

2013 年辽宁省抚顺市中考数学试卷

一、选择题

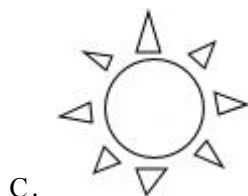
1. -4 的绝对值是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. 4 D. -4

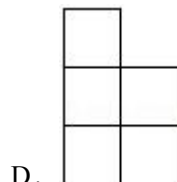
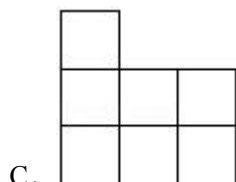
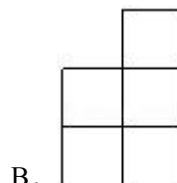
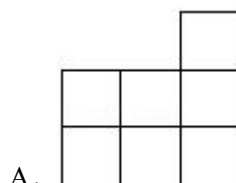
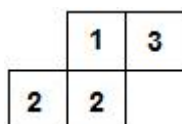
2. 如果分式 $\frac{3}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

- A. 全体实数 B. $x=1$ C. $x \neq 1$ D. $x=0$

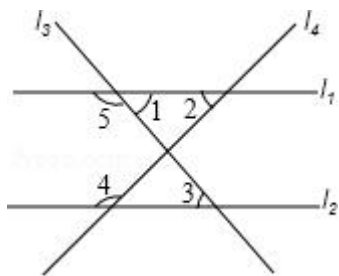
3. 下列图形中, 不是中心对称图形的是 ()



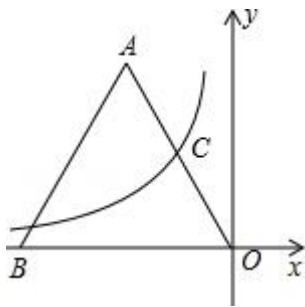
4. 如图是由八个小平正方形搭成的几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示该位置上的小正方体的个数, 则这个几何体的左视图是 ()



5. 如图, 直线 l_1 、 l_2 被直线 l_3 、 l_4 所截, 下列条件中, 不能判断直线 $l_1 \parallel l_2$ 的是 ()



- A. $\angle 1 = \angle 3$ B. $\angle 5 = \angle 4$ C. $\angle 5 + \angle 3 = 180^\circ$ D. $\angle 4 + \angle 2 = 180^\circ$
6. 下列计算正确的是 ()
- A. $(2a)^3 \div a = 8a^2$ B. $(-2ab)(-\frac{1}{2}a^2) = a^2b$
- C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $-4(\frac{1}{4}a-1) = -a-4$
7. 已知圆锥底面圆的半径为 2，母线长是 4，则它的全面积为 ()
- A. 4π B. 8π C. 12π D. 16π
8. 小明早上骑自行车上学，中途因道路施工步行一段路，到学校共用 20 分钟，他骑自行车的平均速度是 200 米/分，步行的速度是 70 米/分，他家离学校的距离是 3350 米. 设他骑自行车和步行的时间分别为 x 、 y 分钟，则列出的二元一次方程组是 ()
- A. $\begin{cases} x+y=\frac{1}{3} \\ 200x+70y=3350 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x+y=20 \\ 70x+200y=3350 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x+y=\frac{1}{3} \\ 70x+200y=3350 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x+y=20 \\ 200x+70y=3350 \end{cases}$
9. 在一个不透明的口袋里有红、绿、蓝三种颜色的小球，三种球除颜色外其他完全相同，其中有 6 个红球，5 个绿球，若随机摸出一个球是绿球的概率是 $\frac{1}{4}$ ，则随机摸出一个球是蓝球的概率是 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{9}{20}$
10. 如图，等边 $\triangle OAB$ 的边 OB 在 x 轴的负半轴上，双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 过 OA 的中点，已知等边三角形的边长是 4，则该双曲线的表达式为 ()



A. $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$

B. $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$

C. $y = \frac{2\sqrt{3}}{x}$

D. $y = \frac{2\sqrt{3}}{x}$

二、填空题

11. 人体内某种细胞可近似地看作球体，它的直径为 $0.000\ 000\ 156m$ ，将 $0.000\ 000\ 156$ 用科学记数法表示为_____.

12. 在大课间活动中，体育老师对甲、乙两名同学每人进行 10 次立定跳远测试，他们的平均成绩相同，方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 0.20$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 0.16$ ，则甲、乙两名同学成绩更稳定的是_____.

13. 计算： $(-1)^2 \times (\frac{1}{2})^{-2} - (\pi - \sqrt{3})^0 =$ _____.

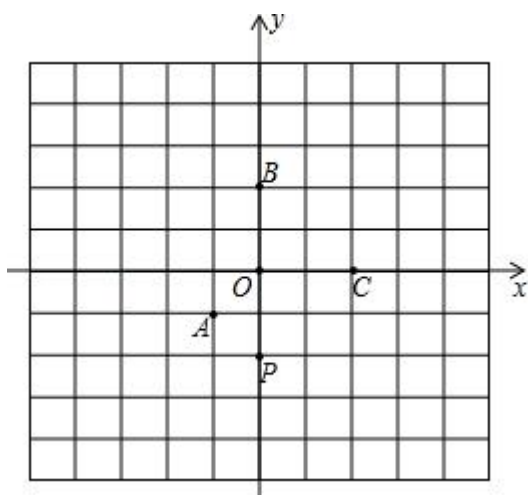
14. 已知 a 、 b 为两个连续整数，且 $a < \sqrt{17} < b$ ，则 $a+b =$ _____.

15. 从 -3 、 1 、 -2 这三个数中任取两个不同的数，积为正数的概率是_____.

16. 把直线 $y = 2x - 1$ 向上平移 2 个单位，所得直线的解析式是_____.

17. 若矩形 $ABCD$ 的对角线长为 10，点 E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点，则四边形 $EFGH$ 的周长是_____.

18. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 、 B 、 C 的坐标分别是 $(-1, -1)$ 、 $(0, 2)$ 、 $(2, 0)$ ，点 P 在 y 轴上，且坐标为 $(0, -2)$. 点 P 关于点 A 的对称点为 P_1 ，点 P_1 关于点 B 的对称点为 P_2 ，点 P_2 关于点 C 的对称点为 P_3 ，点 P_3 关于点 A 的对称点为 P_4 ，点 P_4 关于点 B 的对称点为 P_5 ，点 P_5 关于点 C 的对称点为 P_6 ，点 P_6 关于点 A 的对称点为 $P_7 \cdots$ ，按此规律进行下去，则点 P_{2013} 的坐标、是_____.



三、解答题

19. 先化简，再求值： $(a-1-\frac{1}{a-1}) \div \frac{a^2-4a+4}{a-1}$ ，其中 $a = -1$.

20. 某中学开展“绿化家乡、植树造林”活动，为了解全校植树情况，对该校甲、乙、丙、丁四个班级植树情况进行了调查，将收集的数据整理并绘制成图 1 和图 2 两幅尚不完整的统计图，请根据图中的信息，完成下列问题：

- (1) 这四个班共植树_____棵；
- (2) 请你在答题卡上补全两幅统计图；
- (3) 求图 1 中“甲”班级所对应的扇形圆心角的度数；
- (4) 若四个班级植树的平均成活率是 95%，全校共植树 2000 棵，请你估计全校种植的树中成活的树有多少棵？



图1

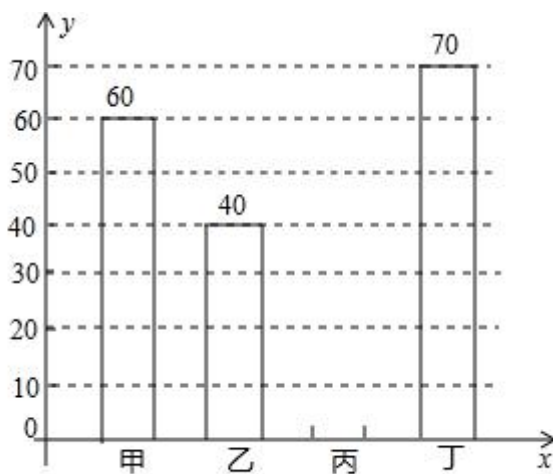


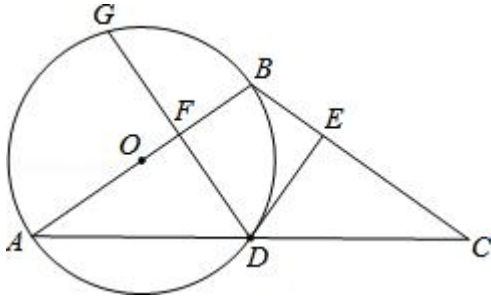
图2

四、解答题

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 D ， $DE \perp BC$ ，垂足为 E 。

- (1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $DG \perp AB$, 垂足为点 F , 交 $\odot O$ 于点 G , $\angle A = 35^\circ$, $\odot O$ 半径为 5, 求劣弧 DG 的长. (结果保留 π)



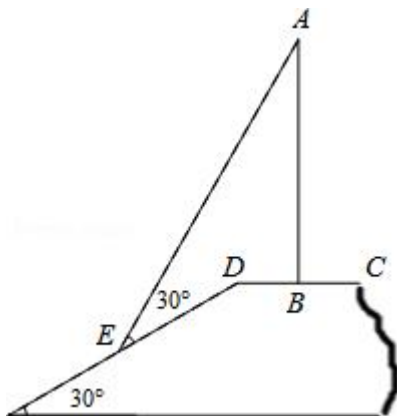
22. 2013 年第十二届全国运动会将在辽宁召开, 某市掀起了全民健身运动的热潮. 某体育用品商店预测某种品牌的运动鞋会畅销, 就用 4800 元购进了一批这种运动鞋, 上市后很快脱销, 该商店又用 10800 元购进第二批这种运动鞋, 所购数量是第一批购进数量的 2 倍, 但每双鞋进价多用了 20 元.

(1) 求该商店第二次购进这种运动鞋多少双?

(2) 如果这两批运动鞋每双的售价相同, 且全部售完后总利润率不低于 20%, 那么每双鞋售价至少是多少元?

五、解答题

23. 在与水平面夹角是 30° 的斜坡的顶部, 有一座竖直的古塔, 如图是平面图, 斜坡的顶部 CD 是水平的, 在阳光的照射下, 古塔 AB 在斜坡上的影长 DE 为 18 米, 斜坡顶部的影长 DB 为 6 米, 光线 AE 与斜坡的夹角为 30° , 求古塔的高 ($\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$).



六、解答题

24. 某服装店以每件 40 元的价格购进一批衬衫, 在试销过程中发现: 每月销售量 y (件) 与销售单价 x (x 为正整数) (元) 之间符合一次函数关系, 当销售单价为 55 元时, 月销售量为 140 件; 当销售单价为 70 元时, 月销售量为 80 件.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 如果每销售一件衬衫需支出各种费用 1 元, 设服装店每月销售该种衬衫获利为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数关系式, 并求出销售单价定为多少元时, 商场获利最大, 最大利润是多少元?

七、解答题

25. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 点 D 是 AB 的中点, $DE \perp BC$, 垂足为点 E , 连接 CD .

(1) 如图 1, DE 与 BC 的数量关系是_____;

(2) 如图 2, 若 P 是线段 CB 上一动点 (点 P 不与点 B 、 C 重合), 连接 DP , 将线段 DP 绕点 D 逆时针旋转 60° , 得到线段 DF , 连接 BF , 请猜想 DE 、 BF 、 BP 三者之间的数量关系, 并证明你的结论;

(3) 若点 P 是线段 CB 延长线上一动点, 按照 (2) 中的作法, 请在图 3 中补全图形, 并直接写出 DE 、 BF 、 BP 三者之间的数量关系.

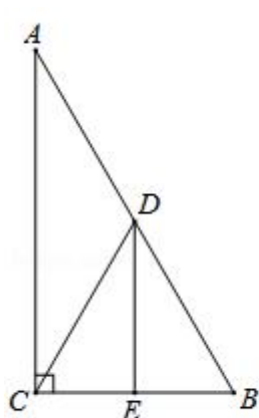


图 1

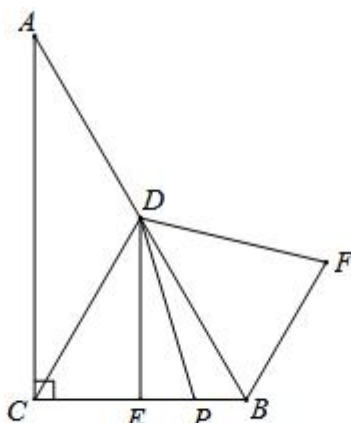


图 2

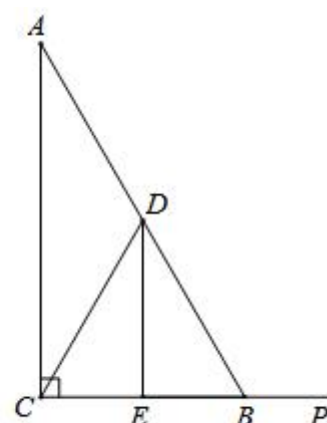


图 3

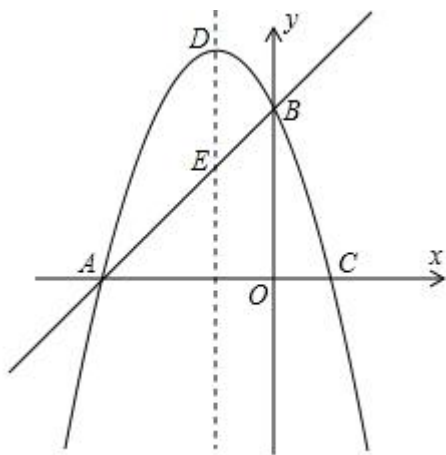
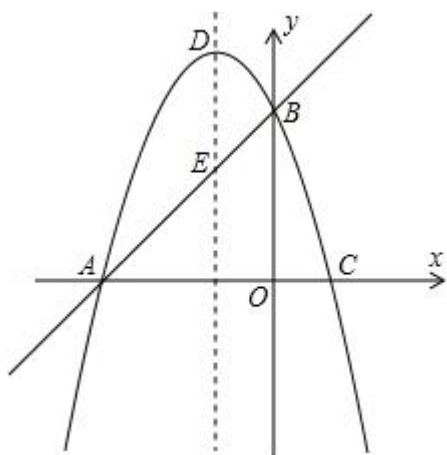
八、解答题

26. 如图 1, 已知直线 $y = x + 3$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 A 、 B 两点, 与 x 轴交于另一个点 C , 对称轴与直线 AB 交于点 E , 抛物线顶点为 D .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在第三象限内, F 为抛物线上一点, 以 A 、 E 、 F 为顶点的三角形面积为 3, 求点 F 的坐标;

(3) 点 P 从点 D 出发, 沿对称轴向下以每秒 1 个单位长度的速度匀速运动, 设运动的时间为 t 秒, 当 t 为何值时, 以 P 、 B 、 C 为顶点的三角形是直角三角形? 直接写出所有符合条件的 t 值.



备用图

2013 年辽宁省抚顺市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 【分析】根据一个负数的绝对值是它的相反数即可求解.

【解答】解：-4 的绝对值是 4.

故选：C.

【点评】此题考查了绝对值的性质，要求掌握绝对值的性质及其定义，并能熟练运用到实际运算当中.

绝对值规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. 【分析】分式有意义，分母 $x - 1 \neq 0$ ，据此可以求得 x 的取值范围.

【解答】解：当分母 $x - 1 \neq 0$ ，即 $x \neq 1$ 时，分式 $\frac{3}{x-1}$ 有意义.

故选：C.

【点评】本题考查了分式有意义的条件. 从以下三个方面透彻理解分式的概念：

(1) 分式无意义 $\Leftrightarrow$ 分母为零；

(2) 分式有意义 $\Leftrightarrow$ 分母不为零；

(3) 分式值为零 $\Leftrightarrow$ 分子为零且分母不为零.

3. 【分析】根据中心对称图形的概念结合选项所给的图形即可得出答案.

【解答】解：A、不是中心对称图形，故本选项正确；

B、是中心对称图形，故本选项错误；

C、是中心对称图形，故本选项错误；

D、是中心对称图形，故本选项错误；

故选：A.

【点评】本题考查中心对称图形的概念：在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180 度，旋转后的图形能和原图形完全重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

4. 【分析】俯视图中的每个数字是该位置小立方体的个数，分析其中的数字，得左视图有 2 列，从左到右分别是 3，2 个正方形.

【解答】解：由俯视图中的数字可得：左视图有 2 列，从左到右分别是 3，2 个正方形.

故选：D.

【点评】 本题考查了学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

5. 【分析】 依据平行线的判定定理即可判断.

【解答】 解: A、已知 $\angle 1 = \angle 3$, 根据内错角相等, 两直线平行可以判断, 故命题正确;

B、不能判断;

C、同旁内角互补, 两直线平行, 可以判断, 故命题正确;

D、同旁内角互补, 两直线平行, 可以判断, 故命题正确.

故选: B.

【点评】 正确识别“三线八角”中的同位角、内错角、同旁内角是正确答题的关键, 不能遇到相等或互补关系的角就误认为具有平行关系, 只有同位角相等、内错角相等、同旁内角互补, 才能推出两被截直线平行.

6. 【分析】 根据整式的乘除, 单项式乘单项式, 完全平方公式分别进行计算, 即可得出答案.

【解答】 解: A、 $(2a)^3 \div a = 8a^2$, 故本选项正确;

B、 $(-2ab)(-\frac{1}{2}a^2) = a^3b$, 故本选项错误;

C、 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, 故本选项错误;

D、 $-4(\frac{1}{4}a - 1) = -a + 4$, 故本选项错误;

故选: A.

【点评】 此题考查了整式的乘除, 单项式乘单项式, 完全平方公式, 解题时要细心, 注意结果的符号.

7. 【分析】 首先求得底面周长, 即侧面展开图的扇形弧长, 然后根据扇形的面积公式即可求得侧面积, 即圆锥的侧面积, 再求得圆锥的底面积, 侧面积与底面积的和就是全面积.

【解答】 解: 底面周长是: $2 \times 2\pi = 4\pi$,

则侧面积是: $\frac{1}{2} \times 4\pi \times 4 = 8\pi$,

底面积是: $\pi \times 2^2 = 4\pi$,

则全面积是: $8\pi + 4\pi = 12\pi$.

故选: C.

【点评】 本题考查了圆锥的计算, 正确理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键, 理解圆锥的母线长是扇形的半径, 圆锥的底面圆周长是扇形的弧长.

8. 【分析】 根据关键语句“到学校共用时 20 分钟”可得方程: $x+y=20$, 根据“骑自行车的平均速度是 200 米/分, 步行的平均速度是 70 米/分. 他家离学校的距离是 3350 米”可得

方程： $200x+70y=3350$ ，两个方程组合可得方程组．

【解答】解：设他骑自行车和步行的时间分别为 x 、 y 分钟，由题意得：

$$\begin{cases} x+y=20 \\ 200x+70y=3350 \end{cases}$$

故选：D．

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，关键是弄清题意，找出合适的等量关系，列出方程组．

9. 【分析】根据摸出一个球是绿球的概率是 $\frac{1}{4}$ ，得出蓝球的个数，进而得出小球总数，即可得出随机摸出一个球是蓝球的概率．

【解答】解： $\because$ 在一个不透明的口袋里有红、绿、蓝三种颜色的小球，三种球除颜色外其他完全相同，其中有 6 个红球，5 个绿球，

随机摸出一个球是绿球的概率是 $\frac{1}{4}$ ，

设蓝球 x 个，

$$\therefore \frac{5}{6+5+x} = \frac{1}{4},$$

解得： $x=9$ ，

$\therefore$ 随机摸出一个球是蓝球的概率是： $\frac{9}{20}$ ．

故选：D．

【点评】此题主要考查了概率公式的应用，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．得到所求的情况数是解决本题的关键．

10. 【分析】如图，过点 C 作 $CD \perp OB$ 于点 D ．根据等边三角形的性质、中点的定义可以求得点 C 的坐标，然后把点 C 的坐标代入双曲线方程，列出关于系数 k 的方程，通过解该方程即可求得 k 的值．

【解答】解：如图，过点 C 作 $CD \perp OB$ 于点 D ．

$\because \triangle OAB$ 是等边三角形，该等边三角形的边长是 4，

$\therefore OA=4$ ， $\angle COD=60^\circ$ ，

又 $\because$ 点 C 是边 OA 的中点，

$\therefore OC=2$ ，

$$\therefore OD = OC \cdot \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1, \quad CD = OC \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

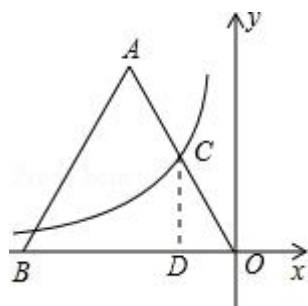
$\therefore C(-1, \sqrt{3})$ ．

$$\text{则 } \sqrt{3} = \frac{k}{-1},$$

$$\text{解得, } k = -\sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{该双曲线的表达式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{x}.$$

故选: B.



【点评】 本题考查了待定系数法求反比例函数解析式, 等边三角形的性质. 解题的关键是求得点 C 的坐标.

二、填空题

11. **【分析】** 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

$$\text{【解答】解: } 0.000\,000\,156 = 1.56 \times 10^{-7},$$

故答案为: 1.56×10^{-7} .

【点评】 本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

12. **【分析】** 根据方差的意义可作出判断. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

$$\text{【解答】解: } \because S_{\text{甲}}^2 = 0.20, S_{\text{乙}}^2 = 0.16,$$

$$\therefore S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2,$$

则成绩较稳定的同学是乙.

故答案为: 乙.

【点评】 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

13. 【分析】分别根据有理数乘方的法则、负整数指数幂及 0 指数幂的计算法则计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可．

【解答】解：原式 $= 1 \times 4 - 1$

$= 3$ ．

故答案为：3．

【点评】本题考查的是实数的运算，熟知有理数乘方的法则、负整数指数幂及 0 指数幂的计算法则是解答此题的关键．

14. 【分析】由于 $4 < \sqrt{17} < 5$ ，由此即可找到所求的无理数在哪两个和它接近的整数之间，然后即可求解．

【解答】解： $\because 4 < \sqrt{17} < 5$ ，

$\therefore a = 4, b = 5$ ，

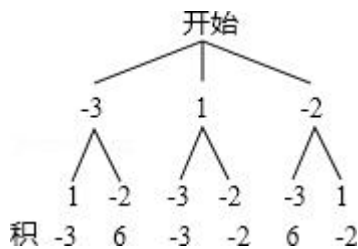
$\therefore a + b = 9$ ．

故答案为：9．

【点评】此题主要考查了无理数的大小的比较．现实生活中经常需要估算，估算应是我们具备的数学能力，“夹逼法”是估算的一般方法，也是常用方法．

15. 【分析】画出树状图，然后根据概率公式列式计算即可得解．

【解答】解：根据题意画出树状图如下：



一共有 6 种情况，积是正数的有 2 种情况，

所以， $P(\text{积为正数}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ．

故答案为： $\frac{1}{3}$ ．

【点评】本题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

16. 【分析】直接根据“上加下减”的原则进行解答即可．

【解答】解：由“上加下减”的原则可知，直线 $y = 2x - 1$ 向上平移 2 个单位，所得直线解析式是： $y = 2x - 1 + 2$ ，即 $y = 2x + 1$ ．

故答案为: $y = 2x + 1$.

【点评】 本题考查的是一次函数的图象与几何变换, 熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键.

17. 【分析】 根据三角形的中位线定理可以得到四边形 $EFGH$ 的四边分别是对角线的一半, 然后根据矩形的对角线相等即可求解.

【解答】 解: $\because$ 矩形 $ABCD$ 的对角线长为 10,

$$\therefore AC = BD = 10$$

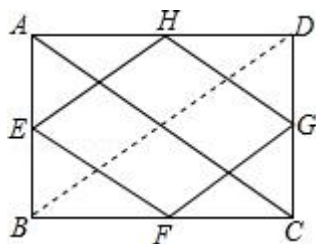
$\because$ 点 E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点,

$$\therefore EF = HG = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$EH = GF = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 的周长为 $EF + FG + GH + HE = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$.

故答案为: 20



【点评】 本题考查了中点四边形的知识, 解题的关键是根据三角形的中位线定理求得其边长等于对角线长的一半.

18. 【分析】 根据对称依次作出对称点, 便不难发现, 点 P_6 与点 P 重合, 也就是每 6 次对称为一个循环组循环, 用 2013 除以 6, 根据商和余数的情况确定点 P_{2013} 的位置, 然后写出坐标即可.

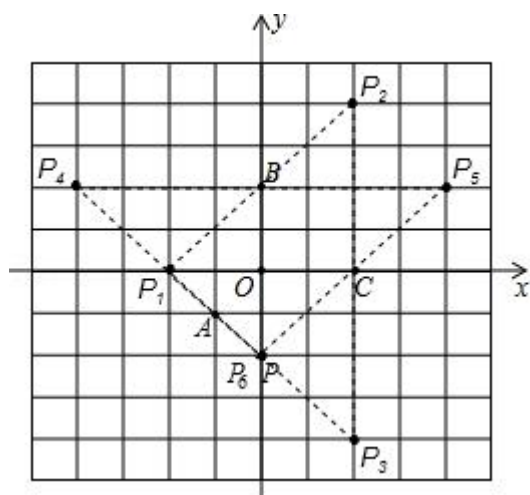
【解答】 解: 如图所示, 点 P_6 与点 P 重合,

$$\because 2013 \div 6 = 335 \cdots 3,$$

$\therefore$ 点 P_{2013} 是第 336 循环组的第 3 个点, 与点 P_3 重合,

$\therefore$ 点 P_{2013} 的坐标为 $(2, -4)$.

故答案为: $(2, -4)$.



【点评】 本题是对点的变化规律的考查，作出图形，观察出每 6 次对称为一个循环组循环是解题的关键，也是本题的难点．

三、解答题

19. **【分析】** 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除以一个数等于乘以这个数的倒数将除法运算化为乘法运算，约分得到最简结果，将 a 的值代入计算即可求出值．

【解答】 解：原式 = $\frac{(a-1)^2-1}{a-1} \cdot \frac{a-1}{(a-2)^2} = \frac{a(a-2)}{a-1} \cdot \frac{a-1}{(a-2)^2} = \frac{a}{a-2}$ ，

当 $a = -1$ 时，原式 = $\frac{-1}{-1-2} = \frac{1}{3}$ ．

【点评】 此题考查了分式的化简求值，分式的加减运算关键是通分，通分的关键是找最简公分母；分式的乘除运算关键是约分，约分的关键是找公因式．

20. **【分析】** (1) 根据乙班植树 40 棵，所占比为 20%，即可求出这四个班种树总棵数；
 (2) 根据丁班植树 70 棵，总棵数是 200，即可求出丁所占的百分比，再用整体 1 减去其它所占的百分比，即可得出丙所占的百分比，再乘以总棵数，即可得出丙植树的棵数，从而补全统计图；
 (3) 根据甲班所占的百分比，再乘以 360° ，即可得出答案；
 (4) 用总棵数 $\times$ 平均成活率即可得到成活的树的棵数．

【解答】 解：(1) 四个班共植树的棵数是：

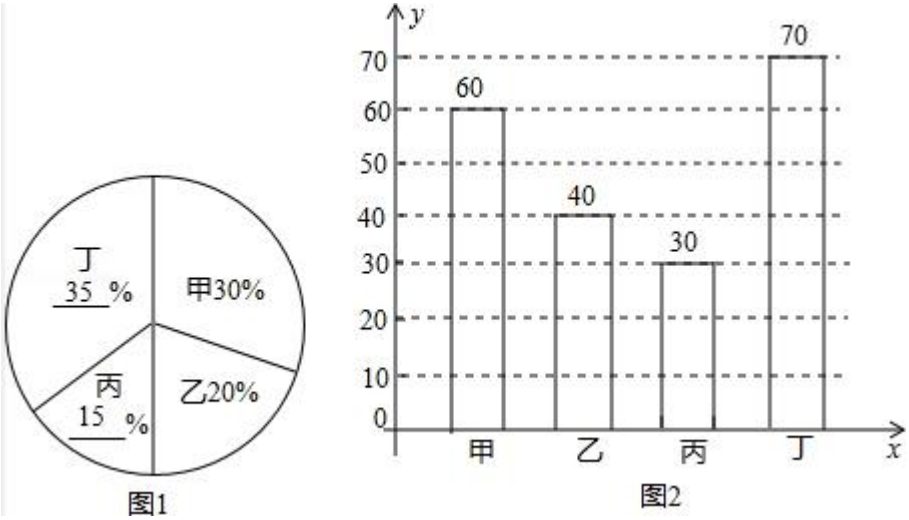
$40 \div 20\% = 200$ (棵)；

(2) 丁所占的百分比是： $\frac{70}{200} \times 100\% = 35\%$ ，

丙所占的百分比是： $1 - 30\% - 20\% - 35\% = 15\%$ ，

则丙植树的棵数是： $200 \times 15\% = 30$ （棵）；

如图：



（3）甲班级所对应的扇形圆心角的度数是： $30\% \times 360^\circ = 108^\circ$ ；

（4）根据题意得： $2000 \times 95\% = 1900$ （棵）.

答：全校种植的树中成活的树有 1900 棵.

故答案为：200.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

四、解答题

21. **【分析】**（1）连接 BD ， OD ，求出 $OD \parallel BC$ ，推出 $OD \perp DE$ ，根据切线判定推出即可；

（2）求出 $\angle BOD = \angle GOB$ ，求出 $\angle BOD$ 的度数，根据弧长公式求出即可.

【解答】（1）证明：如图 1，连接 BD 、 OD ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore BD \perp AC$ ，

$\because AB = BC$ ，

$\therefore AD = DC$ ，

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 切线;

$$\therefore \text{劣弧 } DG \text{ 的长是 } \frac{140\pi \times 5}{180} = \frac{35}{9}\pi.$$


第 16 页 (共 25 页)

22. 【分析】(1) 设该商场第一次购进这种运动鞋 x 双, 则第二次购进数量为 $2x$ 双, 根据关键词句“每双进价多了 20 元”可得等量关系: 第一次购进运动鞋的单价+20 = 第二次购进运动鞋的单价, 根据等量关系列出方程, 求出方程的解, 再进行检验即可得出答案;

(2) 设每双售价是 y 元, 根据数量关系: (总售价 - 总进价) $\div$ 总进价 $\geq 20\%$, 列出不等式, 解出不等式的解即可.

【解答】解 (1) 设该商场第一次购进这种运动鞋 x 双, 由题意得:

$$\frac{4800}{x} + 20 = \frac{10800}{2x},$$

解得: $x = 30$

经检验, $x = 30$ 是原方程的解, 符合题意,

则第二次购进这种运动鞋是 $30 \times 2 = 60$ (双);

答: 该商场第二次购进这种运动鞋 60 双.

(2) 设每双售价是 y 元, 由题意得:

$$\frac{(30+60)y - 4800 - 10800}{4800 + 10800} \times 100\% \geq 20\%,$$

解这个不等式, 得 $y \geq 208$,

答: 每双运动鞋的售价至少是 208 元.

【点评】本题考查分式方程的应用和一元一次不等式的应用, 读懂题意, 找到关键描述语, 找到合适的等量关系或不等关系是解决问题的关键. 用到的公式是: 利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\%$.

五、解答题

23. 【分析】延长 BD 交 AE 于点 F , 作 $FG \perp ED$ 于点 G , $\text{Rt}\triangle FGD$ 中利用锐角三角函数求得 FD 的长, 从而求得 FB 的长, 然后在直角三角形 ABF 中利用锐角三角函数求得 AB 的长即可.

【解答】解: 延长 BD 交 AE 于点 F , 作 $FG \perp ED$ 于点 G ,

$\because$ 斜坡的顶部 CD 是水平的, 斜坡与地面的夹角为 30° ,

$\therefore \angle FDE = \angle AED = 30^\circ$,

$\therefore FD = FE$,

$\because DE = 18$ 米,

$\therefore EG = GD = \frac{1}{2}ED = 9$ 米,

在 $\text{Rt}\triangle FGD$ 中,

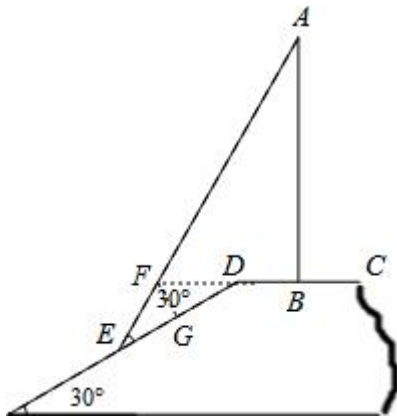
$$DF = \frac{DG}{\cos 30^\circ} = \frac{9}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6\sqrt{3} \text{ 米},$$

$\therefore FB = (6\sqrt{3} + 6)$ 米,

在 $\text{Rt}\triangle AFB$ 中,

$$AB = FB \cdot \tan 60^\circ = (6\sqrt{3} + 6) \times \sqrt{3} = (18 + 6\sqrt{3}) \approx 28.2 \text{ 米},$$

所以古塔的高约为 28.2 米.



【点评】 此题主要考查了解直角三角形的应用，解决本题的难点是把塔高的影长分为在平地和斜坡上两部分.

六、解答题

24. **【分析】** (1) 设 y 与 x 的函数关系式 $y = kx + b$, 根据售价与销量之间的数量关系建立方程组, 求出其解即可;

(2) 根据利润 = (售价 - 进价) $\times$ 数量就可以表示出 W ,

【解答】 解: (1) 设 y 与 x 的函数关系式 $y = kx + b$, 由题意, 得

$$\begin{cases} 140 = 55k + b \\ 80 = 70k + b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -4 \\ b = 360 \end{cases},$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为: $y = -4x + 360$;

(2) 由题意, 得

$$W = y(x - 40) - y$$

$$\begin{aligned}
&= (-4x+360)(x-40) - (-4x+360) \\
&= -4x^2+160x+360x-14400+4x-360 \\
&= -4x^2+524x-14760, \\
&\therefore w \text{ 与 } x \text{ 之间的函数关系式为: } W = -4x^2+524x-14760, \\
&\therefore W = -4(x^2-131x)-14760 = -4(x-65.5)^2+2401, \\
&\text{当 } x = 65.5 \text{ 时, 最大利润为 } 2401 \text{ 元,} \\
&\therefore x \text{ 为整数,} \\
&\therefore x = 66 \text{ 或 } 65 \text{ 时, } W = 2400 \text{ 元.} \\
&\therefore x = 65 \text{ 或 } 66 \text{ 时, } W_{\text{最大}} = 2400 \text{ 元.}
\end{aligned}$$

【点评】 本题考查了待定系数法求一次函数和二次函数的解析式的运用，二次函数的顶点式的运用，解答时求出函数的解析式是关键.

七、解答题

25. **【分析】** (1) 由 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$ 得到 $\angle B = 60^\circ$, 根据直角三角形斜边上中线

性质得到 $DB = DC$, 则可判断 $\triangle DCB$ 为等边三角形, 由于 $DE \perp BC$, $DE = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$;

(2) 根据旋转的性质得到 $\angle PDF = 60^\circ$, $DP = DF$, 易得 $\angle CDP = \angle BDF$, 则可根据“SAS”可判断 $\triangle DCP \cong \triangle DBF$, 则 $CP = BF$, 利用 $CP = BC - BP$, $DE = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$ 可得到 $BF + BP = \frac{2\sqrt{3}}{3}DE$;

(3) 与 (2) 的证明方法一样得到 $\triangle DCP \cong \triangle DBF$ 得到 $CP = BF$, 而 $CP = BC + BP$, 则 $BF - BP = BC$, 所以 $BF - BP = \frac{2\sqrt{3}}{3}DE$.

【解答】 解: (1) $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle B = 60^\circ$,

$\because$ 点 D 是 AB 的中点,

$\therefore DB = DC$,

$\therefore \triangle DCB$ 为等边三角形,

$\because DE \perp BC$,

$\therefore DE = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$;

故答案为 $DE = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$.

(2) $BF+BP = \frac{2\sqrt{3}}{3}DE$. 理由如下:

$\because$ 线段 DP 绕点 D 逆时针旋转 60° , 得到线段 DF ,

$\therefore \angle PDF = 60^\circ$, $DP = DF$,

而 $\angle CDB = 60^\circ$,

$\therefore \angle CDB - \angle PDB = \angle PDF - \angle PDB$,

$\therefore \angle CDP = \angle BDF$,

在 $\triangle DCP$ 和 $\triangle DBF$ 中

$$\begin{cases} DC=DB \\ \angle CDP=\angle BDF, \\ DP=DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle DCP \cong \triangle DBF$ (SAS),

$\therefore CP = BF$,

而 $CP = BC - BP$,

$\therefore BF+BP = BC$,

$\because DE = \frac{\sqrt{3}}{2}BC$,

$\therefore BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}DE$,

$\therefore BF+BP = \frac{2\sqrt{3}}{3}DE$;

(3) 如图,

与 (2) 一样可证明 $\triangle DCP \cong \triangle DBF$,

$\therefore CP = BF$,

而 $CP = BC+BP$,

$\therefore BF - BP = BC$,

$\therefore BF - BP = \frac{2\sqrt{3}}{3}DE$.

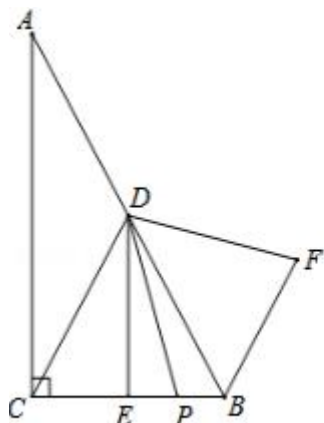


图 2

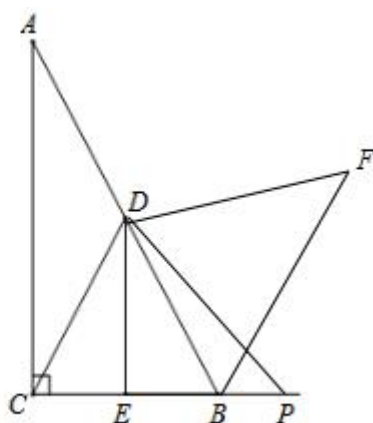


图 3

【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质：判定三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”；全等三角形的对应边相等．也考查了等边三角形的判定与性质以及含 30 度的直角三角形三边的关系．

八、解答题

26. **【分析】** (1) 先由直线 AB 的解析式为 $y = x + 3$ ，求出它与 x 轴的交点 A 、与 y 轴的交点 B 的坐标，再将 A 、 B 两点的坐标代入 $y = -x^2 + bx + c$ ，运用待定系数法即可求出抛物线的解析式；

(2) 设第三象限内的点 F 的坐标为 $(m, -m^2 - 2m + 3)$ ，运用配方法求出抛物线的对称轴及顶点 D 的坐标，再设抛物线的对称轴与 x 轴交于点 G ，连接 FG ，根据 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle AEG} + S_{\triangle AFG} - S_{\triangle EFG} = 3$ ，列出关于 m 的方程，解方程求出 m 的值，进而得出点 F 的坐标；

(3) 设 P 点坐标为 $(-1, n)$ ．先由 B 、 C 两点坐标，运用勾股定理求出 $BC^2 = 10$ ，再分三种情况进行讨论：① $\angle PBC = 90^\circ$ ，先由勾股定理得出 $PB^2 + BC^2 = PC^2$ ，据此列出关于 n 的方程，求出 n 的值，再计算出 PD 的长度，然后根据时间 = 路程 ÷ 速度，即可求出此时对应的 t 值；② $\angle BPC = 90^\circ$ ，同①可求出对应的 t 值；③ $\angle BCP = 90^\circ$ ，同①可求出对应的 t 值．

【解答】 解：(1) $\because y = x + 3$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，

$\therefore$ 当 $y = 0$ 时， $x = -3$ ，即 A 点坐标为 $(-3, 0)$ ，

当 $x = 0$ 时， $y = 3$ ，即 B 点坐标为 $(0, 3)$ ，

将 $A(-3, 0)$ ， $B(0, 3)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$ ，

$$\text{得} \begin{cases} -9 - 3b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -2 \\ c = 3 \end{cases},$$

∴ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$;

(2) 如图 1, 设第三象限内的点 F 的坐标为 $(m, -m^2 - 2m + 3)$, 则 $m < 0$, $-m^2 - 2m + 3 < 0$.

$$\because y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4,$$

∴ 对称轴为直线 $x = -1$, 顶点 D 的坐标为 $(-1, 4)$,

设抛物线的对称轴与 x 轴交于点 G , 连接 FG , 则 $G(-1, 0)$, $AG = 2$.

∵ 直线 AB 的解析式为 $y = x + 3$,

∴ 当 $x = -1$ 时, $y = -1 + 3 = 2$,

∴ E 点坐标为 $(-1, 2)$.

$$\begin{aligned} \because S_{\triangle AEF} &= S_{\triangle AEG} + S_{\triangle AFG} - S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times (m^2 + 2m - 3) - \frac{1}{2} \times 2 \times (-1 - m) \\ &= m^2 + 3m, \end{aligned}$$

∴ 以 A 、 E 、 F 为顶点的三角形面积为 3 时, $m^2 + 3m = 3$,

$$\text{解得 } m_1 = \frac{-3 - \sqrt{21}}{2}, m_2 = \frac{-3 + \sqrt{21}}{2} \text{ (舍去),}$$

$$\text{当 } m = \frac{-3 - \sqrt{21}}{2} \text{ 时, } -m^2 - 2m + 3 = -m^2 - 3m + m + 3 = -3 + m + 3 = m = \frac{-3 - \sqrt{21}}{2},$$

∴ 点 F 的坐标为 $(\frac{-3 - \sqrt{21}}{2}, \frac{-3 - \sqrt{21}}{2})$;

(3) 设 P 点坐标为 $(-1, n)$.

∵ $B(0, 3)$, $C(1, 0)$,

$$\therefore BC^2 = 1^2 + 3^2 = 10.$$

分三种情况:

① 如图 2, 如果 $\angle PBC = 90^\circ$, 那么 $PB^2 + BC^2 = PC^2$,

$$\text{即 } (0+1)^2 + (n-3)^2 + 10 = (-1+1)^2 + (n-0)^2,$$

$$\text{化简整理得 } 6n = 16, \text{ 解得 } n = \frac{8}{3},$$

∴ P 点坐标为 $(-1, \frac{8}{3})$,

∵ 顶点 D 的坐标为 $(-1, 4)$,

$$\therefore PD = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3},$$

∵ 点 P 的速度为每秒 1 个单位长度,

$$\therefore t_1 = \frac{4}{3};$$

②如图 3, 如果 $\angle BPC = 90^\circ$, 那么 $PB^2 + PC^2 = BC^2$,

$$\text{即 } (0+1)^2 + (n-3)^2 + (1+1)^2 + (n-0)^2 = 10,$$

化简整理得 $n^2 - 3n + 2 = 0$, 解得 $n = 2$ 或 1 ,

∴ P 点坐标为 $(-1, 2)$ 或 $(-1, 1)$,

∵ 顶点 D 的坐标为 $(-1, 4)$,

$$\therefore PD = 4 - 2 = 2 \text{ 或 } PD = 4 - 1 = 3,$$

∵ 点 P 的速度为每秒 1 个单位长度,

$$\therefore t_2 = 2, t_3 = 3;$$

③如图 4, 如果 $\angle BCP = 90^\circ$, 那么 $BC^2 + PC^2 = PB^2$,

$$\text{即 } 10 + (1+1)^2 + (n-0)^2 = (0+1)^2 + (n-3)^2,$$

化简整理得 $6n = -4$, 解得 $n = -\frac{2}{3}$,

∴ P 点坐标为 $(-1, -\frac{2}{3})$,

∵ 顶点 D 的坐标为 $(-1, 4)$,

$$\therefore PD = 4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3},$$

∵ 点 P 的速度为每秒 1 个单位长度,

$$\therefore t_4 = \frac{14}{3};$$

综上所述, 当 t 为 $\frac{4}{3}$ 秒或 2 秒或 3 秒或 $\frac{14}{3}$ 秒时, 以 P 、 B 、 C 为顶点的三角形是直角三角

形.

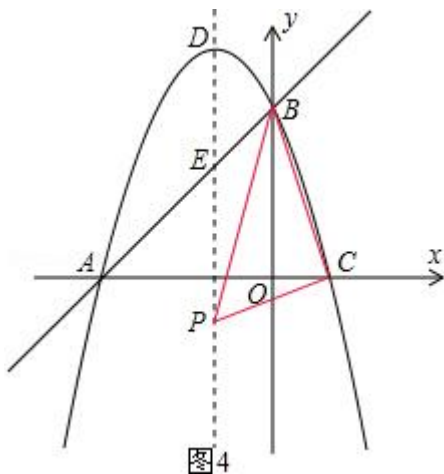


图 4

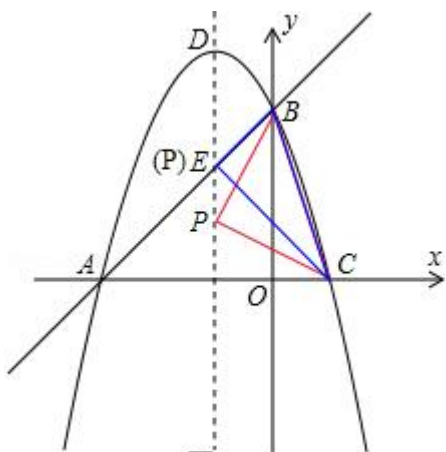


图3

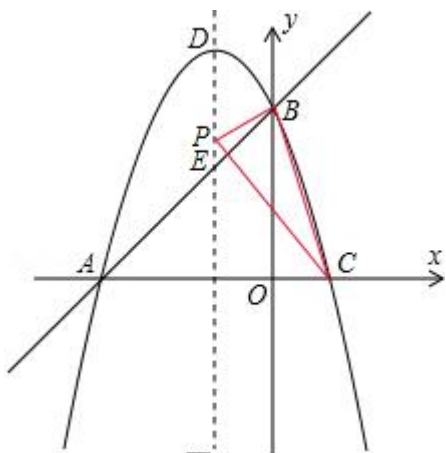


图2

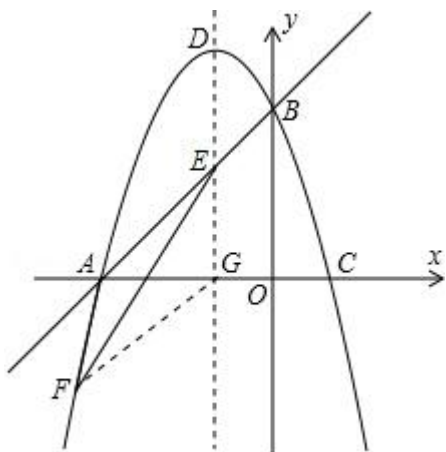


图1

【点评】 本题考查了二次函数的综合题型，其中涉及到的知识点有运用待定系数法求抛物线的解析式，函数图象上点的坐标特征，抛物线的顶点坐标和三角形的面积求法，直角三角形的性质，勾股定理．综合性较强，难度适中．（2）中将 $\triangle AEF$ 的面积表示成 $S_{\triangle AEG} + S_{\triangle AFG} - S_{\triangle EFG}$ ，是解题的关键；（3）中由于没有明确哪一个角是直角，所以每一个点都可能是直角顶点，进行分类讨论是解题的关键．

