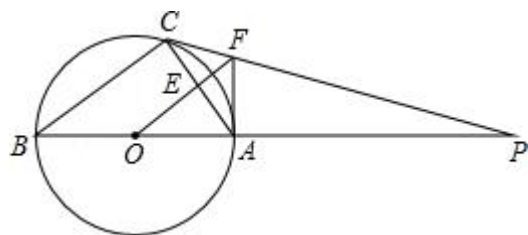
(3) 用 A_1, A_2, A_3 表示 3 名喜欢毽球运动的学生，B 表示 1 名跳绳运动的学生，则从 4 人中选出 2 人的情况有： $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_1, B), (A_2, A_3), (A_2, B), (A_3, B)$ ，共计 6 种，选出的 2 人都是最喜欢毽球运动的学生有 $(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_2, A_3)$ 共计 3 种，

则两人均是最喜欢毽球运动的学生的概率 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 。

点评: 此题考查了扇形图与概率的知识，综合性比较强，解题时要注意认真审题，理解题意；在用列举法求概率时，一定要注意不重不漏。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

22. (12分) (2013•铁岭) 如图, $\triangle ABC$ 内接与 $\odot O$, AB 是直径, $\odot O$ 的切线 PC 交 BA 的延长线于点 P , $OF \parallel BC$ 交 AC 于 AC 点 E , 交 PC 于点 F , 连接 AF .

- (1) 判断 AF 与 $\odot O$ 的位置关系并说明理由;
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 4, $AF=3$, 求 AC 的长.



考点: 切线的判定与性质.

分析: (1) AF 为圆 O 的切线, 理由为: 连接 OC , 由 PC 为圆 O 的切线, 利用切线的性质得到 $CP \perp OC$, 由 OF 与 BC 平行, 利用两直线平行内错角相等, 同位角相等, 分别得到两对角相等, 根据 $OB=OC$, 利用等边对等角得到一对角相等, 等量代换得到一对角相等, 再由 $OC=OA$, OF 为公共边, 利用 SAS 得出三角形 AOF 与三角形 COF 全等, 由全等三角形的对应角相等及垂直定义得到 AF 垂直于 OA , 即可得证;

(2) 由 AF 垂直于 OA , 在直角三角形 AOF 中, 由 OA 与 AF 的长, 利用勾股定理求出 OF 的长, 而 $OA=OC$, OF 为角平分线, 利用三线合一得到 E 为 AC 中点, OE 垂直于 AC , 利用面积法求出 AE 的长, 即可确定出 AC 的长.

解答: 解: (1) AF 为圆 O 的切线, 理由为:

连接 OC ,

$\because PC$ 为圆 O 切线,

$\therefore CP \perp OC$,

$\therefore \angle OCP = 90^\circ$,

$\because OF \parallel BC$,

$\therefore \angle AOF = \angle B$, $\angle COF = \angle OCB$,

$\because OC = OB$,

$\therefore \angle OCB = \angle B$,

$\therefore \angle AOF = \angle COF$,

$\therefore$ 在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle COF$ 中,

$$\begin{cases} OA = OC \\ \angle AOF = \angle COF \\ OF = OF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COF$ (SAS),

$\therefore \angle OAF = \angle OCF = 90^\circ$,

则 AF 为圆 O 的切线;

(2) $\because \triangle AOF \cong \triangle COF$,

$\therefore \angle AOF = \angle COF$,

$\because OA = OC$,

$\therefore E$ 为 AC 中点, 即 $AE = CE = \frac{1}{2}AC$, $OE \perp AC$,

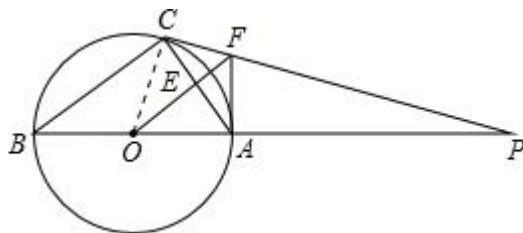
$\because OA \perp AF$,

∴在 Rt△AOF 中, OA=4, AF=3,
根据勾股定理得: OF=5,

$$\because S_{\triangle AOF} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot AF = \frac{1}{2} \cdot OF \cdot AE,$$

$$\therefore AE = \frac{12}{5},$$

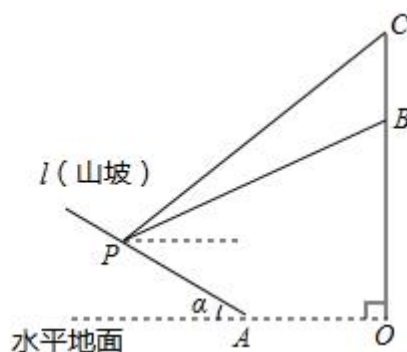
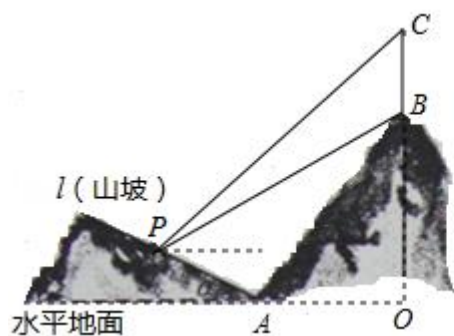
$$\text{则 } AC = 2AE = \frac{24}{5}.$$



点评: 此题考查了切线的判定与性质, 涉及的知识有: 全等三角形的判定与性质, 平行线的性质, 等腰三角形的性质, 三角形的面积求法, 熟练掌握切线的判定与性质是解本题的关键.

五. 解答题 (满分 12 分)

23. (12 分) (2013·铁岭) 如图所示, 某工程队准备在山坡 (山坡视为直线 l) 上修一条路, 需要测量山坡的坡度, 即 $\tan \alpha$ 的值. 测量员在山坡 P 处 (不计此人身高) 观察对面山顶上的一座铁塔, 测得塔尖 C 的仰角为 37° , 塔底 B 的仰角为 26.6° . 已知塔高 BC=80 米, 塔所在的山高 OB=220 米, OA=200 米, 图中的点 O、B、C、A、P 在同一平面内, 求山坡的坡度. (参考数据 $\sin 26.6^\circ \approx 0.45$, $\tan 26.6^\circ \approx 0.50$; $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题；解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析: 过点 P 作 $PD \perp OC$ 于 D, $PE \perp OA$ 于 E, 则四边形 ODPE 为矩形, 先解 $Rt\triangle PBD$, 得出 $BD = PD \cdot \tan 26.6^\circ$; 解 $Rt\triangle CBD$, 得出 $CD = PD \cdot \tan 37^\circ$; 再根据 $CD - BD = BC$, 列出方程, 求出 $PD = 320$, 进而求出 $PE = 60$, $AE = 120$, 然后在 $\triangle APE$ 中利用三角函数的定义即可求解.

解答: 解: 如图, 过点 P 作 $PD \perp OC$ 于 D, $PE \perp OA$ 于 E, 则四边形 ODPE 为矩形.

在 $Rt\triangle PBD$ 中, $\because \angle BDP = 90^\circ$, $\angle BPD = 26.6^\circ$,

$$\therefore BD = PD \cdot \tan \angle BPD = PD \cdot \tan 26.6^\circ;$$

在 $Rt\triangle CBD$ 中, $\because \angle CDP = 90^\circ$, $\angle CPD = 37^\circ$,

$$\therefore CD = PD \cdot \tan \angle CPD = PD \cdot \tan 37^\circ;$$

$$\therefore CD - BD = BC,$$

$$\therefore PD \cdot \tan 37^\circ - PD \cdot \tan 26.6^\circ = 80,$$

$$\therefore 0.75PD - 0.50PD = 80,$$

解得 $PD = 320$,

$$\therefore BD = PD \cdot \tan 26.6^\circ \approx 320 \times 0.50 = 160,$$

$$\therefore OB = 220,$$

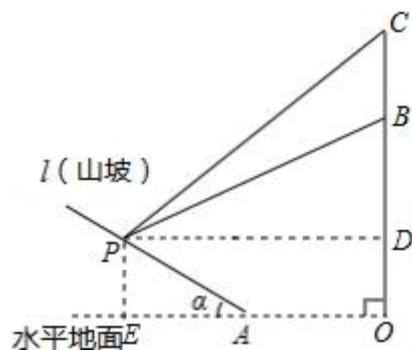
$$\therefore PE = OD = OB - BD = 60,$$

$$\therefore OE = PD = 320,$$

$$\therefore AE = OE - OA = 320 - 200 = 120,$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{PE}{AE} = \frac{60}{120} = 0.5,$$

$$\therefore \alpha \approx 26.6^\circ.$$



点评: 本题考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题、坡度坡角问题, 难度适中, 通过作辅助线, 构造直角三角形, 利用三角函数求解是解题的关键.

六. 解答题 (满分 12 分)

24. (12 分) (2013•铁岭) 某商家独家销售具有地方特色的某种商品, 每件进价为 40 元. 经过市场调查, 一周的销售量 y 件与销售单价 x ($x \geq 50$) 元/件的关系如下表:

销售单价 x (元/件)	...	55	60	70	75	...
一周的销售量 y (件)	...	450	400	300	250	...

(1) 直接写出 y 与 x 的函数关系式: $y = -10x + 1000$

(2) 设一周的销售利润为 S 元, 请求出 S 与 x 的函数关系式, 并确定当销售单价在什么范围内变化时, 一周的销售利润随着销售单价的增大而增大?

(3) 雅安地震牵动亿万人民的心, 商家决定将商品一周的销售利润全部寄往灾区, 在商家购进该商品的贷款不超过 10000 元情况下, 请你求出该商家最大捐款数额是多少元?

考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 设 $y = kx + b$, 把点的坐标代入解析式, 求出 k 、 b 的值, 即可得出函数解析式;

(2) 根据利润 = (售价 - 进价) $\times$ 销售量, 列出函数关系式, 继而确定销售利润随着销售单价的增大而增大的销售单价的范围;

(3) 根据购进该商品的贷款不超过 10000 元, 求出进货量, 然后求最大销售额即可.

解答: 解: (1) 设 $y = kx + b$,

$$\text{由题意得, } \begin{cases} 55k + b = 450 \\ 60k + b = 400 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -10 \\ b = 1000 \end{cases},$$

则函数关系式为: $y = -10x + 1000$;

$$(2) \text{ 由题意得, } S = (x - 40)y = (x - 40)(-10x + 1000)$$

$$= -10x^2 + 1400x - 40000 = -10(x - 70)^2 + 9000,$$

$$\because -10 < 0,$$

$\therefore$ 函数图象开口向下, 对称轴为 $x = 70$,

$\therefore$ 当 $40 \leq x \leq 70$ 时, 销售利润随着销售单价的增大而增大;

(3) 当购进该商品的贷款为 10000 元时,

$$y = \frac{10000}{40} = 250 \text{ (件)},$$

此时 $x = 75$,

由 (2) 得当 $x \geq 70$ 时, S 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $x = 70$ 时, 销售利润最大,

此时 $S = 9000$,

即该商家最大捐款数额是 9000 元.

点评: 本题考查了二次函数的应用, 难度一般, 解答本题的关键是将实际问题转化为求函数最值问题, 从而来解决实际问题.