

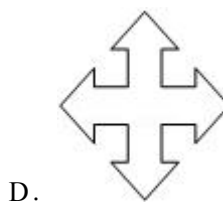
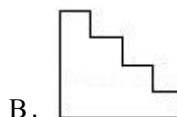
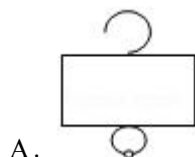
2012 年辽宁省锦州市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) -3 的倒数是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) 下列各图，不是轴对称图形的是 ()



3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^5 = a^7$ B. $(-ab)^3 = -ab^3$
C. $a^8 \div a^2 = a^4$ D. $2a^2 \cdot a = 2a^3$

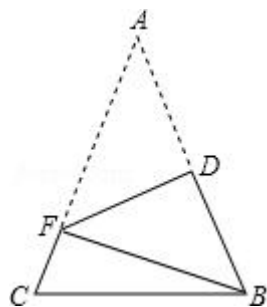
4. (3 分) 某中学礼仪队女队员的身高如下表：

身高 (cm)	165	168	170	171	172
人数 (名)	4	6	5	3	2

则这个礼仪队 20 名女队员身高的众数和中位数分别是 ()

- A. 168cm, 169cm B. 168cm, 168cm
C. 172cm, 169cm D. 169cm, 169cm

5. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AB + BC = 8$ 。将 $\triangle ABC$ 折叠，使得点 A 落在点 B 处，折痕 DF 分别与 AB 、 AC 交于点 D 、 F ，连接 BF ，则 $\triangle BCF$ 的周长是 ()

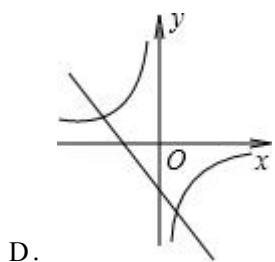
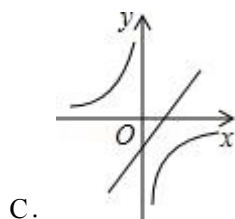
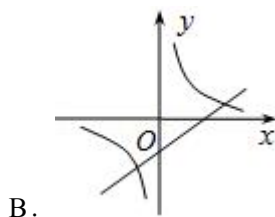
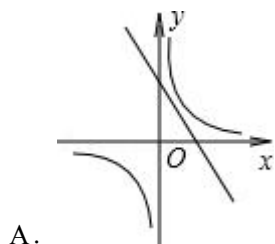


- A. 8 B. 16 C. 4 D. 10

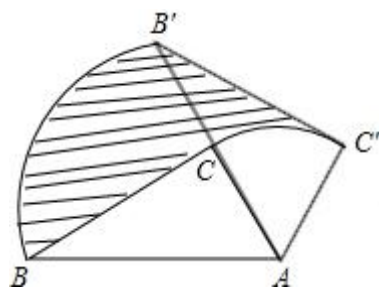
6. (3分) 下列说法正确的是 ()

- A. 同位角相等
- B. 梯形对角线相等
- C. 等腰三角形两腰上的高相等
- D. 对角线相等且垂直的四边形是正方形

7. (3分) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与一次函数 $y = kx + k$ ($k \neq 0$) 在同一平面直角坐标系内的图象可能是 ()



8. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$. 把 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转 60° 后得到 $\triangle AB'C'$, 若 $AB = 4$, 则线段 BC 在上述旋转过程中所扫过部分(阴影部分)的面积是 ()



A. $\frac{2}{3}\pi$

B. $\frac{5}{3}\pi$

C. 2π

D. 4π

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) 计算: $(\sqrt{2}+1)^0 - 2^{-1} + \sqrt{27} - 6\sin 60^\circ =$ _____.

10. (3分) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 _____.

11. (3分) 万里长城和京杭大运河都是我国古代文明的伟大成就, 其中纵贯南北的京杭大

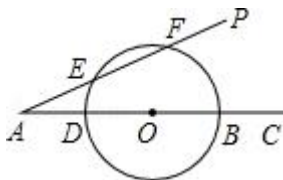
运河修建时长度大约为 1 790 000 米，是非常杰出的水利工程．将数据 1 790 000 米用科学记数法表示为_____米．

12. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x \geq 0 \\ 3x + 2 > -1 \end{cases}$ 的解集是_____.

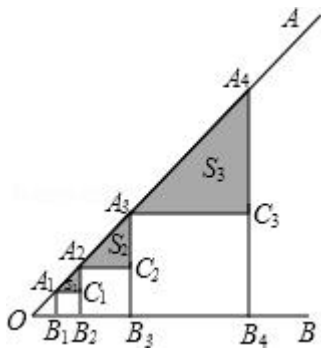
13. (3 分) 已知三角形的两条边长分别是 7 和 3，第三边长为整数，则这个三角形的周长是偶数的概率是_____.

14. (3 分) 某品牌自行车进价为每辆 800 元，标价为每辆 1200 元．店庆期间，商场为了答谢顾客，进行打折促销活动，但是要保证利润率不低于 5%，则最多可打_____折．

15. (3 分) 如图， $\angle PAC = 30^\circ$ ，在射线 AC 上顺次截取 $AD = 3\text{cm}$ ， $DB = 10\text{cm}$ ，以 DB 为直径作 $\odot O$ 交射线 AP 于 E 、 F 两点，则线段 EF 的长是_____ cm ．



16. (3 分) 如图，正方形 $A_1B_1B_2C_1$ ， $A_2B_2B_3C_2$ ， $A_3B_3B_4C_3$ ， $\dots$ ， $A_nB_nB_{n+1}C_n$ ，按如图所示放置，使点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 $\dots$ 、 A_n 在射线 OA 上，点 B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 、 $\dots$ 、 B_n 在射线 OB 上．若 $\angle AOB = 45^\circ$ ， $OB_1 = 1$ ，图中阴影部分三角形的面积由小到大依次记作 S_1 ， S_2 ， S_3 ， $\dots$ ， S_n ，则 $S_n =$ _____.



三、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

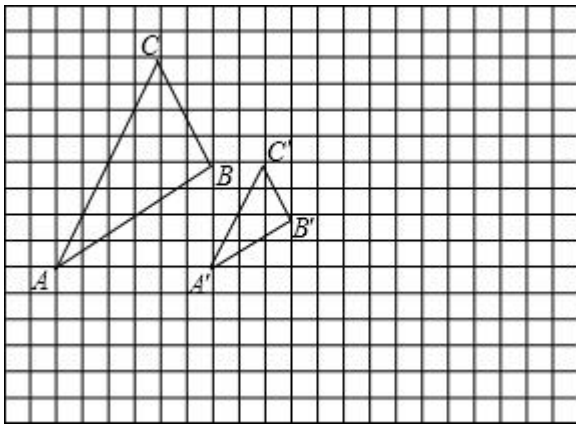
17. (8 分) 先化简，再求值： $\frac{1}{x^2 - x} - \frac{x-2}{x^2 - 2x + 1} \div \frac{x-2}{x-1}$ ，其中 $x = \sqrt{3}$ ．

18. (8 分) 如图所示，图中的小方格都是边长为 1 的正方形， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是以点 O 为位似中心的位似图形，它们的顶点都在小正方形的顶点上．

(1) 画出位似中心点 O ；

(2) 直接写出 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的位似比；

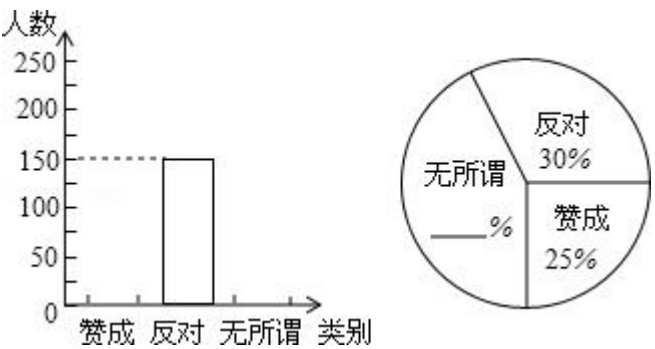
(3) 以位似中心 O 为坐标原点，以格线所在直线为坐标轴建立平面直角坐标系，画出 $\triangle A'B'C'$ 关于点 O 中心对称的 $\triangle A''B''C''$ ，并直接写出 $\triangle A''B''C''$ 各顶点的坐标.



四、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

19. (10 分) 随着人们生活水平的提高，城市家庭私家车的拥有量越来越多．私家车给人们的生活带来很多方便，同时也给城市的道路交通带来了很大的压力，尤其是节假日期间交通拥堵现象非常严重．为了缓解交通堵塞，尽量保持道路通畅，某市有关部门号召市民“在节假日期间选择公共交通工具出行”．为了了解市民的意见和态度，有关部门随机抽取了若干市民进行了调查．经过统计、整理，制作统计图如图．请回答下列问题：

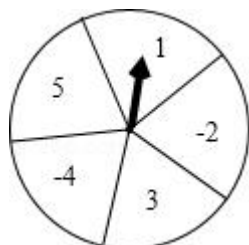
- (1) 这次抽查的市民总人数是多少？
- (2) 分别求出持“赞成”态度、“无所谓”态度的市民人数以及持“无所谓”态度的人数占总人数的百分比，并补全条形统计图和扇形统计图；
- (3) 若该市约有 18 万人，请估计对这一问题持“赞成”态度的人数约是多少？



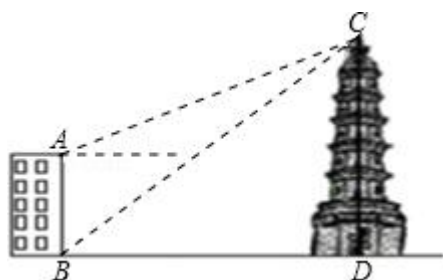
20. (10 分) 某部队要进行一次急行军训练，路程为 32km ．大部队先行，出发 1 小时后，由特种兵组成的突击小队才出发，结果比大部队提前 20 分钟到达目的地．已知突击小队的行进速度是大部队的 1.5 倍，求大部队的行进速度．（列方程解应用题）

五、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

21. (10分) 如图, 有一个可以自由转动的转盘被平均分成五个扇形, 五个扇形内部分别标有数字: -2 、 3 、 -4 、 5 . 若将转盘转动两次, 每一次停止转动后, 指针指向的扇形内的数字分别记为 m , n (当指针指在边界线时视为无效, 重转), 从而确定一个点的坐标为 $A(m, n)$. 请用列表或者画树状图的方法求出所有可能得到的点 A 的坐标, 并求出点 A 在第一象限内的概率.



22. (10分) 如图, 大楼 AB 高 16 米, 远处有一塔 CD , 某人在楼底 B 处测得塔顶的仰角为 38.5° , 爬到楼顶 A 处测得塔顶的仰角为 22° , 求塔高 CD 及大楼与塔之间的距离 BD 的长. (参考数据: $\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\cos 22^\circ \approx 0.93$, $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\sin 38.5^\circ \approx 0.62$, $\cos 38.5^\circ \approx 0.78$, $\tan 38.5^\circ \approx 0.80$)

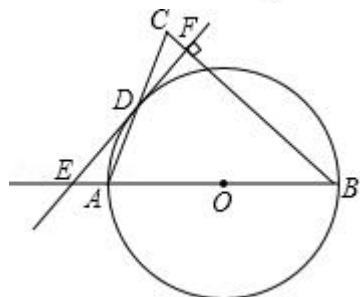


六、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

23. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 D , 过 D 作直线 DE 垂直 BC 于 F , 且交 BA 的延长线于点 E .

(1) 求证: 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\cos \angle BAC = \frac{1}{3}$, $\odot O$ 的半径为 6, 求线段 CD 的长.



24. (10分) 某商店经营儿童益智玩具, 已知成批购进时的单价是 20 元. 调查发现: 销售单价是 30 元时, 月销售量是 230 件, 而销售单价每上涨 1 元, 月销售量就减少 10 件,

但每件玩具售价不能高于 40 元. 设每件玩具的销售单价上涨了 x 元时 (x 为正整数), 月销售利润为 y 元.

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式并直接写出自变量 x 的取值范围.
- (2) 每件玩具的售价定为多少元时, 月销售利润恰为 2520 元?
- (3) 每件玩具的售价定为多少元时可使月销售利润最大? 最大的月利润是多少?

七、解答题 (本题 12 分)

25. (12 分) 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 D 为直线 BC 上一动点 (点 D 不与 B 、 C 重合). 以 AD 为边作正方形 $ADEF$, 连接 CF .

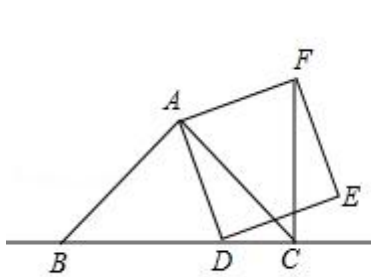


图1

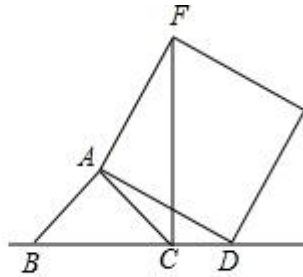


图2

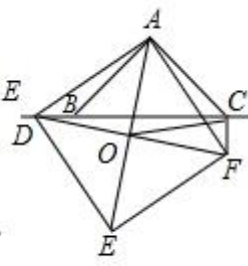


图3

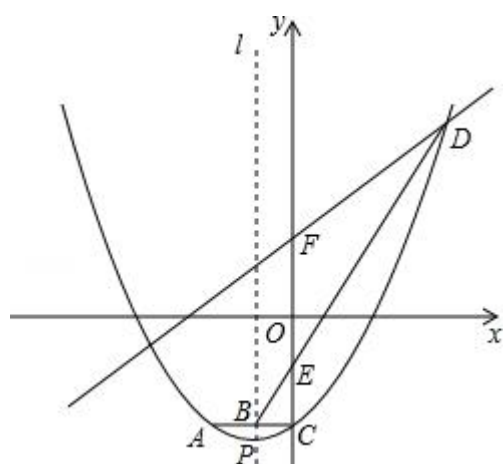
- (1) 如图 1, 当点 D 在线段 BC 上时, 求证: ① $BD \perp CF$. ② $CF = BC - CD$.
- (2) 如图 2, 当点 D 在线段 BC 的延长线上时, 其它条件不变, 请直接写出 CF 、 BC 、 CD 三条线段之间的关系;
- (3) 如图 3, 当点 D 在线段 BC 的反向延长线上时, 且点 A 、 F 分别在直线 BC 的两侧, 其它条件不变: ①请直接写出 CF 、 BC 、 CD 三条线段之间的关系. ②若连接正方形对角线 AE 、 DF , 交点为 O , 连接 OC , 探究 $\triangle AOC$ 的形状, 并说明理由.

八、解答题 (本题 14 分)

26. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 交 y 轴于点 C , 直线 l 为抛物线的对称轴, 点 P 在第三象限且为抛物线的顶点. P 到 x 轴的距离为 $\frac{10}{3}$, 到 y 轴的距离为 1. 点 C 关于直线 l 的对称点为 A , 连接 AC 交直线 l 于 B .

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 直线 $y = \frac{3}{4}x + m$ 与抛物线在第一象限内交于点 D , 与 y 轴交于点 F , 连接 BD 交 y 轴于点 E , 且 $DE:BE = 4:1$. 求直线 $y = \frac{3}{4}x + m$ 的表达式;
- (3) 在 (2) 的条件下, 若 N 为平面直角坐标系内的点, 在直线 $y = \frac{3}{4}x + m$ 上是否存在点 M , 使得以点 O 、 F 、 M 、 N 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 直接写出点 M 的坐标;

若不存在，请说明理由．



2012 年辽宁省锦州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 【分析】首先运用绝对值的定义去掉绝对值的符号，然后根据倒数的定义求解．

【解答】解：∵ $|-3|=3$ ，3 的倒数是 $\frac{1}{3}$ ，

∴ $|-3|$ 的倒数是 $\frac{1}{3}$ ．

故选：B．

【点评】本题主要考查了绝对值和倒数的定义．

绝对值的定义：如果用字母 a 表示有理数，则数 a 的绝对值要由字母 a 本身的取值来确定：①当 a 是正有理数时， a 的绝对值是它本身 a ；②当 a 是负有理数时， a 的绝对值是它的相反数 $-a$ ；③当 a 是零时， a 的绝对值是零．

倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．

2. 【分析】根据轴对称图形的概念，把一个图形沿着某条直线折叠，两边能够重合的图形是轴对称图形．

【解答】解：A、不是轴对称图形，故此选项正确；

B、是轴对称图形，故此选项错误；

C、是轴对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，故此选项错误；

故选：A．

【点评】此题主要考查了轴对称图形的定义，属于基础题，解答本题的关键是基本概念的掌握．

3. 【分析】根据合并同类项法则、积的乘方、同底数幂的除法、单项式乘法的运算方法，利用排除法求解．

【解答】解：A、 a^2 与 a^5 不是同类项，不能合并，故本选项错误；

B、 $(-ab)^3 = -a^3b^3$ ，故本选项错误；

C、 $a^8 \div a^2 = a^6$ ，故本选项错误；

D、 $2a^2 \cdot a = 2a^3$ ，故本选项正确．

故选：D．

【点评】本题主要考查了合并同类项的法则、积的乘方、同底数幂的除法、单项式乘法

法则，熟练掌握运算法则是解题的关键.

4. 【分析】根据中位数就是把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数（或两个数的平均数）；众数是一组数据中出现次数最多的数据进行解答即可求出答案.

【解答】解：根据表可知：168cm 出现的次数最多，因而众数是：168cm；

$\therefore$ 共 20 个数，处于中间位置的是 168cm 和 170cm，

$\therefore$ 中位数是： $(168+170) \div 2 = 169\text{cm}$.

故选：A.

【点评】本题主要考查了众数以及中位数的定义，注意众数与中位数的单位与原数组中的数的单位相同，用到的知识点是众数以及中位数的定义，此题较简单，是一道基础题.

5. 【分析】由将 $\triangle ABC$ 折叠，使得点 A 落在点 B 处，折痕 DF 分别与 AB、AC 交于点 D、F，可得 $BF = AF$ ，又由在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AB + BC = 8$ ，易得 $\triangle BCF$ 的周长等于 $AB + BC$ ，则可求得答案.

【解答】解： $\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 折叠，使得点 A 落在点 B 处，

$\therefore AF = BF$ ，

$\therefore AB = AC$ ， $AB + BC = 8$ ，

$\therefore \triangle BCF$ 的周长是： $BC + CF + BF = BC + CF + AF = BC + AC = BC + AB = 8$.

故选：A.

【点评】此题考查了折叠的性质. 此题难度不大，解题的关键是掌握折叠前后图形的对应关系，注意等量代换，注意数形结合思想的应用.

6. 【分析】根据平行线的性质以及梯形的性质以及等腰三角形的性质正方形的判定分别判定得出答案即可.

【解答】解：A. 根据两直线平行，同位角相等，故此选项错误；

B. 根据只有等腰梯形的对角线相等，故此选项错误；

C. 利用等腰三角形底角相等，再结合三角形的判定可以得出，等腰三角形两腰上的高相等，故此选项正确；

D. 根据对角线相等且垂直的平行四边形是正方形，故此选项错误.

故选：C.

【点评】本题考查了正方形的判断以及等腰梯形的性质以及等腰三角形的性质和平行线的判定等知识，利用反例来推翻其结论不成立是解题关键.

7. 【分析】分两种情况讨论，当 $k > 0$ 时，分析出一次函数和反比例函数所过象限；再分析

出 $k < 0$ 时, 一次函数和反比例函数所过象限, 符合题意者即为正确答案.

【解答】解: ①当 $k > 0$ 时, $y = kx + k$ 过一、二、三象限; $y = \frac{k}{x}$ 过一、三象限;

②当 $k < 0$ 时, $y = kx + k$ 过二、三、四象限; $y = \frac{k}{x}$ 过二、四象限.

观察图形可知只有 D 符合②.

故选: D .

【点评】 本题考查了反比例函数的图象和一次函数的图象, 熟悉两函数的性质是解题的关键.

8. **【分析】** 根据阴影部分的面积是: 扇形 BAB' 的面积 $+ S_{\triangle AB'C'} - S_{\triangle ABC} -$ 扇形 CAC' 的面积, 分别求得: 扇形 BAB' 的面积 $S_{\triangle AB'C'}$, $S_{\triangle ABC}$ 以及扇形 CAC' 的面积, 即可求解.

【解答】解: 扇形 BAB' 的面积是: $\frac{60\pi \times 4^2}{360} = \frac{8\pi}{3}$,

在直角 $\triangle ABC$ 中, $BC = AB \cdot \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$, $AC = \frac{1}{2}AB = 2$,

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AB'C'} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}.$$

扇形 CAC' 的面积是: $\frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{2\pi}{3}$,

则阴影部分的面积是: 扇形 BAB' 的面积 $+ S_{\triangle AB'C'} - S_{\triangle ABC} -$ 扇形 CAC' 的面积 $= \frac{8\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} = 2\pi$.

故选: C .

【点评】 本题考查了扇形的面积的计算, 正确理解阴影部分的面积是: 扇形 BAB' 的面积 $+ S_{\triangle AB'C'} - S_{\triangle ABC} -$ 扇形 CAC' 的面积是关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. **【分析】** 根据特殊角的三角形函数值、负整数指数幂和零指数幂得到原式 $= 1 - \frac{1}{2} + 3\sqrt{3} - 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$, 再进行乘法运算后合并即可.

【解答】解: 原式 $= 1 - \frac{1}{2} + 3\sqrt{3} - 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$= 1 - \frac{1}{2} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$= \frac{1}{2}.$$

故答案为 $\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了实数的运算：先进行乘方或开方运算，再进行乘除运算，然后进行加减运算．也考查了特殊角的三角形函数值、负整数指数幂和零指数幂．

10. 【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0 可求出自变量 x 的取值范围．

【解答】解：根据题意得： $x - 1 > 0$ ，

解得： $x > 1$ ．

【点评】本题考查的是函数自变量取值范围的求法．函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负．

11. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解： $1\,790\,000 = 1.79 \times 10^6$ ，

故答案为： 1.79×10^6 ．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

12. 【分析】先求出两个不等式的解集，再求其公共解．

【解答】解：
$$\begin{cases} 1 - \frac{1}{2}x \geq 0 & \text{①} \\ 3x + 2 > -1 & \text{②} \end{cases}$$

由①得， $x \leq 2$ ，

由②得， $x > -1$ ，

所以，不等式组的解集是 $-1 < x \leq 2$ ．

故答案为： $-1 < x \leq 2$ ．

【点评】本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法，其简便求法就是用口诀求解．求不等式组解集的口诀：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小找不到（无解）．

13. 【分析】先根据第三边的长度应是大于两边的差，而小于两边的和，求出第三边长的范围和所有情况，再根据第三边长为偶数，得出第三边的长有几种情况，最后根据概率公式计算即可．

【解答】解：设第三边长为 $x\text{cm}$ ．

则有 $7 - 3 < x < 7 + 3$ ，

即 $4 < x < 10$ ，

当第三边长为整数时， $x = 5$ 或 6 或 7 或 8 或 9 ，

当这个三角形的周长是偶数时，

$x = 6$ 或 8 ，

则这个三角形的周长是偶数的概率是 $\frac{2}{5}$ ．

故答案为： $\frac{2}{5}$ ．

【点评】此题考查了概率公式，关键是根据三角形的三边关系求出第三边长为偶数的情况和所有情况，用到的知识点是三角形的三边关系．

14. 【分析】设该自行车能打 x 折，则根据利润率不低于 5% ，可得不等式，解出即可得出答案．

【解答】解：设该自行车能打 x 折，由题意得

$$1200 \times \frac{x}{10} - 800 \geq 800 \times 5\%，$$

解得： $x \geq 7$ ，即最多可打 7 折．

故答案为：七．

【点评】本题考查一元一次不等式组的应用，将现实生活中的事件与数学思想联系起来，读懂题列出不等式关系式即可求解．

15. 【分析】过 O 点作 $OH \perp EF$ 于 H ，连 OF ，根据垂径定理得 $EH = FH$ ，在 $\text{Rt}\triangle AOH$ 中，

$AO = AD + OD = 3 + 5 = 8$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，利用含 30 度的直角三角形三边的关系可得到 $OH =$

$\frac{1}{2}OA = 4$ ，再利用勾股定理计算出 HF ，由 $EF = 2HF$ 得到答案．

【解答】解：过 O 点作 $OH \perp EF$ 于 H ，连 OF ，如图

则 $EH = FH$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOH$ 中， $AO = AD + OD = 3 + 5 = 8$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，

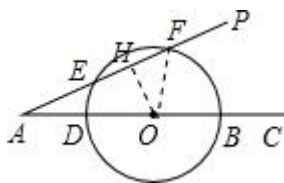
则 $OH = \frac{1}{2}OA = 4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OHF$ 中， $OH = 4$ ， $OF = 5$ ，

则 $HF = \sqrt{OF^2 - OH^2} = 3$ ，

则 $EF = 2HF = 6\text{cm}$ ．

故答案为 6.



【点评】 本题考查了垂径定理：垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的弧．也考查了含 30 度的直角三角形三边的关系以及勾股定理．

16. **【分析】** 根据正方形性质和等腰直角三角形性质得出 $OB_1 = A_1B_1 = 1$ ，求出 $A_1C_1 = A_2C_1 = 1$ ， $A_2C_2 = A_3C_2 = 2$ ， $A_3C_3 = A_4C_3 = 4$ ，根据三角形的面积公式求出 $S_1 = \frac{1}{2} \times 2^0 \times 2^0$ ， $S_2 = \frac{1}{2} \times 2^1 \times 2^1$ ， $S_3 = \frac{1}{2} \times 2^2 \times 2^2$ ，推出 $S_n = \frac{1}{2} \times 2^{n-1} \times 2^{n-1}$ ，求出即可．

【解答】 解：∵ 四边形 $A_1B_1B_2C_1$ 是正方形， $\angle O = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle OA_1B_1 = 45^\circ,$$

$$\therefore OB_1 = A_1B_1 = 1,$$

同理 $A_1C_1 = A_2C_1 = 1$ ，

$$\text{即 } A_2C_2 = 1+1 = 2 = A_3C_2,$$

$$A_3C_3 = A_4C_3 = 2+2 = 4,$$

...

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2} \times 2^0 \times 2^0,$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \frac{1}{2} \times 2^1 \times 2^1$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = \frac{1}{2} \times 2^2 \times 2^2,$$

$$S_4 = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = \frac{1}{2} \times 2^3 \times 2^3,$$

...

$$\therefore S_n = \frac{1}{2} \times 2^{n-1} \times 2^{n-1} = \frac{2^{2n-2}}{2} = 2^{2n-3}.$$

故答案为： 2^{2n-3} .

【点评】 本题考查了正方形性质，等腰直角三角形性质，三角形的面积的应用，解此题的关键是能根据求出的结果得出规律，题目比较好，有一定的难度．

三、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

17. **【分析】** 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把 x 的值代入进行计算即可．

【解答】解：原式 = $\frac{1}{x(x-1)} - \frac{x-2}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{x-2}$

$$= \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{1-x}{x(x-1)}$$

$$= -\frac{1}{x}.$$

当 $x = \sqrt{3}$ 时，原式 = $-\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【点评】本题考查的是分式的化简求值，解答此题时要注意通分及约分的灵活运用.

18. 【分析】(1) 连接 CC' 并延长，连接 BB' 并延长，两延长线交于点 O ;

(2) 由 $OB = 2OB'$ ，即可得出 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的位似比为 2:1;

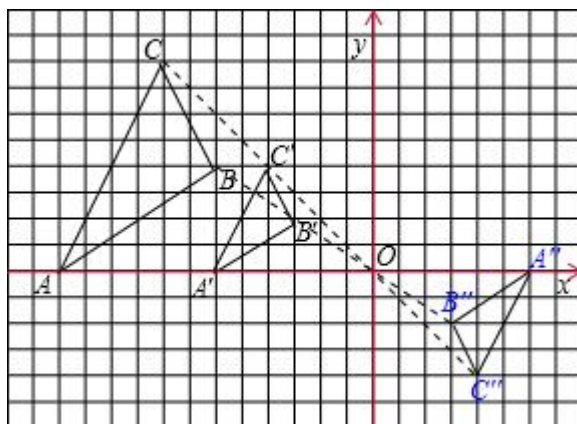
(3), 连接 $B'O$ 并延长，使 $OB'' = OB'$ ，延长 $A'O$ 并延长，使 $OA'' = OA'$ ， $C'O$ 并延长，使 $OC'' = OC'$ ，连接 $A''B''$ ， $A''C''$ ， $B''C''$ ，则 $\triangle A''B''C''$ 为所求，从网格中即可得出 $\triangle A''B''C''$ 各顶点的坐标.

【解答】解：(1) 图中点 O 为所求;

(2) $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的位似比等于 2:1;

(3) $\triangle A''B''C''$ 为所求;

$A'' (6, 0)$; $B'' (3, -2)$; $C'' (4, -4)$.



【点评】此题考查了作图 - 位似变换，画位似图形的一般步骤为：①确定位似中心，②分别连接并延长位似中心和能代表原图的关键点；③根据相似比，确定能代表所作的位似图形的关键点；顺次连接上述各点，得到放大或缩小的图形.

四、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

19. 【分析】(1) 用反对的人数除以反对的人数所占的百分比即可求得抽查的总人数;

(2) 用总人数乘以赞成的所占的百分比即可求得赞成的人数，用单位 1 减去反对和赞成

的所占的百分比即可求得无所谓的百分比；

(3) 用总人数乘以赞成的所占的百分比即可求得赞成的总人数.

【解答】解：(1) $150 \div 30\% = 500$ (人).

答：这次抽查的市民总人数是 500 人.

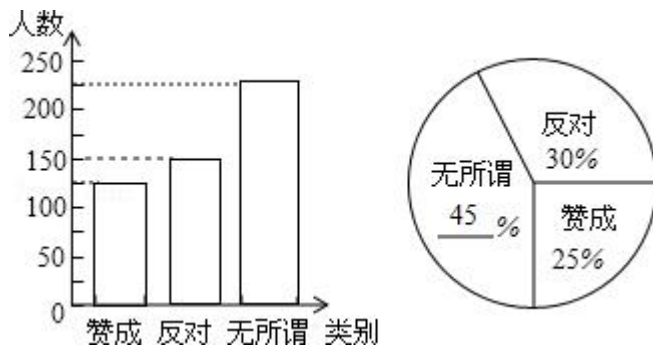
(2) 持“赞成”态度的市民人数有： $500 \times 25\% = 125$ (人),

持“无所谓”态度的市民人数有： $500 - 150 - 125 = 225$ (人),

持“无所谓”态度的人数占总人数的百分比是：

$$225 \div 500 \times 100\% = 45\%.$$

统计图补充如图示.



(3) $180\,000 \times 25\% = 45\,000$ (人).

答：估计对这一问题持“赞成”态度的人数约为 45 000 人. … (10 分)

【点评】 本题考查了条形统计图及扇形统计图的知识，解题的关键是仔细观察统计图并从中整理出进一步解题的有关信息.

20. **【分析】** 首先设大部队的行进速度是 x 千米/小时，则突击小队的行进速度是 $1.5x$ 千米/小时，根据题意可得等量关系：大部队行进 32km 的时间 - 特种兵组成的突击小队行进 32km 的时间 = 1 小时 20 分钟，由等量关系列出方程，解方程即可.

【解答】 解：设大部队的行进速度是 x 千米/小时. 根据题意得：

$$1 \text{ 小时 } 20 \text{ 分钟} = \frac{4}{3} \text{ 小时},$$

$$\frac{32}{x} - \frac{32}{1.5x} = \frac{4}{3},$$

解得 $x = 8$,

经检验： $x = 8$ 是所列方程的解.

答：大部队的行进速度是 8 千米/小时.

【点评】此题主要考查了分式方程的应用，关键是弄清题意，表示出大部队的行进速度和突击小队的行进速度，再根据时间关系列出方程.

五、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

21. 【分析】首先根据题意列出表格，然后由表格求得所有等可能的结果，再利用概率公式即可求得答案.

【解答】解：由题意可列表得：

第一次（ m ） 第二次（ n ）	1	- 2	3	- 4	5
1	(1, 1)	(- 2, 1)	(3, 1)	(- 4, 1)	(5, 1)
- 2	(1, - 2)	(- 2, - 2)	(3, - 2)	(- 4, - 2)	(5, - 2)
3	(1, 3)	(- 2, 3)	(3, 3)	(- 4, 3)	(5, 3)
- 4	(1, - 4)	(- 2, - 4)	(3, - 4)	(- 4, - 4)	(5, - 4)
5	(1, 5)	(- 2, 5)	(3, 5)	(- 4, 5)	(5, 5)

由表可知所有可能得到的点 A 的坐标共有 25 种，且每种结果发生的可能性相同，其中在第一象限内的结果有 9 种，

$$\text{故 } P(\text{点 } A \text{ 在第一象限内}) = \frac{9}{25}.$$

【点评】此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率 = 所求情况数与总情况数之比.

22. 【分析】过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E ，由题意可知： $\angle CAE = 22^\circ$ ， $\angle CBD = 38.5^\circ$ ， $ED = AB = 16$ 米，设大楼与塔之间的距离 BD 的长为 x 米，则 $AE = BD = x$ ，分别在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中和 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中，用 x 表示出 CD 和 $CE = AE$ ，利用 $CD - CE = DE$ 得到有关 x 的方程求得 x 的值即可.

【解答】解：过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E ，由题意可知： $\angle CAE = 22^\circ$ ， $\angle CBD = 38.5^\circ$ ， $ED = AB = 16$ 米

设大楼与塔之间的距离 BD 的长为 x 米，则 $AE = BD = x$ （不设未知数 x 也可以）

$$\because \text{在 } \text{Rt}\triangle BCD \text{ 中, } \tan \angle CBD = \frac{CD}{BD}$$

$$\therefore CD = BD \tan 38.5^\circ \approx 0.8x$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } \tan \angle CAE = \frac{CE}{AE}$$

$$\therefore CE = AE \tan 22^\circ \approx 0.4x$$

$$\because CD - CE = DE$$

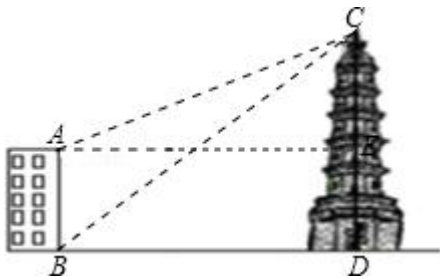
$$\therefore 0.8x - 0.4x = 16$$

$$\therefore x = 40$$

即 $BD = 40$ (米)

$$CD = 0.8 \times 40 = 32 \text{ (米)}$$

答：塔高 CD 是 32 米，大楼与塔之间的距离 BD 的长为 40 米。



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，解答此题的关键是作出辅助线，构造出直角三角形，利用直角三角形的性质进行解答。

六、解答题（每小题 10 分，共 20 分）

23. **【分析】** (1) 连接 BD 、 OD ，由 AB 为圆 O 的直径，利用直径所对的圆周角为直角得到 BD 与 AC 垂直，又 $BA = BC$ ，利用等腰三角形的三线合一性质得到 D 为 AC 的中点，又 O 为 AB 的中点，可得出 OD 为三角形 ABC 的中位线，利用三角形中位线定理得到 OD 与 BC 平行，由 EF 垂直于 BC ，得到 EF 垂直于 OD ，可得出 EF 为圆 O 的切线；

(2) 由圆的半径为 6，求出直径 AB 为 12，在直角三角形 ABD 中，由 $\cos \angle BAC$ 的值及 AB 的长，求出 AD 的长，再由第一问得到 D 为 AC 的中点，得到 $CD = AD$ ，即可求出 CD 的长。

【解答】 (1) 证明：连接 BD 、 OD ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，即 $BD \perp AC$ ，

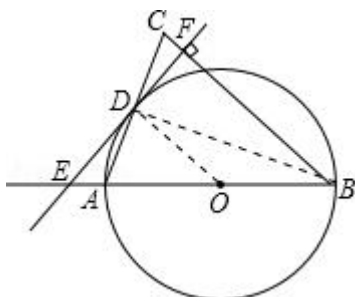
$\because BA = BC$ ，

$\therefore D$ 为 AC 中点，又 O 是 AB 中点，

$\therefore OD$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore OD \parallel BC$,
 $\therefore \angle BFE = \angle ODE$,
 $\because DE \perp BC$,
 $\therefore \angle BFE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ODE = 90^\circ$,
 $\therefore OD \perp DE$,
 $\therefore$ 直线 DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: $\because \odot O$ 的半径为 6,
 $\therefore AB = 12$,
 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\cos \angle BAC = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$,
 $\therefore AD = 4$,
 由 (1) 知 BD 是 $\triangle ABC$ 的中线,
 $\therefore CD = AD = 4$.



【点评】 此题考查了切线的判定，圆周角定理，等腰三角形的性质，三角形的中位线定理，以及锐角三角函数定义，其中切线的证明方法有：有点连接证明垂直；无点作垂线证明垂线段等于圆的半径．

24. **【分析】** (1) 根据题意知一件玩具的利润为 $(30+x-20)$ 元，月销售量为 $(230-10x)$ ，然后根据月销售利润 = 一件玩具的利润 $\times$ 月销售量即可求出函数关系式．
 (2) 把 $y = 2520$ 时代入 $y = -10x^2 + 130x + 2300$ 中，求出 x 的值即可．
 (3) 把 $y = -10x^2 + 130x + 2300$ 化成顶点式，求得当 $x = 6.5$ 时， y 有最大值，再根据 $0 < x \leq 10$ 且 x 为正整数，分别计算出当 $x = 6$ 和 $x = 7$ 时 y 的值即可．

【解答】 解: (1) 根据题意得:

$$y = (30+x-20)(230-10x) = -10x^2 + 130x + 2300,$$

自变量 x 的取值范围是: $0 < x \leq 10$ 且 x 为正整数;

(2) 当 $y = 2520$ 时, 得 $-10x^2 + 130x + 2300 = 2520$,

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = 11$ (不合题意, 舍去)

当 $x = 2$ 时, $30 + x = 32$ (元)

答: 每件玩具的售价定为 32 元时, 月销售利润恰为 2520 元.

(3) 根据题意得:

$$\begin{aligned} y &= -10x^2 + 130x + 2300 \\ &= -10(x - 6.5)^2 + 2722.5, \end{aligned}$$

$$\because a = -10 < 0,$$

$\therefore$ 当 $x = 6.5$ 时, y 有最大值为 2722.5,

$\because 0 < x \leq 10$ 且 x 为正整数,

$\therefore$ 当 $x = 6$ 时, $30 + x = 36$, $y = 2720$ (元),

当 $x = 7$ 时, $30 + x = 37$, $y = 2720$ (元),

答: 每件玩具的售价定为 36 元或 37 元时, 每个月可获得最大利润, 最大的月利润是 2720 元.

【点评】 本题主要考查了二次函数的实际应用, 解题的关键是分析题意, 找到关键描述语, 求出函数的解析式, 用到的知识点是二次函数的性质和解一元二次方程.

七、解答题 (本题 12 分)

25. **【分析】** (1) ①根据等腰直角三角形的性质可得 $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$, 再根据正方形的性质可得 $AD = AF$, $\angle DAF = 90^\circ$, 然后利用同角的余角相等求出 $\angle BAD = \angle CAF$, 然后利用“边角边”证明 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAF$ 全等, 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle ACF = \angle ABD$, 再求出 $\angle ACF + \angle ACB = 90^\circ$, 从而得证; ②根据全等三角形对应边相等可得 $BD = CF$, 从而求出 $CF = BC - CD$;

(2) 与 (1) 同理可得 $BD = CF$, 然后结合图形可得 $CF = BC + CD$;

(3) ①与 (1) 同理可得 $BD = CF$, 然后结合图形可得 $CF = CD - BC$; ②根据等腰直角三角形的性质求出 $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$, 再根据邻补角的定义求出 $\angle ABD = 135^\circ$, 再根据同角的余角相等求出 $\angle BAD = \angle CAF$, 然后利用“边角边”证明 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAF$ 全等, 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle ACF = \angle ABD$, 再求出 $\angle FCD = 90^\circ$, 然后根据

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半求出 $OC = \frac{1}{2}DF$ ，再根据正方形的对角线相等

求出 $OC = OA$ ，从而得到 $\triangle AOC$ 是等腰三角形．

【解答】（1）证明：① $\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ADEF$ 是正方形，

$$\therefore AD = AF, \angle DAF = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = \angle BAD + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\angle DAF = \angle CAF + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAF,$$

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAF$ 中，
$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAF, \\ AD=AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ACF = \angle ABD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF + \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore BD \perp CF;$$

②由① $\triangle BAD \cong \triangle CAF$ 可得 $BD = CF$ ，

$$\because BD = BC - CD,$$

$$\therefore CF = BC - CD;$$

（2）与（1）同理可得 $BD = CF$ ，

所以， $CF = BC + CD$ ；

（3）①与（1）同理可得， $BD = CF$ ，

所以， $CF = CD - BC$ ；

② $\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\text{则 } \angle ABD = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ADEF$ 是正方形，

$$\therefore AD = AF, \angle DAF = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = \angle BAF + \angle CAF = 90^\circ,$$

$$\angle DAF = \angle BAD + \angle BAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAF,$$

$$\text{在 } \triangle BAD \text{ 和 } \triangle CAF \text{ 中, } \begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAF, \\ AD=AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAF (SAS),$$

$$\therefore \angle ACF = \angle ABD = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle FCD = \angle ACF - \angle ACB = 90^\circ,$$

则 $\triangle FCD$ 为直角三角形,

$\because$ 正方形 $ADEF$ 中, O 为 DF 中点,

$$\therefore OC = \frac{1}{2}DF,$$

$$\because \text{在正方形 } ADEF \text{ 中, } OA = \frac{1}{2}AE, AE = DF,$$

$$\therefore OC = OA,$$

$\therefore \triangle AOC$ 是等腰三角形.

【点评】 本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 等腰直角三角形的性质, 等腰三角形的判定, 以及同角的余角相等的性质, 此类题目通常都是用同一种思路求解, 在 (1) 中找出证明三角形全等的思路是解题的关键.

八、解答题 (本题 14 分)

26. **【分析】** (1) 已知点 P 到坐标轴的距离以及点 P 所在的象限, 先确定点 P 的坐标; 而点 A 、 C 关于抛物线对称轴对称, 先求出点 A 的坐标, 再由点 A 、 P 、 C 以及待定系数法确定二次函数的解析式.

(2) 过点 D 作 y 轴的垂线, 通过构建的相似三角形先求出点 D 的横坐标, 代入抛物线的解析式中能确定点 D 的坐标; 再由待定系数法求直线 DF 的解析式.

(3) 由 (2) 的结论可先求出点 F 的坐标, 先设出点 M 的坐标, 则 OF 、 OM 、 FM 的表达式可求, 若以 O 、 F 、 M 、 N 为顶点的四边形为菱形, 那么可分两种情况:

①以 OF 为对角线, 那么点 M 必为线段 OF 的中垂线与直线 DF 的交点, 此时点 M 的纵坐标为点 F 纵坐标的一半, 代入直线 DF 的解析式后可得点 M 的坐标;

②以 OF 为边, 那么由 $OF = OM$ 或 $FM = OF$ 列出等式可求出点 M 的坐标.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 交 y 轴于点 C

$$\therefore C(0, -3),$$

则 $OC=3$;

$\because P$ 到 x 轴的距离为 $\frac{10}{3}$, P 到 y 轴的距离是 1, 且在第三象限,

$$\therefore P(-1, -\frac{10}{3});$$

$\because C$ 关于直线 l 的对称点为 A

$$\therefore A(-2, -3);$$

将点 $A(-2, -3)$, $P(-1, -\frac{10}{3})$ 代入抛物线 $y=ax^2+bx-3$ 中, 有:

$$\begin{cases} 4a-2b-3=-3 \\ a-b-3=-\frac{10}{3} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=\frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$\therefore \text{抛物线的表达式为 } y=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x-3.$$

(2) 过点 D 做 $DG \perp y$ 轴于 G , 则 $\angle DGE = \angle BCE = 90^\circ$

$$\because \angle DEG = \angle BEC$$

$$\therefore \triangle DEG \sim \triangle BEC$$

$$\because DE:BE=4:1,$$

$$\therefore DG:BC=4:1;$$

已知 $BC=1$, 则 $DG=4$, 点 D 的横坐标为 4;

将 $x=4$ 代入 $y=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x-3$ 中, 得 $y=5$, 则 $D(4, 5)$.

$$\because \text{直线 } y=\frac{3}{4}x+m \text{ 过点 } D(4, 5)$$

$$\therefore 5=\frac{3}{4} \times 4+m, \text{ 则 } m=2;$$

$$\therefore \text{所求直线的表达式 } y=\frac{3}{4}x+2.$$

(3) 由 (2) 的直线解析式知: $F(0, 2)$, $OF=2$;

$$\text{设点 } M(x, \frac{3}{4}x+2), \text{ 则: } OM^2=\frac{25}{16}x^2+3x+4, FM^2=\frac{25}{16}x^2;$$

(I) 当 OF 为菱形的对角线时, 点 M 在线段 OF 的中垂线上, 则点 M 的纵坐标为 1;

$$\therefore \frac{3}{4}x+2=1, x=-\frac{4}{3}; \text{ 即点 } M \text{ 的坐标 } (-\frac{4}{3}, 1).$$

(II) 当 OF 为菱形的边时, 有:

$$\textcircled{1} FM=OF=2, \text{ 则: } \frac{25}{16}x^2=4, x_1=\frac{8}{5}, x_2=-\frac{8}{5}$$

$$\text{代入 } y=\frac{3}{4}x+2 \text{ 中, 得: } y_1=\frac{16}{5}, y_2=\frac{4}{5};$$

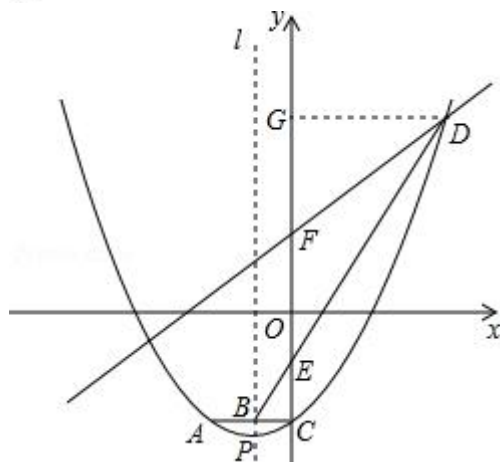
$$\text{即点 } M \text{ 的坐标 } (\frac{8}{5}, \frac{16}{5}) \text{ 或 } (-\frac{8}{5}, \frac{4}{5});$$

$$\textcircled{2} OM=OF=2, \text{ 则: } \frac{25}{16}x^2+3x+4=4, x_1=0 \text{ (舍)}, x_2=-\frac{48}{25}$$

$$\text{代入 } y=\frac{3}{4}x+2 \text{ 中, 得: } y=\frac{14}{25};$$

$$\text{即点 } M \text{ 的坐标 } (-\frac{48}{25}, \frac{14}{25});$$

综上, 存在符合条件的点 M , 且坐标为 $(-\frac{4}{3}, 1), (\frac{8}{5}, \frac{16}{5}), (-\frac{8}{5}, \frac{4}{5}), (-\frac{48}{25}, \frac{14}{25})$.



【点评】 此题主要考查的知识点有: 利用待定系数法确定函数解析式、菱形的判定和性质以及相似三角形的判定和性质等. 最后一题容易漏解, 一定要根据菱形顶点排列顺序的不同进行分类讨论.