

2013 年辽宁省营口市中考数学试卷

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，请将正确答案的代号填入题后的括号内，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) -5 的绝对值是 ()

A. -5

B. ± 5

C. $\frac{1}{5}$

D. 5

2. (3 分) 据测算，我国每天因土地沙漠化造成的经济损失约为 1.5 亿元，一年的经济损失约为 54750000000 元，用科学记数法表示这个数为 ()

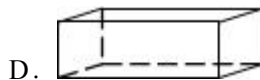
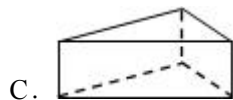
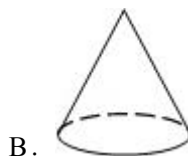
A. 5.475×10^{11}

B. 5.475×10^{10}

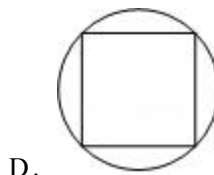
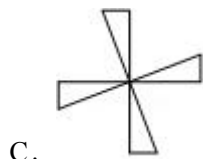
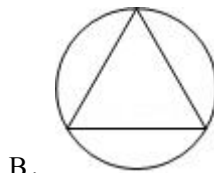
C. 0.5475×10^{11}

D. 5475×10^8

3. (3 分) 如图，下列水平放置的几何体中，主视图是三角形的是 ()



4. (3 分) 下列图形，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



5. (3 分) 某班级第一小组 7 名同学积极捐出自己的零花钱支持地震灾区，他们捐款的数额分别是（单位：元）50，20，50，30，25，50，55，这组数据的众数和中位数分别是 ()

A. 50 元，20 元

B. 50 元，40 元

C. 50 元，50 元

D. 55 元，50 元

6. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 2(x+5) \geq 6 \\ 5-2x > 1+2x \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



7. (3分) 炎炎夏日, 甲安装队为 A 小区安装 60 台空调, 乙安装队为 B 小区安装 50 台空调, 两队同时开工且恰好同时完工, 甲队比乙队每天多安装 2 台. 设乙队每天安装 x 台, 根据题意, 下面所列方程中正确的是 ()

A. $\frac{60}{x} = \frac{50}{x-2}$ B. $\frac{60}{x-2} = \frac{50}{x}$ C. $\frac{60}{x} = \frac{50}{x+2}$ D. $\frac{60}{x+2} = \frac{50}{x}$

8. (3分) 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, 动点 E 从点 B 出发, 沿 $BADC$ 方向运动至点 C 处停止, 设点 E 运动的路程为 x , $\triangle BCE$ 的面积为 y , 如果 y 关于 x 的函数图象如图 2 所示, 则当 $x=7$ 时, 点 E 应运动到 ()

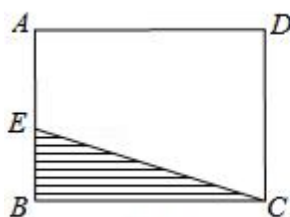


图 1

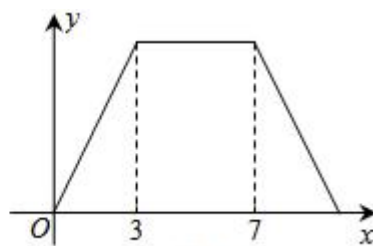


图 2

- A. 点 C 处 B. 点 D 处 C. 点 B 处 D. 点 A 处

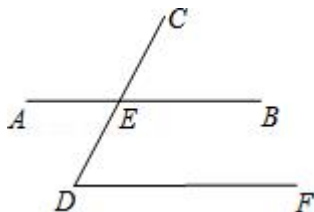
二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) 函数 $y = \frac{2x}{x-5}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

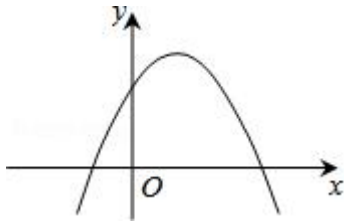
10. (3分) $(\pi - 2013)^0 + (\frac{1}{2})^{-1} - 2\cos 60^\circ =$ _____.

11. (3分) 甲、乙、丙三人进行射击测试, 每人 10 次射击成绩的平均数均是 9.1 环, 方差分别为 $s_{\text{甲}}^2 = 0.56$, $s_{\text{乙}}^2 = 0.45$, $s_{\text{丙}}^2 = 0.61$, 则三人中射击成绩最稳定的是_____.

12. (3分) 如图, 直线 AB 、 CD 相交于点 E , $DF \parallel AB$. 若 $\angle D = 65^\circ$, 则 $\angle AEC =$ _____.

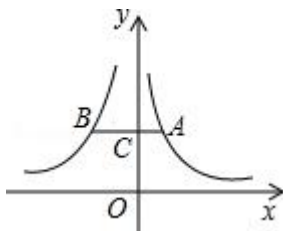


13. (3分) 二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y = bx + c$ 的图象不经过第_____象限.

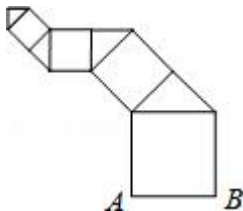


14. (3分) 一个圆锥形零件，高为 8cm ，底面圆的直径为 12cm ，则此圆锥的侧面积是 cm^2 。

15. (3分) 已知双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 和 $y = \frac{k}{x}$ 的部分图象如图所示，点 C 是 y 轴正半轴上一点，过点 C 作 $AB \parallel x$ 轴分别交两个图象于点 A 、 B 。若 $CB = 2CA$ ，则 $k =$ _____。



16. (3分) 按如图方式作正方形和等腰直角三角形。若第一个正方形的边长 $AB = 1$ ，第一个正方形与第一个等腰直角三角形的面积和为 S_1 ，第二个正方形与第二个等腰直角三角形的面积和为 S_2 ， $\dots$ ，则第 n 个正方形与第 n 个等腰直角三角形的面积和 $S_n =$ _____。



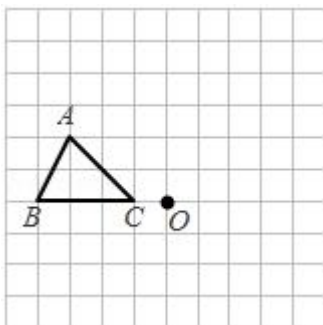
三、解答题 (17、18、19 小题，每小题 8 分，共 24 分)

17. (8分) 先化简，再求值： $(\frac{4x+5}{x^2-1} - \frac{3}{x-1}) \div \frac{x+2}{x^2-2x+1}$ ，其中 $x = 3$ 。

18. (8分) 在如图的方格纸中，每个小方格都是边长为 1 个单位的正方形， $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上。(每个小方格的顶点叫格点)

(1) 画出 $\triangle ABC$ 向下平移 3 个单位后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

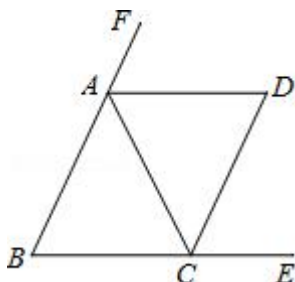
(2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 后的 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并求点 A 旋转到 A_2 所经过的路线长。



19. (8分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 外角的平分线, 已知 $\angle BAC = \angle ACD$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle CDA$;

(2) 若 $\angle B = 60^\circ$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.



四、解答题 (20 小题 10 分, 21 小题 10 分, 共 20 分)

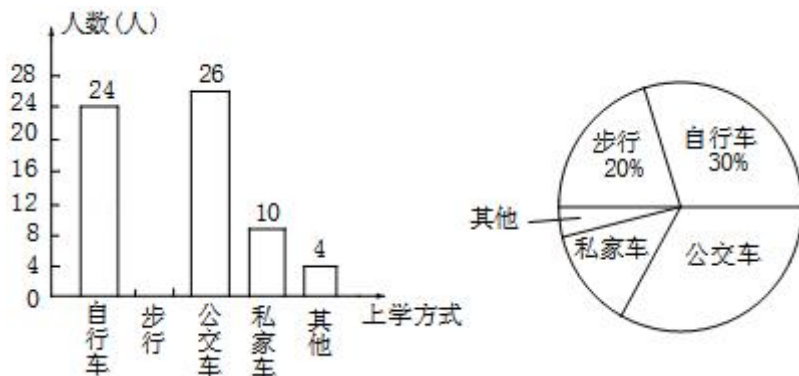
20. (10分) 某中学为了解全校学生到校上学的方式, 在全校随机抽取了若干名学生进行问卷调查. 问卷给出了五种上学方式供学生选择, 每人只能选一项, 且不能不选. 同时把调查得到的结果绘制成如图所示的条形统计图和扇形统计图 (均不完整). 请根据图中提供的信息解答下列问题:

(1) 在这次调查中, 一共抽取了多少名学生?

(2) 通过计算补全条形统计图;

(3) 在扇形统计图中, “公交车” 部分所对应的圆心角是多少度?

(4) 若全校有 1600 名学生, 估计该校乘坐私家车上学的学生约有多少名?



21. (10分) 小丽和小华想利用摸球游戏决定谁去参加市里举办的书法比赛, 游戏规则是:

在一个不透明的袋子里装有除数字外完全相同的 4 个小球, 上面分别标有数字 2, 3, 4,

5. 一人先从袋中随机摸出一个小球，另一人再从袋中剩下的 3 个小球中随机摸出一个小球. 若摸出的两个小球上的数字和为偶数，则小丽去参赛；否则小华去参赛.

(1) 用列表法或画树状图法，求小丽参赛的概率.

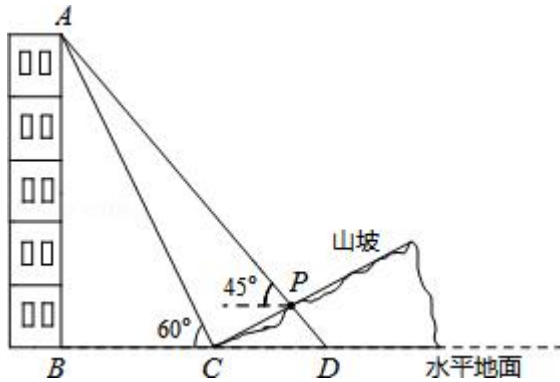
(2) 你认为这个游戏公平吗？请说明理由.

五、解答题（22 小题 8 分，23 小题 10 分，共 18 分）

22. (8 分) 如图，某人在山坡坡脚 C 处测得一座建筑物顶点 A 的仰角为 60° ，沿山坡向上走到 P 处再测得该建筑物顶点 A 的仰角为 45° . 已知 $BC = 90$ 米，且 B 、 C 、 D 在同一条直线上，山坡坡度为 $\frac{1}{2}$ (即 $\tan \angle PCD = \frac{1}{2}$).

(1) 求该建筑物的高度 (即 AB 的长).

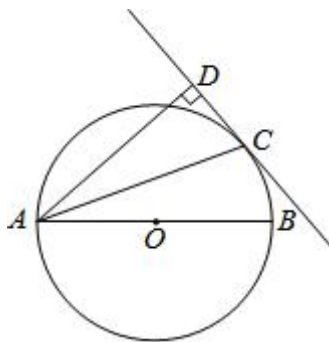
(2) 求此人所在位置点 P 的铅直高度. (测倾器的高度忽略不计，结果保留根号形式)



23. (10 分) 如图，点 C 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 上的一点， AD 与过点 C 的切线互相垂直，垂足为点 D .

(1) 求证: AC 平分 $\angle BAD$;

(2) 若 $CD = 1$, $AC = \sqrt{10}$, 求 $\odot O$ 的半径长.



六、解答题（本题满分 12 分）

24. (12 分) 为了落实国务院的指示精神，某地方政府出台了一系列“三农”优惠政策，使农民收入大幅度增加. 某农户生产经销一种农产品，已知这种产品的成本价为每千克 20 元，市场调查发现，该产品每天的销售量 y (千克) 与销售价 x (元/千克) 有如下关系:

$y = -2x + 80$. 设这种产品每天的销售利润为 w 元.

(1) 求 w 与 x 之间的函数关系式.

(2) 该产品销售价定为每千克多少元时, 每天的销售利润最大? 最大利润是多少元?

(3) 如果物价部门规定这种产品的销售价不高于每千克 28 元, 该农户想要每天获得 150 元的销售利润, 销售价应定为每千克多少元?

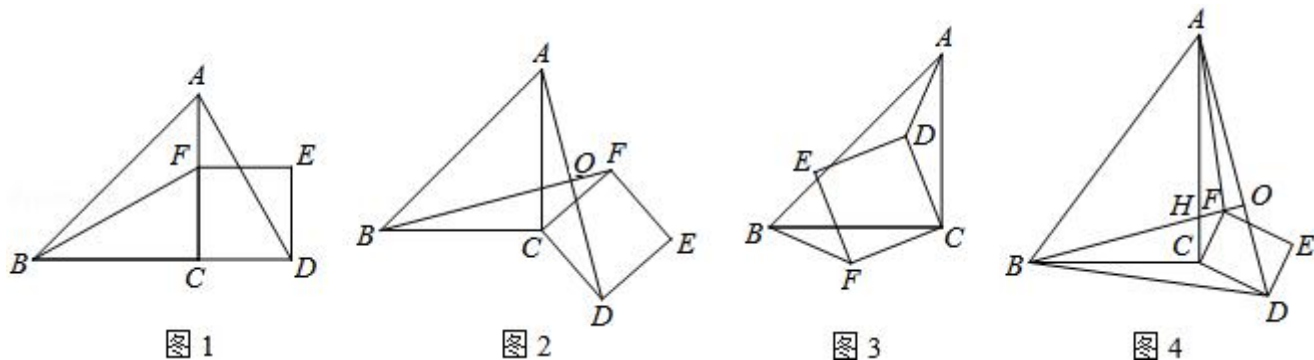
七、解答题 (本题满分 14 分)

25. (14 分) 如图 1, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, F 是 AC 边上的一个动点 (点 F 与 A 、 C 不重合), 以 CF 为一边在等腰直角三角形外作正方形 $CDEF$, 连接 BF 、 AD .

(1) ①猜想图 1 中线段 BF 、 AD 的数量关系及所在直线的位置关系, 直接写出结论;

②将图 1 中的正方形 $CDEF$, 绕着点 C 按顺时针 (或逆时针) 方向旋转任意角度 α , 得到如图 2、图 3 的情形. 图 2 中 BF 交 AC 于点 H , 交 AD 于点 O , 请你判断①中得到的结论是否仍然成立, 并选取图 2 证明你的判断.

(2) 将原题中的等腰直角三角形 ABC 改为直角三角形 ABC , $\angle ACB = 90^\circ$, 正方形 $CDEF$ 改为矩形 $CDEF$, 如图 4, 且 $AC = 4$, $BC = 3$, $CD = \frac{4}{3}$, $CF = 1$, BF 交 AC 于点 H , 交 AD 于点 O , 连接 BD 、 AF , 求 $BD^2 + AF^2$ 的值.



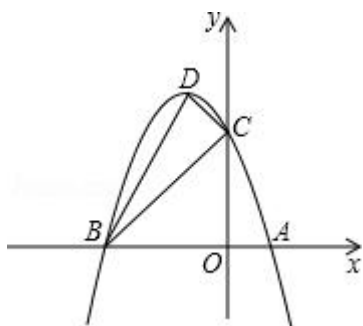
八、解答题 (本题满分 14 分)

26. (14 分) 如图, 抛物线与 x 轴交于 $A(1, 0)$ 、 $B(-3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, 3)$, 设抛物线的顶点为 D .

(1) 求该抛物线的解析式与顶点 D 的坐标.

(2) 试判断 $\triangle BCD$ 的形状, 并说明理由.

(3) 探究坐标轴上是否存在点 P , 使得以 P 、 A 、 C 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似? 若存在, 请直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2013 年辽宁省营口市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，请将正确答案的代号填入题后的括号内，每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】根据负数的绝对值等于它的相反数求解即可.

【解答】解：-5 的绝对值是 5，

即 $|-5| = 5$.

故选：D.

【点评】本题考查了绝对值的性质，一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 54 750 000 000 用科学记数法表示为 5.475×10^{10} .

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. 【分析】找到从正面看所得到的图形是三角形即可.

【解答】解：A、主视图为长方形，故本选项错误；

B、主视图为三角形，故本选项错误；

C、主视图为长方形，故本选项错误；

D、主视图为长方形，故本选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图.

4. 【分析】根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形，以及轴对称图形的定义即可判断出.

【解答】解：A、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合， $\therefore$ 此图形不是中心对称图形，也不是轴对称图形，故此选项错误；

B、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合， $\therefore$ 此图形不是中心对称图形，是轴对称图

形，故此选项错误；

C、此图形旋转 180° 后能与原图形重合，此图形是中心对称图形，不是轴对称图形，故此选项错误；

D、 $\because$ 此图形旋转 180° 后能与原图形重合， $\therefore$ 此图形是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项正确．

故选：D．

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义，根据定义得出图形形状是解决问题的关键．

5. 【分析】根据中位数的定义将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，找出最中间的那个数；根据众数的定义找出出现次数最多的数即可．

【解答】解：50 出现了 3 次，出现的次数最多，

则众数是 50；

把这组数据从小到大排列为：20，25，30，50，50，50，55，

最中间的数是 50，

则中位数是 50．

故选：C．

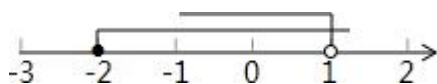
【点评】此题考查了众数和中位数，众数是一组数据中出现次数最多的数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数）．

6. 【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可．

【解答】解： $\begin{cases} 2(x+5) \geq 6 & \text{①} \\ 5-2x > 1+2x & \text{②} \end{cases}$ ，由①得， $x \geq -2$ ；由②得， $x < 1$ ，

故此不等式组的解集为： $-2 \leq x < 1$ ．

在数轴上表示为：



故选：C．

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式组的解集，熟知解不等式组的加减消元法和代入消元法是解答此题的关键．

7. 【分析】关键描述语为：“两队同时开工且恰好同时完工”，找出等量关系为：甲队所用时间 = 乙队所用时间，根据所用时间相同列出分式方程即可．

【解答】解：设乙队每天安装 x 台，则甲队每天安装 $x+2$ 台，

由题意得，甲队用的时间为： $\frac{60}{x+2}$ ，

乙队用的时间为： $\frac{50}{x}$ ，

则方程为： $\frac{60}{x+2} = \frac{50}{x}$ ．

故选： D ．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，找到相应的等量关系是解决问题的关键，注意工作时间 = 工作总量 ÷ 工作效率．

8. 【分析】注意分析 y 随 x 的变化而变化的趋势，而不一定要通过求解析式来解决．

【解答】解：当 E 在 AB 上运动时， $\triangle BCE$ 的面积不断增大；

当 E 在 AD 上运动时， BC 一定，高为 AB 不变，此时面积不变；

当 E 在 DC 上运动时， $\triangle BCE$ 的面积不断减小．

$\therefore$ 当 $x = 7$ 时，点 E 应运动到高不再变化时，即点 D 处．

故选： B ．

【点评】本题考查动点问题的函数图象问题，有一定难度，注意要仔细分析．关键是根
据所给函数图象和点的运动轨迹判断出 $x = 3$ 到 7 时点 E 所在的位置．

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9. 【分析】根据分母不等于 0 列式计算即可得解．

【解答】解：根据题意得， $x - 5 \neq 0$ ，

解得 $x \neq 5$ ．

故答案为： $x \neq 5$ ．

【点评】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0．

10. 【分析】分别进行零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值等运算，然后按照实数的运算法则计算即可．

【解答】解：原式 $= 1 + 2 - 2 \times \frac{1}{2} = 2$ ．

故答案为： 2 ．

【点评】本题考查了实数的运算，涉及了零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值等知识，属于基础题．

11. 【分析】根据方差的意义可作出判断．方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越

小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定，找出方差最小的数即可．

【解答】解：∵ $s_{甲}^2=0.56$ ， $s_{乙}^2=0.45$ ， $s_{丙}^2=0.61$ ，

∴ $s_{乙}^2$ 最小，

∴ 三人中射击成绩最稳定的是乙；

故答案为：乙．

【点评】本题考查方差的意义．方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

12. 【分析】根据平行线性质求出 $\angle BED$ ，根据对顶角相等求出 $\angle AEC$ 即可．

【解答】解：∵ $DF \parallel AB$ ，

∴ $\angle BED = 180^\circ - \angle D$ ，

∵ $\angle D = 65^\circ$ ，

∴ $\angle BED = 115^\circ$ ，

∴ $\angle AEC = \angle BED = 115^\circ$ ，

故答案为： 115° ．

【点评】本题考查了对顶角和平行线的性质的应用，注意：两直线平行，同旁内角互补．

13. 【分析】由抛物线的对称轴在 y 轴右侧，得到 a 与 b 异号，根据抛物线开口向下得到 a 小于 0，故 b 大于 0，再利用抛物线与 y 轴交点在 y 轴正半轴，得到 c 大于 0，利用一次函数的性质即可判断出一次函数 $y = bx + c$ 不经过的象限．

【解答】解：根据图象得： $a < 0$ ， $b > 0$ ， $c > 0$ ，

故一次函数 $y = bx + c$ 的图象不经过第四象限．

故答案为：四．

【点评】此题考查了二次函数图象与系数的关系，以及一次函数图象与系数的关系，熟练掌握一次、二次函数的图象与性质是解本题的关键．

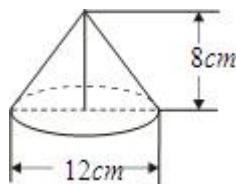
14. 【分析】利用圆锥的侧面积 = 底面周长 $\times$ 母线长 $\div 2$ 即可求得圆锥的侧面积．

【解答】解：底面直径为 12cm ，则底面周长 = $12\pi\text{cm}$ ，

由勾股定理得，母线长 = 10cm ，

所以侧面面积 = $\frac{1}{2} \times 12\pi \times 10 = 60\pi \text{cm}^2$.

故答案为 60π .



【点评】 本题考查了圆锥的计算，利用了勾股定理，圆的周长公式和扇形面积公式求解.

15. **【分析】** 由于 $AB \parallel x$ 轴， $CB = 2CA$ ，则 $S_{\triangle OBC} = 2S_{\triangle OAC}$ ，根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

系数 k 的几何意义得到 $S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ ，所以 $S_{\triangle OBC} = 2S_{\triangle OAC} = 3$ ，然后再根据反比例

函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 系数 k 的几何意义得到 $\frac{1}{2}|k| = 3$ ，由于反比例函数图象过第二象限，

所以 $k = -6$.

【解答】 解：连结 OA 、 OB ，如图，

$\because AB \parallel x$ 轴，即 $OC \perp AB$ ，

而 $CB = 2CA$ ，

$\therefore S_{\triangle OBC} = 2S_{\triangle OAC}$ ，

$\because$ 点 A 在 $y = \frac{3}{x}$ 图象上，

$\therefore S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$ ，

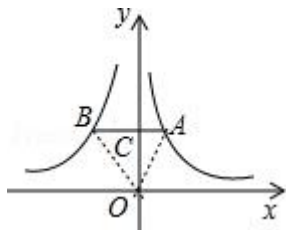
$\therefore S_{\triangle OBC} = 2S_{\triangle OAC} = 3$ ，

$\therefore \frac{1}{2}|k| = 3$ ，

而 $k < 0$ ，

$\therefore k = -6$ 。

故答案为 -6 。



【点评】 本题考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 系数 k 的几何意义：从反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k

$\neq 0$) 图象上任意一点向 x 轴和 y 轴作垂线，垂线与坐标轴所围成的矩形面积为 $|k|$ 。

16. 【分析】观察图形，根据正方形的四条边相等和等腰直角三角形的腰长为斜边长的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍，

分别求得每个正方形的边长，从而发现规律，再根据规律解题即可．

【解答】解：∵第一个正方形的边长为1，

第2个正方形的边长为 $(\frac{\sqrt{2}}{2})^1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

第3个正方形的边长为 $(\frac{\sqrt{2}}{2})^2 = \frac{1}{2}$ ，

…，

第 n 个正方形的边长为 $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{n-1}$ ，

∴第 n 个正方形的面积为： $[(\frac{\sqrt{2}}{2})^2]^{n-1} = \frac{1}{2^{n-1}}$ ，

则第 n 个等腰直角三角形的面积为： $\frac{1}{2^{n-1}} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2^{n+1}}$ ，

故第 n 个正方形与第 n 个等腰直角三角形的面积和 $S_n = \frac{1}{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{5}{2^{n+1}}$ ．

故答案为： $\frac{5}{2^{n+1}}$ ．

【点评】此题主要考查了正方形的性质以及等腰直角三角形的性质和直角边长是斜边长的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍及正方形的面积公式求解．找到第 n 个正方形的边长为 $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{n-1}$ 是解题的关键．

三、解答题（17、18、19 小题，每小题 8 分，共 24 分）

17. 【分析】先把括号里面进行通分，再把所得的结果相减，然后把除法转化成乘法，进行约分，再把 x 的值代入即可．

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & (\frac{4x+5}{x^2-1} - \frac{3}{x-1}) \div \frac{x+2}{x^2-2x+1} \\ & = [\frac{4x+5}{(x+1)(x-1)} - \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)}] \cdot \frac{(x-1)^2}{x+2} \\ & = \frac{4x+5-3x-3}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+2} \\ & = \frac{x+2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+2} \\ & = \frac{x-1}{x+1}; \end{aligned}$$

当 $x=3$ 时，

$$\text{原式} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{1}{2}.$$

【点评】此题考查了分式的化简求值，用到的知识点是因式分解、通分、约分，在计算时要注意简便方法的应用．

18. 【分析】（1）根据平移的规律找到出平移后的对应点的坐标，顺次连接即可；

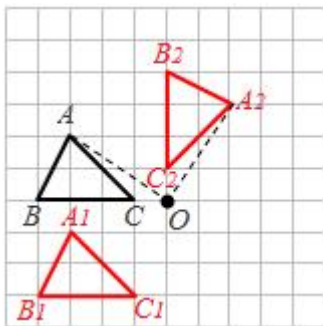
（2）根据旋转的性质找出旋转后各个对应点的坐标，顺次连接即可．点 A 旋转到 A_2 所经过的路线是半径为 OA ，圆心角是 90° 的扇形的弧长．

【解答】解：（1）画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

（2）画出 $\triangle A_2B_2C_2$

连接 OA ， OA_2 ， $OA = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ ．

点 A 旋转到 A_2 所经过的路线长为 $l = \frac{90\pi \cdot \sqrt{13}}{180} = \frac{\sqrt{13}}{2}\pi$ ．



【点评】本题考查的是平移变换与旋转变换作图．

作平移图形时，找关键点的对应点也是关键的一步．平移作图的一般步骤为：①确定平移的方向和距离，先确定一组对应点；②确定图形中的关键点；③利用第一组对应点和平移的性质确定图中所有关键点的对应点；④按原图形顺序依次连接对应点，所得到的图形即为平移后的图形．

作旋转后的图形的依据是旋转的性质，基本作法是①先确定图形的关键点；②利用旋转性质作出关键点的对应点；③按原图形中的方式顺次连接对应点．要注意旋转中心，旋转方向和角度．

19. 【分析】（1）求出 $\angle B = \angle ACB$ ，根据三角形外角性质求出 $\angle FAC = 2\angle ACB = 2\angle DAC$ ，推出 $\angle DAC = \angle ACB$ ，根据 ASA 证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 全等；

（2）推出 $AD \parallel BC$ ， $AB \parallel CD$ ，得出平行四边形 $ABCD$ ，根据 $\angle B = 60^\circ$ ， $AB = AC$ ，得出等边 $\triangle ABC$ ，推出 $AB = BC$ 即可．

【解答】证明：（1） $\because AB = AC$ ，

$\therefore \angle B = \angle ACB$ ，

$\therefore \angle FAC = \angle B + \angle ACB = 2\angle ACB$ ，

$\because AD$ 平分 $\angle FAC$,

$\therefore \angle FAC = 2\angle CAD$,

$\therefore \angle CAD = \angle ACB$,

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中

$$\begin{cases} \angle BAC = \angle DCA \\ AC = AC \\ \angle ACB = \angle DAC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (ASA);

(2) $\because \angle FAC = 2\angle ACB$, $\angle FAC = 2\angle DAC$,

$\therefore \angle DAC = \angle ACB$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\because \angle BAC = \angle ACD$,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\because \angle B = 60^\circ$, $AB = AC$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = BC$,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形.

【点评】 本题考查了平行线的性质, 全等三角形的性质和判定, 菱形的判定, 等边三角形的性质和判定, 等腰三角形的性质的应用, 主要考查学生运用性质进行推理的能力, 题目比较好, 综合性也比较强.

四、解答题 (20 小题 10 分, 21 小题 10 分, 共 20 分)

20. **【分析】** (1) 上学方式为自行车的人数除以所占的百分比, 即可得到调查的学生数;

(2) 根据总人数乘以步行的百分比求出步行的人数, 补全条形统计图即可;

(3) 求出“公交车”所占的百分比, 乘以 360 度即可得到结果;

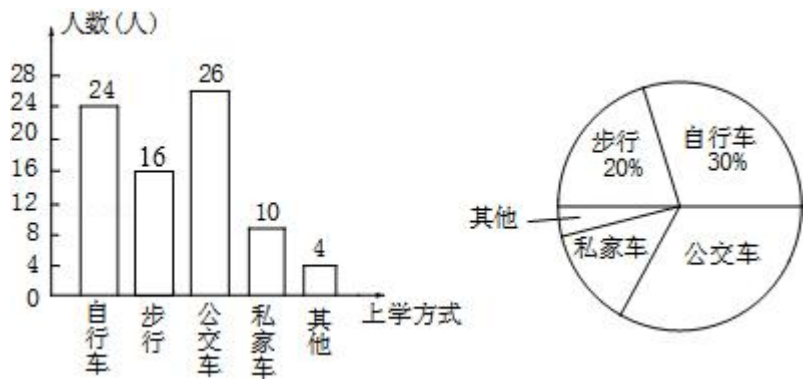
(4) 求出“私家车”上学的百分比, 乘以总人数 1600 即可得到结果.

【解答】 解: (1) $24 \div 30\% = 80$ (名),

答: 这次调查一共抽取了 80 名学生;

(2) $80 \times 20\% = 16$ (名),

补全条形统计图，如图所示；



(3) 根据题意得： $360^{\circ} \times \frac{26}{80} = 117^{\circ}$ ，

答：在扇形统计图中，“公交车”部分所对应的圆心角为 117° ；

(4) 根据题意得： $1600 \times \frac{10}{80} = 200$ (名)，

答：估计该校乘坐私家车上学的学生约有 200 名。

【点评】 此题考查了条形统计图，扇形统计图，以及用样本估计总体，弄清题意是解本题的关键。

21. **【分析】** (1) 列表或树状图得出所有等可能的情况数，找出数字之和为偶数的情况数，

求出小丽去参赛的概率；

(2) 由小丽参赛的概率求出小华参赛的概率，比较即可得到游戏公平与否。

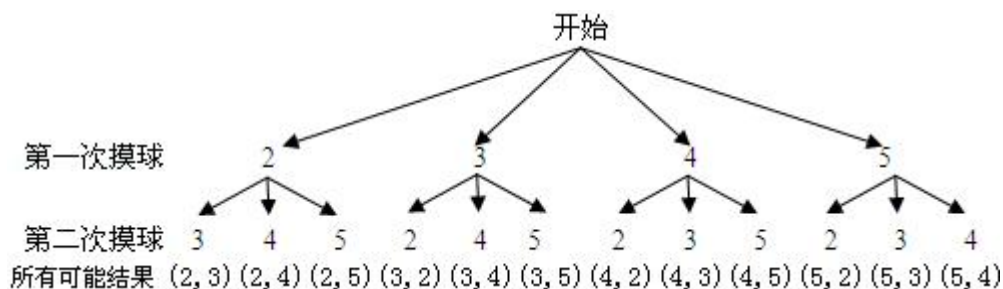
【解答】 解：(1) 法 1：根据题意列表得：

第一次 第二次	2	3	4	5
2	- - -	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)
3	(2, 3)	- - -	(4, 3)	(5, 3)
4	(2, 4)	(3, 4)	- - -	(5, 4)
5	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	- - -

由表可知所有可能结果共有 12 种，且每种结果发生的可能性相同，其中摸出的两个小球上的数字和为偶数的结果有 4 种，分别是 (2, 4)、(3, 5)、(4, 2)、(5, 3)，

所以小丽参赛的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ；

法 2：根据题意画树状图如下：



由树状图可知所有可能结果共有 12 种，且每种结果发生的可能性相同，其中摸出的两个小球上的数字和为偶数的结果有 4 种，分别是 (2, 4)、(3, 5)、(4, 2)、(5, 3)，

所以小丽参赛的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ；

(2) 游戏不公平，理由为：

$\therefore$ 小丽参赛的概率为 $\frac{1}{3}$ ，

$\therefore$ 小华参赛的概率为 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ，

$\therefore \frac{1}{3} \neq \frac{2}{3}$ ，

$\therefore$ 这个游戏不公平。

【点评】 此题考查了游戏公平性，列表法与树状图法，判断游戏公平性就要计算每个事件的概率，概率相等就公平，否则就不公平。

五、解答题（22 小题 8 分，23 小题 10 分，共 18 分）

22. **【分析】** (1) 过点 P 作 $PE \perp BD$ 于 E ， $PF \perp AB$ 于 F ，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，求出 AB 的长度即可；

(2) 设 $PE = x$ 米，则 $BF = PE = x$ 米，根据山坡坡度为 $\frac{1}{2}$ ，用 x 表示 CE 的长度，然后根据 $AF = PF$ 列出等量关系式，求出 x 的值即可。

【解答】 解：(1) 过点 P 作 $PE \perp BD$ 于 E ， $PF \perp AB$ 于 F ，

又 $\because AB \perp BC$ 于 B ，

$\therefore$ 四边形 $BEPF$ 是矩形，

$\therefore PE = BF$ ， $PF = BE$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $BC = 90$ 米， $\angle ACB = 60^\circ$ ，

$\therefore AB = BC \cdot \tan 60^\circ = 90\sqrt{3}$ (米)，

故建筑物的高度为 $90\sqrt{3}$ 米；

(2) 设 $PE = x$ 米，则 $BF = PE = x$ 米，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle PCE$ 中， $\tan \angle PCD = \frac{PE}{CE} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore CE = 2x$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle PAF$ 中， $\angle APF = 45^\circ$ ，

$\therefore AF = AB - BF = 90\sqrt{3} - x$ ，

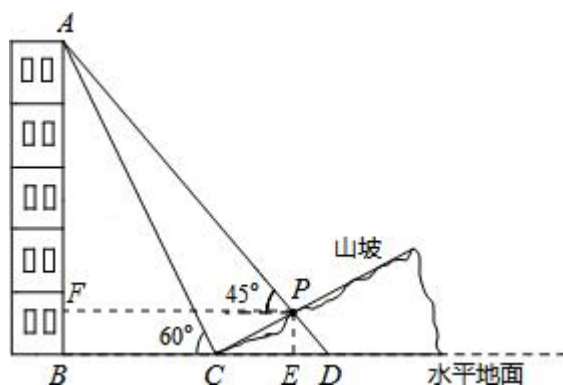
$PF = BE = BC + CE = 90 + 2x$ ，

又 $\because AF = PF$ ，

$\therefore 90\sqrt{3} - x = 90 + 2x$ ，

解得： $x = 30\sqrt{3} - 30$ ，

答：人所在的位置点 P 的铅直高度为 $(30\sqrt{3} - 30)$ 米。



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，要求学生借助仰角关系构造直角三角形，并结合图形利用三角函数解直角三角形，难度适中。

23. **【分析】** (1) 连接 OC 。先由 $OA = OC$ ，可得 $\angle ACO = \angle CAO$ ，再由切线的性质得出 $OC \perp CD$ ，根据垂直于同一直线的两直线平行得到 $AD \parallel CO$ ，由平行线的性质得 $\angle DAC = \angle ACO$ ，等量代换后可得 $\angle DAC = \angle CAO$ ，即 AC 平分 $\angle BAD$ ；

(2) 解法一：如图 2①，过点 O 作 $OE \perp AC$ 于 E 。先在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，由勾股定理求出 $AD = 3$ ，由垂径定理求出 $AE = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ，再根据两角对应相等的两三角形相似证明 $\triangle AEO \sim \triangle ADC$ ，由相似三角形对应边成比例得到 $\frac{AE}{AD} = \frac{AO}{AC}$ ，求出 $AO = \frac{5}{3}$ ，即 $\odot O$ 的半径为 $\frac{5}{3}$ ；

解法二：如图 2②，连接 BC 。先在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中，由勾股定理求出 $AD = 3$ ，再根据两角对应相等的两三角形相似证明 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，由相似三角形对应边成比例得到

$\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC}$, 求出 $AB = \frac{10}{3}$, 则 $\odot O$ 的半径为 $\frac{5}{3}$.

【解答】(1) 证明: 连接 OC .

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle CAO.$$

$$\because CD \text{ 切 } \odot O \text{ 于 } C,$$

$$\therefore OC \perp CD,$$

$$\text{又 } \because AD \perp CD,$$

$$\therefore AD \parallel CO,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACO,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle CAO,$$

即 AC 平分 $\angle BAD$;

(2) 解法一: 如图 2①, 过点 O 作 $OE \perp AC$ 于 E .

$$\text{在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, } AD = \sqrt{AC^2 - DC^2} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - 1^2} = 3,$$

$$\because OE \perp AC,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

$$\because \angle CAO = \angle DAC, \angle AEO = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEO \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AO}{AC}, \text{ 即 } \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{3} = \frac{AO}{\sqrt{10}},$$

$$\therefore AO = \frac{5}{3}, \text{ 即 } \odot O \text{ 的半径为 } \frac{5}{3}.$$

解法二: 如图 2②, 连接 BC .

$$\text{在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, } AD = \sqrt{AC^2 - DC^2} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - 1^2} = 3.$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 直径, } \therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \angle CAB = \angle DAC, \angle ACB = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC},$$

$$\begin{aligned} \text{即 } \frac{\sqrt{10}}{3} &= \frac{AB}{\sqrt{10}}, \\ \therefore AB &= \frac{10}{3}, \\ \therefore AO &= \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} = \frac{5}{3}, \\ \text{即 } \odot O \text{ 的半径为 } &\frac{5}{3}. \end{aligned}$$

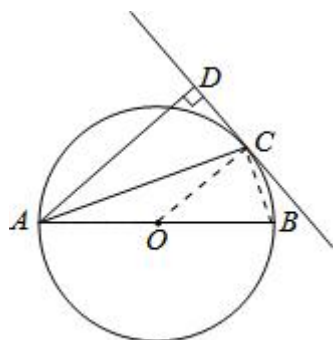


图2②

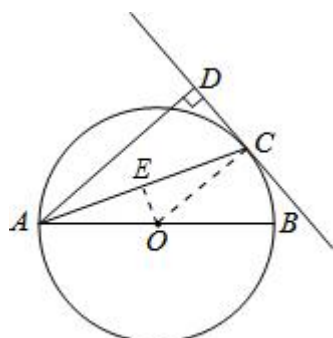


图2①

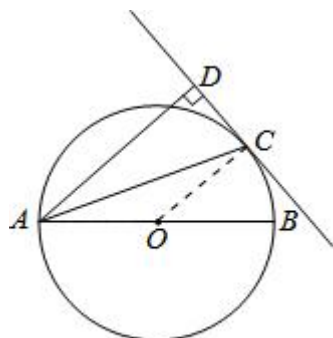


图1

【点评】 本题考查了等腰三角形、平行线的性质，勾股定理，垂径定理，切线的性质，相似三角形的判定与性质．此题难度适中，注意掌握辅助线的作法及数形结合思想的应用．

六、解答题（本题满分 12 分）

24. **【分析】**（1）根据销售额 = 销售量 × 销售单价，列出函数关系式；

(2) 用配方法将 (1) 的函数关系式变形, 利用二次函数的性质求最大值;

(3) 把 $y = 150$ 代入 (2) 的函数关系式中, 解一元二次方程求 x , 根据 x 的取值范围求 x 的值.

【解答】 解: (1) 由题意得出:

$$\begin{aligned}w &= (x - 20) \cdot y \\&= (x - 20)(-2x + 80) \\&= -2x^2 + 120x - 1600,\end{aligned}$$

故 w 与 x 的函数关系式为: $w = -2x^2 + 120x - 1600$;

$$(2) w = -2x^2 + 120x - 1600 = -2(x - 30)^2 + 200,$$

$$\because -2 < 0,$$

$\therefore$ 当 $x = 30$ 时, w 有最大值. w 最大值为 200.

答: 该产品销售价定为每千克 30 元时, 每天销售利润最大, 最大销售利润 200 元.

$$(3) \text{ 当 } w = 150 \text{ 时, 可得方程 } -2(x - 30)^2 + 200 = 150.$$

解得 $x_1 = 25$, $x_2 = 35$.

$$\because 35 > 28,$$

$\therefore x_2 = 35$ 不符合题意, 应舍去.

答: 该农户想要每天获得 150 元的销售利润, 销售价应定为每千克 25 元.

【点评】 本题考查了二次函数的运用. 关键是根据题意列出函数关系式, 运用二次函数的性质解决问题.

七、解答题 (本题满分 14 分)

25. **【分析】** (1) ①证 $\triangle BCF \cong \triangle ACD$ 推出 $\angle CAD = \angle FBC$, $BF = AD$, 即可得出结论; ②证 $\triangle BCF \cong \triangle ACD$ 推出 $\angle CAD = \angle FBC$, $BF = AD$, 即可得出结论;

(2) 连接 FD , 根据 (1) 得出 $BO \perp AD$, 根据勾股定理得出 $BD^2 = OB^2 + OD^2$, $AF^2 = OA^2 + OF^2$, $AB^2 = OA^2 + OB^2$, $DF^2 = OF^2 + OD^2$, 推出 $BD^2 + AF^2 = AB^2 + DF^2$, 即可求出答案.

【解答】 解: (1) ① $BF = AD$, $BF \perp AD$;

② $BF = AD$, $BF \perp AD$ 仍然成立,

证明: $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \triangle BCF \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle CAD,$$

$$\text{又} \because \angle BHC = \angle AHO, \angle CBH + \angle BHC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CAD + \angle AHO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOH = 90^\circ,$$

$$\therefore BF \perp AD,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore BD^2 = OB^2 + OD^2, AF^2 = OA^2 + OF^2, AB^2 = OA^2 + OB^2, DF^2 = OF^2 + OD^2,$$

$$\therefore BD^2 + AF^2 = OB^2 + OD^2 + OA^2 + OF^2 = AB^2 + DF^2,$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \angle ACB = 90^\circ, AC = 4, BC = 3,$$

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25,$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle FCD \text{ 中, } \angle FCD = 90^\circ, CD = \frac{4}{3}, CF = 1,$$

$$\therefore DF^2 = CD^2 + CF^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 1^2 = \frac{25}{9},$$

$$\therefore BD^2 + AF^2 = AB^2 + DF^2 = 25 + \frac{25}{9} = \frac{250}{9}.$$

【点评】 本题考查了正方形性质，全等三角形的性质和判定，勾股定理等知识点的应用，关键是推出 $\triangle BCF \cong \triangle ACD$ ，主要考查学生运用定理进行推理和计算的能力，有一定的难度。

八、解答题（本题满分 14 分）

26. **【分析】** (1) 利用待定系数法即可求得函数的解析式；

(2) 利用勾股定理求得 $\triangle BCD$ 的三边的长，然后根据勾股定理的逆定理即可作出判断；

(3) 分 p 在 x 轴和 y 轴两种情况讨论，舍出 P 的坐标，根据相似三角形的对应边的比相等即可求解。

【解答】 解：(1) 设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$

由抛物线与 y 轴交于点 $C(0, 3)$ ，可知 $c = 3$ 。即抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + 3$ 。

把点 $A(1, 0)$ 、点 $B(-3, 0)$ 代入，得
$$\begin{cases} a+b+3=0 \\ 9a-3b+3=0 \end{cases}$$
 解得 $a = -1, b = -2$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$ 。

$$\because y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$$

$\therefore$ 顶点 D 的坐标为 $(-1, 4)$ ；

(2) $\triangle BCD$ 是直角三角形.

理由如下: 解法一: 过点 D 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足分别为 E 、 F .

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $OB = 3$, $OC = 3$,

$$\therefore BC^2 = OB^2 + OC^2 = 18$$

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $DF = 1$, $CF = OF - OC = 4 - 3 = 1$,

$$\therefore CD^2 = DF^2 + CF^2 = 2$$

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $DE = 4$, $BE = OB - OE = 3 - 1 = 2$,

$$\therefore BD^2 = DE^2 + BE^2 = 20$$

$$\therefore BC^2 + CD^2 = BD^2$$

$\therefore \triangle BCD$ 为直角三角形.

解法二: 过点 D 作 $DF \perp y$ 轴于点 F .

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $\because OB = 3$, $OC = 3$

$$\therefore OB = OC \therefore \angle OCB = 45^\circ$$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $DF = 1$, $CF = OF - OC = 4 - 3 = 1$

$$\therefore DF = CF$$

$$\therefore \angle DCF = 45^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle DCF - \angle OCB = 90^\circ$$

$\therefore \triangle BCD$ 为直角三角形.

(3) ① $\triangle BCD$ 的三边, $\frac{CD}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$, 又 $\frac{OA}{OC} = \frac{1}{3}$, 故当 P 是原点 O 时, $\triangle ACP \sim \triangle DBC$;

② 当 AC 是直角边时, 若 AC 与 CD 是对应边, 设 P 的坐标是 $(0, a)$, 则 $PC = 3 - a$, $\frac{AC}{CD} = \frac{PC}{BD}$, 即 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{3-a}{2\sqrt{5}}$, 解得: $a = -9$, 则 P 的坐标是 $(0, -9)$, 三角形 ACP 不是直角三角形, 则 $\triangle ACP \sim \triangle CBD$ 不成立;

③ 当 AC 是直角边, 若 AC 与 BC 是对应边时, 设 P 的坐标是 $(0, b)$, 则 $PC = 3 - b$, 则 $\frac{AC}{BC} = \frac{PC}{BD}$, 即 $\frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}} = \frac{3-b}{2\sqrt{5}}$, 解得: $b = -\frac{1}{3}$, 故 P 是 $(0, -\frac{1}{3})$ 时, 则 $\triangle ACP \sim \triangle CBD$

一定成立；

④当 P 在 x 轴上时， AC 是直角边， P 一定在 B 的左侧，设 P 的坐标是 $(d, 0)$ 。

则 $AP = 1 - d$ ，当 AC 与 CD 是对应边时， $\frac{AC}{CD} = \frac{AP}{BC}$ ，即 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{1-d}{3\sqrt{2}}$ ，解得： $d = 1 - 3\sqrt{10}$ ，

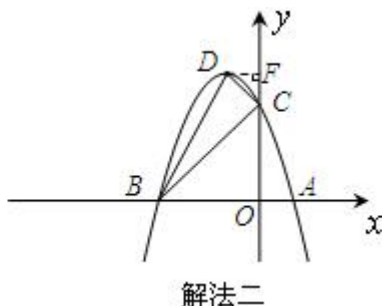
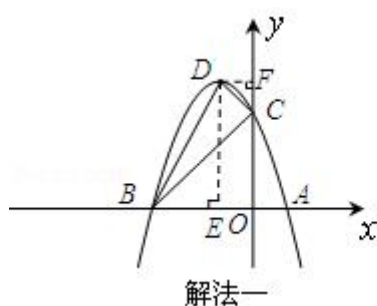
此时，两个三角形不相似；

⑤当 P 在 x 轴上时， AC 是直角边， P 一定在 B 的左侧，设 P 的坐标是 $(e, 0)$ 。

则 $AP = 1 - e$ ，当 AC 与 DC 是对应边时， $\frac{AC}{CD} = \frac{AP}{BD}$ ，即 $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{1-e}{2\sqrt{5}}$ ，解得： $e = -9$ ，符

合条件。

总之，符合条件的点 P 的坐标为： $P_1(0, 0)$ ， $P_2(0, -\frac{1}{3})$ ， $P_3(-9, 0)$ 。



【点评】 本题是相似三角形的判定与性质，待定系数法，勾股定理以及其逆定理的综合应用。