

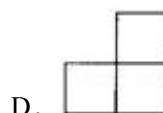
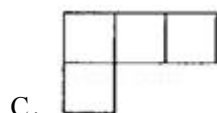
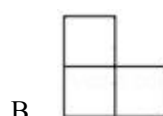
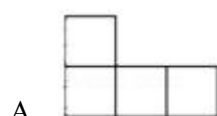
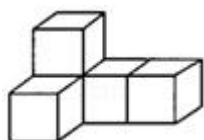
## 2012 年辽宁省阜新市中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 18 分．6，7，8 三选一，只做一个，多答时，只按首答评分）

1.（3 分）-5 的相反数是（ ）

- A. -5                      B.  $\frac{1}{5}$                       C. 5                      D.  $-\frac{1}{5}$

2.（3 分）如图的几何体是由 5 个完全相同的正方体组成的，这个几何体的左视图是（ ）



3.（3 分）下列运算正确的是（ ）

- A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$                       B.  $a^5 + a^5 = a^{10}$                       C.  $a^6 \div a^2 = a^3$                       D.  $(a^3)^2 = a^6$

4.（3 分）下列交通标志是轴对称图形的是（ ）



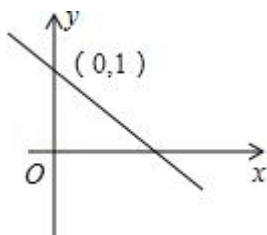
5.（3 分）每年的 4 月 23 日是“世界读书日”. 某中学为了了解八年级学生的读书情况，随机调查了 50 名学生的册数，统计数据如表所示：

|    |   |    |    |    |   |
|----|---|----|----|----|---|
| 册数 | 0 | 1  | 2  | 3  | 4 |
| 人数 | 3 | 13 | 16 | 17 | 1 |

则这 50 名学生读书册数的众数、中位数是（ ）

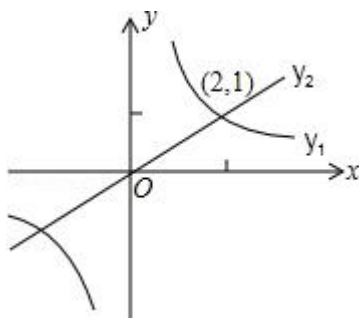
- A. 3, 3                      B. 3, 2                      C. 2, 3                      D. 2, 2

6.（3 分）如图，一次函数  $y = kx + b$  的图象与  $y$  轴交于点  $(0, 1)$ ，则关于  $x$  的不等式  $kx + b > 1$  的解集是（ ）



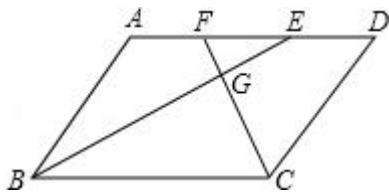
- A.  $x > 0$       B.  $x < 0$       C.  $x > 1$       D.  $x < 1$

7. 如图，反比例函数  $y_1 = \frac{k_1}{x}$  的图象与正比例函数  $y_2 = k_2x$  的图象交于点  $(2, 1)$ ，则使  $y_1 > y_2$  的  $x$  的取值范围是 ( )



- A.  $0 < x < 2$       B.  $x > 2$   
C.  $x > 2$  或  $-2 < x < 0$       D.  $x < -2$  或  $0 < x < 2$

8. 如图，四边形  $ABCD$  是平行四边形， $BE$  平分  $\angle ABC$ ， $CF$  平分  $\angle BCD$ ， $BE$ 、 $CF$  交于点  $G$ 。若使  $EF = \frac{1}{4}AD$ ，那么平行四边形  $ABCD$  应满足的条件是 ( )



- A.  $\angle ABC = 60^\circ$       B.  $AB : BC = 1 : 4$       C.  $AB : BC = 5 : 2$       D.  $AB : BC = 5 : 8$

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分。14, 15, 16 三选一，只做一个，多答时，只按首答评分）

9. (3 分) 函数  $y = \sqrt{x-2}$  中自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

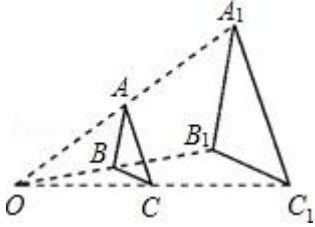
10. (3 分) 如图，一块直角三角板的两个顶点分别在直尺的对边上。若  $\angle 1 = 30^\circ$ ，那么  $\angle 2 =$ \_\_\_\_\_度。



11. (3 分) 我市某公司前年缴税 40 万元，今年缴税 48.4 万元。该公司缴税的年平均增长率

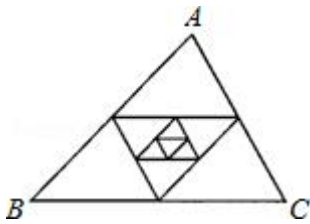
为\_\_\_\_\_.

12. (3分) 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle A_1B_1C_1$  为位似图形, 点  $O$  是它们的位似中心, 位似比是 1:2, 已知  $\triangle ABC$  的面积为 3, 那么  $\triangle A_1B_1C_1$  的面积是\_\_\_\_\_.

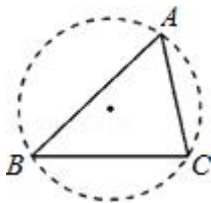


13. (3分) 一个暗箱里放有  $a$  个除颜色外完全相同的球, 这  $a$  个球中红球只有 3 个. 若每次将球搅匀后, 任意摸出 1 个球记下颜色再放回暗箱. 通过大量重复摸球试验后发现, 摸到红球的频率稳定在 20% 附近, 那么可以推算出  $a$  的值大约是\_\_\_\_\_.

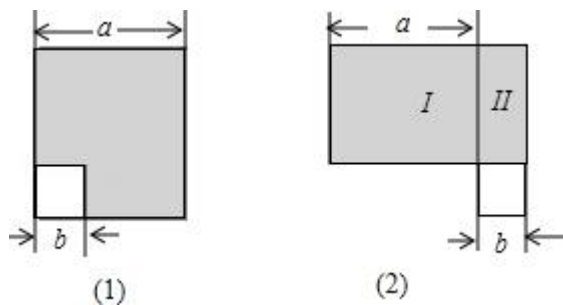
14. (3分) 如图,  $\triangle ABC$  的周长是 32, 以它的三边中点为顶点组成第 2 个三角形, 再以第 2 个三角形的三边中点为顶点组成的第 3 个三角形,  $\dots$ , 则第  $n$  个三角形的周长为\_\_\_\_\_.



15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $BC = 3\text{cm}$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ , 那么  $\triangle ABC$  能被半径至少为\_\_\_\_\_  $\text{cm}$  的圆形纸片所覆盖.



16. 如图 (1), 在边长为  $a$  的大正方形中剪去一个边长为  $b$  的小正方形, 再将图中的阴影部分剪拼成一个长方形, 如图 (2). 这个拼成的长方形的长为 30, 宽为 20. 则图 (2) 中 II 部分的面积是\_\_\_\_\_.



三、解答题（17，18，19，20 每小题 10 分，21，22 每小题 10 分，共 64 分）

17.（10 分）（1）计算： $\sqrt{9} + (\pi - 2012)^0 - \sqrt{2}\cos 45^\circ$  .

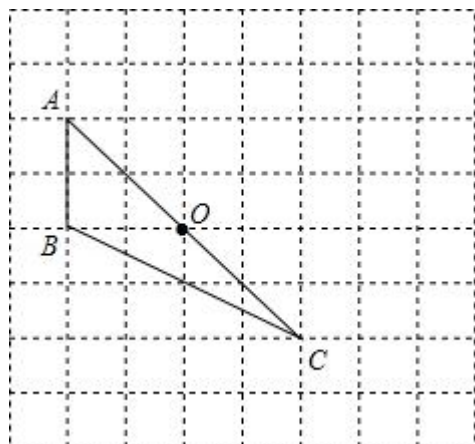
（2）先化简，再求值： $(a + \frac{1-2a}{a}) \div \frac{1-a}{a}$ ，其中  $a = 1 - \sqrt{2}$ .

18.（10 分）如图，在由边长为 1 的小正方形组成的网格中，三角形  $ABC$  的顶点均落在格点上.

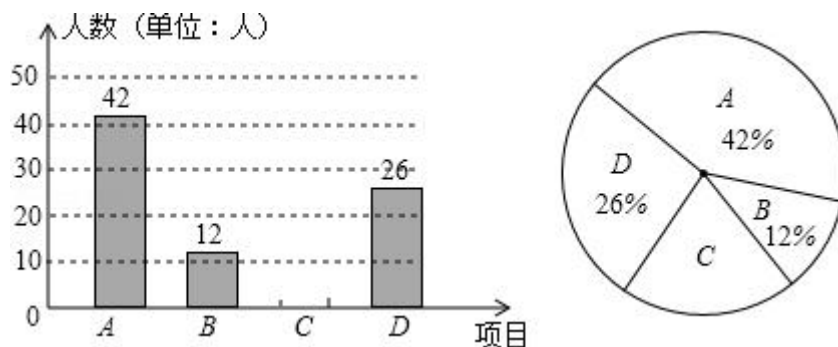
（1）将  $\triangle ABC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  后，得到  $\triangle A_1B_1C_1$ . 在网格中画出  $\triangle A_1B_1C_1$ ;

（2）求线段  $OA$  在旋转过程中扫过的图形面积;（结果保留  $\pi$ ）

（3）求  $\angle BCC_1$  的正切值.



19.（10 分）自开展“学生每天锻炼 1 小时”活动后，我市某中学根据学校实际情况，决定开设 A：毽子，B：篮球，C：跑步，D：跳绳四种运动项目. 为了了解学生最喜欢哪一种项目，随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成如图统计图. 请结合图中信息解答下列问题：



(1) 该校本次调查中, 共调查了多少名学生?

(2) 请将两个统计图补充完整;

(3) 在本次调查的学生中随机抽取 1 人, 他喜欢“跑步”的概率有多大?

20. (10 分) 某仓库有甲种货物 360 吨, 乙种货物 290 吨, 计划用 A、B 两种共 50 辆货车运往外地. 已知一辆 A 种货车的运费需 0.5 万元, 一辆 B 种货车的运费需 0.8 万元.

(1) 设 A 种货车为  $x$  辆, 运输这批货物的总运费为  $y$  万元, 试写出  $y$  与  $x$  的关系表达式;

(2) 若一辆 A 种货车能装载甲种货物 9 吨和乙种货物 3 吨; 一辆 B 种货车能装载甲种货物 6 吨和乙种货物 8 吨. 按此要求安排 A、B 两种货车运送这批货物, 有哪几种运输方案? 请设计出来;

(3) 试说明哪种方案总运费最少? 最少运费是多少万元?

21. (12 分) (1) 如图, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  中,  $AB = AC$ ,  $AD = AE$ ,  $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ .

① 当点 D 在 AC 上时, 如图 1, 线段 BD、CE 有怎样的数量关系和位置关系? 直接写出你猜想的结论;

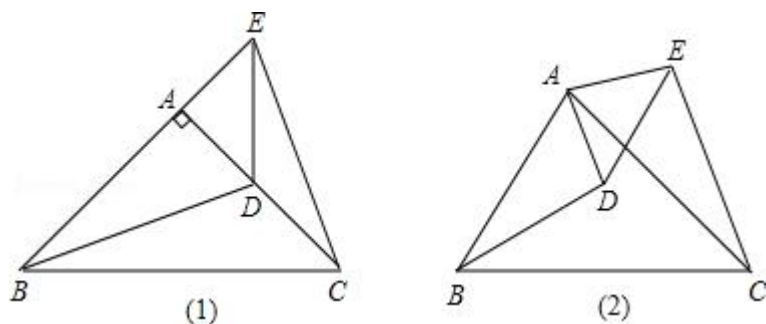
② 将图 1 中的  $\triangle ADE$  绕点 A 顺时针旋转  $\alpha$  角 ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ), 如图 2, 线段 BD、CE 有怎样的数量关系和位置关系? 请说明理由.

(2) 当  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  满足下面甲、乙、丙中的哪个条件时, 使线段 BD、CE 在 (1) 中的位置关系仍然成立? 不必说明理由.

甲:  $AB: AC = AD: AE = 1$ ,  $\angle BAC = \angle DAE \neq 90^\circ$ ;

乙:  $AB: AC = AD: AE \neq 1$ ,  $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ;

丙:  $AB: AC = AD: AE \neq 1$ ,  $\angle BAC = \angle DAE \neq 90^\circ$ .



22. (12分) 在平面直角坐标系中, 二次函数  $y = ax^2 + bx + 2$  的图象与  $x$  轴交于  $A(-3, 0)$ ,  $B(1, 0)$  两点, 与  $y$  轴交于点  $C$ .

(1) 求这个二次函数的关系解析式;

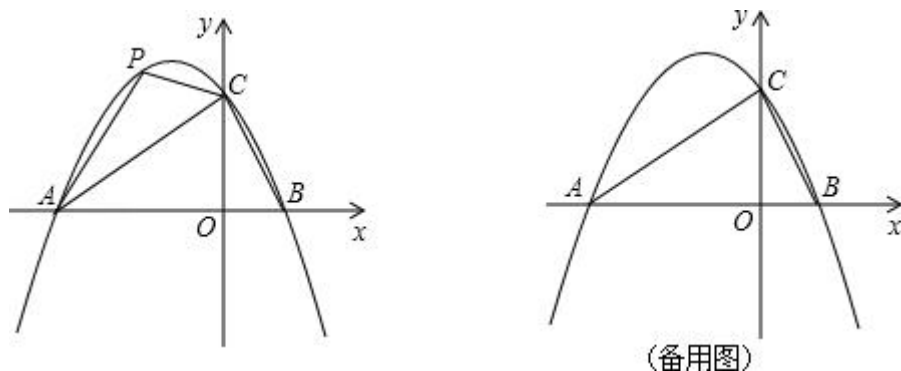
(2) 点  $P$  是直线  $AC$  上方的抛物线上一动点, 是否存在点  $P$ , 使  $\triangle ACP$  的面积最大? 若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 说明理由;

考生注意: 下面的 (3)、(4)、(5) 题为三选一的选做题, 即只能选做其中一个题目, 多答时只按作答的首题评分, 切记啊!

(3) 在平面直角坐标系中, 是否存在点  $Q$ , 使  $\triangle BCQ$  是以  $BC$  为腰的等腰直角三角形? 若存在, 直接写出点  $Q$  的坐标; 若不存在, 说明理由;

(4) 点  $Q$  是直线  $AC$  上方的抛物线上一动点, 过点  $Q$  作  $QE$  垂直于  $x$  轴, 垂足为  $E$ . 是否存在点  $Q$ , 使以点  $B$ 、 $Q$ 、 $E$  为顶点的三角形与  $\triangle AOC$  相似? 若存在, 直接写出点  $Q$  的坐标; 若不存在, 说明理由;

(5) 点  $M$  为抛物线上一动点, 在  $x$  轴上是否存在点  $Q$ , 使以  $A$ 、 $C$ 、 $M$ 、 $Q$  为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 直接写出点  $Q$  的坐标; 若不存在, 说明理由.



## 2012 年辽宁省阜新市中考数学试卷

### 参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 18 分．6，7，8 三选一，只做一个，多答时，只按首答评分）

1. 【分析】根据相反数的定义直接求得结果．

【解答】解：-5 的相反数是 5．

故选：C．

【点评】本题主要考查了相反数的性质，只有符号不同的两个数互为相反数，0 的相反数是 0．

2. 【分析】细心观察图中几何体中正方体摆放的位置，根据左视图是从左面看到的图形判定则可．

【解答】解：从左边看去，左边是两个正方形，右边是一个正方形，即可得出答案，

故选：B．

【点评】本题考查了由三视图判断几何体和简单组合体的三视图，关键是掌握几何体的三视图及空间想象能力．

3. 【分析】根据同底数幂的乘除法法则，合并同类项法则，幂的乘方法则，逐一检验．

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$ ，本选项错误；

B、 $a^5 + a^5 = 2a^5$ ，本选项错误；

C、 $a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$ ，本选项错误；

D、 $(a^3)^2 = a^6$ ，本选项正确；

故选：D．

【点评】本题考查了同底数幂的乘除法法则，合并同类项法则，幂的乘方法则．关键是熟练掌握每个法则．

4. 【分析】根据轴对称图形的概念求解．

【解答】解：A、不是轴对称图形，故错误；

B、不是轴对称图形，故错误；

C、是轴对称图形，故正确；

D、不是轴对称图形，故错误．

故选：C．

【点评】本题考查了轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分

沿对称轴折叠后可重合.

5. 【分析】在这组样本数据中，3 出现的次数最多，所以求出了众数，将这组样本数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间的两个数都是 2，从而求出中位数是 2；

【解答】解：∵ 这组样本数据中，3 出现了 17 次，出现的次数最多，

∴ 这组数据的众数是 3.

∵ 将这组样本数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间的两个数都是 2，有  $\frac{2+2}{2} = 2$ ,

∴ 这组数据的中位数为 2；

故选：B.

【点评】本题考查的知识点有：用样本估计总体、众数以及中位数的知识，解题的关键是牢记概念及公式.

6. 【分析】直接根据函数的图象与  $y$  轴的交点为  $(0, 1)$  进行解答即可.

【解答】解：由一次函数的图象可知，此函数是减函数，

∵ 一次函数  $y = kx + b$  的图象与  $y$  轴交于点  $(0, 1)$ ,

∴ 当  $x < 0$  时，关于  $x$  的不等式  $kx + b > 1$ .

故选：B.

【点评】本题考查的是一次函数与一元一次不等式，能利用数形结合求出不等式的解集是解答此题的关键.

7. 【分析】先根据反比例函数与正比例函数的性质求出  $B$  点坐标，由函数图象即可得出结论.

【解答】解：∵ 反比例函数与正比例函数的图象均关于原点对称，

∴  $A$ 、 $B$  两点关于原点对称，

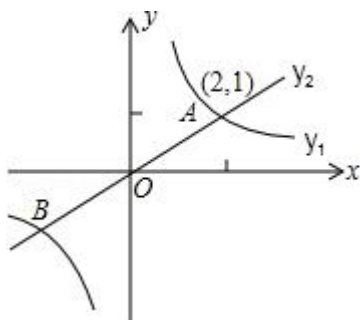
∵  $A(2, 1)$ ,

∴  $B(-2, -1)$ ,

∵ 由函数图象可知，当  $0 < x < 2$  或  $x < -2$  时函数  $y_1$  的图象在  $y_2$  的上方，

∴ 使  $y_1 > y_2$  的  $x$  的取值范围是  $x < -2$  或  $0 < x < 2$ .

故选：D.



【点评】 本题考查的是反比例函数与一次函数的交点问题，能根据数形结合求出  $y_1 > y_2$  时  $x$  的取值范围是解答此题的关键．

8. 【分析】 根据四边形  $ABCD$  是平行四边形，利用平行四边形的性质得到对边平行且相等，然后根据两直线平行内错角相等，得到  $\angle AEB = \angle EBC$ ，再由  $BE$  平分  $\angle ABC$  得到  $\angle ABE = \angle EBC$ ，等量代换后根据等角对等边得到  $AB = AE$ ，同理可得  $DC = DF$ ，再由  $AB = DC$  得到  $AE = DF$ ，根据等式的基本性质在等式两边都减去  $EF$  得到  $AF = DE$ ，当  $EF = \frac{1}{4}AD$  时，设  $EF = x$ ，则  $AD = BC = 4x$ ，然后根据设出的量再表示出  $AF$ ，进而根据  $AB = AF + EF$  用含  $x$  的式子表示出  $AB$  即可得到  $AB$  与  $BC$  的比值．

【解答】 解：  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, AB = CD, AD = BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle EBC,$$

又  $BE$  平分  $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABE = \angle EBC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = AE,$$

同理可得：  $DC = DF$ ，

$$\therefore AE = DF,$$

$$\therefore AE - EF = DF - EF,$$

即  $AF = DE$ ，

当  $EF = \frac{1}{4}AD$  时，设  $EF = x$ ，则  $AD = BC = 4x$ ，

$$\therefore AF = DE = \frac{1}{2}(AD - EF) = 1.5x,$$

$$\therefore AE = AB = AF + EF = 2.5x,$$

$$\therefore AB : BC = 2.5 : 4 = 5 : 8.$$

故选：D.

【点评】此题考查了平行四边形的性质，等腰三角形的性质，角平分性的定义以及等式的基本性质，利用了等量代换的数学思想，要求学生把所学的知识融汇贯穿，灵活运用.

二、填空题（每小题3分，共18分. 14, 15, 16 三选一，只做一个，多答时，只按首答评分）

9. 【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于0，就可以求解.

【解答】解：依题意，得  $x - 2 \geq 0$ ,

解得：  $x \geq 2$ ,

故答案为：  $x \geq 2$ .

【点评】本题主要考查函数自变量的取值范围，考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

10. 【分析】由题意得：  $a \parallel b$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ，根据平角的定义，可求得  $\angle 3$  的度数，又由两直线平行，同位角相等，即可求得  $\angle 2$  的度数.

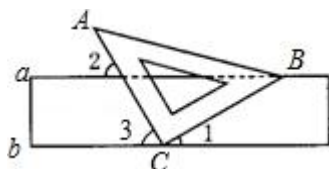
【解答】解：如图，由题意得：  $a \parallel b$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle ACB - \angle 1 = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 60^\circ.$$

故答案为：60.



【点评】此题考查了平行线的性质与平角的定义. 此题难度不大，注意掌握两直线平行，同位角相等定理的应用，注意数形结合思想的应用.

11. 【分析】设公司缴税的年平均增长率为  $x$ ，根据增长后的纳税额 = 增长前的纳税额  $\times (1 + \text{增长率})$ ，即可得到去年的纳税额是  $40(1+x)$  万元，今年的纳税额是  $40(1+x)^2$  万元，据此即可列出方程求解.

【解答】解：设该公司缴税的年平均增长率为  $x$ ，依题意得  $40(1+x)^2 = 48.4$

解方程得  $x_1 = 0.1 = 10\%$ ,  $x_2 = -2.1$  (舍去)

所以该公司缴税的年平均增长率为  $10\%$ .

【点评】本题运用增长率（下降率）的模型解题. 读懂题意，找到等量关系准确的列出

式子是解题的关键.

12. 【分析】由 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 为位似图形, 位似比是1:2, 即可得 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 为相似三角形, 且相似比为1:2, 又由相似三角形面积的比等于相似比的平方, 即可求得答案.

【解答】解:  $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 为位似图形,

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1,$$

$$\therefore \text{位似比是 } 1:2,$$

$$\therefore \text{相似比是 } 1:2,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 与 } \triangle A_1B_1C_1 \text{ 的面积比为: } 1:4,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积为 } 3,$$

$$\therefore \triangle A_1B_1C_1 \text{ 的面积是: } 3 \times 4 = 12.$$

故答案为: 12.

【点评】此题考查了位似图形的性质. 注意位似图形是相似图形的特殊情况, 注意相似三角形面积的比等于相似比的平方定理的应用.

13. 【分析】在同样条件下, 大量反复试验时, 随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近, 可以从比例关系入手, 列出方程求解.

【解答】解: 由题意可得,  $\frac{3}{a} \times 100\% = 20\%$ ,

解得,  $a = 15$  个.

故答案为 15.

【点评】本题利用了用大量试验得到的频率可以估计事件的概率. 关键是根据红球的频率得到相应的等量关系.

14. 【分析】根据三角形的中位线定理建立周长之间的关系, 按规律求解.

【解答】解: 根据三角形中位线定理可得第二个三角形的各边长都等于最大三角形各边的一半,

$$\text{那么第二个三角形的周长} = \triangle ABC \text{ 的周长} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2},$$

$$\text{第三个三角形的周长} = \triangle ABC \text{ 的周长} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 32 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2,$$

...

$$\text{第 } n \text{ 个三角形的周长} = 32 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^{6-n},$$

故答案为:  $2^{6-n}$ .

【点评】 本题考查了三角形的中位线定理, 解决本题的关键是利用三角形的中位线定理得到第  $n$  个三角形的周长与第一个三角形的周长的关系.

15. 【分析】 作圆  $O$  的直径  $CD$ , 连接  $BD$ , 根据圆周角定理求出  $\angle D = 60^\circ$ , 根据锐角三角函数的定义得出  $\sin \angle D = \frac{BC}{CD}$ , 代入求出  $CD$  即可.

【解答】 解: 作圆  $O$  的直径  $CD$ , 连接  $BD$ ,

$\because$  弧  $BC$  对的圆周角有  $\angle A$ 、 $\angle D$ ,

$\therefore \angle D = \angle A = 60^\circ$ ,

$\because$  直径  $CD$ ,

$\therefore \angle DBC = 90^\circ$ ,

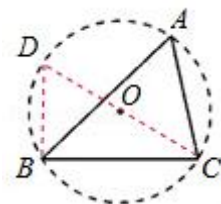
$\therefore \sin \angle D = \frac{BC}{CD}$ ,

即  $\sin 60^\circ = \frac{3}{CD}$ ,

解得:  $CD = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore$  圆  $O$  的半径是  $\sqrt{3}$ ,

故答案为:  $\sqrt{3}$ .



【点评】 本题考查了圆周角定理, 三角形的外接圆与外心, 锐角三角函数的定义的应用, 关键是得出  $\sin \angle D = \frac{BC}{CD}$ , 题目比较典型, 是一道比较好的题目.

16. 【分析】 根据在边长为  $a$  的大正方形中剪去一个边长为  $b$  的小正方形, 以及长方形的长为 30, 宽为 20, 得出  $a+b=30$ ,  $a-b=20$ , 进而得出  $AB$ ,  $BC$  的长, 即可得出答案.

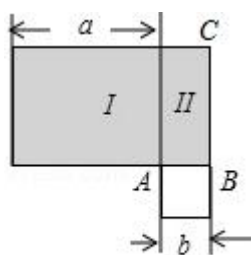
【解答】 解: 根据题意得出:

$$\begin{cases} a+b=30 \\ a-b=20 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=25 \\ b=5 \end{cases},$$

故图 (2) 中 II 部分的面积是:  $AB \cdot BC = 5 \times 20 = 100$ ,

故答案为: 100.



(2)

**【点评】** 此题主要考查了正方形的性质以及二元一次方程组的应用，根据已知得出  $a+b=30$ ， $a-b=20$  是解题关键．

### 三、解答题（17，18，19，20 每小题 10 分，21，22 每小题 10 分，共 64 分）

17. **【分析】**（1）根据平方根、0 指数幂、特殊角的三角函数值的相关知识解答；

（2）先将括号内的部分通分，再将除法转化为乘法进行化简，然后代入求值．

**【解答】**（1）解： $\sqrt{9}+(\pi-2012)^0-\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$$=3+1-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\cdots 3\text{分}$$

$$=3\cdots 1\text{分}$$

$$(2)\text{解:}\left(a+\frac{1-2a}{a}\right)\div\frac{1-a}{a}$$

$$=\left(\frac{a^2+1-2a}{a}\right)\times\frac{a}{1-a}\cdots 2\text{分}$$

$$=\frac{(a-1)^2}{a}\times\frac{a}{1-a}\cdots 1\text{分}$$

$$=1-a\cdots 1\text{分}$$

$$\text{当 } a=1-\sqrt{2} \text{ 时, 原式 } =1-1+\sqrt{2}=\sqrt{2}\cdots 2\text{分}$$

**【点评】**（1）本题考查了实数的运算，包括 0 指数幂、特殊角的三角函数值，是一道常见的杂烩题；

（2）本题综合考查了分式的化简与方程解的定义．解这类题的关键是利用分解因式的方法化简分式，将已知量与未知量联系起来．

18. **【分析】**（1）根据图形旋转的性质画出旋转后的图形即可；

（2）先根据勾股定理求出  $OA$  的长，再根据线段  $OA$  在旋转过程中扫过的图形为以  $OA$  为半径， $\angle AOA_1$  为圆心角的扇形，利用扇形的面积公式得出结论即可；

（3）直接根据锐角三角函数的定义即可得出结论．

**【解答】**解：（1）如图．

$\triangle A_1B_1C_1$  即为所求三角形；

(2) 由勾股定理可知  $OA = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ,

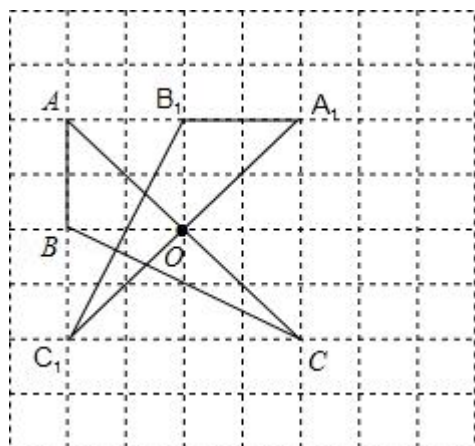
线段  $OA$  在旋转过程中扫过的图形为以  $OA$  为半径,  $\angle AOA_1$  为圆心角的扇形,

$$\text{则 } S_{\text{扇形 } OAA_1} = \frac{90 \times \pi (2\sqrt{2})^2}{360} = 2\pi.$$

答: 扫过的图形面积为  $2\pi$ .

$$(3) \text{ 在 } \text{Rt}\triangle BCC_1 \text{ 中, } \tan \angle BCC_1 = \frac{BC_1}{C_1C} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

答:  $\angle BCC_1$  的正切值是  $\frac{1}{2}$ .



**【点评】** 本题考查的是作图 - 旋转变换、扇形的面积公式及锐角三角函数定义, 熟知图形旋转后所得图形与原图形全等的性质是解答此题的关键.

19. **【分析】** (1) 结合条形统计图和扇形统计图, 利用  $A$  组频数 42 除以  $A$  组频率 42%, 即可得到该校本次调查中, 共调查了多少名学生;

(2) 利用 (1) 中所求人数, 减去  $A$ 、 $B$ 、 $D$  组的频数即可;  $C$  组频数除以 100 即可得到  $C$  组频率;

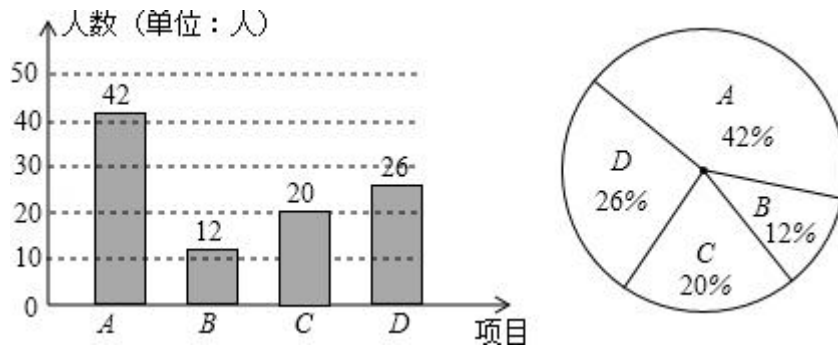
(3) 根据概率公式直接解答.

**【解答】** 解: (1) 该校本次一共调查了  $42 \div 42\% = 100$  名学生...3 分,

(2) 喜欢跑步的人数 =  $100 - 42 - 12 - 26 = 20$  人...2 分,

喜欢跑步的人数占被调查学生数的百分比 =  $\frac{20}{100} \times 100\% = 20\%$ ...2 分,

补全统计图，如图：



(3) 在本次调查中随机抽取一名学生他喜欢跑步的概率 =  $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ ...3 分.

**【点评】** 本题考查了条形统计图、扇形统计图、概率公式，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据．

20. **【分析】** (1) 设 A 种货车为  $x$  辆，则 B 种货车为  $(50 - x)$  辆，则表示出两种车的费用的和就是总费用，据此即可求解；

(2) 仓库有甲种货物 360 吨，乙种货物 290 吨，两种车的运载量必须不超过 360 吨，290 吨，据此即可得到一个关于  $x$  的不等式组，再根据  $x$  是整数，即可求得  $x$  的值，从而确定运输方案；

(3) 运费可以表示为  $x$  的函数，根据函数的性质，即可求解．

**【解答】** 解：(1) 设 A 种货车为  $x$  辆，则 B 种货车为  $(50 - x)$  辆．

根据题意，得  $y = 0.5x + 0.8(50 - x)$ ，即  $y = -0.3x + 40$

(2) 根据题意，得

$$\begin{cases} 9x + 6(50 - x) \geq 360 \\ 3x + 8(50 - x) \geq 290 \end{cases}$$

解这个不等式组，得

$$20 \leq x \leq 22$$

$\because x$  是整数

$\therefore x$  可取 20、21、22

即共有三种方案，

|  |       |       |
|--|-------|-------|
|  | A (辆) | B (辆) |
|--|-------|-------|

|   |    |    |
|---|----|----|
| 一 | 20 | 30 |
| 二 | 21 | 29 |
| 三 | 22 | 28 |

(3) 由(1)可知, 总运费  $y = -0.3x + 40$ ,

$\because k = -0.3 < 0$ ,

$\therefore$  一次函数  $y = -0.3x + 40$  的函数值随  $x$  的增大而减小.

所以  $x = 22$  时,  $y$  有最小值, 即  $y = -0.3 \times 22 + 40 = 33.4$  (万元)

选择方案三:  $A$  种货车为 22 辆,  $B$  种货车为 28 辆, 总运费最少是 33.4 万元.

**【点评】** 本题考查二元一次方程组的应用和一元一次不等式组的应用, 将现实生活中的事件与数学思想联系起来, 读懂题列出方程组和不等式组即可求解.

21. **【分析】**(1) ①  $BD = CE$ ,  $BD \perp CE$ . 根据全等三角形的判定定理  $SAS$  推知  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ , 然后由全等三角形的对应边相等证得  $BD = CE$ 、对应角相等  $\angle ABF = \angle ECA$ ; 然后在  $\triangle ABD$  和  $\triangle CDF$  中, 由三角形内角和定理可以求得  $\angle CFD = 90^\circ$ , 即  $BD \perp CF$ ;

②  $BD = CE$ ,  $BD \perp CE$ . 根据全等三角形的判定定理  $SAS$  推知  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ , 然后由全等三角形的对应边相等证得  $BD = CE$ 、对应角相等  $\angle ABF = \angle ECA$ ; 作辅助线 (延长  $BD$  交  $AC$  于  $F$ , 交  $CE$  于  $H$ )  $BH$  构建对顶角  $\angle ABF = \angle HCF$ , 再根据三角形内角和定理证得  $\angle BHC = 90^\circ$ ;

(2) 根据结论①、②的证明过程知,  $\angle BAC = \angle DFC$  (或  $\angle FHC = 90^\circ$ ) 时, 该结论成立了, 所以本条件中的  $\angle BAC = \angle DAE \neq 90^\circ$  不合适.

**【解答】** 解: (1) ① 结论:  $BD = CE$ ,  $BD \perp CE$ ;

② 结论:  $BD = CE$ ,  $BD \perp CE$ ...1 分

理由如下:  $\because \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$

$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$ , 即  $\angle BAD = \angle CAE$ ...1 分

在  $\triangle ABD$  与  $\triangle ACE$  中,

$$\because \begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE \\ AD=AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$  ( $SAS$ )

$\therefore BD = CE$ ...1 分

延长  $BD$  交  $AC$  于  $F$ , 交  $CE$  于  $H$ .

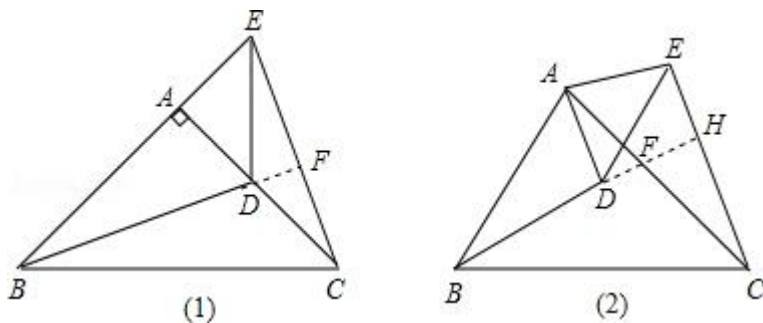
在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle HCF$ 中,

$$\because \angle ABF = \angle HCF, \angle AFB = \angle HFC$$

$$\therefore \angle CHF = \angle BAF = 90^\circ$$

$$\therefore BD \perp CE \cdots 3 \text{ 分}$$

(2) 结论: 乙.  $AB:AC=AD:AE$ ,  $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ \cdots 2 \text{ 分}$



【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质.  $SSS$ ,  $SAS$ ,  $ASA$ ,  $AAS$ ,  $HL$  均可作为判定三角形全等的定理. 注意: 在全等的判定中, 没有  $AAA$  (角角角) 和  $SSA$  (边边角) (特例: 直角三角形为  $HL$ , 因为勾股定理, 只要确定了斜边和一条直角边, 另一直角边也确定, 属于  $SSS$ ), 因为这两种情况都不能唯一确定三角形的形状; 另外三条中线 (或高、角平分线) 分别对应相等的两个三角形也全等.

22. 【分析】 (1) 利用待定系数法求出抛物线的解析式;

(2) 关键是求出  $\triangle ACP$  面积的表达式, 然后利用二次函数求极值的方法, 求出  $\triangle ACP$  面积的最大值;

(3) 如图 (3) 所示, 以  $BC$  为边, 在线段  $BC$  两侧分别作正方形, 正方形的其他四个顶点均可以使得 “ $\triangle BCQ$  是以  $BC$  为腰的等腰直角三角形”, 因此有四个点符合题意要求;

(4) 如图 (4) 所示, 若以点  $B$ 、 $Q$ 、 $E$  为顶点的三角形与  $\triangle AOC$  相似, 有两种情况, 需要分类讨论, 不要漏解;

(5) 以  $A$ 、 $C$ 、 $M$ 、 $Q$  为顶点的四边形是平行四边形, 有四种情况, 分别如图 (5)  $a$ 、图 (5)  $b$  所示, 注意不要漏解.

【解答】 解: (1) 由抛物线  $y = ax^2 + bx + 2$  过点  $A(-3, 0)$ ,  $B(1, 0)$ , 则

$$\begin{cases} 0 = 9a - 3b + 2 \\ 0 = a + b + 2 \end{cases}$$

解这个方程组, 得  $a = -\frac{2}{3}$ ,  $b = -\frac{4}{3}$ .

∴二次函数的关系解析式为  $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$ .

(2) 设点  $P$  坐标为  $(m, n)$ , 则  $n = -\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m + 2$ .

连接  $PO$ , 作  $PM \perp x$  轴于  $M$ ,  $PN \perp y$  轴于  $N$ .

$$PM = -\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m + 2, PN = -m, AO = 3.$$

当  $x = 0$  时,  $y = -\frac{2}{3} \times 0 - \frac{4}{3} \times 0 + 2 = 2$ , 所以  $OC = 2$

$$\begin{aligned} S_{\triangle PAC} &= S_{\triangle PAO} + S_{\triangle PCO} - S_{\triangle ACO} \\ &= \frac{1}{2}AO \cdot PM + \frac{1}{2}CO \cdot PN - \frac{1}{2}AO \cdot CO \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m + 2\right) + \frac{1}{2} \times 2 \cdot (-m) - \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \\ &= -m^2 - 3m \end{aligned}$$

$$\because a = -1 < 0$$

∴函数  $S_{\triangle PAC} = -m^2 - 3m$  有最大值

当  $m = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$  时,  $S_{\triangle PAC}$  有最大值.

$$\text{此时 } n = -\frac{2}{3}m^2 - \frac{4}{3}m + 2 = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 2 = \frac{5}{2}$$

∴存在点  $P\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ , 使  $\triangle PAC$  的面积最大.

(3) 如图(3)所示, 以  $BC$  为边在两侧作正方形  $BCQ_1Q_2$ 、正方形  $BCQ_3Q_4$ , 则点  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ ,  $Q_4$  为符合题意要求的点.

过  $Q_1$  点作  $Q_1D \perp y$  轴于点  $D$ ,

$$\because \angle BCQ_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle Q_1CD + \angle OCB = 90^\circ,$$

又  $\because$  在直角  $\triangle OBC$  中,  $\angle OCB + \angle CBO = 90^\circ$ ,

$$\therefore \angle Q_1CD = \angle OCB,$$

$$\text{又 } \because Q_1C = BC, \angle Q_1DC = \angle BOC,$$

$$\therefore \triangle Q_1CD \cong \triangle CBO,$$

$$\therefore Q_1D = OC = 2, CD = OB = 1, \therefore OD = OC + CD = 3, \therefore Q_1(2, 3);$$

同理求得  $Q_2(3, 1)$ ,  $Q_3(-1, -1)$ ,  $Q_4(-2, 1)$ .

∴存在点  $Q$ ，使  $\triangle BCQ$  是以  $BC$  为腰的等腰直角三角形． $Q$  点坐标为： $Q_1(2, 3)$ ， $Q_2(3, 1)$ ， $Q_3(-1, -1)$ ， $Q_4(-2, 1)$ ．

(4) 如图 (4) 所示，设  $E(n, 0)$ ，则  $BE = 1 - n$ ， $QE = -\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{3}n + 2$ ．

假设以点  $B$ 、 $Q$ 、 $E$  为顶点的三角形与  $\triangle AOC$  相似，则有两种情况：

①若  $\triangle AOC \sim \triangle BEQ$ ，则有： $\frac{QE}{OC} = \frac{BE}{OA}$ ，

$$\text{即 } \frac{-\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{3}n + 2}{2} = \frac{1-n}{3}, \text{ 化简得: } n^2 + n - 2 = 0,$$

解得  $n_1 = -2$ ， $n_2 = 1$  (与  $B$  重合，舍去)， $\therefore n = -2$ ， $QE = -\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{3}n + 2 = 2$ ．

$\therefore Q(-2, 2)$ ;

②若  $\triangle AOC \sim \triangle BQE$ ，则有： $\frac{QE}{OA} = \frac{BE}{OC}$ ，

$$\text{即 } \frac{-\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{3}n + 2}{3} = \frac{1-n}{2}, \text{ 化简得: } 4n^2 - n - 3 = 0,$$

解得  $n_1 = -\frac{3}{4}$ ， $n_2 = 1$  (与  $B$  重合，舍去)， $\therefore n = -\frac{3}{4}$ ， $QE = -\frac{2}{3}n^2 - \frac{4}{3}n + 2 = \frac{21}{8}$ ．

$\therefore Q(-\frac{3}{4}, \frac{21}{8})$ ．

综上所述，存在点  $Q$ ，使以点  $B$ 、 $Q$ 、 $E$  为顶点的三角形与  $\triangle AOC$  相似．

$Q$  点坐标为  $(-2, 2)$  或  $(-\frac{3}{4}, \frac{21}{8})$ ．

(5) 假设存在点  $Q$ ，使以  $A$ 、 $C$ 、 $M$ 、 $Q$  为顶点的四边形是平行四边形．

①若  $CM$  平行于  $x$  轴，如图 (5)  $a$  所示，有符合要求的两个点  $Q_1$ ， $Q_2$ ，此时  $Q_1A = Q_2A = CM$ ．

$\because CM \parallel x$  轴， $\therefore$  点  $M$ 、点  $C(0, 2)$  关于对称轴  $x = -1$  对称，

$\therefore M(-2, 2)$ ， $\therefore CM = 2$ ．

由  $Q_1A = Q_2A = CM = 2$ ，得到  $Q_1(-5, 0)$ ， $Q_2(-1, 0)$ ；

②若  $CM$  不平行于  $x$  轴，如图 (5)  $b$  所示．过点  $M$  作  $MG \perp x$  轴于  $G$ ，

易证  $\triangle MGQ \cong \triangle COA$ ，得  $QG = OA = 3$ ， $MG = OC = 2$ ，即  $y_M = -2$ ．

设  $M(x, -2)$ ，则有  $-\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2 = -2$ ，解得  $x = -1 \pm \sqrt{7}$ ．

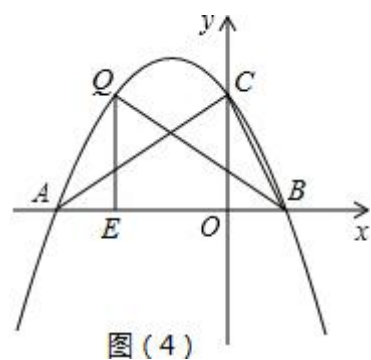
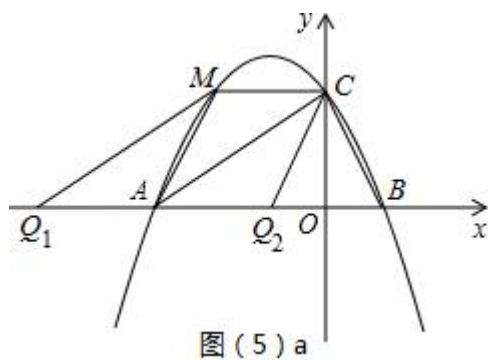
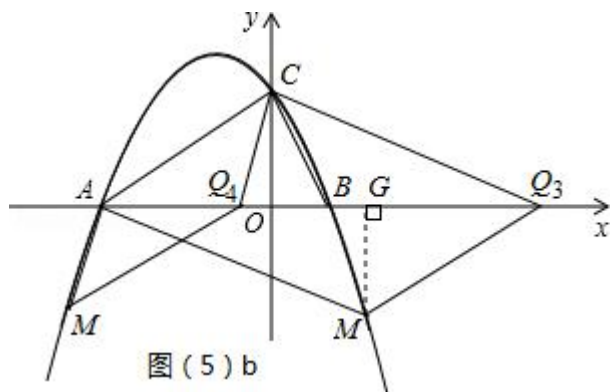
又  $QG=3$ ,  $\therefore x_Q = x_G + 3 = 2 \pm \sqrt{7}$ ,

$$\therefore Q_3 (2+\sqrt{7}, 0), Q_4 (2-\sqrt{7}, 0).$$

综上所述, 存在点  $Q$ , 使以  $A$ 、 $C$ 、 $M$ 、 $Q$  为顶点的四边形是平行四边形.  $Q$  点坐标为:

$$Q_1(-5, 0), Q_2(-1, 0), Q_3(2+\sqrt{7}, 0), Q_4(2-\sqrt{7}, 0).$$

注：解答中给出（3）（4）（5）问解题过程，只是为了同学们易于理解，原题并未要求。



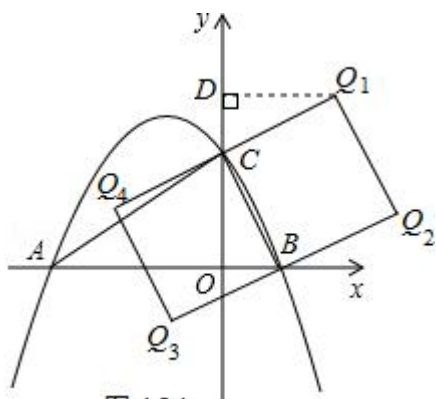


图 (3)

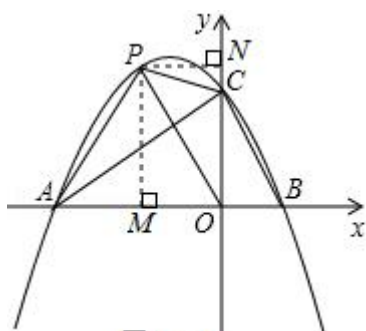


图 (2)

**【点评】** 本题是二次函数压轴题，综合考查了二次函数的图象与性质、待定系数法、二次函数极值、全等三角形、相似三角形、正方形、等腰直角三角形等重要知识点，难度较大，对考生能力要求较高。本题核心是存在性问题，第 (3) (4) (5) 问均涉及点的存在性，注意认真分析，在多种情况时需要分类讨论；另外注意求点坐标的方法，全等三角形与相似三角形在其中发挥重要作用，需要认真体会。