

2012 年辽宁省大连市中考数学试卷

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项正确)

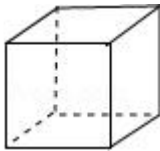
1. (3 分) (2012•大连) -3 的绝对值是 ()

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

2. (3 分) (2012•大连) 在平面直角坐标系中, 点 $P(-3, 1)$ 所在的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. (3 分) (2012•大连) 下列几何体中, 主视图是三角形的几何体的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) (2012•大连) 甲、乙两班分别有 10 名选手参加学校健美操比赛, 两班参赛选手身高的方差分别是 $S_{\text{甲}}^2=1.5$, $S_{\text{乙}}^2=2.5$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 甲班选手比乙班选手身高整齐
B. 乙班选手比甲班选手身高整齐
C. 甲、乙两班选手身高一样整齐
D. 无法确定哪班选手身高更整齐

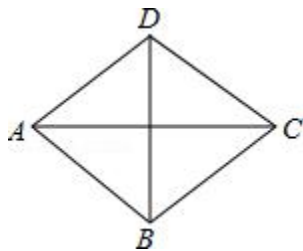
5. (3 分) (2012•大连) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^3+a^2=a^5$ B. $a^3-a^2=a$ C. $a^3 \cdot a^2=a^6$ D. $a^3 \div a^2=a$

6. (3 分) (2012•大连) 一个不透明的袋子中有 3 个白球, 4 个黄球和 5 个红球, 这些球除颜色不同外, 其他完全相同. 从袋子中随机摸出一个球, 则它是黄球的概率是 ()

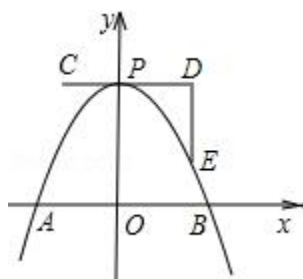
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{1}{2}$

7. (3 分) (2012•大连) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $AC=8$, $BD=6$, 则菱形的周长是 ()



- A. 20 B. 24 C. 28 D. 40

8. (3 分) (2012•大连) 如图, 一条抛物线与 x 轴相交于 A 、 B 两点, 其顶点 P 在折线 $C-D-E$ 上移动, 若点 C 、 D 、 E 的坐标分别为 $(-1, 4)$ 、 $(3, 4)$ 、 $(3, 1)$, 点 B 的横坐标的最小值为 1, 则点 A 的横坐标的最大值为 ()



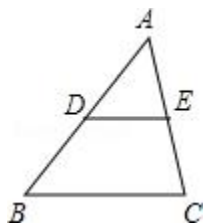
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

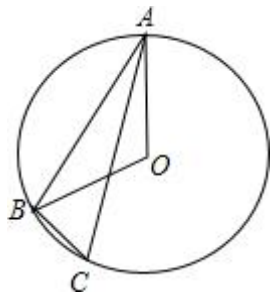
9. (3分) (2012•大连) 化简: $\frac{a-1}{a} + \frac{1}{a} =$ _____.

10. (3分) (2013•南宁) 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

11. (3分) (2012•大连) 已知 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 边上的中点, 且 $DE=3\text{cm}$, 则 $BC=$ _____cm.



12. (3分) (2012•大连) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, 若 $\angle BCA=60^\circ$, 则 $\angle ABO=$ _____°.

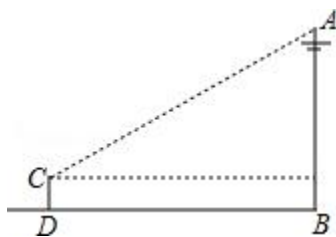


13. (3分) (2012•大连) 如表记录了一名球员在罚球线上投篮的结果. 那么, 这名球员投篮一次, 投中的概率约为_____(精确到 0.1).

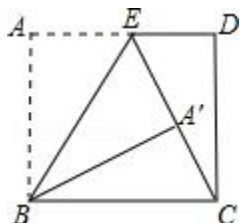
投篮次数 (n)	50	100	150	200	250	300	500
投中次数 (m)	28	60	78	104	123	152	251
投中频率 (m/n)	0.56	0.60	0.52	0.52	0.49	0.51	0.50

14. (3分) (2012•大连) 如果关于 x 的方程 $x^2+kx+9=0$ 有两个相等的实数根, 那么 k 的值为_____.

15. (3分) (2012•大连) 如图, 为了测量电线杆 AB 的高度, 小明将测量仪放在与电线杆的水平距离为 9m 的 D 处. 若测角仪 CD 的高度为 1.5m , 在 C 处测得电线杆顶端 A 的仰角为 36° , 则电线杆 AB 的高度约为_____m. (精确到 0.1m). (参考数据 $\sin 36^\circ \approx 0.59$, $\cos 36^\circ \approx 0.81$, $\tan 36^\circ \approx 0.73$).



16. (3分) (2012•大连) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=15\text{cm}$, 点 E 在 AD 上, 且 $AE=9\text{cm}$, 连接 EC , 将矩形 $ABCD$ 沿直线 BE 翻折, 点 A 恰好落在 EC 上的点 A' 处, 则 $A'C=$ _____cm.

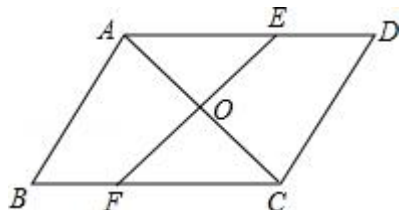


三、解答题 (本题共 4 小题, 其中 17、18、19 题各 9 分, 20 题 12 分, 共 39 分)

17. (9分) (2012•大连) 计算: $\sqrt{8} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} - (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$

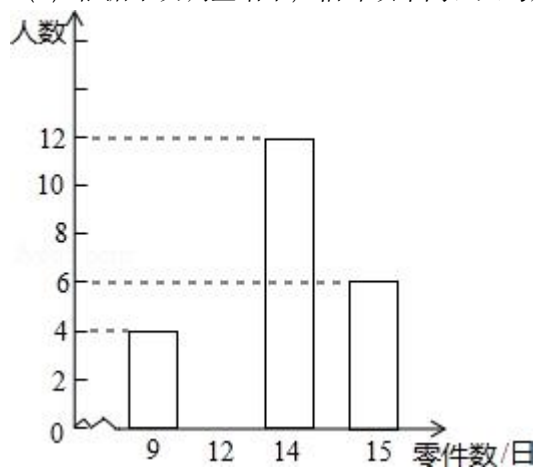
18. (9 分) (2012•大连) 解方程: $\frac{2x}{x+1} = 1 - \frac{x}{3x+3}$.

19. (9 分) (2012•大连) 如图, $\square ABCD$ 中, 点 E、F 分别在 AD、BC 上, 且 $ED=BF$, EF 与 AC 相交于点 O, 求证: $OA=OC$.



20. (12 分) (2012•大连) 某车间有 120 名工人, 为了了解这些工人日加工零件数的情况, 随机抽出其中的 30 名工人进行调查. 整理调查结果, 绘制出不完整的条形统计图 (如图). 根据图中的信息, 解答下列问题:

- (1) 在被调查的工人中, 日加工 9 个零件的人数为_____名;
- (2) 在被调查的工人中, 日加工 12 个零件的人数为_____名, 日加工_____个零件的人数最多, 日加工 15 个零件的人数占被调查人数的_____%;
- (3) 依据本次调查结果, 估计该车间日人均加工零件数和日加工零件的总数.

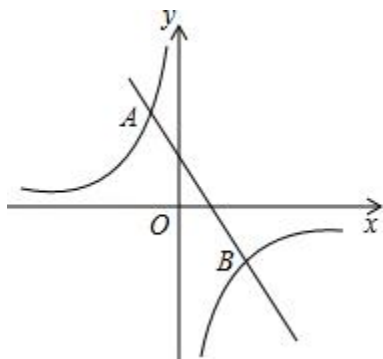


四、解答题 (本题共 3 小题, 其中 21、22 题各 9 分, 23 题 10 分, 共 28 分)

21. (9分) (2012•大连) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象都经过点 A (-2, 6) 和点 (4, n).

(1) 求这两个函数的解析式;

(2) 直接写出不等式 $kx+b \leq \frac{m}{x}$ 的解集.

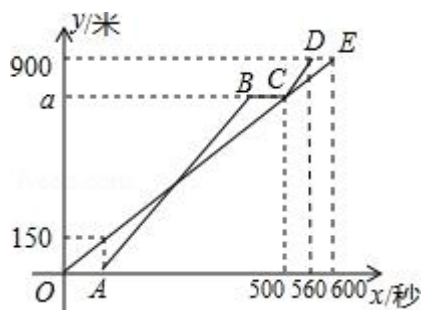


22. (9分) (2012•大连) 甲、乙两人从少年宫出发, 沿相同的路线分别以不同的速度匀速跑向体育馆, 甲先跑一段路程后, 乙开始出发, 当乙超出甲 150 米时, 乙停在此地等候甲, 两人相遇后乙又继续以原来的速度跑向体育馆. 如图是甲、乙两人在跑步的全过程中经过的路程 y (米) 与甲出发的时间 x (秒) 的函数图象.

(1) 在跑步的全过程中, 甲共跑了_____米, 甲的速度为_____米/秒;

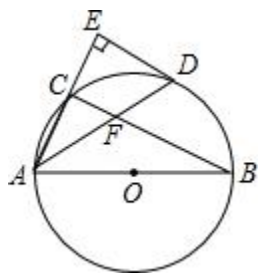
(2) 乙跑步的速度是多少? 乙在途中等候甲用了多长时间?

(3) 甲出发多长时间第一次与乙相遇? 此时乙跑了多少米?



23. (10分) (2012•大连) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D, 过点 D 作 AC 的垂线交 AC 的延长线于点 E, 连接 BC 交 AD 于点 F.

- (1) 猜想 ED 与 $\odot O$ 的位置关系，并证明你的猜想；
 (2) 若 $AB=6$ ， $AD=5$ ，求 AF 的长.



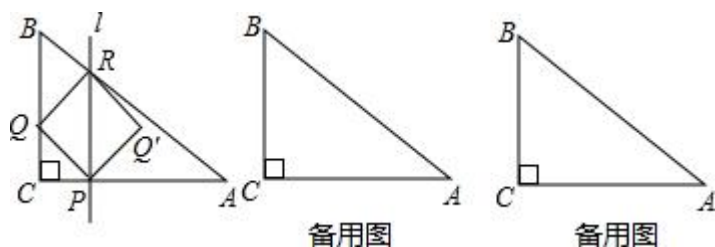
五、解答题 (本题共 3 小题，其中 23 题 11 分，25、26 题各 12 分，共 35 分)

24. (11 分) (2012•大连) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=8\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, 点 P 、 Q 同时从点 C 出发, 以 1cm/s 的速度分别沿 CA 、 CB 匀速运动. 当点 Q 到达点 B 时, 点 P 、 Q 同时停止运动. 过点 P 作 AC 的垂线 l 交 AB 于点 R , 连接 PQ 、 RQ , 并作 $\triangle PQR$ 关于直线 l 对称的图形, 得到 $\triangle PQ'R$. 设点 Q 的运动时间为 t (s), $\triangle PQ'R$ 与 $\triangle PAR$ 重叠部分的面积为 S (cm^2).

(1) t 为何值时, 点 Q' 恰好落在 AB 上?

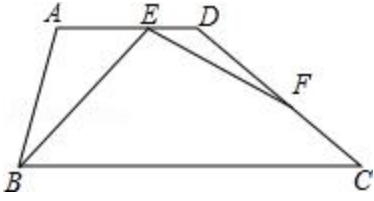
(2) 求 S 与 t 的函数关系式, 并写出 t 的取值范围;

(3) S 能否为 $\frac{9}{8}\text{cm}^2$? 若能, 求出此时的 t 值; 若不能, 说明理由.



25. (12 分) (2012•大连) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC=2\angle BCD=2\alpha$, 点 E 在 AD 上, 点 F 在 DC 上, 且 $\angle BEF=\angle A$.

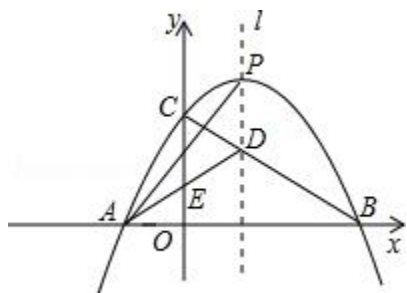
- (1) $\angle BEF =$ _____ (用含 α 的代数式表示);
- (2) 当 $AB=AD$ 时, 猜想线段 EB 、 EF 的数量关系, 并证明你的猜想;
- (3) 当 $AB \neq AD$ 时, 将“点 E 在 AD 上”改为“点 E 在 AD 的延长线上, 且 $AE > AB$, $AB=mDE$, $AD=nDE$ ”, 其他条件不变 (如图), 求 $\frac{EB}{EF}$ 的值 (用含 m , n 的代数式表示)



26. (12 分) (2012·大连) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 $A(-\sqrt{3}, 0)$ 、 $B(3\sqrt{3}, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 三点, 线段 BC 与抛物线的对称轴相交于 D . 该抛物线的顶点为 P , 连接 PA 、 AD 、 DP , 线段 AD 与 y 轴相交于点 E .
- (1) 求该抛物线的解析式;

(2) 在平面直角坐标系中是否存在点 Q，使以 Q、C、D 为顶点的三角形与 $\triangle ADP$ 全等？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，说明理由；

(3) 将 $\angle CED$ 绕点 E 顺时针旋转，边 EC 旋转后与线段 BC 相交于点 M，边 ED 旋转后与对称轴相交于点 N，连接 PM、DN，若 $PM=2DN$ ，求点 N 的坐标（直接写出结果）.



2012 年辽宁省大连市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项正确)

1. (3 分)

考点: 绝对值.

专题: 计算题.

分析: 根据绝对值的定义直接解答即可.

解答: 解: $\because -3$ 的绝对值表示 -3 到原点的距离,
 $\therefore |-3|=3$,
故选 D.

点评: 本题考查了绝对值的定义, 知道绝对值表示某点到原点的距离是解题的关键.

2. (3 分)

考点: 点的坐标.

分析: 根据点的横纵坐标的符号可得所在象限.

解答: 解: $\because -3 < 0, 1 > 0$,
 $\therefore$ 点 P $(-3, 1)$ 所在的象限是第二象限,
故选 B.

点评: 考查点的坐标的相关知识; 掌握各个象限内点的符号特点是解决本题的关键.

3. (3 分)

考点: 简单几何体的三视图.

分析: 主视图是从找到从正面看所得到的图形, 注意要把所看到的棱都表示到图中.

解答: 解: A、三棱柱的主视图是长方形, 中间还有一条竖线, 故此选项错误;
B、正方体的主视图是正方形, 故此选项错误;
C、圆锥的主视图是三角形, 故此选项正确;
D、圆柱的主视图是长方形, 故此选项错误;
故选: C.

点评: 此题主要考查了几何体的三视图, 关键是掌握主视图所看的位置.

4. (3 分)

考点: 方差.

分析: 根据方差的意义可作出判断. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

解答: 解: $\because S_{\text{甲}}^2=1.5, S_{\text{乙}}^2=2.5$

$$\therefore S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2=2.5$$

则甲班选手比乙班选手身高更整齐.

故选 A.

点评: 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

5. (3 分)

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法.

分析: 根据同类项定义; 同底数幂相乘, 底数不变指数相加; 同底数幂相除, 底数不变指数相减, 对各选项分析判断后利用排除法求解.

解答: 解: A、 a^2 与 a^3 不是同类项, 不能合并, 故本选项错误;

B、 a^3 与 a^2 不是同类项，不能合并，故本选项错误；

C、应为 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，故本选项错误；

D、 $a^3 \div a^2 = a$ ，正确。

故选 D。

点评： 本题主要考查同底数幂的乘法，同底数幂的除法，熟练掌握运算性质是解题的关键，不是同类项的一定不能合并。

6. (3 分)

考点： 概率公式。

分析： 根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率，即可求出答案。

解答： 解：根据题意可得：袋子中有有 3 个白球，4 个黄球和 5 个红球，共 12 个，

从袋子中随机摸出一个球，它是黄色球的概率 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 。

故选 B。

点评： 此题考查了概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，

那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

7. (3 分)

考点： 菱形的性质；勾股定理。

专题： 压轴题；数形结合。

分析： 据菱形对角线互相垂直平分的性质，可以求得 $BO=OD$ ， $AO=OC$ ，在 $Rt\triangle AOD$ 中，根据勾股定理可以求得 AB 的长，即可求菱形 ABCD 的周长。

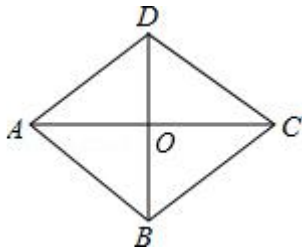
解答： 解：∵菱形对角线互相垂直平分，

∴ $BO=OD=3$ ， $AO=OC=4$ ，

∴ $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 5$ ，

故菱形的周长为 20。

故选 A。



点评： 本题考查了勾股定理在直角三角形中的运用，考查了菱形各边长相等的性质，本题中根据勾股定理计算 AB 的长是解题的关键。

8. (3 分)

考点： 二次函数综合题。

专题： 压轴题；动点型。

分析： 抛物线在平移过程中形状没有发生变化，因此函数解析式的二次项系数在平移前后不会改变。首先，当点 B 横坐标取最小值时，函数的顶点在 C 点，根据待定系数法可确定抛物线的解析式；而点 A 横坐标取最大值时，抛物线的顶点应移动到 E 点，结合前面求出的二次项系数以及 E 点坐标可确定此时抛物线的解析式，进一步能求出此时点 A 的坐标，即点 A 的横坐标最大值。

解答： 解：由图知：当点 B 的横坐标为 1 时，抛物线顶点取 C (-1, 4)，设该抛物线的解析式为： $y = a(x+1)^2 + 4$ ，代入点 B 坐标，得：

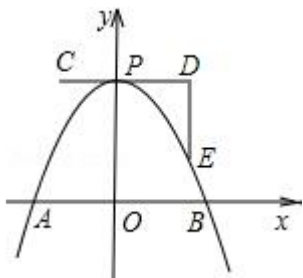
$0 = a(1+1)^2 + 4$ ， $a = -1$ ，

即：B 点横坐标取最小值时，抛物线的解析式为： $y = -(x+1)^2 + 4$ 。

当 A 点横坐标取最大值时，抛物线顶点应取 E (3, 1)，则此时抛物线的解析式： $y = -(x-3)^2 + 1 = -x^2 + 6x - 8 = -(x-2)(x-4)$ ，即与 x 轴的交点为 (2, 0) 或 (4, 0) (舍去)，

∴点 A 的横坐标的最大值为 2.

故选 B.



点评: 考查了二次函数综合题, 解答该题的关键在于读透题意, 要注意的是抛物线在平移过程中形状并没有发生变化, 改变的是顶点坐标. 注意抛物线顶点所处的 C、E 两个关键位置, 前者能确定函数解析式、后者能得到要求的结果.

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3 分)

考点: 分式的加减法.

分析: 根据同分母的分式的加法法则求解即可求得答案, 注意运算结果要化为最简.

解答: 解: $\frac{a-1}{a} + \frac{1-a-1+1}{a} = \frac{a}{a} = 1$.

故答案为: 1.

点评: 此题考查了同分母分式的加减运算法则. 此题比较简单, 注意运算结果要化为最简.

10. (3 分)

考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 根据二次根式有意义的条件, 可得 $x-2 \geq 0$, 解不等式求范围.

解答: 解: 根据题意, 使二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 即 $x-2 \geq 0$,

解得 $x \geq 2$;

故答案为: $x \geq 2$.

点评: 本题考查二次根式的意义, 只需使被开方数大于或等于 0 即可.

11. (3 分)

考点: 三角形中位线定理.

分析: 由 D、E 分别是边 AB、AC 的中点, 首先判定 DE 是三角形的中位线, 然后根据三角形的中位线定理求得 BC 的值即可.

解答: 解: ∵△ABC 中, D、E 分别是 AB、AC 边上的中点,

∴DE 是三角形的中位线,

∴DE=3cm,

∴BC=2DE=6cm.

故答案为: 6.

点评: 本题重点考查了中位线定理, 中位线是三角形中的一条重要线段, 由于它的性质与线段的中点及平行线紧密相连, 因此, 它在几何图形的计算及证明中有着广泛的应用.

12. (3 分)

考点: 圆周角定理.

分析: 由 $\angle BCA=60^\circ$, 根据圆周角定理即可求得 $\angle AOB$ 的度数, 又由等边对等角与三角形内角和定理, 即可求得 $\angle ABO$ 的度数.

解答: 解: ∵ $\angle BCA=60^\circ$,

∴ $\angle AOB=2\angle BCA=120^\circ$,

∵ OA=OB,

∴ $\angle ABO = \frac{180^\circ - \angle AOB}{2} = 30^\circ$.

故答案为：30.

点评：此题考查了圆周角定理、等腰三角形的性质以及内角和定理. 此题比较简单，注意掌握在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半定理的应用.

13. (3 分)

考点：利用频率估计概率.

专题：图表型.

分析：计算出所有投篮的次数，再计算出总的命中数，继而可估计出这名球员投篮一次，投中的概率.

解答：解：由题意得，这名球员投篮的次数为 1550 次，投中的次数为 796，

故这名球员投篮一次，投中的概率约为： $\frac{796}{1550} \approx 0.5$.

故答案为：0.5.

点评：此题考查了利用频率估计概率的知识，注意这种概率的得出是在大量实验的基础上得出的，不能单纯的依靠几次决定.

14. (3 分)

考点：根的判别式.

分析：若一元二次方程有两相等根，则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ，建立关于 k 的等式，求出 k 的值.

解答：解： $\because$ 方程有两相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = k^2 - 36 = 0,$$

解得 $k = \pm 6$.

故答案为 ± 6 .

点评：本题考查了一元二次方程根的判别式的应用，不是很难，解题的关键是根据根的情况列出有关 k 的方程.

15. (3 分)

考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

专题：压轴题.

分析：根据 CE 和 $\tan 36^\circ$ 可以求得 AE 的长度，根据 $AB = AE + EB$ 即可求得 AB 的长度，即可解题.

解答：解：如图，在 $Rt\triangle ACE$ 中，

$$\therefore AE = CE \cdot \tan 36^\circ$$

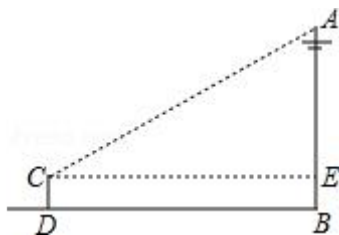
$$= BD \cdot \tan 36^\circ$$

$$= 9 \times \tan 36^\circ$$

$$\approx 6.57 \text{ 米},$$

$$\therefore AB = AE + EB = AE + CD = 6.57 + 1.5 \approx 8.1 \text{ (米)}.$$

故答案为：8.1.



点评：本题考查了三角函数在直角三角形中的运用，本题中正确计算 AE 的值是解题的关键.

16. (3 分)

考点：翻折变换 (折叠问题).

专题：压轴题.

分析：由题意易证得 $\triangle A'BC \cong \triangle DCE$ (AAS)， $BC = AD$ ， $A'B = AB = CD = 15\text{cm}$ ，然后设 $A'C = x\text{cm}$ ，在 $Rt\triangle A'BC$ 中，由勾股定理可得 $BC^2 = A'B^2 + A'C^2$ ，即可得方程，解方程即可求得答案.

解答：解： $\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$$\therefore AB = CD = 15\text{cm}, \angle A = \angle D = 90^\circ, AD \parallel BC, AD = BC,$$

$$\therefore \angle DEC = \angle A'CB,$$

由折叠的性质，得： $A'B = AB = 15\text{cm}$ ， $\angle BA'E = \angle A = 90^\circ$ ，

$$\therefore A'B=CD, \angle BA'C=\angle D=90^\circ,$$

在 $\triangle A'BC$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle BA'C=\angle D \\ \angle A'CB=\angle DEC, \\ A'B=CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle A'BC \cong \triangle DCE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore A'C=DE,$$

设 $A'C=x\text{cm}$, 则 $BC=AD=DE+AE=x+9\text{ (cm)}$,

在 $\text{Rt}\triangle A'BC$ 中, $BC^2=A'B^2+A'C^2$,

$$\text{即 } (x+9)^2=x^2+15^2,$$

$$\text{解得: } x=8,$$

$$\therefore A'C=8\text{cm}.$$

故答案为: 8.

点评: 此题考查了矩形的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理以及折叠的性质. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想与方程思想的应用, 注意掌握折叠前后图形的对应关系.

三、解答题 (本题共 4 小题, 其中 17、18、19 题各 9 分, 20 题 12 分, 共 39 分)

17. (9 分)

考点: 二次根式的混合运算; 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项化为最简二次根式, 第二项利用负指数公式化简, 第三项利用平方差公式化简, 合并后即可得到结果.

解答: 解: $\sqrt{8} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} - (\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$

$$= 2\sqrt{2} + 4 - (5-1)$$

$$= 2\sqrt{2} + 4 - 4$$

$$= 2\sqrt{2}.$$

点评: 此题考查了二次根式的混合运算, 涉及的知识有: 二次根式的化简, 负指数公式, 以及平方差公式的运用, 熟练掌握公式是解本题的关键.

18. (9 分)

考点: 解分式方程.

分析: 观察可得最简公分母是 $3(x+1)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解.

解答: 解: 方程的两边同乘 $3(x+1)$, 得

$$6x = 3(x+1) - x,$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{4}.$$

$$\text{检验: 把 } x = \frac{3}{4} \text{ 代入 } 3(x+1) = \frac{21}{4} \neq 0,$$

$$\text{即 } x = \frac{3}{4} \text{ 是原分式方程的解.}$$

$$\text{则原方程的解为: } x = \frac{3}{4}.$$

点评: 此题考查了分式方程的求解方法. 注意转化思想的应用, 注意解分式方程一定要验根.

19. (9 分)

考点: 平行四边形的性质; 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题; 压轴题.

分析: 根据 $ED=BF$, 可得出 $AE=CF$, 结合平行线的性质, 可得出 $\angle AEO=\angle CFO$, $\angle FCO=\angle EAO$, 继而可判定 $\triangle AEO \cong \triangle CFO$, 即可得出结论.

解答: 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AD=CB$, $\angle AEO=\angle CFO$, $\angle FCO=\angle EAO$,

又 $\because ED=BF$,

$\therefore AD-ED=BC-BF$, 即 $AE=CF$,

在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle CFO$ 中,
$$\begin{cases} AE=CF \\ \angle AEO=\angle CFO, \\ \angle FCO=\angle EAO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CFO$,

$\therefore OA=OC$.

点评: 此题考查了平行四边形的性质, 根据平行四边形的性质得出 $ED=BF$ 及 $\angle AEO=\angle CFO$, $\angle FCO=\angle EAO$ 是解答本题的关键.

20. (12分)

考点: 条形统计图; 用样本估计总体.

专题: 压轴题.

分析: (1) 直接观察条形统计图即可求得日加工 9 个零件的人数;

(2) 用总人数减去其他小组的人数即可求得日加工零件 12 个的人数; 观察发现日加工零件最多的是加工 14 个零件的人数;

(3) 用加权平均数计算加工零件的平均数即可;

解答: 解: (1) 观察条形统计图即可求得日加工 9 个零件的工人有 4 人;

(2) 日加工零件 12 个的有: $30-4-12-6=8$ 人;

日加工零件 14 个的有 12 人, 最多, 日加工 15 个零件的人数占被调查人数的百分比为: $6 \div 30 \times 100\% = 20\%$;

(3) 日加工零件的平均数为: $(9 \times 4 + 12 \times 8 + 14 \times 12 + 15 \times 6) \div 30 = 13$ 个,
加工零件总个数为 $120 \times 13 = 1560$ 个.

点评: 本题考查了条形统计图及用样本估计总体的知识, 解题的关键是从条形统计图中得到进一步解题的相关信息.

四、解答题 (本题共 3 小题, 其中 21、22 题各 9 分, 23 题 10 分, 共 28 分)

21. (9分)

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题; 待定系数法求一次函数解析式; 反比例函数图象上点的坐标特征; 待定系数法求反比例函数解析式.

专题: 计算题.

分析: (1) 把 A 的坐标代入反比例函数的解析式求出 m, 得出反比例函数的解析式, 把 B 的坐标代入反比例函数的解析式, 能求出 n, 即可得出 B 的坐标, 分别把 A、B 的坐标代入一次函数的解析式得出方程组, 求出方程组的解, 即可得出一次函数的解析式;

(2) 根据一次函数与反比例函数的图象即可得出答案.

解答: 解: (1) $\because$ 把 A (-2, 6) 代入 $y = \frac{m}{x}$ 得: $m = -12$,

$$\therefore y = -\frac{12}{x},$$

$\because$ 把 (4, n) 代入 $y = -\frac{12}{x}$ 得: $n = -3$,

$\therefore B (4, -3)$,

把 A、B 的坐标代入 $y = kx + b$ 得:
$$\begin{cases} 6 = -2k + b \\ -3 = 4k + b \end{cases}$$

解得: $k = -\frac{3}{2}$, $b = 3$,

即 $y = -\frac{3}{2}x + 3$,

答：反比例函数的解析式是 $y = -\frac{12}{x}$ ，一次函数的解析式是 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 。

(2) 不等式 $kx + b \leq \frac{12}{x}$ 的解集是 $-2 \leq x < 0$ 或 $x \geq 4$ 。

点评： 本题考查了用待定系数法求一次函数、反比例函数的解析式，一次函数与反比例函数的交点问题的应用，通过做此题培养了学生的计算能力和观察图形的能力，题目比较典型，是一道比较好的题目。

22. (9 分)

考点： 一次函数的应用。

专题： 压轴题。

分析： (1) 终点 E 的纵坐标就是路程，横坐标就是时间；

(2) 首先求得 C 点对应的横坐标，即 a 的值，则 CD 段的路程可以求得，时间是 $560 - 500 = 60$ 秒，则乙跑步的速度即可求得；

B 点时，所用的时间可以求得，然后求得路程是 150 米时，甲用的时间，就是乙出发的时刻，两者的差就是所求；

(3) 首先求得甲运动的函数以及 AB 段的函数，求出两个函数的交点坐标即可。

解答： 解：(1) 根据图象可以得到：甲共跑了 900 米，用了 600 秒，则速度是： $900 \div 600 = 1.5$ 米/秒；

(2) 甲跑 500 秒时的路程是： $500 \times 1.5 = 750$ 米，则 CD 段的长是 $900 - 750 = 150$ 米，时间是： $560 - 500 = 60$ 秒，则速度是： $150 \div 60 = 2.5$ 米/秒；

甲跑 150 米用的时间是： $150 \div 1.5 = 100$ 秒，则甲比乙早出发 100 秒。

乙跑 750 米用的时间是： $750 \div 2.5 = 300$ 秒，则乙在途中等候甲用的时间是： $500 - 300 - 100 = 100$ 秒。

(3) 甲每秒跑 1.5 米，则甲的路程与时间的函数关系式是： $y = 1.5x$ ，

乙晚跑 100 秒，且每秒跑 2.5 米，则 AB 段的函数解析式是： $y = 2.5(x - 100)$ ，

根据题意得： $1.5x = 2.5(x - 100)$ ，解得： $x = 250$ 秒。

乙的路程是： $2.5 \times (250 - 100) = 375$ (米)。

答：甲出发 250 秒和乙第一次相遇，此时乙跑了 375 米。

点评： 本题考查了识别函数图象的能力，是一道较为简单的题，观察图象提供的信息是关键。

23. (10 分)

考点： 切线的判定；角平分线的性质；勾股定理；相似三角形的判定与性质。

专题： 几何综合题；压轴题。

分析： (1) 连接 OD，根据 $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D，则 $\widehat{CD} = \widehat{BD}$ ，依据垂径定理可以得到： $OD \perp BC$ ，然后根据直径的定义，可以得到 $OD \parallel AE$ ，从而证得： $DE \perp OD$ ，则 DE 是圆的切线；

(2) 首先证明 $\triangle FBD \sim \triangle BAD$ ，依据相似三角形的对应边的比相等，即可求 DF 的长，继而求得答案。

解答： 解：(1) ED 与 $\odot O$ 的位置关系是相切。理由如下：

连接 OD，

$\because \angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D，

$\therefore \widehat{CD} = \widehat{BD}$ ，

$\therefore OD \perp BC$ ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

即 $BC \perp AC$ ，

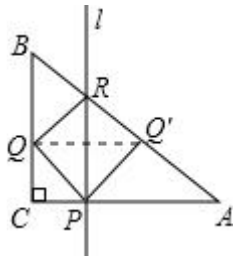
$\because DE \perp AC$ ，

$\therefore DE \parallel BC$ ，

$\therefore OD \perp DE$ ，

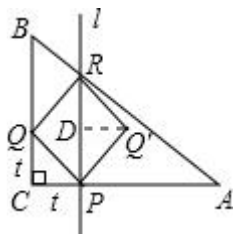
$\therefore ED$ 与 $\odot O$ 的位置关系是相切；

(2) 连接 BD。



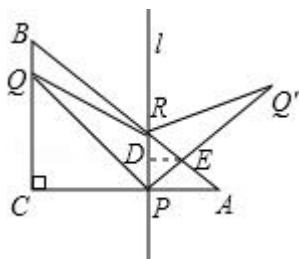
$\because PC=QC, \angle C=90^\circ,$
 $\therefore \angle CPQ=45^\circ,$ 又 $l \perp AC,$
 $\therefore \angle RPQ = \angle RPC - \angle CPQ = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$
 由对称可得 $PQ'=PQ, \angle QPQ'=90^\circ, QQ'=2t,$ 且 $QQ' \parallel CA,$
 $\therefore \angle BQQ' = \angle BCA,$ 又 $\angle B = \angle B,$
 $\therefore \triangle BQQ' \sim \triangle BCA,$
 $\therefore \frac{BQ}{QQ'} = \frac{BC}{CA} = \frac{3}{4},$ 即 $\frac{6-t}{2t} = \frac{3}{4},$
 解得: $t=2.4;$

(2) 当 $0 < t \leq 2.4$ 时, 过 Q' 作 $Q'D \perp l$ 于 D 点, 则 $Q'D=t,$



又 $\because RP \parallel BC,$
 $\therefore \triangle RPA \sim \triangle BCA,$
 $\therefore \frac{RP}{BC} = \frac{AP}{AC},$ 即 $\frac{RP}{6} = \frac{8-t}{8},$
 $\therefore RP = (8-t) \cdot \frac{3}{4} = \frac{24-3t}{4},$
 $\therefore S = \frac{1}{2} RP \cdot Q'D = \frac{1}{2} \cdot \frac{24-3t}{4} \cdot t = -\frac{3}{8}t^2 + 3t;$

当 $2.4 < t \leq 6$ 时, 记 PQ' 与 AB 的交点为 $E,$ 过 E 作 $ED \perp l$ 于 $D,$



由对称可得: $\angle DPE = \angle DEP = 45^\circ,$
 又 $\because \angle PDE = 90^\circ,$
 $\therefore \triangle DEP$ 为等腰直角三角形,
 $\therefore DP = DE,$
 $\because \triangle RDE \sim \triangle BCA,$
 $\therefore \frac{DR}{DE} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4},$ 即 $DR = \frac{3}{4}DE,$
 $\because \triangle RPA \sim \triangle BCA,$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{RP}{PA} &= \frac{BC}{AC}, \text{ 即 } \frac{RP}{8-t} = \frac{6}{8}, \\ \therefore RP &= \frac{3(8-t)}{4}, \\ \therefore RP &= RD + DP = DR + DE = DE + \frac{3}{4}DE = \frac{3(8-t)}{4}, \text{ 即 } \frac{7}{4}DE = \frac{3(8-t)}{4}, \\ \therefore DE &= \frac{24-3t}{7}, \\ \therefore S &= \frac{1}{2}RP \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot \frac{3(8-t)}{4} \cdot \frac{24-3t}{7} = \frac{9}{56}t^2 - \frac{18}{7}t + \frac{72}{7},\end{aligned}$$

(3) S 能为 $\frac{9}{8}\text{cm}^2$, 理由为:

$$\text{若 } \frac{9}{56}t^2 - \frac{18}{7}t + \frac{72}{7} = \frac{9}{8} \quad (2.4 < t \leq 6),$$

$$\text{整理得: } t^2 - 16t + 57 = 0,$$

$$\text{解得: } t = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 228}}{2} = 8 \pm \sqrt{7},$$

$$\therefore t_1 = 8 + \sqrt{7} \text{ (舍去)}, t_2 = 8 - \sqrt{7};$$

$$\text{若 } -\frac{3}{8}t^2 + 3t = \frac{9}{8} \quad (0 < t \leq 2.4),$$

$$\text{整理得: } t^2 - 8t + 3 = 0,$$

$$\text{解得: } t = \frac{8 \pm 2\sqrt{13}}{2} = 4 \pm \sqrt{13},$$

$$\therefore t_1 = 4 + \sqrt{13} \text{ (舍去)}, t_2 = 4 - \sqrt{13}.$$

综上, 当 S 为 $\frac{9}{8}\text{cm}^2$ 时, t 的值为 $(8 - \sqrt{7})$ 或 $(4 - \sqrt{13})$ 秒.

点评: 考查了相似形综合题, 此题涉及的知识有: 相似三角形的判定与性质, 一元二次方程的解法, 轴对称的性质, 勾股定理, 以及根的判别式, 是一道较难的相似形综合题.

25. (12 分)

考点: 相似三角形的判定与性质; 梯形.

专题: 压轴题.

分析: (1) 由梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 2\angle BCD = 2\alpha$, 根据平行线的性质, 易求得 $\angle A$ 的度数, 又由 $\angle BEF = \angle A$, 即可求得 $\angle BEF$ 的度数;

(2) 首先连接 BD 交 EF 于点 O, 连接 BF, 由 $AB = AD$, 易证得 $\triangle EOB \sim \triangle DOF$, 根据相似三角形的对应边成比例, 可得 $\frac{OE}{OD} = \frac{OB}{OF}$, 继而可证得 $\triangle EOD \sim \triangle BOF$, 又由相似三角形的对应角相等, 易得 $\angle EBF = \angle EFB = \alpha$, 即可得

$EB = EF$;

(3) 首先延长 AB 至 G, 使 $AG = AE$, 连接 BE, GE, 易证得 $\triangle DEF \sim \triangle GBE$, 然后由相似三角形的对应边成比例, 即可求得 $\frac{EB}{EF}$ 的值.

解答: (1) 解: $\because$ 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle A + \angle ABC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 2\alpha,$$

$$\text{又 } \because \angle BEF = \angle A,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle A = 180^\circ - 2\alpha;$$

故答案为: $180^\circ - 2\alpha$;

(2) $EB = EF$.

证明：连接 BD 交 EF 于点 O，连接 BF.

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 2\alpha$, $\angle ADC = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - \alpha$.

$\because AB = AD$,

$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = \alpha$,

$\therefore \angle BDC = \angle ADC - \angle ADB = 180^\circ - 2\alpha$,

由 (1) 得: $\angle BEF = 180^\circ - 2\alpha = \angle BDC$,

又 $\because \angle EOB = \angle DOF$,

$\therefore \triangle EOB \sim \triangle DOF$,

$\therefore \frac{OE}{OD} = \frac{OB}{OF}$,

即 $\frac{OE}{OB} = \frac{OD}{OF}$,

$\because \angle EOD = \angle BOF$,

$\therefore \triangle EOD \sim \triangle BOF$,

$\therefore \angle EFB = \angle EDO = \alpha$,

$\therefore \angle EBF = 180^\circ - \angle BEF - \angle EFB = \alpha = \angle EFB$,

$\therefore EB = EF$;

(3) 解：延长 AB 至 G，使 $AG = AE$ ，连接 GE，

则 $\angle G = \angle AEG = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = \frac{180^\circ - (180^\circ - 2\alpha)}{2} = \alpha$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle EDF = \angle C = \alpha$, $\angle GBC = \angle A$, $\angle DEB = \angle EBC$,

$\therefore \angle EDF = \angle G$,

$\because \angle BEF = \angle A$,

$\therefore \angle BEF = \angle GBC$,

$\therefore \angle GBC + \angle EBC = \angle DEB + \angle BEF$,

即 $\angle EBG = \angle FED$,

$\therefore \triangle DEF \sim \triangle GBE$,

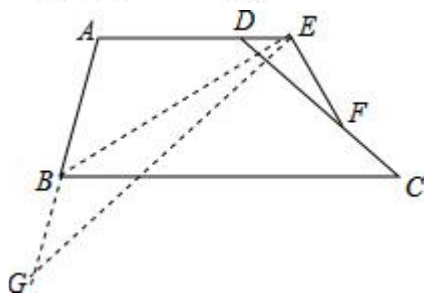
$\therefore \frac{EB}{EF} = \frac{BG}{DE}$,

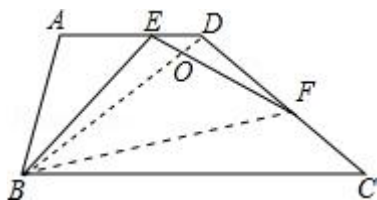
$\because AB = mDE$, $AD = nDE$,

$\therefore AG = AE = (n+1)DE$,

$\therefore BG = AG - AB = (n+1)DE - mDE = (n+1-m)DE$,

$\therefore \frac{EB}{EF} = \frac{BG}{DE} = \frac{(n+1-m)DE}{DE} = n+1-m$.





点评: 此题考查了相似三角形的判定与性质、梯形的性质以及等腰三角形的判定与性质. 此题难度较大, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想的应用.

26. (12 分)

考点: 二次函数综合题.

专题: 计算题; 压轴题; 数形结合.

分析: (1) 已知抛物线经过的三点坐标, 直接利用待定系数法求解即可.

(2) 由于点 Q 的位置可能有四处, 所以利用几何法求解较为复杂, 所以可考虑直接用 SSS 判定两三角形全等的方法来求解. 那么, 首先要证明 $CD=DP$, 设出点 Q 的坐标后, 表示出 QC、QD 的长, 然后由另两组对应边相等列方程来确定点 Q 的坐标.

(3) 根据 B、D 的坐标, 容易判断出 $\triangle CDE$ 是等边三角形, 然后通过证 $\triangle CEM$ 、 $\triangle DEN$ 全等来得出 $CM=DN$, 首先设出点 M 的坐标, 表示出 PM、CM 的长, 由 $PM=2DN=2CM$ 列方程确定点 M 的坐标, 进一步得到 CM 的长后, 即可得出 DN 的长, 由此求得点 N 的坐标.

解答: 解: (1) 设抛物线的解析式为: $y=a(x+\sqrt{3})(x-3\sqrt{3})$, 代入点 C (0, 3) 后, 得:

$$a(0+\sqrt{3})(0-3\sqrt{3})=3, \text{ 解得 } a=-\frac{1}{3}$$

$$\therefore \text{ 抛物线的解析式: } y=-\frac{1}{3}(x+\sqrt{3})(x-3\sqrt{3})=-\frac{1}{3}x^2+\frac{2\sqrt{3}}{3}x+3.$$

(2) 设直线 BC 的解析式: $y=kx+b$, 依题意, 有:

$$\begin{cases} 3\sqrt{3}k+b=0 \\ b=3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k=-\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=3 \end{cases}.$$

$$\text{故直线 BC: } y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+3.$$

由抛物线的解析式知: P ($\sqrt{3}$, 4), 将点 P 的横坐标代入直线 BC 中, 得: D ($\sqrt{3}$, 2).

设点 Q (x, y), 则有:

$$QC^2=(x-0)^2+(y-3)^2=x^2+y^2-6y+9, QD^2=(x-\sqrt{3})^2+(y-2)^2=x^2+y^2-2\sqrt{3}x-4y+7;$$

$$\text{而: } PA^2=(-\sqrt{3}-\sqrt{3})^2+(0-4)^2=28, AD^2=(-\sqrt{3}-\sqrt{3})^2+(0-2)^2=16, CD=PD=2;$$

$\triangle QCD$ 和 $\triangle APD$ 中, $CD=PD$, 若两个三角形全等, 则:

$$\text{① } QC=AP, QD=AD \text{ 时, } \begin{cases} x^2+y^2-6y-19=0 \\ x^2+y^2-2\sqrt{3}x-4y-9=0 \end{cases}$$

$$\text{② } QC=AD, QD=AP \text{ 时, } \begin{cases} x^2+y^2-6y-7=0 \\ x^2+y^2-2\sqrt{3}x-4y-21=0 \end{cases}$$

$$\text{解①、②的方程组, 得: } \begin{cases} x_1=3\sqrt{3} \\ y_1=4 \end{cases}, \begin{cases} x_2=\sqrt{3} \\ y_2=-2 \end{cases}, \begin{cases} x_3=0 \\ y_3=7 \end{cases}, \begin{cases} x_4=-2\sqrt{3} \\ y_4=1 \end{cases};$$

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 ($3\sqrt{3}$, 4)、($\sqrt{3}$, -2)、(0, 7) 或 ($-2\sqrt{3}$, 1).

(3) 根据题意作图如右图;

由 D ($\sqrt{3}$, 2)、B ($3\sqrt{3}$, 0) 知: $DF=2$, $BF=2\sqrt{3}$;

$\therefore \angle BDF = \angle ADF = \angle CDE = \angle DCE = 60^\circ$, 即 $\triangle CED$ 是等边三角形;

在 $\triangle CEM$ 和 $\triangle DEN$ 中,
$$\begin{cases} \angle CEM = \angle DEN \\ \angle ECM = \angle EDN = 60^\circ \\ CE = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle CEM \cong \triangle DEN$, 则 $CM = DN$, $PM = 2CM = 2DN$;

设点 $M(x, -\frac{\sqrt{3}}{3}x+3)$, 则有:

$$PM^2 = (\sqrt{3} - x)^2 + (4 + \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3)^2 = \frac{4}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + 4, CM^2 = x^2 + \frac{1}{3}x^2 = \frac{4}{3}x^2;$$

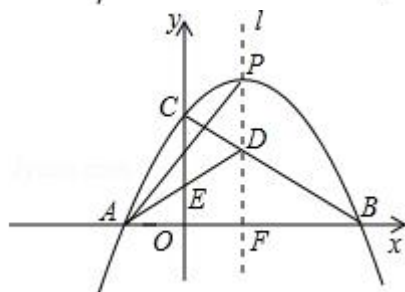
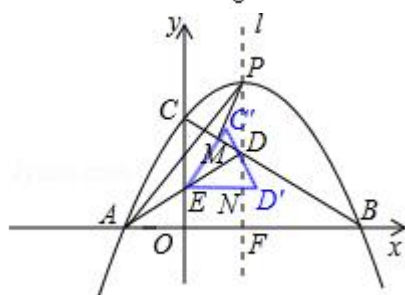
已知: $PM^2 = 4CM^2$, 则有:

$$\frac{4}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + 4 = 4 \times \frac{4}{3}x^2, \text{ 解得 } x = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{13} - 1)}{6};$$

$$\therefore CM = DN = \frac{2\sqrt{3}}{3}x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}(\sqrt{13} - 1)}{6} = \frac{\sqrt{13} - 1}{3};$$

$$\text{则: } FN = DF - DN = 2 - \frac{\sqrt{13} - 1}{3} = \frac{7 - \sqrt{13}}{3},$$

$$\therefore \text{点 } N(\sqrt{3}, \frac{7 - \sqrt{13}}{3}).$$



点评: 该题的难度较大, 涉及到: 函数解析式的确定、等边三角形的判定和性质、图形的旋转以及全等三角形的应用等重点知识. 在解题时, 一定要注意从图中找出合适的解题思路; 能否将琐碎的知识运用到同一题目中进行解答, 也是对基础知识掌握情况的重点考查.