

2013 年辽宁省大连市中考数学试卷

一、选择题（本题 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确）

1. （3 分） -2 的相反数是（ ）

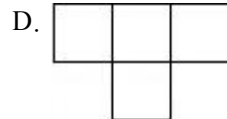
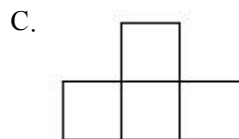
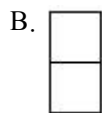
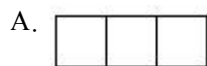
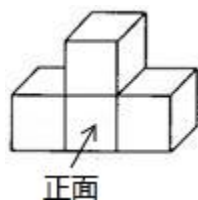
A. -2

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

2. （3 分）（2013•大连）如图所示的几何体是由四个完全相同的正方体组成的，这个几何体的俯视图是（ ）



3. （3 分）（2013•大连）计算 $(x^2)^3$ 的结果是（ ）

A. x

B. $3x^2$

C. x^5

D. x^6

4. （3 分）（2013•大连）一个不透明的袋子中有 3 个红球和 2 个黄球，这些球除颜色外完全相同．从袋子中随机摸出一个球，它是黄球的概率为（ ）

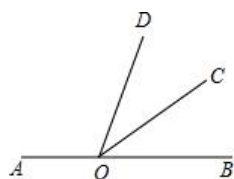
A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{5}$

5. （3 分）（2013•大连）如图，点 O 在直线 AB 上，射线 OC 平分 $\angle DOB$ ．若 $\angle COB=35^\circ$ ，则 $\angle AOD$ 等于（ ）



A. 35°

B. 70°

C. 110°

D. 145°

6. （3 分）（2013•大连）若关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 没有实数根，则实数 m 的取值范围是（ ）

A. $m < -4$

B. $m > -4$

C. $m < 4$

D. $m > 4$

7. （2013•大连）在一次“爱心互助”捐款活动中，某班第一小组 8 名同学捐款的金额（单位：元）如下表所示：

金额/元	5	6	7	10
人数	2	3	2	1

这 8 名同学捐款的平均金额为（ ）

A. 3.5 元

B. 6 元

C. 6.5 元

D. 7 元

8. (3分) (2013•大连) P是 $\angle AOB$ 内一点, 分别作点P关于直线OA、OB的对称点 P_1 、 P_2 , 连接 OP_1 、 OP_2 , 则下列结论正确的是 ()

- A. $OP_1 \perp OP_2$ B. $OP_1 = OP_2$
C. $OP_1 \perp OP_2$ 且 $OP_1 = OP_2$ D. $OP_1 \neq OP_2$

二、填空题 (本题8小题, 每小题3分, 共24分)

9. (3分) (2013•大连) 因式分解: $x^2 + x =$ _____.

10. (3分) (2013•大连) 在平面直角坐标系中, 点(2, -4)在第_____象限.

11. (3分) (2013•大连) 把16000 000用科学记数法表示为_____.

12. (3分) (2013•大连) 某林业部门统计某种幼树在一定条件下的移植成活率, 结果如下表所示:

移植总数 (n)	400	750	1500	3500	7000	9000	14000
成活数 (m)	369	662	1335	3203	6335	8073	12628
成活的频率 $\frac{m}{n}$	0.923	0.883	0.890	0.915	0.905	0.897	0.902

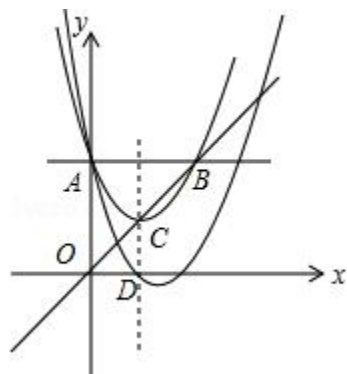
根据表中数据, 估计这种幼树移植成活率的概率为_____ (精确到0.1) .

13. (3分) (2013•大连) 化简: $x+1 - \frac{x^2+2x}{x+1} =$ _____.

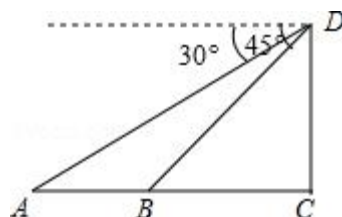
14. (3分) (2013•大连) 用一个圆心角为 90° 半径为32cm的扇形作为一个圆锥的侧面 (接缝处不重叠), 则这个圆锥的底面圆的半径为_____cm.

15. (3分) (2013•大连) 如图, 为了测量河的宽度AB, 测量人员在高21m的建筑物CD的顶端D处测得河岸B处的俯角为 45° , 测得河对岸A处的俯角为 30° (A、B、C在同一条直线上), 则河的宽度AB约为_____m (精确到0.1m). (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

16. (3分) (2013•大连) 如图, 抛物线 $y = x^2 + bx + \frac{9}{2}$ 与y轴相交于点A, 与过点A平行于x轴的直线相交于点B (点B在第一象限). 抛物线的顶点C在直线OB上, 对称轴与x轴相交于点D. 平移抛物线, 使其经过点A、D, 则平移后的抛物线的解析式为_____.



16 题图



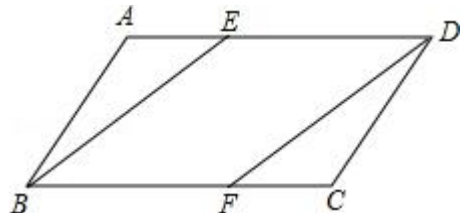
15 题图

三、解答题 (本题共4小题, 其中17、18、19题各9分, 20题12分, 共39分)

17. (9分) 计算: $(\frac{1}{5})^{-1} + (1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3}) - \sqrt{12}$. 18. (9分) 解不等式组:

$$\begin{cases} 2x-1 > x+1 \\ x+8 < 4(x-1) \end{cases}$$

19. (9分) (2013•大连) 如图, $\square ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在 AD 、 BC 上, 且 $AE=CF$. 求证: $BE=DF$.



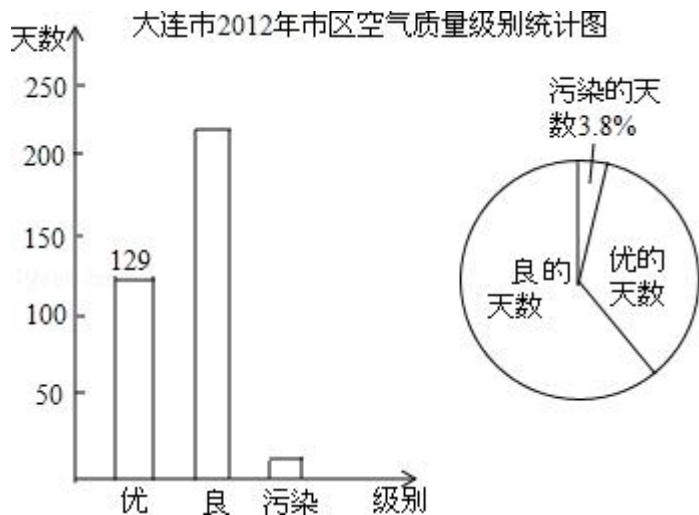
20. (12分) (2013•大连) 以下是根据《2012年大连市环境状况公报》中有关海水浴场环境质量和市区空气质量级别的数据制作的统计图表的一部分 (2012年共366天).

大连市2012年海水浴场环境空气质量监测结果统计表, 监测时段: 2012年7月至9月

浴场名称	优 (%)	良 (%)	差 (%)
浴场 1	25	75	0
浴场 2	30	70	0
浴场 3	30	70	0
浴场 4	40	60	0
浴场 5	50	50	0
浴场 6	30	70	0
浴场 7	10	90	0
浴场 8	10	50	40

根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 2012年7月至9月被监测的8个海水浴场环境质量最好的是_____ (填浴场名称), 海水浴场环境质量为优的数据的众数为_____, 海水浴场环境质量为良的数据的中位数为_____;
- (2) 2012年大连市区空气质量达到优的天数为_____天, 占全年 (366) 天的百分比约为_____ (精确到0.1%);
- (3) 求2012年大连市区空气质量为良的天数 (按四舍五入, 精确到个位).



四、解答题（本题共 3 小题，其中 21、22 题各 9 分，23 题 10 分，共 28 分）

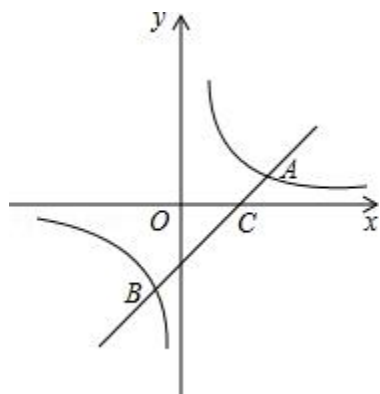
21. （9 分）（2013•大连）某超市购进 A、B 两种糖果，A 种糖果用了 480 元，B 种糖果用了 1260 元，A、B 两种糖果的重量比是 1：3，A 种糖果每千克的进价比 B 种糖果每千克的进价多 2 元．A、B 两种糖果各购进多少千克？

22. （9 分）（2013•大连）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=ax+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于点 A（m，1）、B（-1，n），与 x 轴相交于点 C（2，0），且

$$AC=\frac{\sqrt{2}}{2}OC.$$

（1）求该反比例函数和一次函数的解析式；

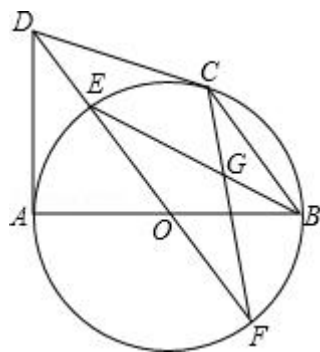
（2）直接写出不等式 $ax+b \geq \frac{k}{x}$ 的解集．



23. （10 分）（2013•大连）如图，AB 是⊙O 的直径，CD 与⊙O 相切于点 C，DA⊥AB，DO 及 DO 的延长线与⊙O 分别相交于点 E、F，EB 与 CF 相交于点 G．

（1）求证：DA=DC；

（2）⊙O 的半径为 3，DC=4，求 CG 的长．



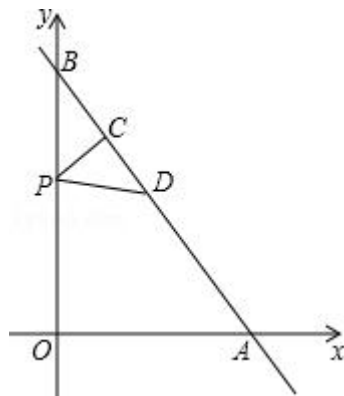
五、解答题（本题共 3 小题，其中 24 题 11 分，25、26 题各 12 分，共 35 分）

24. （11 分）（2013•大连）如图，一次函数 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A、

B. P 是射线 BO 上的一个动点（点 P 不与点 B 重合），过点 P 作 $PC \perp AB$ ，垂足为 C，在射线 CA 上截取 $CD = CP$ ，连接 PD. 设 $BP = t$.

（1） t 为何值时，点 D 恰好与点 A 重合？

（2）设 $\triangle PCD$ 与 $\triangle AOB$ 重叠部分的面积为 S ，求 S 与 t 的函数关系式，并直接写出 t 的取值范围.

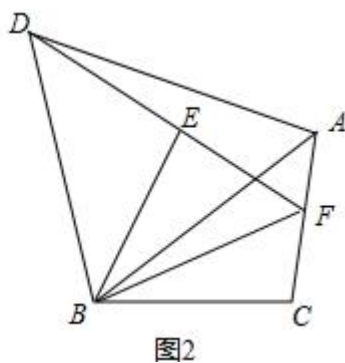
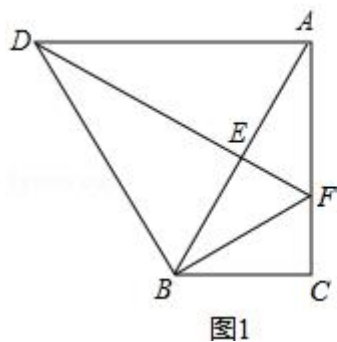


25. （12 分）（2013•大连）将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 α 得到 $\triangle DBE$ ，DE 的延长线与 AC 相交于点 F，连接 DA、BF.

（1）如图 1，若 $\angle ABC = \alpha = 60^\circ$ ， $BF = AF$.

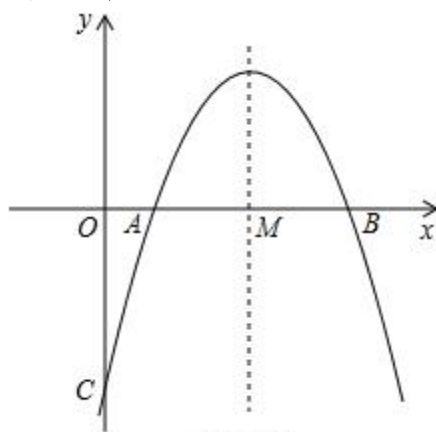
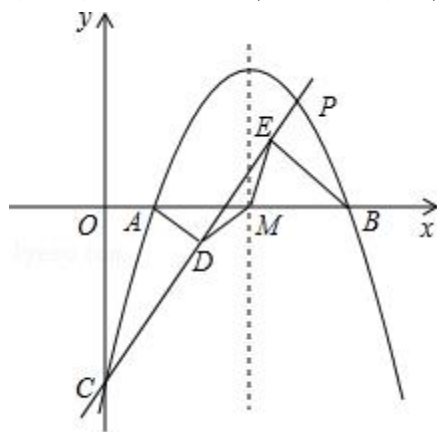
①求证：DA $\parallel$ BC；②猜想线段 DF、AF 的数量关系，并证明你的猜想；

（2）如图 2，若 $\angle ABC < \alpha$ ， $BF = mAF$ （ m 为常数），求 $\frac{DF}{AF}$ 的值（用含 m 、 α 的式子表示）.



26. (12 分) (2013•大连) 如图, 抛物线 $y = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{24}{5}x - 4$ 与 x 轴相交于点 A、B, 与 y 轴相交于点 C, 抛物线的对称轴与 x 轴相交于点 M. P 是抛物线在 x 轴上方的一个动点 (点 P、M、C 不在同一条直线上). 分别过点 A、B 作直线 CP 的垂线, 垂足分别为 D、E, 连接点 MD、ME.

- (1) 求点 A、B 的坐标 (直接写出结果), 并证明 $\triangle MDE$ 是等腰三角形;
- (2) $\triangle MDE$ 能否为等腰直角三角形? 若能, 求此时点 P 的坐标; 若不能, 说明理由;
- (3) 若将“P 是抛物线在 x 轴上方的一个动点 (点 P、M、C 不在同一条直线上)”改为“P 是抛物线在 x 轴下方的一个动点”, 其他条件不变, $\triangle MDE$ 能否为等腰直角三角形? 若能, 求此时点 P 的坐标 (直接写出结果); 若不能, 说明理由.



备用图

2013 年辽宁省大连市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确）

1. （3 分）

考点：相反数.

分析：一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号.

解答：解：-2 的相反数是 2.

故选：D.

点评：本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号. 一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0.

2. （3 分）

考点：简单组合体的三视图.

分析：找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

解答：解：从上面看易得三个横向排列的正方形.

故选 A.

点评：本题考查了三视图的知识，要求同学们掌握俯视图是从物体的上面看得到的视图.

3. （3 分）

考点：幂的乘方与积的乘方.

分析：根据幂的乘方法则进行解答即可.

解答：解： $(x^2)^3 = x^6$,

故选：D.

点评：本题考查的是幂的乘方法则，即幂的乘方法则：底数不变，指数相乘.

4. （3 分）

考点：概率公式.

分析：根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情況数目；二者的比值就是其发生的概率.

解答：解：袋子中球的总数为：2+3=5,

取到黄球的概率为： $\frac{2}{5}$

故选：B.

点评：此题主要考查了概率的求法，如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

5. （3 分）

考点：角平分线的定义.

分析：首先根据角平分线定义可得 $\angle BOD = 2\angle BOC = 70^\circ$ ，再根据邻补角的性质可得 $\angle AOD$ 的度数.

解答：解： $\because$ 射线 OC 平分 $\angle DOB$.

$\therefore \angle BOD = 2\angle BOC$,

$\therefore \angle COB = 35^\circ$,

$$\therefore \angle DOB = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

故选：C.

点评：此题主要考查了角平分线定义，关键是掌握角平分线把角分成相等的两部分.

6. (3分)

考点：根的判别式.

专题：计算题.

分析：由方程没有实数根，得到根的判别式的值小于0，列出关于m的不等式，求出不等式的解集即可得到m的范围.

解答：解： $\because \Delta = (-4)^2 - 4m = 16 - 4m < 0,$
 $\therefore m > 4.$

故选D

点评：此题考查了根的判别式，熟练掌握根的判别式的意义是解本题的关键.

7. (3分)

考点：加权平均数.

专题：压轴题.

分析：根据加权平均数的计算公式用捐款的总钱数除以8即可得出答案.

解答：解：根据题意得：
 $(5 \times 2 + 6 \times 3 + 7 \times 2 + 10 \times 1) \div 8 = 6.5$ (元)；
 故选C.

点评：此题考查了加权平均数，掌握加权平均数的计算公式是解题的关键，属于基础题.

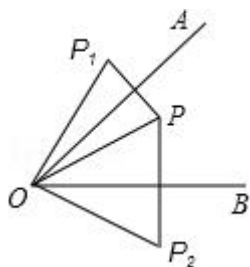
8. (3分)

考点：轴对称的性质.

专题：压轴题.

分析：作出图形，根据轴对称的性质求出 OP_1 、 OP_2 的数量与夹角即可得解.

解答：解：如图， $\because$ 点P关于直线OA、OB的对称点 P_1 、 P_2 ，
 $\therefore OP_1 = OP_2 = OP,$
 $\angle AOP = \angle AOP_1, \angle BOP = \angle BOP_2,$
 $\therefore \angle P_1OP_2 = \angle AOP + \angle AOP_1 + \angle BOP + \angle BOP_2,$
 $= 2(\angle AOP + \angle BOP),$
 $= 2\angle AOB,$
 $\therefore \angle AOB$ 度数任意，
 $\therefore OP_1 \perp OP_2$ 不一定成立.
 故选：B.



点评：本题考查了轴对称的性质，是基础题，熟练掌握性质是解题的关键，作出图形更形象直观.

二、填空题（本题 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

9. (3 分)

考点：因式分解-提公因式法.

分析：根据观察可知原式公因式为 x ，直接提取可得.

解答：解： $x^2+x=x(x+1)$.

点评：本题考查了提公因式法分解因式，通过观察可直接得出公因式，结合观察法是解此类题目的常用的方法.

10. (3 分)

考点：点的坐标.

分析：根据各象限内点的坐标特征解答.

解答：解：点 $(2, -4)$ 在第四象限.

故答案为：四.

点评：本题考查了各象限内点的坐标的符号特征，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限 $(+, +)$ ；第二象限 $(-, +)$ ；第三象限 $(-, -)$ ；第四象限 $(+, -)$.

11. (3 分)

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答：解：将 16 000 000 用科学记数法表示为： 1.6×10^7 .

故答案为： 1.6×10^7 .

点评：此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分)

考点：利用频率估计概率.

分析：对于不同批次的幼树移植成活率往往误差会比较大，为了减少误差，我们经常采用多批次计算求平均数的方法.

解答：解： $\bar{x} = (0.923+0.883+0.890+0.915+0.905+0.897+0.902) \div 7 \approx 0.9$,

$\therefore$ 这种幼树移植成活率的概率约为 0.9.

故本题答案为： 0.9.

点评：此题主要考查了利用频率估计概率，大量反复试验下频率稳定值即概率. 用到的知识点为：频率=所求情况数与总情况数之比.

13. (3 分)

考点：分式的加减法.

专题：计算题.

分析：先通分，再把分子相加减即可.

解答:

$$\text{解: 原式} = \frac{(x+1)^2}{x+1} - \frac{x^2+2x}{x+1}$$

$$= \frac{x^2+2x+1 - x^2 - 2x}{x+1}$$

$$= \frac{1}{x+1}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{x+1}.$$

点评: 本题考查的是分式的加减法, 异分母分式加减把分母不相同的几个分式化成分母相同的分式, 再把分子相加减即可.

14. (3 分)

考点: 圆锥的计算.

分析: 半径为 32cm, 圆心角为 90° 的扇形的弧长是 $\frac{90\pi \times 32}{180} = 16\pi$, 圆锥的底面周长等于侧面展开

图的扇形弧长, 因而圆锥的底面周长是 16π , 设圆锥的底面半径是 r , 则得到 $2\pi r = 16\pi$, 求出 r 的值即可.

解答: 解: $\therefore \frac{90\pi \times 32}{180} = 16\pi$,

圆锥的底面周长等于侧面展开图的扇形弧长,

$\therefore$ 圆锥的底面周长是 $16\pi\text{cm}$,

设圆锥的底面半径是 r ,

则得到 $2\pi r = 16\pi$,

解得: $r = 8$ (cm) .

故答案为: 8.

点评: 本题考查了有关扇形和圆锥的相关计算. 解题思路: 解决此类问题时要紧紧抓住两者之间的两个对应关系:

(1) 圆锥的母线长等于侧面展开图的扇形半径; (2) 圆锥的底面周长等于侧面展开图的扇形弧长. 正确对这两个关系的记忆是解题的关键.

15. (3 分)

考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

专题: 压轴题.

分析: 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中求出 AC , 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中求出 BC , 继而可得出 AB .

解答: 解: 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $CD = 21\text{m}$, $\angle DAC = 30^\circ$,

则 $AC = \sqrt{3}CD \approx 36.3\text{m}$;

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\angle DBC = 45^\circ$,

则 $BC = CD = 21\text{m}$,

故 $AB = AC - BC = 15.3\text{m}$.

故答案为: 15.3.

点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题关键是构造直角三角形, 理解俯角的定义, 能利用三角函数表示线段的长度.

16. (3 分)

考点: 二次函数图象与几何变换.

专题：压轴题.

分析：先求出点 A 的坐标，再根据中位线定理可得顶点 C 的纵坐标，然后利用顶点坐标公式列式求出 b 的值，再求出点 D 的坐标，根据平移的性质设平移后的抛物线的解析式为 $y=x^2+mx+n$ ，把点 A、D 的坐标代入进行计算即可得解.

解答：解：∵令 $x=0$ ，则 $y=\frac{9}{2}$ ，

∴点 A $(0, \frac{9}{2})$ ，

根据题意，点 A、B 关于对称轴对称，

∴顶点 C 的纵坐标为 $\frac{1}{2} \times \frac{9}{2} = \frac{9}{4}$ ，

$$\text{即 } \frac{4 \times 1 \times \frac{9}{2} - b^2}{4 \times 1} = \frac{9}{4},$$

解得 $b_1=3$ ， $b_2=-3$ ，

由图可知， $-\frac{b}{2 \times 1} > 0$ ，

∴ $b < 0$ ，

∴ $b = -3$ ，

∴对称轴为直线 $x = -\frac{-3}{2 \times 1} = \frac{3}{2}$ ，

∴点 D 的坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$ ，

设平移后的抛物线的解析式为 $y=x^2+mx+n$ ，

$$\text{则 } \begin{cases} n = \frac{9}{2} \\ \frac{9}{4} + \frac{3}{2}m + n = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m = -\frac{9}{2} \\ n = \frac{9}{2} \end{cases},$$

所以， $y = x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{9}{2}$ 。

故答案为： $y = x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{9}{2}$ 。

点评：本题考查了二次函数图象与几何变换，根据二次函数图象的对称性确定出顶点 C 的纵坐标是解题的关键，根据平移变换不改变图形的形状与大小确定二次项系数不变也很重要。

三、解答题（本题共 4 小题，其中 17、18、19 题各 9 分，20 题 12 分，共 39 分）

17. （9 分）

考点：二次根式的混合运算；负整数指数幂。

分析：分别进行负整数指数幂、平方差公式、二次根式的化简等运算，然后合并即可。

解答：解：原式 $= 5 + 1 - 3 - 2\sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3}$ 。

点评: 本题考查了二次根式的混合运算, 涉及了负整数指数幂、平方差公式、二次根式的化简等知识, 属于基础题, 解题的关键是掌握各知识点的运算法则.

18. (9 分)

考点: 解一元一次不等式组.

专题: 计算题; 压轴题.

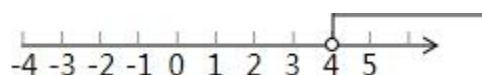
分析: 先分别求出各不等式的解集, 再求其公共解集即可.

解答: 解: 解不等式①得: $x > 2$

解不等式②得: $x > 4$

在数轴上分别表示①②的解集为:

$\therefore$ 不等式的解集为: $x > 4$.



点评: 求不等式的解集应遵循“同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了”的原则.

19. (9 分)

考点: 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题; 压轴题.

分析: 根据平行四边形性质得出 $AD \parallel BC$, $AD=BC$, 求出 $DE=BF$, $DE \parallel BF$, 得出四边形 DEBF 是平行四边形, 根据平行四边形的性质推出即可.

解答: 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AD=BC$,

$\therefore AE=CF$,

$\therefore DE=BF$, $DE \parallel BF$,

$\therefore$ 四边形 DEBF 是平行四边形,

$\therefore BE=DF$.

点评: 本题考查了平行四边形的性质和判定的应用, 注意: 平行四边形的对边平行且相等.

20. (12 分)

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 统计表; 中位数; 众数.

专题: 压轴题.

分析: (1) 根据优所占的百分比越大, 良的百分比越小, 即可得出 8 个海水浴场环境质量最好的浴场; 再根据众数的定义和中位数的定义即可得出答案; 众数是一组数据中出现次数最多的数; 中位数是中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数).

(2) 根据图形所给的数可直接得出 2012 年大连市区空气质量达到优的天数, 总用得出的天数除以 366, 即可得出所占的百分比;

(3) 根据污染的天数所占的百分比求出污染的天数, 再用总天数减去优的天数和污染的天数, 即可得出良的天数.

解答: 解: (1) 2012 年 7 月至 9 月被监测的 8 个海水浴场环境质量最好的是浴场 5, 海水浴场环境质量为优的数据 30 出现了 3 次, 出现的次数最多, 则海水浴场环境质量为优的数据的众数为 30; 把海水浴场环境质量为良的数据从小到大排列为: 50, 50, 60, 70, 70, 70, 75, 90, 海水浴场环境质量为良的数据的中位数为 $(70+70) \div 2=70$; 故答案为: 浴场 5, 30, 70;

(2) 从条形图中可以看出 2012 年大连市区空气质量达到优的天数为 129 天, 所占的百分比是 $\frac{129}{366} \times 100\% = 35.2\%$;

故答案为: 129, 35.2%;

(3) 污染的天数是: $366 \times 3.8\% \approx 14$ (天), 良的天数是 $366 - 129 - 14 = 223$ (天), 答: 2012 年大连市区空气质量为良的天数是 223 天.

点评: 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键; 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小; 众数是一组数据中出现次数最多的数; 中位数是中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数).

四、解答题 (本题共 3 小题, 其中 21、22 题各 9 分, 23 题 10 分, 共 28 分)

21. (9 分)

考点: 分式方程的应用.

分析: 先设 A 种糖果购进 x 千克, 则 B 种糖果购进 3x 千克, 根据 A、B 两种糖果的重量比是 1: 3, A 种糖果每千克的进价比 B 种糖果每千克的进价多 2 元, 列出不等式, 求出 x 的值, 再进行检验即可得出答案.

解答: 解: 设 A 种糖果购进 x 千克, 则 B 种糖果购进 3x 千克, 根据题意得:

$$\frac{480}{x} - \frac{1260}{3x} = 2,$$

解得: $x=30$,

经检验 $x=30$ 是原方程的解,

则 B 购进的糖果是: $30 \times 3 = 90$ (千克),

答: A 种糖果购进 30 千克, B 种糖果购进 90 千克.

点评: 此题考查了分式方程的应用, 分析题意, 找到合适的等量关系是解决问题的关键, 等量关系为: 价格 = $\frac{\text{总钱数}}{\text{斤数}}$.

22. (9 分)

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 计算题; 压轴题.

分析: (1) 过 A 作 AD 垂直于 x 轴, 如图所示, 由 C 的坐标求出 OC 的长, 根据 $AC = \frac{\sqrt{2}}{2} OC$ 求出 AC 的长, 由 A 的纵坐标为 1, 得到 AD=1, 利用勾股定理求出 CD 的长, 有 $OC+CD$ 求出 OD 的长, 确定出 m 的值, 将 A 与 C 坐标代入一次函数解析式求出 a 于 b 的值, 即可得出一一次函数解析式; 将 A 坐标代入反比例函数解析式求出 k 的值, 即可确

定出反比例解析式；

(2) 将 B 坐标代入反比例解析式中求出 n 的值，确定出 B 坐标，利用图形即可得出所求不等式的解集.

解答: 解: (1) 过 A 作 $AD \perp x$ 轴，可得 $AD=1$ ，

$\because C(2, 0)$ ，即 $OC=2$ ，

$$\therefore AC = \frac{\sqrt{2}}{2} OC = \sqrt{2}.$$

在 $Rt\triangle ACD$ 中，根据勾股定理得: $CD=1$ ，

$$\therefore OD = OC + CD = 2 + 1 = 3,$$

$\therefore A(3, 1)$ ，

将 A 与 C 坐标代入一次函数解析式得:
$$\begin{cases} 3a+b=1 \\ 2a+b=0 \end{cases}$$

解得: $a=1$ ， $b=-2$ ，

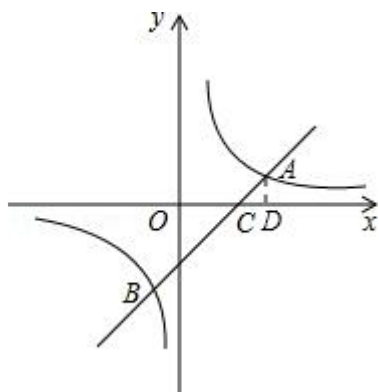
$\therefore$ 一次函数解析式为 $y=x-2$ ；

将 A $(3, 1)$ 代入反比例解析式得: $k=3$ ，

则反比例解析式为 $y = \frac{3}{x}$ ；

(2) 将 B $(-1, n)$ 代入反比例解析式得: $n=-3$ ，即 B $(-1, -3)$ ，

根据图形得: 不等式 $ax+b \geq \frac{k}{x}$ 的解集为 $-1 \leq x < 0$ 或 $x \geq 3$.



点评: 此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，涉及的知识有：坐标与图形性质，待定系数法求函数解析式，利用数形结合的思想，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

23. (10 分)

解答: (1) 证明: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $AB \perp DA$,
 $\therefore AD$ 是 $\odot O$ 的切线,
 $\because DC$ 是 $\odot O$ 切线,
 $\therefore DA=DC$.

(2) 解: 连接 BF 、 CE 、 AC ,
 由切线长定理得: $DC=DA=4$, $DO \perp AC$,
 $\therefore DO$ 平分 AC ,
 在 $Rt\triangle DAO$ 中, $AO=3$, $AD=4$, 由勾股定理得: $DO=5$,
 $\therefore$ 由三角形面积公式得: $\frac{1}{2}DA \cdot AO = \frac{1}{2}DO \cdot AM$,

$$\text{则 } AM = \frac{12}{5},$$

$$\text{同理 } CM = AM = \frac{12}{5},$$

$$AC = \frac{24}{5}.$$

$\because AB$ 是直径,
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$$\text{由勾股定理得: } BC = \sqrt{6^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{18}{5}.$$

$\because \angle GCB = \angle GEF$, $\angle GFE = \angle GBC$, (圆周角定理)
 $\therefore \triangle BGC \sim \triangle FGE$,

$$\therefore \frac{CG}{EG} = \frac{BC}{EF} = \frac{\frac{18}{5}}{6} = \frac{3}{5},$$

在 $Rt\triangle OMC$ 中, $CM = \frac{12}{5}$, $OC = 3$, 由勾股定理得: $OM = \frac{9}{5}$.

在 $Rt\triangle EMC$ 中, $CM = \frac{12}{5}$, $ME = OE - OM = 3 - \frac{9}{5} = \frac{6}{5}$, 由勾股定理得: $CE = \frac{6}{5}\sqrt{5}$.

在 $Rt\triangle CEF$ 中, $EF = 6$, $CE = \frac{6}{5}\sqrt{5}$, 由勾股定理得: $CF = \frac{12}{5}\sqrt{5}$.

$$\because CF = CG + GF, \quad \frac{CG}{EG} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore CG = \frac{3}{8}CF = \frac{3}{8} \times \frac{12}{5}\sqrt{5} = \frac{9}{10}\sqrt{5}.$$

∴当 $t = \frac{25}{7}$ 时, 点 D 恰好与点 A 重合.

(2) 当点 P 与点 O 重合时, $t = 4$;

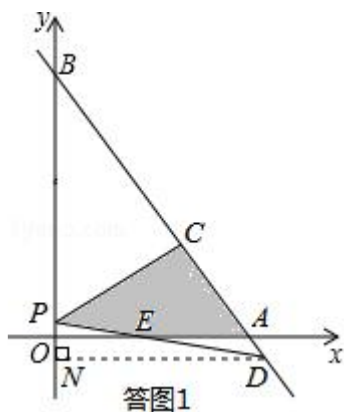
当点 C 与点 A 重合时, 由 $BC = BA$, 即 $\frac{4}{5}t = 5$, 得 $t = \frac{25}{4}$.

点 P 在射线 BO 上运动的过程中:

①当 $0 < t \leq \frac{25}{7}$ 时, 如题图所示:

$$\text{此时 } S = S_{\triangle PCD} = \frac{1}{2} CP \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} t \cdot \frac{3}{5} t = \frac{9}{50} t^2;$$

②当 $\frac{25}{7} < t \leq 4$ 时, 如答图 1 所示, 设 PD 与 x 轴交于点 E.



$$BD = BC + CD = \frac{4}{5}t + \frac{3}{5}t = \frac{7}{5}t,$$

$$\text{过点 D 作 } DN \perp y \text{ 轴于点 N, 则 } ND = BD \cdot \sin \angle ABO = \frac{7}{5}t \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{25}t, \quad BN = BD \cdot \cos \angle ABO = \frac{7}{5}t \cdot \frac{4}{5} = \frac{28}{25}t.$$

$$\therefore PN = BN - BP = \frac{28}{25}t - t = \frac{3}{25}t, \quad ON = BN - OB = \frac{28}{25}t - 4.$$

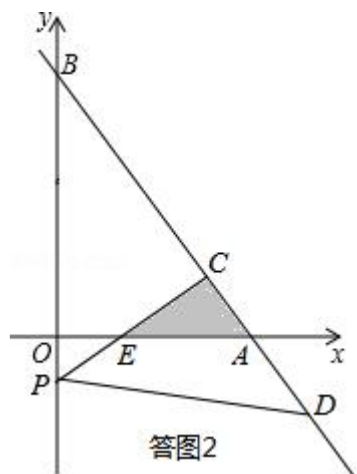
∵ $ND \parallel x$ 轴,

$$\therefore \frac{OE}{ND} = \frac{OP}{PN}, \quad \text{即 } \frac{OE}{\frac{21}{25}t} = \frac{4-t}{\frac{3}{25}t}, \quad \text{得: } OE = 28 - 7t.$$

$$\therefore AE = OA - OE = 3 - (28 - 7t) = 7t - 25.$$

$$\text{故 } S = S_{\triangle PCD} - S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} CP \cdot CD - \frac{1}{2} AE \cdot ON = \frac{9}{50} t^2 - \frac{1}{2} (7t - 25) \left(\frac{28}{25}t - 4 \right) = -\frac{187}{50} t^2 + 28t - 50;$$

③当 $4 < t \leq \frac{25}{4}$ 时, 如答图 2 所示, 设 PC 与 x 轴交于点 E.



$$AC = AB - BC = 5 - \frac{4}{5}t,$$

$$\because \tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{4}{3}, \therefore CE = AC \cdot \tan \angle OAB = \left(5 - \frac{4}{5}t\right) \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3} - \frac{16}{15}t.$$

$$\text{故 } S = S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2}AC \cdot CE = \frac{1}{2} \left(5 - \frac{4}{5}t\right) \cdot \left(\frac{20}{3} - \frac{16}{15}t\right) = \frac{32}{75}t^2 - \frac{16}{3}t + \frac{50}{3};$$

④当 $t > \frac{25}{4}$ 时, 无重合部分, 故 $S = 0$.

综上所述, S 与 t 的函数关系式为:

$$S = \begin{cases} \frac{9}{50}t^2 & (0 < t \leq \frac{25}{7}) \\ -\frac{187}{50}t^2 + 28t - 50 & (\frac{25}{7} < t \leq 4) \\ \frac{32}{75}t^2 - \frac{16}{3}t + \frac{50}{3} & (4 < t \leq \frac{25}{4}) \\ 0 & (t > \frac{25}{4}) \end{cases}.$$

25. (12 分)

解答: (1) 证明: ①由旋转性质可知, $\angle DBE = \angle ABC = 60^\circ$, $BD = AB$

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形,

$\therefore \angle DAB = 60^\circ$,

$\therefore \angle DAB = \angle ABC$,

$\therefore DA \parallel BC$.

②猜想: $DF = 2AF$.

证明: 如答图 1 所示, 在 DF 上截取 $DG = AF$, 连接 BG .

$$\therefore \frac{DF}{AF} = 1 + 2m \sin \frac{\alpha}{2}.$$

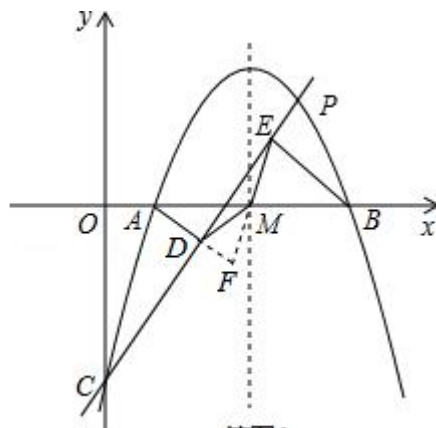
26. (12 分)

解答:

解: (1) 抛物线解析式为 $y = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{24}{5}x - 4$, 令 $y=0$,

即 $-\frac{4}{5}x^2 + \frac{24}{5}x - 4 = 0$, 解得 $x=1$ 或 $x=5$, $\therefore A(1, 0)$, $B(5, 0)$.

如答图 1 所示, 分别延长 AD 与 EM , 交于点 F .



答图1

$\because AD \perp PC$, $BE \perp PC$, $\therefore AD \parallel BE$, $\therefore \angle MAF = \angle MBE$.

在 $\triangle AMF$ 与 $\triangle BME$ 中,

$$\begin{cases} \angle MAF = \angle MBE \\ MA = MB \\ \angle AMF = \angle BME \end{cases},$$

$\therefore \triangle AMF \cong \triangle BME$ (ASA),

$\therefore ME = MF$, 即点 M 为 $Rt\triangle EDF$ 斜边 EF 的中点,

$\therefore MD = ME$, 即 $\triangle MDE$ 是等腰三角形.

(2) 答: 能.

抛物线解析式为 $y = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{24}{5}x - 4 = -\frac{4}{5}(x-3)^2 + \frac{16}{5}$,

$\therefore$ 对称轴是直线 $x=3$, $M(3, 0)$;

令 $x=0$, 得 $y=-4$, $\therefore C(0, -4)$.

$\triangle MDE$ 为等腰直角三角形, 有 3 种可能的情形:

①若 $DE \perp EM$,

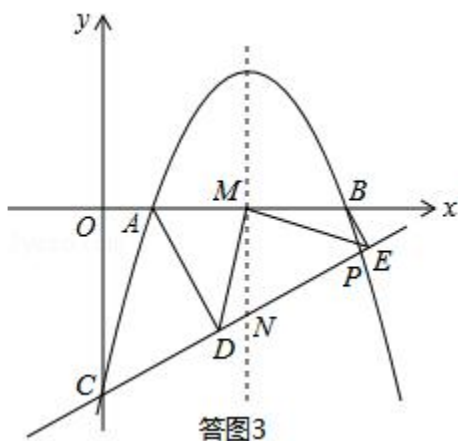
由 $DE \perp BE$, 可知点 E 、 M 、 B 在一条直线上,

而点 B 、 M 在 x 轴上, 因此点 E 必然在 x 轴上,

由 $DE \perp BE$, 可知点 E 只能与点 O 重合, 即直线 PC 与 y 轴重合, 不符合题意, 故此情况不存在;

②若 $DE \perp DM$, 与①同理可知, 此种情况不存在;

③若 $EM \perp DM$, 如答图 2 所示:



答图3

$\because MD \perp ME, MA \perp MN, \therefore \angle DMN = \angle EMB.$

在 $\triangle DMN$ 与 $\triangle EMB$ 中,

$$\begin{cases} \angle DMN = \angle EMB \\ MD = ME \\ \angle MDN = \angle MEB = 45^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle DMN \cong \triangle EMB$ (ASA),

$\therefore MN = MB.$

$\therefore N(3, -2).$

设直线 PC 解析式为 $y = kx + b$, $\because$ 点 $N(3, -2)$, $C(0, -4)$ 在抛物线上,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = -2 \\ b = -4 \end{cases}, \text{ 解得 } k = \frac{2}{3}, b = -4, \therefore y = \frac{2}{3}x - 4.$$

综上所述, $\triangle MDE$ 能成为等腰直角三角形, 此时点 P 坐标为 $(\frac{31}{6}, -\frac{5}{9})$,

将 $y = \frac{2}{3}x - 4$ 代入抛物线解析式得: $\frac{2}{3}x - 4 = -\frac{4}{5}x^2 + \frac{24}{5}x - 4$,

解得: $x = 0$ 或 $x = \frac{31}{6}$,

当 $x = 0$ 时, 交点为点 C; 当 $x = \frac{31}{6}$ 时, $y = \frac{2}{3}x - 4 = -\frac{5}{9}$.

$\therefore P(\frac{31}{6}, -\frac{5}{9}).$

综上所述, $\triangle MDE$ 能成为等腰直角三角形, 此时点 P 坐标为 $(\frac{31}{6}, -\frac{5}{9})$.