

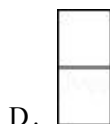
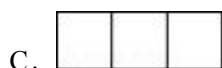
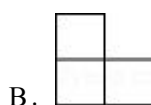
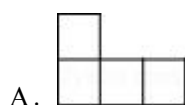
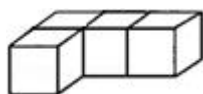
2012 年辽宁省鞍山市中考数学试卷

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，请将正确选项前的字母填入下面的表格内，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 6 的相反数是 ()

- A. -6 B. $\frac{1}{6}$ C. ± 6 D. $\sqrt{6}$

2. (3 分) 如图，下面是由四个完全相同的正方体组成的几何体，这个几何体的主视图是 ()



3. (3 分) 据分析，到 2015 年左右，我国纯电驱动的新能源汽车销量预计达到 250000 辆，250000 用科学记数法表示为 ()

- A. 2.5×10^6 B. 2.5×10^4 C. 2.5×10^{-4} D. 2.5×10^5

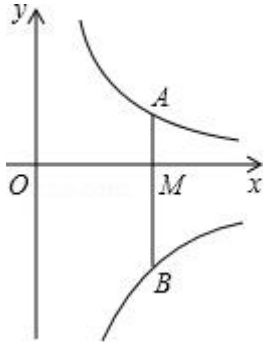
4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $x^6 + x^3 = x^9$ B. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ C. $(xy)^3 = xy^3$ D. $x^4 \div x^2 = x^2$

5. (3 分) 下列图形是中心对称图形的是 ()

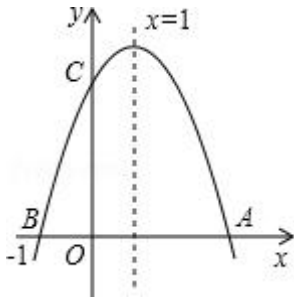


6. (3 分) 如图，点 A 在反比例函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象上，点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上， $AB \perp x$ 轴于点 M，且 $AM : MB = 1 : 2$ ，则 k 的值为 ()



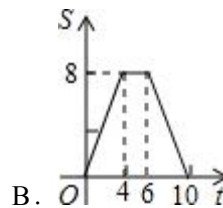
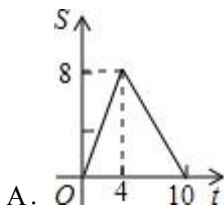
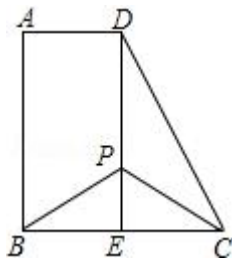
- A. 3 B. -6 C. 2 D. 6

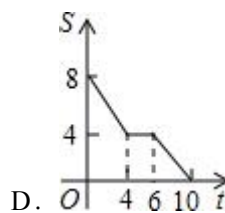
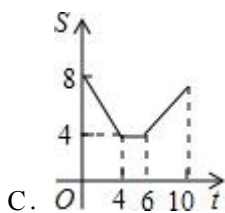
7. (3分) 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 B 坐标 $(-1, 0)$, 下面的四个结论: ① $OA = 3$; ② $a + b + c < 0$; ③ $ac > 0$; ④ $b^2 - 4ac > 0$. 其中正确的结论是 ()



- A. ①④ B. ①③ C. ②④ D. ①②

8. (3分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $AB = BC = 4$, $DE \perp BC$ 于点 E , 且 E 是 BC 中点; 动点 P 从点 E 出发沿路径 $ED \rightarrow DA \rightarrow AB$ 以每秒 1 个单位长度的速度向终点 B 运动; 设点 P 的运动时间为 t 秒, $\triangle PBC$ 的面积为 S , 则下列能反映 S 与 t 的函数关系的图象是 ()

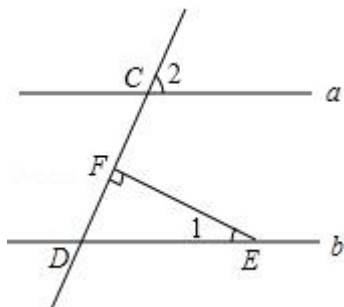




二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9. (3 分) $-\sqrt{3}$ 的绝对值是_____.

10. (3 分) 如图，直线 $a \parallel b$, $EF \perp CD$ 于点 F , $\angle 2 = 65^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数是_____.



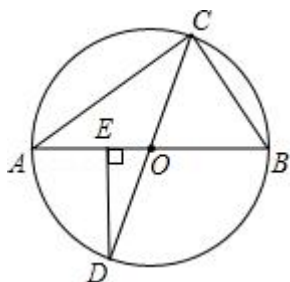
11. (3 分) 在平面直角坐标系中，将点 $P(-1, 4)$ 向右平移 2 个单位长度后，再向下平移 3 个单位长度，得到点 P_1 , 则点 P_1 的坐标为_____.

12. (3 分) 已知圆锥的母线长为 8cm , 底面圆的半径为 3cm , 则圆锥的侧面展开图的面积是_____ cm^2 .

13. (3 分) 甲、乙、丙三个芭蕾舞团各有 10 名女演员，她们的平均身高都是 165cm , 其方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 1.5$, $S_{\text{乙}}^2 = 2.5$, $S_{\text{丙}}^2 = 0.8$, 则_____团女演员身高更整齐（填甲、乙、丙中一个）.

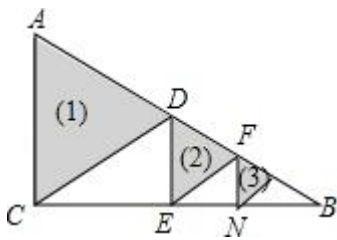
14. (3 分) A 、 B 两地相距 10 千米，甲、乙二人同时从 A 地出发去 B 地，甲的速度是乙的速度的 3 倍，结果甲比乙早到 $\frac{1}{3}$ 小时. 设乙的速度为 x 千米/时，可列方程为_____.

15. (3 分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 、 CD 为 $\odot O$ 直径， $DE \perp AB$ 于点 E , $\sin A = \frac{1}{2}$, 则 $\angle D$ 的度数是_____.



16. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $AC = a$, 作斜边 AB 边中线 CD , 得到第一个三角形 ACD ; $DE \perp BC$ 于点 E , 作 $\text{Rt}\triangle BDE$ 斜边 DB 上中线 EF , 得到第二个

三角形 DEF ；依此作下去…则第 n 个三角形的面积等于_____.

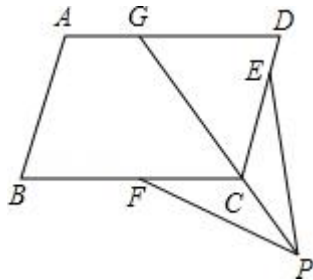


三、解答题（17、18、19 小题各 8 分，共 24 分）

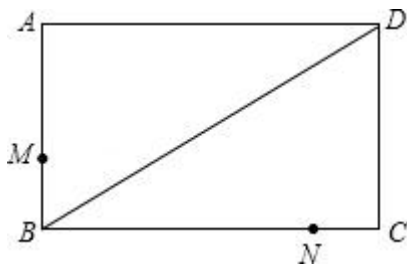
17.（8 分）先化简，再求值： $(1 - \frac{1}{x-1}) \div \frac{x^2-4}{x^2+4x+4}$ ，其中 $x = (\frac{1}{3})^{-1} + 1$.

18.（8 分）如图，点 G 、 E 、 F 分别在平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 、 DC 和 BC 上， $DG = DC$ ， $CE = CF$ ，点 P 是射线 GC 上一点，连接 FP ， EP .

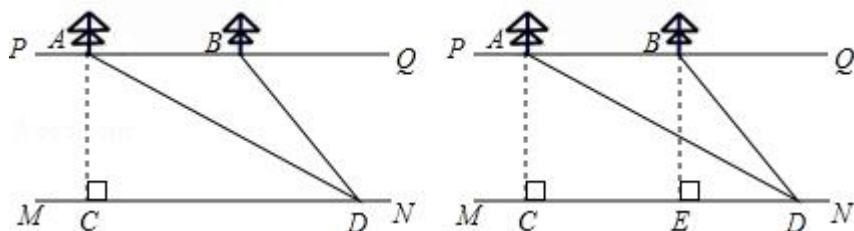
求证： $FP = EP$.



19.（8 分）如图，某社区有一矩形广场 $ABCD$ ，在边 AB 上的 M 点和边 BC 上的 N 点分别有一棵景观树，为了进一步美化环境，社区欲在 BD 上（点 B 除外）选一点 P 再种一棵景观树，使得 $\angle MPN = 90^\circ$ ，请在图中利用尺规作图画点 P 的位置（要求：不写已知、求证、作法和结论，保留作图痕迹）.



20.（10 分）如图，某河的两岸 PQ 、 MN 互相平行，河岸 PQ 上的点 A 处和点 B 处各有一棵大树， $AB = 30$ 米，某人在河岸 MN 上选一点 C ， $AC \perp MN$ ，在直线 MN 上从点 C 前进一段路程到达点 D ，测得 $\angle ADC = 30^\circ$ ， $\angle BDC = 60^\circ$ ，求这条河的宽度.（ $\sqrt{3} \approx 1.732$ ，结果保留三个有效数字）.



21. (10分) 现有两个不透明的乒乓球盒, 甲盒中装有 1 个白球和 2 个红球, 乙盒中装有 2 个白球和若干个红球, 这些小球除颜色不同外, 其余均相同. 若从乙盒中随机摸出一个球, 摸到红球的概率为 $\frac{3}{5}$.

(1) 求乙盒中红球的个数;

(2) 若先从甲盒中随机摸出一个球, 再从乙盒中随机摸出一个球, 请用树形图或列表法求两次摸到不同颜色的球的概率.

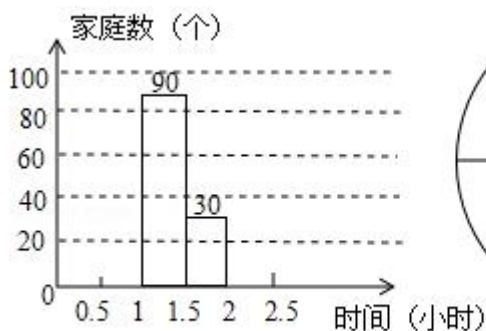
22. (10分) 为增强环保意识, 某社区计划开展一次“减碳环保, 减少用车时间”的宣传活动, 对部分家庭五月份的平均每天用车时间进行了一次抽样调查, 并根据收集的数据绘制了下面两幅不完整的统计图. 请根据图中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 本次抽样调查了多少个家庭?

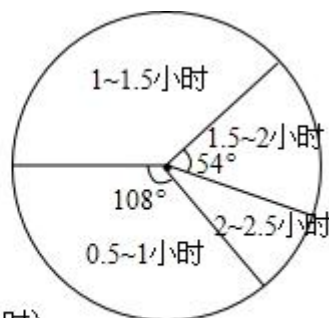
(2) 将图①中的条形图补充完整, 直接写出用车时间的中位数落在哪个时间段内;

(3) 求用车时间在 1~1.5 小时的部分对应的扇形圆心角的度数;

(4) 若该社区有车家庭有 1600 个, 请你估计该社区用车时间不超过 1.5 小时的约有多少个家庭?



图①

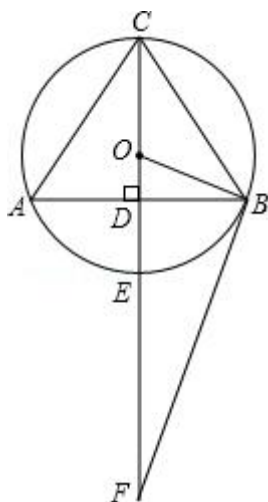


图②

23. (10分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, $AB = 4$, 过圆心 O 的直线垂直 AB 于点 D , 交 $\odot O$ 于点 C 和点 E , 连接 AC 、 BC 、 OB , $\cos \angle ACB = \frac{1}{3}$, 延长 OE 到点 F , 使 $EF = 2OE$.

(1) 求 $\odot O$ 的半径;

(2) 求证: BF 是 $\odot O$ 的切线.



24. (12分) 某实验学校为开展研究性学习, 准备购买一定数量的两人学习桌和三人学习桌, 如果购买3张两人学习桌, 1张三人学习桌需220元; 如果购买2张两人学习桌, 3张三人学习桌需310元.

(1) 求两人学习桌和三人学习桌的单价;

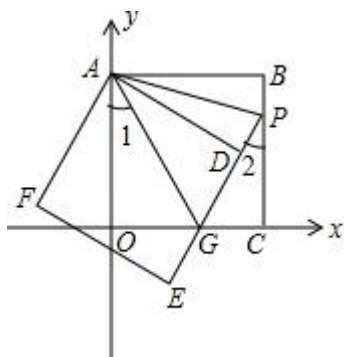
(2) 学校欲投入资金不超过6000元, 购买两种学习桌共98张, 以至少满足248名学生的需求, 设购买两人学习桌 x 张, 购买两人学习桌和三人学习桌的总费用为 W 元, 求出 W 与 x 的函数关系式; 求出所有的购买方案.

25. (12分) 如图, 正方形 $ABCO$ 的边 OA 、 OC 在坐标轴上, 点 B 坐标 $(3, 3)$, 将正方形 $ABCO$ 绕点 A 顺时针旋转角度 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 得到正方形 $ADEF$, ED 交线段 OC 于点 G , ED 的延长线交线段 BC 于点 P , 连 AP 、 AG .

(1) 求证: $\triangle AOG \cong \triangle ADG$;

(2) 求 $\angle PAG$ 的度数; 并判断线段 OG 、 PG 、 BP 之间的数量关系, 说明理由;

(3) 当 $\angle 1 = \angle 2$ 时, 求直线 PE 的解析式.

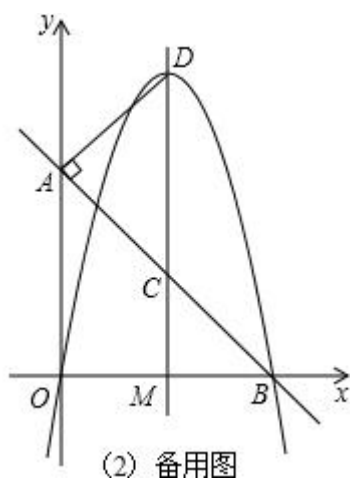
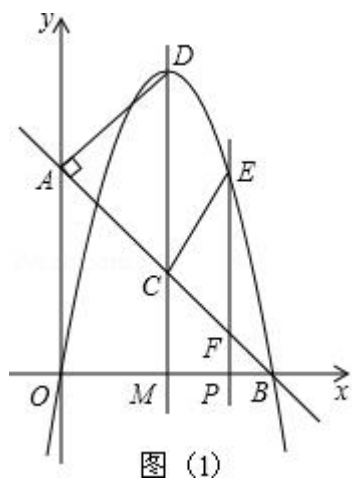


26. (14分) 如图, 直线 AB 交 x 轴于点 $B(4, 0)$, 交 y 轴于点 $A(0, 4)$, 直线 $DM \perp x$ 轴正半轴于点 M , 交线段 AB 于点 C , $DM = 6$, 连接 DA , $\angle DAC = 90^\circ$.

(1) 直接写出直线 AB 的解析式;

(2) 求点 D 的坐标;

(3) 若点 P 是线段 MB 上的动点, 过点 P 作 x 轴的垂线, 交 AB 于点 F , 交过 O 、 D 、 B 三点的抛物线于点 E , 连接 CE . 是否存在点 P , 使 $\triangle BPF$ 与 $\triangle FCE$ 相似? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2012 年辽宁省鞍山市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，请将正确选项前的字母填入下面的表格内，每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】只有符号不同的两个数互为相反数， a 的相反数是 $-a$.

【解答】解：6 的相反数就是在 6 的前面添上“-”号，即 -6 .

故选：A.

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号；一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0.

2. 【分析】根据主视图的定义，找到几何体从正面看所得到的图形即可.

【解答】解：从正面可看到从左往右 3 列小正方形的个数依次为：1，1，1.

故选：C.

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图.

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $250000 = 2.5 \times 10^5$.

故选：D.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 【分析】根据合并同类项法则；同底数幂相乘，底数不变指数相加；积的乘方的性质；同底数幂相除，底数不变指数相减，对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、 x^6 与 x^3 是加法运算不是乘法运算，不能用同底数幂相乘的运算法则计算，故本选项错误；

B、 $x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$ ，故本选项错误；

C、 $(xy)^3 = x^3y^3$ ，故本选项错误；

D、 $x^4 \div x^2 = x^{4-2} = x^2$ ，故本选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法，积的乘方的性质，同底数幂的除法，熟练掌握运

算性质和法则是解题的关键.

5. 【分析】根据中心对称图形的定义和图形的特点即可求解.

【解答】解: 由中心对称的定义知, 绕一个点旋转 180° 后能与原图重合, 则只有选项 A 是中心对称图形.

故选: A.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念: 如果一个图形绕某一点旋转 180° 后能够与自身重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

6. 【分析】连接 OA 、 OB , 先根据反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的比例系数 k 的几何意义, 可知

$S_{\triangle AOM} = \frac{3}{2}$, $S_{\triangle BOM} = |\frac{k}{2}|$, 则 $S_{\triangle AOM} : S_{\triangle BOM} = 3 : |k|$, 再根据同底的两个三角形面积之比等于高之比, 得出 $S_{\triangle AOM} : S_{\triangle BOM} = AM : MB = 1 : 2$, 则 $3 : |k| = 1 : 2$, 然后根据反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象所在的象限, 即可确定 k 的值.

【解答】解: 如图, 连接 OA 、 OB .

$\because$ 点 A 在反比例函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象上, 点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上,

$AB \perp x$ 轴于点 M ,

$$\therefore S_{\triangle AOM} = \frac{3}{2}, S_{\triangle BOM} = |\frac{k}{2}|,$$

$$\therefore S_{\triangle AOM} : S_{\triangle BOM} = \frac{3}{2} : |\frac{k}{2}| = 3 : |k|,$$

$$\therefore S_{\triangle AOM} : S_{\triangle BOM} = AM : MB = 1 : 2,$$

$$\therefore 3 : |k| = 1 : 2,$$

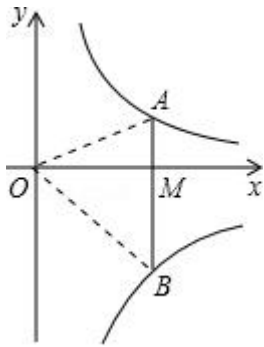
$$\therefore |k| = 6,$$

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象在第四象限,

$$\therefore k < 0,$$

$$\therefore k = -6.$$

故选: B.



【点评】本题考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的比例系数 k 的几何意义，反比例函数图象

上点的坐标特征，三角形的面积，难度中等，得到 $3: |k| = 1: 2$ ，是解题的关键。

7. 【分析】根据点 B 坐标和对称轴求出 A 的坐标，即可判断①；由图象可知：当 $x = 1$ 时， $y > 0$ ，把 $x = 1$ 代入二次函数的解析式，即可判断②；抛物线的开口向下，与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上，得出 $a < 0$ ， $c > 0$ ，即可判断③；根据抛物线与 x 轴有两个交点，即可判断④。

【解答】解：∵ 点 B 坐标 $(-1, 0)$ ，对称轴是直线 $x = 1$ ，

∴ A 的坐标是 $(3, 0)$ ，

∴ $OA = 3$ ，∴ ①正确；

∵ 由图象可知：当 $x = 1$ 时， $y > 0$ ，

∴ 把 $x = 1$ 代入二次函数的解析式得： $y = a + b + c > 0$ ，∴ ②错误；

∵ 抛物线的开口向下，与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上，

∴ $a < 0$ ， $c > 0$ ，

∴ $ac < 0$ ，∴ ③错误；

∵ 抛物线与 x 轴有两个交点，

∴ $b^2 - 4ac > 0$ ，∴ ④正确；

故选：A。

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系的应用，主要考查学生的观察图象的能力和理解能力，是一道比较容易出错的题目，但题型比较好。

8. 【分析】分别求出点 P 在 DE 、 AD 、 AB 上运动时， S 与 t 的函数关系式，继而结合选项即可得出答案。

【解答】解：根据题意得：当点 P 在 ED 上运动时， $S = \frac{1}{2} BC \cdot PE = 2t$ ；

当点 P 在 DA 上运动时，此时 $S = 8$ ；

当点 P 在线段 AB 上运动时, $S = \frac{1}{2}BC(AB+AD+DE-t) = 20-2t$;

结合选项所给的函数图象, 可得 B 选项符合.

故选: B .

【点评】 本题考查了动点问题的函数图象, 解答该类问题也可以不把函数图象的解析式求出来, 利用排除法进行解答.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. **【分析】** 根据“负数的绝对值是其相反数”即可求出结果.

【解答】 解: $|- \sqrt{3}| = \sqrt{3}$.

故答案是 $\sqrt{3}$.

【点评】 此题考查了绝对值的性质, 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

10. **【分析】** 先根据直线 $a \parallel b$, $\angle 2 = 65^\circ$ 得出 $\angle FDE$ 的度数, 再由 $EF \perp CD$ 于点 F 可知 $\angle DFE = 90^\circ$, 故可得出 $\angle 1$ 的度数.

【解答】 解: $\because$ 直线 $a \parallel b$, $\angle 2 = 65^\circ$,

$$\therefore \angle FDE = \angle 2 = 65^\circ,$$

$\because EF \perp CD$ 于点 F ,

$$\therefore \angle DFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 90^\circ - \angle FDE = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ.$$

故答案为: 25° .

【点评】 本题考查的是平行线的性质及直角三角形的性质, 根据题意得出 $\angle FDE$ 的度数是解答此题的关键.

11. **【分析】** 根据向右平移横坐标加, 向下平移纵坐标减, 计算即可得解.

【解答】 解: $\because$ 点 $P(-1, 4)$ 向右平移 2 个单位长度, 向下平移 3 个单位长度,

$$\therefore -1+2=1, 4-3=1,$$

$\therefore$ 点 P_1 的坐标为 $(1, 1)$.

故答案为: $(1, 1)$.

【点评】 本题考查了坐标与图形的变化 - 平移, 熟记平移中点的变化规律是: 横坐标右移加, 左移减; 纵坐标上移加, 下移减是解题的关键.

12. **【分析】** 圆锥的侧面积 = 底面周长 $\times$ 母线长 $\div 2$.

【解答】解：底面半径为 3cm ，则底面周长 $= 6\pi\text{cm}$ ，侧面面积 $= \frac{1}{2} \times 6\pi \times 8 = 24\pi\text{cm}^2$ 。

故答案为 24π 。

【点评】本题利用了圆的周长公式和扇形面积公式求解。解题的关键是了解圆锥的有关元素与扇形的有关元素的对应。

13. 【分析】根据方差的意义可作出判断。方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定。

【解答】解： $\because S_{\text{甲}}^2 = 1.5$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 2.5$ ， $S_{\text{丙}}^2 = 0.8$

$\therefore$ 丙的方差最小，

$\therefore$ 丙芭蕾舞团参加演出的女演员身高更整齐。

故答案为：丙。

【点评】本题考查方差的意义。方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定。

14. 【分析】根据甲乙速度关系得出两人所行走的时间，进而得出等式方程即可。

【解答】解：设乙的速度为 x 千米/时，则甲的速度是 $3x$ 千米/时，

根据题意可得： $\frac{10}{3x} + \frac{1}{3} = \frac{10}{x}$ 。

故答案为： $\frac{10}{3x} + \frac{1}{3} = \frac{10}{x}$ 。

【点评】此题考查了由实际问题抽象出分式方程，解决行程问题根据时间找出等量关系是解决本题的关键。

15. 【分析】由圆周角定理、特殊角的三角函数值求得 $\angle CAB = 30^\circ$ ；然后根据直角三角形的两个锐角互余的性质、等腰三角形的性质、对顶角相等求得 $\angle EOD = \angle COB = 60^\circ$ ；最后在直角三角形 ODE 中求得 $\angle D$ 的度数。

【解答】解： $\because AB$ 为 $\odot O$ 直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ （直径所对的圆周角是直角）；

又 $\because \sin A = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \angle CAB = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$ （直角三角形的两个锐角互余）；

又 $\because$ 点 O 是 AB 的中点，

$$\therefore OC = OB,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle COB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EOD = \angle COB = 60^\circ \text{ (对顶角相等);}$$

$$\text{又} \because DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

故答案是： 30° .

【点评】 本题综合考查了圆周角定理、特殊角的三角函数值. 解题时，注意“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”这一知识点的利用.

16. **【分析】** 根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得 $CD = AD$ ，然后判定出 $\triangle ACD$ 是等边三角形，同理可得被分成的第二个、第三个…第 n 个三角形都是等边三角形，再根据后一个等边三角形的边长是前一个等边三角形的边长的一半求出第 n 个三角形的边长，然后根据等边三角形的面积公式求解即可.

【解答】 解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是斜边 AB 上的中线，

$$\therefore CD = AD,$$

$$\because \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACD \text{ 是等边三角形,}$$

同理可得，被分成的第二个、第三个…第 n 个三角形都是等边三角形，

$$\because CD \text{ 是 } AB \text{ 的中线, } EF \text{ 是 } DB \text{ 的中线, } \dots,$$

$$\therefore \text{第一个等边三角形的边长 } CD = DB = \frac{1}{2}AB = AC = a,$$

$$\text{第二个等边三角形的边长 } EF = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}a,$$

...

$$\text{第 } n \text{ 个等边三角形的边长为 } \frac{1}{2^{n-1}}a,$$

$$\text{所以, 第 } n \text{ 个三角形的面积} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2^{n-1}}a \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2^{n-1}}a \right) = \frac{\sqrt{3}a^2}{2^{2n}}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{3}a^2}{2^{2n}}.$$

【点评】 本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质，等边三角形的判定与性质，三角形的面积判断出后一个三角形的边长是前一个三角形边长的一半，求出

第 n 个等边三角形的边长是解题的关键.

三、解答题 (17、18、19 小题各 8 分, 共 24 分)

17. 【分析】先求出 x 的值, 再根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再把 x 的值代入进行计算即可.

【解答】解: $\because x = (\frac{1}{3})^{-1} + 1$,

$$\therefore x = 3 + 1 = 4,$$

$$\text{原式} = \frac{x-2}{x-1} \times \frac{(x+2)^2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+2}{x-1},$$

$$\text{当 } x = 4 \text{ 时, 原式} = \frac{4+2}{4-1} = 2.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值及负整数指数幂, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

18. 【分析】根据平行四边形的性质推出 $\angle DGC = \angle GCB$, 根据等腰三角形性质求出 $\angle DGC = \angle DCG$, 推出 $\angle DCG = \angle GCB$, 根据等角的补角相等求出 $\angle DCP = \angle FCP$, 根据 SAS 证出 $\triangle PCF \cong \triangle PCE$ 即可.

【解答】证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DGC = \angle GCB \text{ (两直线平行, 内错角相等)},$$

$$\because DG = DC,$$

$$\therefore \angle DGC = \angle DCG,$$

$$\therefore \angle DCG = \angle GCB,$$

$$\because \angle DCG + \angle DCP = 180^\circ, \quad \angle GCB + \angle FCP = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DCP = \angle FCP,$$

$\because$ 在 $\triangle PCF$ 和 $\triangle PCE$ 中

$$\begin{cases} CE = CF \\ \angle FCP = \angle DCP \\ CP = CP \end{cases}$$

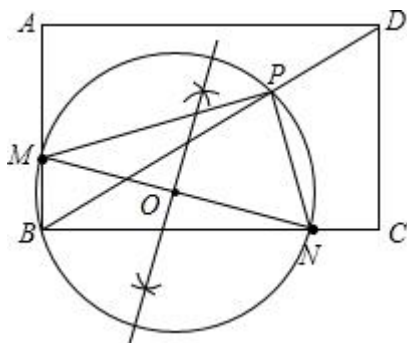
$$\therefore \triangle PCF \cong \triangle PCE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore PF = PE.$$

【点评】本题考查了平行四边形性质, 等腰三角形的性质, 全等三角形的性质和判定, 等角的补角相等, 主要考查学生的推理能力, 题目比较好, 综合性比较强.

19. **【分析】** 首先连接 MN ，作 MN 的垂直平分线交 MN 于 O ，以 O 为圆心， $\frac{1}{2}MN$ 长为半径画圆，交 BD 于点 P ，点 P 即为所求。

【解答】 解：如图所示：



点 P 即为所求。

【点评】 此题主要考查了作图与应用作图，关键是理解题意，弄清问题中对所作图形的要求，结合对应几何图形的性质和基本作图的方法作图。

20. **【分析】** 过点 B 作 $BE \perp MN$ 于点 E ，则 $CE = AB = 30$ 米， $CD = CE + ED$ ， $AC = BE$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，由锐角三角函数的定义可知， $\frac{AC}{CE+DE} = \tan \angle ADC$ ，在 $\text{Rt}\triangle BED$ 中， $\frac{BE}{ED} = \tan \angle BDC$ ，两式联立即可得出 AC 的值，即这条河的宽度。

【解答】 解：过点 B 作 $BE \perp MN$ 于点 E ，则 $CE = AB = 30$ 米， $CD = CE + ED$ ， $AC = BE$ ，设河的宽度为 x ，

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，

$$\because AC \perp MN, CE = AB = 30 \text{ 米}, \angle ADC = 30^\circ,$$

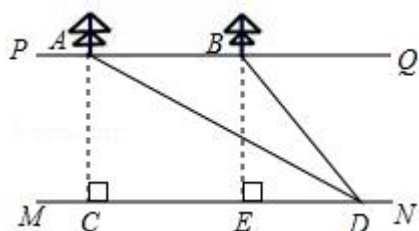
$$\therefore \frac{AC}{CE+DE} = \tan \angle ADC, \text{ 即 } \frac{x}{30+DE} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ①},$$

在 $\text{Rt}\triangle BED$ 中，

$$\frac{BE}{ED} = \tan \angle BDC, \frac{x}{ED} = \sqrt{3} \text{ ②},$$

$$\text{①②联立得, } x = 15\sqrt{3} \approx 26.0 \text{ (米)}.$$

答：这条河的宽度为 26.0 米。



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 - 方向角问题，根据题意作出辅助线，利用锐角三角函数的定义求解是解答此题的关键．

21. 【分析】（1）设乙盒中红球的个数为 x ，根据概率公式由从乙盒中随机摸出一个球，摸到红球的概率为 $\frac{3}{5}$ 可得到方程得 $\frac{x}{x+2} = \frac{3}{5}$ ，然后解方程即可；
- （2）先列表展示所有 15 种等可能的结果数，再找出两次摸到不同颜色的球占 7 种，然后根据概率公式即可得到两次摸到不同颜色的球的概率．

【解答】解：（1）设乙盒中红球的个数为 x ，

根据题意得 $\frac{x}{x+2} = \frac{3}{5}$ ，解得 $x = 3$ ，

所以乙盒中红球的个数为 3；

（2）列表如下：

共有 15 种等可能的结果，两次摸到不同颜色的球有 7 种，

所以两次摸到不同颜色的球的概率 = $\frac{7}{15}$ ．

乙 \ 甲	白	红	红
白	白 白	红 白	红 白
白	白 白	红 白	红 白
红	白 红	红 红	红 红
红	白 红	红 红	红 红
红	白 红	红 红	红 红

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：先利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果数 n ，再找出其中某事件所占有的结果数 m ，然后根据概率公式得到这个事件的概率 = $\frac{m}{n}$ ．

22. 【分析】（1）用 1.5 - 2 小时的频数除以其所占的百分比即可求得抽样调查的人数；
- （2）根据圆心角的度数求出每个小组的频数即可补全统计图；
- （3）用人数除以总人数乘以周角即可求得圆心角的度数；
- （4）用总人数乘以不超过 1.5 小时的所占的百分比即可．

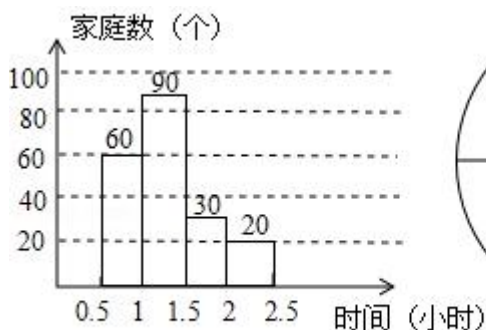
【解答】解：（1）观察统计图知：用车时间在 1.5 ~ 2 小时的有 30 个，其圆心角为 54° ，

故抽查的总人数为 $30 \div \frac{54^\circ}{360^\circ} = 200$ 个；

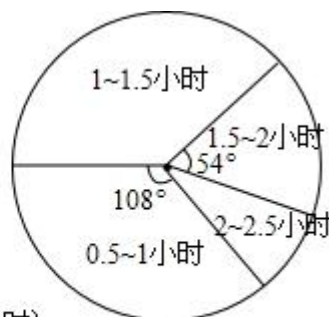
(2) 用车时间在 0.5 ~ 1 小时的有 $200 \times \frac{108^\circ}{360^\circ} = 60$ 个;

用车时间在 2 ~ 2.5 小时的有 $200 - 60 - 30 - 90 = 20$ 个,

统计图为:



图①



图②

中位数落在 1 - 1.5 小时这一小组内.

(3) 用车时间在 1 ~ 1.5 小时的部分对应的扇形圆心角的度数为 $\frac{90}{200} \times 360^\circ = 162^\circ$;

(4) 该社区用车时间不超过 1.5 小时的约有 $1600 \times \frac{90+60}{200} = 1200$ 个;

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

23. **【分析】** (1) 连 OA , 由直径 $CE \perp AB$, 根据垂径定理可得到 $AD = BD = 2$, 弧 $AE =$ 弧 BE , 利用圆周角定理得到 $\angle ACE = \angle BCE$, $\angle AOB = 2\angle ACB$, 且 $\angle AOE = \angle BOE$, 则 $\angle BOE = \angle ACB$, 可得到 $\cos \angle BOD = \cos \angle ACB = \frac{1}{3}$, 在 $Rt\triangle BOD$ 中, 设 $OD = x$, 则 $OB = 3x$, 利用勾股定理可计算出 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $OB = 3x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$;

(2) 由于 $FE = 2OE$, 则 $OF = 3OE = \frac{9\sqrt{2}}{2}$, 则 $\frac{OB}{OF} = \frac{1}{3}$, 而 $\frac{OD}{OB} = \frac{1}{3}$, 于是得到 $\frac{OB}{OF} = \frac{OD}{OB}$, 根据相似三角形的判定即可得到 $\triangle OBF \sim \triangle ODB$, 根据相似三角形的性质有 $\angle OBF = \angle ODB = 90^\circ$, 然后根据切线的判定定理即可得到结论.

【解答】 (1) 解: 连 OA , 如图,

$\because$ 直径 $CE \perp AB$,

$\therefore AD = BD = 2$, 弧 $AE =$ 弧 BE ,

$\therefore \angle ACE = \angle BCE$, $\angle AOE = \angle BOE$,

又 $\because \angle AOB = 2\angle ACB$,

$$\therefore \angle BOE = \angle ACB,$$

$$\text{而 } \cos \angle ACB = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \cos \angle BOD = \frac{1}{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中, 设 $OD = x$, 则 $OB = 3x$,

$$\therefore OD^2 + BD^2 = OB^2,$$

$$\therefore x^2 + 2^2 = (3x)^2, \text{ 解得 } x = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore OB = 3x = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

即 $\odot O$ 的半径为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$;

(2) 证明: $\because FE = 2OE$,

$$\therefore OF = 3OE = \frac{9\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{OB}{OF} = \frac{1}{3},$$

$$\text{而 } \frac{OD}{OB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{OB}{OF} = \frac{OD}{OB},$$

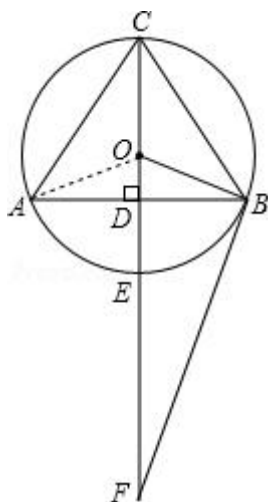
而 $\angle BOF = \angle DOB$,

$$\therefore \triangle OBF \sim \triangle ODB,$$

$$\therefore \angle OBF = \angle ODB = 90^\circ,$$

$\because OB$ 是半径,

$\therefore BF$ 是 $\odot O$ 的切线.



【点评】 本题考查了圆的综合题：垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的弧；在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，一条弧所对的圆周角的度数等于它所对的圆心角的度数的一半；过半径的外端点与半径垂直的直线是圆的切线；运用三角形相似证明角度相等．

24. 【分析】（1）设每张两人学习桌单价为 a 元和每张三人学习桌单价为 b 元，根据如果购买 3 张两人学习桌，1 张三人学习桌需 220 元；如果购买 2 张两人学习桌，3 张三人学习桌需 310 元分别得出等式方程，组成方程组求出即可；

（2）根据购买两种学习桌共 98 张，设购买两人学习桌 x 张，则购买 3 人学习桌 $(98 - x)$ 张，根据以至少满足 248 名学生的需求，以及学校欲投入资金不超过 6000 元得出不等式，进而求出即可．

【解答】解：（1）设每张两人学习桌单价为 a 元和每张三人学习桌单价为 b 元，根据题意得出：

$$\begin{cases} 3a+b=220 \\ 2a+3b=310 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} a=50 \\ b=70 \end{cases},$$

答：两人学习桌和三人学习桌的单价分别为 50 元，70 元；

（2）设购买两人学习桌 x 张，则购买 3 人学习桌 $(98 - x)$ 张，
购买两人学习桌和三人学习桌的总费用为 W 元，

则 W 与 x 的函数关系式为： $W = 50x + 70(98 - x) = -20x + 6860$ ；

根据题意得出：

$$\begin{cases} 50x+70(98-x) \leq 6000 \\ 2x+3(98-x) \geq 248 \end{cases},$$

由 $50x+70(98-x) \leq 6000$,

解得: $x \geq 43$,

由 $2x+3(98-x) \geq 248$,

解得: $x \leq 46$,

故不等式组的解集为: $43 \leq x \leq 46$,

故所有购买方案为: 当购买两人桌 43 张时, 购买三人桌 55 张,

当购买两人桌 44 张时, 购买三人桌 54 张,

当购买两人桌 45 张时, 购买三人桌 53 张,

当购买两人桌 46 张时, 购买三人桌 52 张.

【点评】 此题主要考查了二元一次方程组的应用以及不等式组的应用, 解决问题的关键是读懂题意, 找到关键描述语, 进而找到所求的量的等量关系和不等关系.

25. **【分析】** (1) 由 $AO=AD$, $AG=AG$, 利用 “HL” 可证 $\triangle AOG \cong \triangle ADG$;

(2) 利用 (1) 的方法, 同理可证 $\triangle ADP \cong \triangle ABP$, 得出 $\angle 1 = \angle DAG$, $\angle DAP = \angle BAP$, 而 $\angle 1 + \angle DAG + \angle DAP + \angle BAP = 90^\circ$, 由此可求 $\angle PAG$ 的度数; 根据两对全等三角形的性质, 可得出线段 OG 、 PG 、 BP 之间的数量关系;

(3) 由 $\triangle AOG \cong \triangle ADG$ 可知, $\angle AGO = \angle AGD$, 而 $\angle 1 + \angle AGO = 90^\circ$, $\angle 2 + \angle PGC = 90^\circ$, 当 $\angle 1 = \angle 2$ 时, 可证 $\angle AGO = \angle AGD = \angle PGC$, 而 $\angle AGO + \angle AGD + \angle PGC = 180^\circ$, 得出 $\angle AGO = \angle AGD = \angle PGC = 60^\circ$, 即 $\angle 1 = \angle 2 = 30^\circ$, 解直角三角形求 OG , PC , 确定 P 、 G 两点坐标, 得出直线 PE 的解析式.

【解答】 (1) 证明: $\because \angle AOG = \angle ADG = 90^\circ$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AOG$ 和 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AO=AD \\ AG=AG \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOG \cong \triangle ADG$ (HL);

(2) 解: $PG = OG + BP$.

由 (1) 同理可证 $\triangle ADP \cong \triangle ABP$,

则 $\angle DAP = \angle BAP$, 由 (1) 可知, $\angle 1 = \angle DAG$,

又 $\angle 1 + \angle DAG + \angle DAP + \angle BAP = 90^\circ$,

所以, $2\angle DAG + 2\angle DAP = 90^\circ$, 即 $\angle DAG + \angle DAP = 45^\circ$,

故 $\angle PAG = \angle DAG + \angle DAP = 45^\circ$,

$\because \triangle AOG \cong \triangle ADG, \triangle ADP \cong \triangle ABP$,

$\therefore DG = OG, DP = BP$,

$\therefore PG = DG + DP = OG + BP$;

(3) 解: $\because \triangle AOG \cong \triangle ADG, \therefore \angle AGO = \angle AGD$,

又 $\because \angle 1 + \angle AGO = 90^\circ, \angle 2 + \angle PGC = 90^\circ, \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle AGO = \angle AGD = \angle PGC$,

又 $\because \angle AGO + \angle AGD + \angle PGC = 180^\circ, \therefore \angle AGO = \angle AGD = \angle PGC = 60^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle AOG$ 中, $AO = 3, AG = 2OG, AG^2 = AO^2 + OG^2$,

$\therefore OG = \sqrt{3}$, 则 G 点坐标为: $(\sqrt{3}, 0)$,

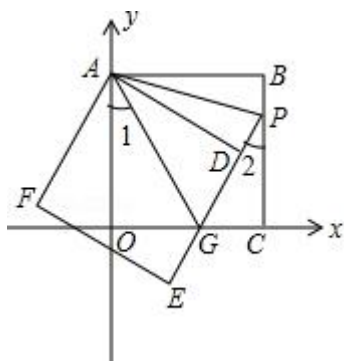
$CG = 3 - \sqrt{3}$, 在 $\text{Rt}\triangle PCG$ 中,

$PG = 2CG = 2(3 - \sqrt{3}), PC = \sqrt{PG^2 - CG^2} = 3\sqrt{3} - 3$, 则 P 点坐标为: $(3, 3\sqrt{3} - 3)$,

设直线 PE 的解析式为 $y = kx + b$,

则 $\begin{cases} \sqrt{3}k + b = 0 \\ 3k + b = 3\sqrt{3} - 3 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = \sqrt{3} \\ b = -3 \end{cases}$,

所以, 直线 PE 的解析式为 $y = \sqrt{3}x - 3$.



【点评】 本题考查了一次函数的综合运用. 关键是根据正方形的性质证明三角形全等, 根据三角形全等的性质求角、边的关系, 利用特殊角解直角三角形, 求 P 、 G 两点坐标, 确定直线解析式.

26. **【分析】** (1) 根据 $A(0, 4), B(4, 0)$ 两点坐标, 可求直线 AB 的解析式;

(2) 作 $DG \perp y$ 轴, 垂足为 G , 由已知得 $OA = OB = 4$, $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形, 而 $AD \perp AB$, 利用互余关系可知, $\triangle ADG$ 为等腰直角三角形, 则 $DG = AG = OG - OA = DM - OA = 6 - 4 = 2$, 可求 D 点坐标;

(3) 存在. 已知 $O(0, 0)$, $B(4, 0)$, 设抛物线的交点式, 将 D 点坐标代入求抛物线解析式, 由于对顶角 $\angle CFE = \angle BFP = 45^\circ$, 故当 $\triangle BPF$ 与 $\triangle FCE$ 相似时, 分为: $\angle ECF = \angle BPF = 90^\circ$, $\angle CEF = \angle BPF = 90^\circ$ 两种情况, 根据等腰直角三角形的性质求 P 点坐标.

【解答】 解: (1) 设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$, 将 $A(0, 4)$, $B(4, 0)$ 两点坐标代入,

$$\text{得} \begin{cases} b=4 \\ 4k+b=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=-1 \\ b=4 \end{cases}, \text{所以, 直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = -x+4;$$

(2) 过 D 点作 $DG \perp y$ 轴, 垂足为 G ,

$$\because OA = OB = 4,$$

$\therefore \triangle OAB$ 为等腰直角三角形,

又 $\because AD \perp AB$,

$\therefore \angle DAG = 90^\circ - \angle OAB = 45^\circ$, 即 $\triangle ADG$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore DG = AG = OG - OA = DM - OA = 6 - 4 = 2,$$

$$\therefore D(2, 6);$$

(3) 存在.

由抛物线过 $O(0, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 设抛物线解析式为 $y = ax(x - 4)$,

将 $D(2, 6)$ 代入, 得 $a = -\frac{3}{2}$, 所以, 抛物线解析式为 $y = -\frac{3}{2}x(x - 4)$,

由 (2) 可知, $\angle PBF = 45^\circ$, 则 $\angle CFE = \angle BFP = 45^\circ$, $C(2, 2)$,

设 $P(x, 0)$, 则 $MP = x - 2$, $PB = 4 - x$,

①当 $\angle ECF = \angle BPF = 90^\circ$ 时 (如图 1), $\triangle BPF$ 与 $\triangle FCE$ 相似,

过 C 点作 $CH \perp EF$, 此时, $\triangle CHE$ 、 $\triangle CHF$ 、 $\triangle PBF$ 为等腰直角三角形,

$$\text{则 } PE = PF + FH + EH = PB + 2MP = 4 - x + 2(x - 2) = x,$$

将 $E(x, x)$ 代入抛物线 $y = -\frac{3}{2}x(x - 4)$ 中, 得 $x = -\frac{3}{2}x(x - 4)$, 解得 $x = 0$ 或 $\frac{10}{3}$,

即 $P(\frac{10}{3}, 0)$,

②当 $\angle CEF = \angle BPF = 90^\circ$ 时 (如图 2), 此时, $\triangle CEF$ 、 $\triangle BPF$ 为等腰直角三角形,

则 $PE = MC = 2$, 将 $E(x, 2)$ 代入抛物线 $y = -\frac{3}{2}x(x-4)$ 中, 得 $2 = -\frac{3}{2}x(x-4)$,

解得 $x = \frac{6-2\sqrt{6}}{3}$ 或 $\frac{6+2\sqrt{6}}{3}$, 即 $P(\frac{6+2\sqrt{6}}{3}, 0)$,

所以, $P(\frac{10}{3}, 0)$ 或 $(\frac{6+2\sqrt{6}}{3}, 0)$.

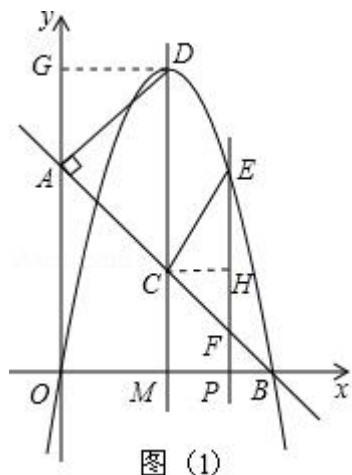


图 (1)

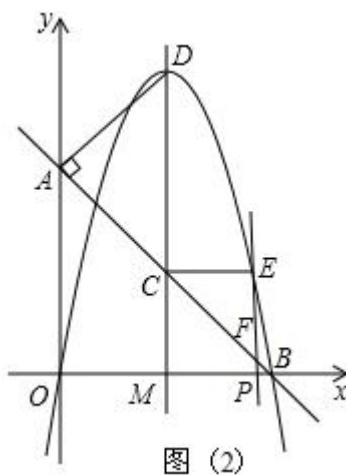


图 (2)

【点评】 本题考查了二次函数的综合运用. 关键是根据 A 、 B 两点坐标判断 $\triangle ABC$ 的形状, 利用互余关系判断其它三角形形状, 求出 D 点坐标及抛物线解析式, 根据 $\triangle BPF$ 为等腰直角三角形, $\triangle BPF$ 与 $\triangle FCE$ 相似, 且有对顶角相等, 由直角的对应关系, 分类求 P 点坐标.