

2013 年沈阳中考数学试卷

考试时间：120 分钟，试卷满分 150 分，

参考公式：参考公式：抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$.

对称轴是直线 $x = -\frac{b}{2a}$,

注意事项 2

1. 答题前，考生须用 0.5mm 黑色字迹的签字笔在本试题卷规定位置填写自己的姓名、准考证号；
2. 考生须在答题卡上作答，不能在本试题卷上作答，答在本试题卷上无效；
3. 考试结束，将本试题卷和答题卡一并交回；
4. 本试题卷包括八道大题，25 道小题，共 6 页。如缺页、印刷不清，考生须声明，否则后果自负。

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个答案是正确的，每小题 3 分，共 24 分）

1. 2013 年第一季度，沈阳市公共财政预算收入完成 196 亿元（数据来源：4 月 16 日《沈阳日报》），讲 196 亿用科学记数法表示为（ ）

- A. 1.96×10^8 B. 19.6×10^8 C. 1.96×10^{10} D. 19.6×10^{10}

2. 右图是一个几何体的三视图，这个几何体的名称是（ ）

- A. 圆柱体 B. 三棱锥 C. 球体 D. 圆锥体

3. 下面计算一定正确的是（ ）

- A. $b^3 + a^3 = 2b^6$ B. $(-3pq)^2 = -9p^2q^2$

- C. $5y^3 \cdot 3y^5 = 15y^8$ D. $b^9 \div b^3 = b^3$

4. 如果 $m = \sqrt{7} - 1$ ，那么 m 的取值范围是（ ）

- A. $0 < m < 1$ B. $1 < m < 2$ C. $2 < m < 3$ D. $3 < m < 4$

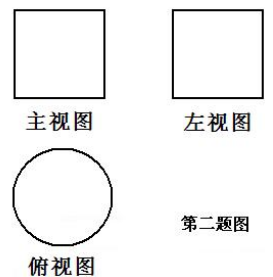
5. 下列事件中，是不可能事件的是（ ）

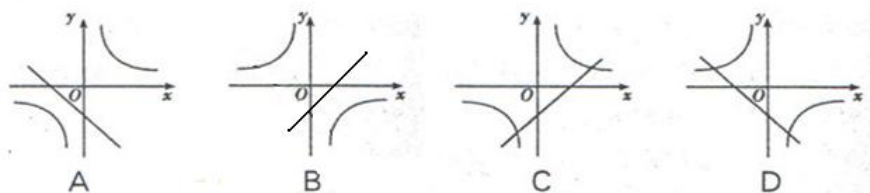
- A. 买一张电影票，座位号是奇数 B. 射击运动员射击一次，命中 9 环.
C. 明天会下雨 D. 度量三角形的内角和，结果是 360°

6. 计算 $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{1-x}$ 的结果是（ ）

- A. $\frac{1}{x-1}$ B. $\frac{1}{1-x}$ C. $\frac{5}{x-1}$ D. $\frac{5}{1-x}$

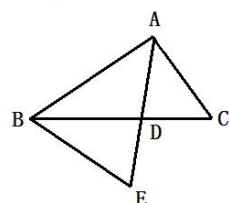
7. 在同一平面直角坐标系中，函数 $y = x - 1$ 与函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象可能是（ ）





8. 如图, $\triangle ABC$ 中, AE 交 BC 于点 D , $\angle C = \angle E$, $AD=4$, $BC=8$, $BD:DC=5:3$, 则 DE 的长等于 ()

- A. $\frac{20}{3}$ B. $\frac{15}{4}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{17}{4}$



第8题图

二、填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

9. 分解因式: $3a^2 + 6a + 3 =$ _____.

10. 一组数据 2, 4, x , -1 的平均数为 3, 则 x 的值是 _____.

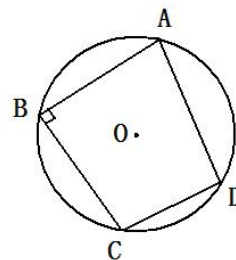
11. 在平面直角坐标系中, 点 $M(-3, 2)$ 关于原点的对称点的坐标是 _____.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x - a = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 a 的取值方位是 _____.

13. 如果 $x=1$ 时, 代数式 $2ax^2 + 3bx + 4$ 的值是 5, 那么 $x=-1$ 时, 代数式

$2ax^2 + 3bx + 4$ 的值 _____.

14. 如图, 点 A 、 B 、 C 、 D 都在 $\odot O$ 上, $\angle ABC = 90^\circ$, $AD=3$, $CD=2$, 则 $\odot O$ 的直径的长是 _____.



第14题图

15. _____ 有 _____ 一 _____ 组 _____ 等 _____ 式 _____ :

$1^2 + 2^2 + 3^2 = 3^2$, $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$, $3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$, $4^2 + 5^2 + 20^2 = 21^2$ 请观察它

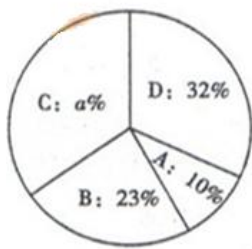
们的构成规律, 用你发现的规律写出第 8 个等式为 _____

16. 已知等边三角形 ABC 的高为 4, 在这个三角形所在的平面内有一点 P , 若点 P 到 AB 的距离是 1, 点 P 到 AC 的距离是 2, 则点 P 到 BC 的最小距离和最大距离分别是 _____

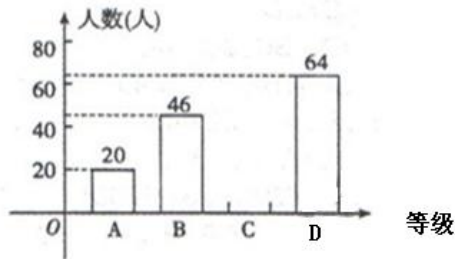
三、解答题 (第 17、18 小题各 8 分, 第 19 小题 10 分, 共 26 分)

17. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 6\sin 30^\circ + (-2)^0 + |2 - \sqrt{8}|$

18. 一家食品公司将一种新研发的食品免费送给一些人品尝, 并让每个人按 A (不喜欢)、B (一般)、C (比较喜欢)、D (非常喜欢) 四个等级对该食品进行评价, 图①和图②是该公司采集数据后, 绘制的两幅不完整的统计图。



第18题图①



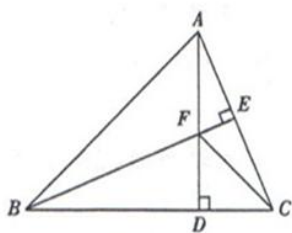
第18题图②

请你根据以上统计图提供的信息，回答下列问题：

- (1) 本次调查的人数为_____人；
- (2) 图①中， $a=_____$ ，C等级所占的圆心角的度数为_____度；
- (3) 请直接在答题卡中不全条形统计图。

19. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=BC$ ， $BE \perp AC$ 于点 E ， $AD \perp BC$ 于点 D ， $\angle BAD = 45^\circ$ ， AD 与 BE 交于点 F ，连接 CE ，

- (1) 求证： $BF=2AE$
- (2) 若 $CD = \sqrt{2}$ ，求 AD 的长。



第19题图

四、(每小题 10 分，共 20 分)

20. 在一个不透明的盒子中放有三张卡片，每张卡片上写有意个实数，分别为 3 ， $\sqrt{2}$ ， $\sqrt{2}+6$ 。

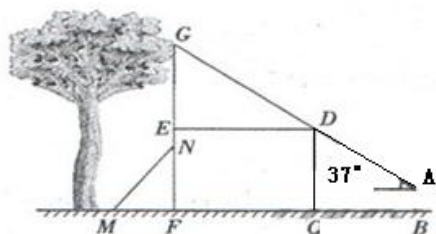
(卡片除了实数不同外，其余均相同)

- (1) 从盒子中随机抽取一张卡片，请直接 写出卡片上的实数是 3 的概率；
- (2) 先从盒子中随机抽取一张卡片，将卡片上的实数作为被减数；卡片不放回，再随机抽取一张卡片，将卡片上的实数作为减数，请你用列表法或树状图（树形图）法，求出两次抽取的卡片上的实数之差为有理数的概率。

21. 身高 1.65 米的兵兵在建筑物前放风筝，风筝不小心挂在了树上，在如图所示的平面图形中，矩形 $CDEF$ 代表建筑物，兵兵位于建筑物前点 B 处，风筝挂在建筑物上方的树枝点 G 处（点 G 在 FE 的延长线上），经测量，兵兵与建筑物的距离 $BC=5$ 米，建筑物底部宽 $FC=7$ 米，风筝所在点 G 与建筑物顶点 D 及风筝线在手中的点 A 在同一条直线上，点 A 据地面的高度 $AB=1.4$ 米，风筝线与水平线夹角为 37° 。

- (1) 求风筝据地面的告诉 GF ；

- (2) 在建筑物后面有长 5 米的梯子 MN，梯脚 M 在距离 3 米处固定摆放，通过计算说明；若兵兵充分利用梯子和一根 5 米长的竹竿能否触到挂在树上的风筝？
(参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

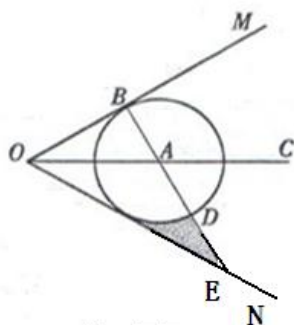


第21题图

五、(本趣 10 分)

22. 如图，OC 平分 $\angle MON$ ，点 A 在射线 OC 上，以点 A 为圆心，半径为 2 的 $\odot A$ 与 OM 相切于点 B，连接 BA 并延长交 $\odot A$ 于点 D，交 ON 于点 E。

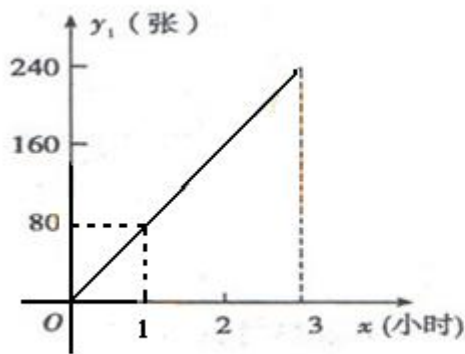
- (1) 求证：ON 是 $\odot A$ 的切线；
- (2) 若 $\angle MON = 60^\circ$ ，求图中阴影部分的面积。(结果保留 π)



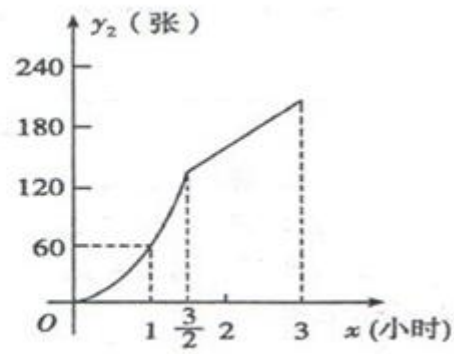
第22题图

六、(本题 12 分)

23. 某市对火车站进行了大规模的改建，改建后的火车站除原有的普通售票窗口外，新增了自动打印车票的无人售票窗口，某日，从早上 8 点开始到上午 11 点，每个普通售票窗口售出的车票数 y_1 (张) 与售票时间 x (小时) 的正比例函数关系满足图①中的图象，每个无人售票窗口售出的车票数 y_2 (张) 与售票时间 x (小时) 的函数关系满足图②中的图象。



第23题图1



第23题图2

- (1) 图②中图象的前半段（含端点）是以原点为顶点的抛物线的一部分，根据图中所给数据确定抛物线的表达式为_____，其中自变量 x 的取值范围是_____。
- (2) 若当天共开放 5 个无人售票窗口，截至上午 9 点，两种窗口共售出的车票数不少于 1450 张，则至少需要开放多少个普通售票窗口？
- (3) 上午 10 点时，每天普通售票窗口与每个无人售票窗口售出的车票数恰好相同，试确定图②中图象的后半段一次函数的表达式。

七、(本题 12 分)

24. 定义：我们把三角形被一边中线分成的两个三角形叫做“友好三角形”

性质：如果两个三角形是“友好三角形”，那么这两个三角形的面积相等，

理解：如图①，在 $\triangle ABC$ 中， CD 是 AB 边上的中线，那么 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 是“友好三角形”，并且 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCD}$ 。

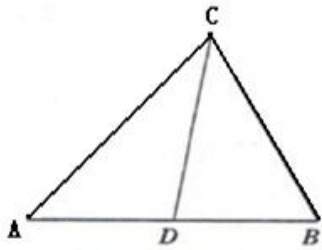
应用：如图②，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $BC=6$ ，点 E 在 AD 上，点 F 在 BC 上， $AE=BF$ ， AF 与 BE 交于点 O ，

(1) 求证： $\triangle AOB$ 和 $\triangle AOE$ 是“友好三角形”；

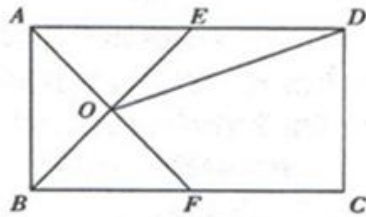
(2) 连接 OD ，若 $\triangle AOE$ 和 $\triangle DOE$ 是“友好三角形”，求四边形 $CDOF$ 的面积，

探究：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $AB=4$ ，点 D 在线段 AB 上，连接 CD ， $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 是“友好三角形”，将 $\triangle ACD$ 沿 CD 所在直线翻折，得到 $\triangle A'CD$ 与 $\triangle ABC$ 重合部分的面积

等于 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$ ，请直接写出 $\triangle ABC$ 的面积。



第24题图①



第24题图②

八、(本题 14 分)

25.如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = \frac{8\sqrt{2}}{5}x^2 + bx + c$ 经过点 A $(\frac{3}{2}, 0)$ 和点 B $(1,$

$2\sqrt{2})$ ，与 x 轴的另一个交点为 C，

(1) 求抛物线的表达式；

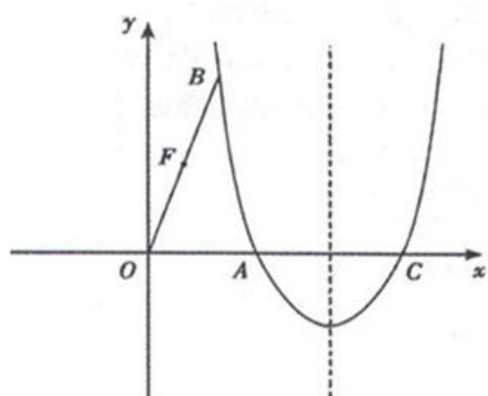
(2) 点 D 在对称轴的右侧，x 轴上方的抛物线上，且 $\angle BDA = \angle DAC$ ，求点 D 的坐标；

(3) 在 (2) 的条件下，连接 BD，交抛物线对称轴于点 E，连接 AE

①判断四边形 OAEB 的形状，并说明理由；

②点 F 是 OB 的中点，点 M 是直线 BD 上的一个动点，且点 M 与点 B 不重合，当

$\angle BMF = \frac{1}{3} \angle MFO$ ，请直接写出线段 BM 的长



第25题图

辽宁省沈阳市 2013 年中考数学试卷参考答案

一、选择题

1~8 CACBD BCB

二、填空题

9. $\frac{3}{4}(a+1)^2$.

10. $\frac{7}{4}$.

11. $(3, -2)$.

12. $a > \frac{1}{4}$ 或 $a < 0$.

13. $\frac{3}{4}$.

14. $\sqrt{13}$.

15. $8^2+9^2+72^2=73^2$.

16. $1, 7$.

三、解答题

17. 解：原式 $= \frac{1}{(\frac{1}{2})^2} - 6 \times \frac{1}{2} + 1 + 2\sqrt{2} - 2 = 2\sqrt{2}$

18. 解：(1) $20 \div 10\% = 200$ 人；

(2) C 的人数为： $200 - 20 - 46 - 64 = 70$ ，

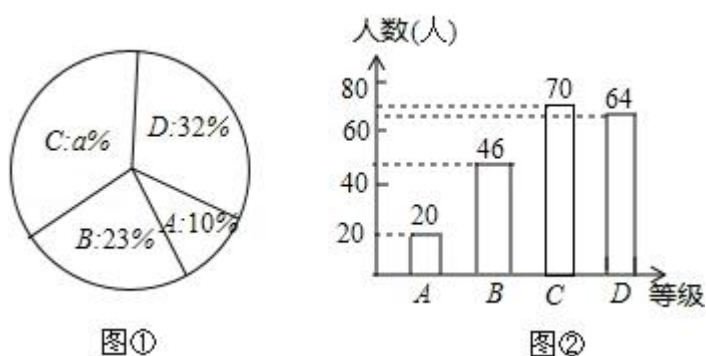
所占的百分比为： $\frac{70}{200} \times 100\% = 35\%$ ，

所以， $a=35$ ，

所占的圆心角的度数为： $35\% \times 360^\circ = 126^\circ$ ；

故答案为：(1) 200；(2) 35, 126.

(3) 补全统计图如图所示.



- 1 (1) 证明： $\because AD \perp BC, \angle BAD = 45^\circ$,
- 9 $\therefore \triangle ABD$ 是等腰直角三角形，
- . $\therefore AD = BD$,
- $\because BE \perp AC, AD \perp BC$,
- $\therefore \angle CAD + \angle ACD = 90^\circ$,
- $\angle CBE + \angle ACD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CAD = \angle CBE,$$

$$\text{在} \triangle ADC \text{ 和 } \triangle BDF \text{ 中, } \begin{cases} \angle CAD = \angle CBE \\ AD = BD \\ \angle ADC = \angle BDF = 90^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BF = AC,$$

$$\because AB = BC, BE \perp AC,$$

$$\therefore AC = 2AF,$$

$$\therefore BF = 2AE;$$

$$(2) \text{ 解: } \because \triangle ADC \cong \triangle BDF,$$

$$\therefore DF = CD = \sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt} \triangle CDF \text{ 中, } CF = \sqrt{DF^2 + CD^2} = \sqrt{\sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^2} = 2,$$

$$\because BE \perp AC, AE = EC,$$

$$\therefore AF = CF = 2,$$

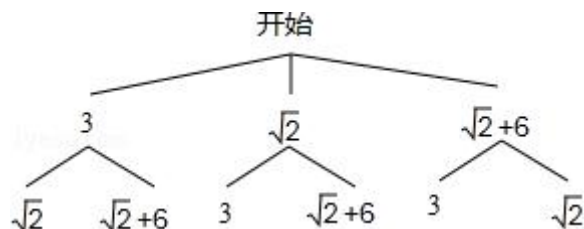
$$\therefore AD = AF + DF = 2 + \sqrt{2}.$$

四、解答题

2 解: (1) $\because$ 在一个不透明的盒子中放有三张卡片, 每张卡片上写有一个实数, 分
0 别为 3, $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}+6$.

$\therefore$ 从盒子中随机抽取一张卡片, 卡片上的实数是 3 的概率是: $\frac{1}{3}$.

(2) 画树状图得:



$\therefore$ 共有 6 种等可能的结果, 两次好抽取的卡片上的实数之差为有理数的有 2 种情况,

$\therefore$ 两次好抽取的卡片上的实数之差为有理数的概率为: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

2 解: (1) 过 A 作 $AP \perp GF$ 于点 P.

1 则 $AP = BF = 12$, $AB = PF = 1.4$, $\angle GAP = 37^\circ$,

在直角 $\triangle PAG$ 中, $\tan \angle PAG = \frac{GP}{AP}$,

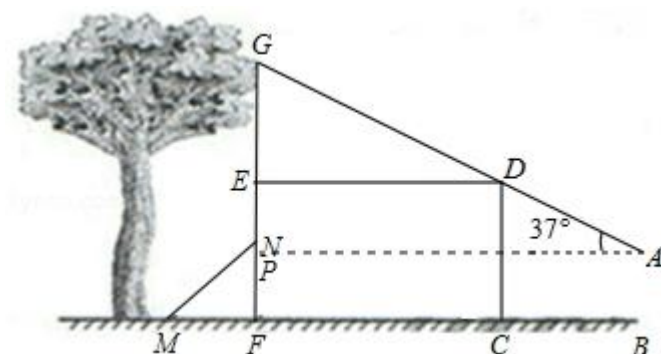
$$\therefore GP = AP \cdot \tan 37^\circ \approx 12 \times 0.75 = 9 \text{ (米)},$$

$$\therefore GF = 9 + 1.4 \approx 10.4 \text{ (米)};$$

(2) 由题意可知 $MN = 5$, $MF = 3$,

$$\because 10.4 - 5 - 1.65 = 3.75 < 4,$$

$\therefore$ 能触到挂在树上的风筝.

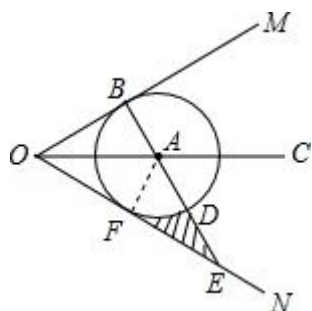


2 (1) 证明: 过点 A 作 $AF \perp ON$ 于点 F,
2 $\therefore \odot A$ 与 OM 相切与点 B,
.
. $\therefore AB \perp OM$,
. $\therefore OC$ 平分 $\angle MON$,
. $\therefore AF = AB = 2$,
. $\therefore ON$ 是 $\odot A$ 的切线;

在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中, $\tan \angle FAE = \frac{FE}{AF}$,

$$\therefore AF = AF \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AEF} - S_{\text{扇形ADF}} = \frac{1}{2} AF \cdot EF - \frac{60}{360} \times \pi \times AF^2 = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi.$$



2 解: (1) 设函数的解析式为 $y=ax^2$,
3 把点 (1, 60) 代入解析式得: $a=60$,

则函数解析式为: $y=60x^2$ ($0 \leq x \leq \frac{3}{2}$);

(2) 设需要开放 x 个普通售票窗口,
由题意得, $80x+60 \times 5 \geq 1450$,

解得: $x \geq 14\frac{3}{8}$,

$\because x$ 为整数,

$\therefore x=15$,

即至少需要开放 15 个普通售票窗口;

(3) 设普通售票的函数解析式为 $y=kx$,

把点 (1, 80) 代入得: $k=80$,

则 $y=80x$,

$\because$ 10 点是 $x=2$,

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $y=160$,

即上午 10 点普通窗口售票为 160 张,

由 (1) 得, 当 $x=\frac{3}{2}$ 时, $y=135$,

$\therefore$ 图②中的一次函数过点 $(\frac{3}{2}, 135)$, $(2, 160)$,

设一次函数的解析式为: $y=mx+n$,

把点的坐标代入得:
$$\begin{cases} \frac{3}{2}m+n=135 \\ 2m+n=160 \end{cases}$$
,

解得:
$$\begin{cases} m=50 \\ n=60 \end{cases}$$
,

则一次函数的解析式为 $y=50x+60$.

七、(本题 12 分)

2 (1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

4 $\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore AE=BF$,

$\therefore$ 四边形 ABFE 是平行四边形,

$\therefore OE=OB$,

$\therefore \triangle AOE$ 和 $\triangle AOB$ 是友好三角形.

(2) 解: $\because \triangle AOE$ 和 $\triangle DOE$ 是友好三角形,

$\therefore S_{\triangle AOE}=S_{\triangle DOE}$, $AE=ED=\frac{1}{2}AD=3$,

$\because \triangle AOB$ 与 $\triangle AOE$ 是友好三角形,

$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOE}$.

$\because \triangle AOE \cong \triangle FOB$,

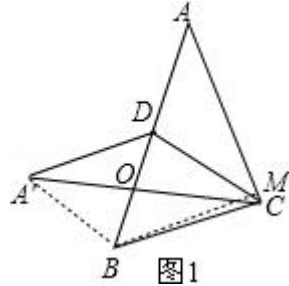
$\therefore S_{\triangle AOE}=S_{\triangle FOB}$,

$$\therefore S_{\triangle AOD} = S_{\triangle ABF},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 CDOF}} = S_{\text{矩形 ABCD}} - 2S_{\triangle ABF} = 4 \times 6 - 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 12.$$

探究:

解: 分为两种情况: ①如图 1,



$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCD}.$$

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB,$$

$\therefore$ 沿 CD 折叠 A 和 A' 重合,

$$\therefore AD = A'D = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

$\therefore \triangle A'CD$ 与 $\triangle ABC$ 重合部分的面积等于 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$,

$$\therefore S_{\triangle DOC} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{\triangle A'DC},$$

$$\therefore DO = OB, A'O = CO,$$

$\therefore$ 四边形 A'DCB 是平行四边形,

$$\therefore BC = A'D = 2,$$

过 B 作 $BM \perp AC$ 于 M,

$$\therefore AB = 4, \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AB = 2 = BC,$$

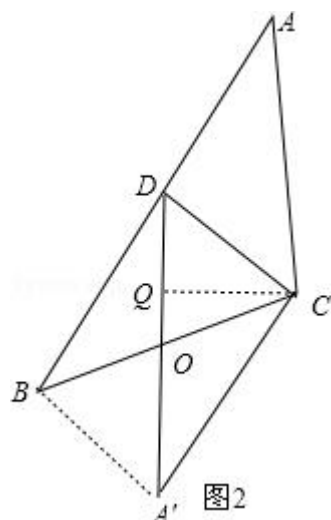
即 C 和 M 重合,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\text{由勾股定理得: } AC = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积是 } \frac{1}{2} \times BC \times AC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3};$$

②如图 2,



$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCD}.$$

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB,$$

$\therefore$ 沿 CD 折叠 A 和 A' 重合,

$$\therefore AD = A'D = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

$\therefore \triangle A'CD$ 与 $\triangle ABC$ 重合部分的面积等于 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{4}$,

$$\therefore S_{\triangle DOC} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}S_{\triangle A'DC},$$

$$\therefore DO = OA', \quad BO = CO,$$

$\therefore$ 四边形 A'DCB 是平行四边形,

$$\therefore BD = A'C = 2,$$

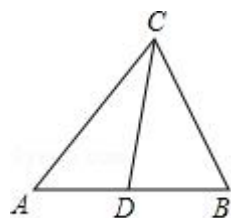
过 C 作 $CQ \perp A'D$ 于 Q,

$$\therefore A'C = 2, \quad \angle DA'C = \angle BAC = 30^\circ,$$

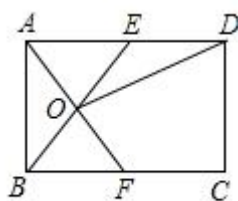
$$\therefore CQ = \frac{1}{2}A'C = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ADC} = 2S_{\triangle A'DC} = 2 \times \frac{1}{2} \times A'D \times CQ = 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 2;$$

即 $\triangle ABC$ 的面积是 2 或 $2\sqrt{3}$.



图①



图②

八、(本题 14 分)

2
5 解: (1) 将 A $(\frac{3}{2}, 0)$ 、B $(1, 2\sqrt{2})$ 代入抛物线解析式 $y = \frac{8\sqrt{2}}{5}x^2 + bx + c$, 得:

$$\begin{cases} \frac{8\sqrt{2}}{5} \times \frac{9}{4} + \frac{3}{2}b + c = 0 \\ \frac{8\sqrt{2}}{5} + b + c = 2\sqrt{2} \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = -8\sqrt{2} \\ c = \frac{42\sqrt{2}}{5} \end{cases}.$$

$$\therefore y = \frac{8\sqrt{2}}{5}x^2 - 8\sqrt{2}x + \frac{42\sqrt{2}}{5}.$$

(2) 当 $\angle BDA = \angle DAC$ 时, $BD \parallel x$ 轴.

$$\therefore B(1, 2\sqrt{2}),$$

$$\text{当 } y = 2\sqrt{2} \text{ 时, } 2\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{5}x^2 - 8\sqrt{2}x + \frac{42\sqrt{2}}{5},$$

解得: $x=1$ 或 $x=4$,

$$\therefore D(4, 2\sqrt{2}).$$

(3) ① 四边形 $OAEB$ 是平行四边形.

理由如下: 抛物线的对称轴是 $x = \frac{5}{2}$,

$$\therefore BE = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore A\left(\frac{3}{2}, 0\right),$$

$$\therefore OA = BE = \frac{3}{2}.$$

又 $\because BE \parallel OA$,

$\therefore$ 四边形 $OAEB$ 是平行四边形.

$$\text{② } \because O(0, 0), B(1, 2\sqrt{2}), F \text{ 为 } OB \text{ 的中点, } \therefore F\left(\frac{1}{2}, \sqrt{2}\right).$$

过点 F 作 $FN \perp$ 直线 BD 于点 N , 则 $FN = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$, $BN = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

在 $Rt\triangle BNF$ 中, 由勾股定理得: $BF = \sqrt{BN^2 + FN^2} = \frac{3}{2}$.

$$\because \angle BMF = \frac{1}{3}\angle MFO, \angle MFO = \angle FBM + \angle BMF,$$

$$\therefore \angle FBM = 2\angle BMF.$$

(I) 当点 M 位于点 B 右侧时.

在直线 BD 上点 B 左侧取一点 G , 使 $BG = BF = \frac{3}{2}$, 连接 FG , 则 $GN = BG - BN = 1$,

在 $Rt\triangle FNG$ 中, 由勾股定理得: $FG = \sqrt{GN^2 + FN^2} = \sqrt{3}$.

$$\because BG = BF, \therefore \angle BGF = \angle BFG.$$

又 $\because \angle FBM = \angle BGF + \angle BFG = 2\angle BMF$,
 $\therefore \angle BFG = \angle BMF$, 又 $\because \angle MGF = \angle MGF$,
 $\therefore \triangle GFB \sim \triangle GMF$,

$$\therefore \frac{GM}{GF} = \frac{GF}{GB}, \text{ 即 } \frac{\frac{3}{2} + BM}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{3}{2}},$$

$$\therefore BM = \frac{1}{2};$$

(II) 当点 M 位于点 B 左侧时.

设 BD 与 y 轴交于点 K, 连接 FK, 则 FK 为 $\text{Rt}\triangle KOB$ 斜边上的中线,

$$\therefore KF = \frac{1}{2}OB = FB = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \angle FKB = \angle FBM = 2\angle BMF,$$

$$\text{又 } \because \angle FKB = \angle BMF + \angle MFK,$$

$$\therefore \angle BMF = \angle MFK,$$

$$\therefore MK = KF = \frac{3}{2},$$

$$\therefore BM = MK + BK = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}.$$

综上所述, 线段 BM 的长为 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{5}{2}$.

