

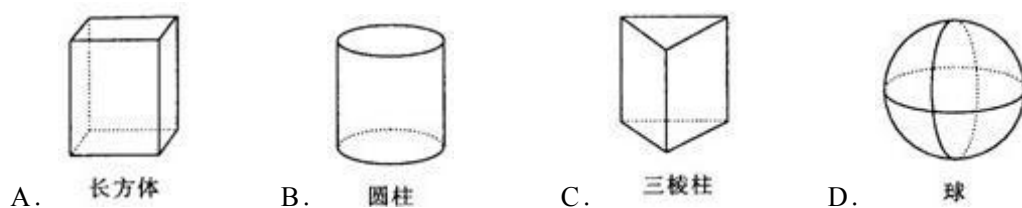
2011 年辽宁省鞍山市中考数学试卷

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，请将正确答案的序号填入括号内，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 国家统计局发布的第六次全国人口普查公报显示，我国总人口约为 1 370 000 000 人，1 370 000 000 用科学记数法表示为 ()

- A. 13.7×10^8 B. 1.37×10^8 C. 1.37×10^9 D. 1.371×10^{-9}

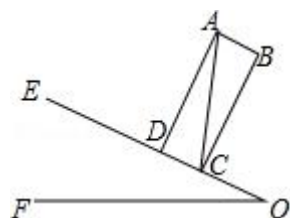
2. (3 分) 下列几何体中，俯视图是三角形的几何体是 ()



3. (3 分) 不等式 $\frac{1}{2}x - 1 \leq 0$ 的解集在数轴上表示为 ()



4. (3 分) 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 $AC \perp OF$ ，边 CD 在 OE 上， $\angle BAC = 70^\circ$ ，则 $\angle EOF$ 等于 ()

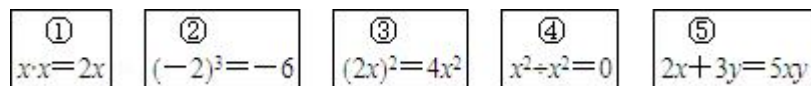


- A. 10° B. 20° C. 30° D. 70°

5. (3 分) 下列因式分解正确的是 ()

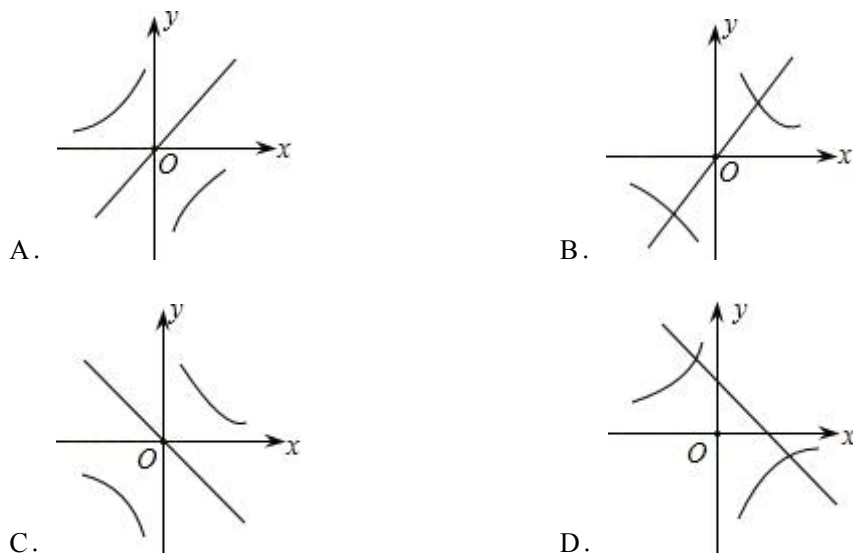
- A. $x^3 - x = x(x^2 - 1)$ B. $x^2 + 3x + 2 = x(x + 3) + 2$
C. $x^2 - y^2 = (x - y)^2$ D. $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$

6. (3 分) 有①、②、③、④、⑤五张不透明卡片，它们除正面的运算式不同外，其余完全相同，将卡片正面朝下，洗匀后，从中随机抽取一张，抽到运算结果正确的卡片的概率是 ()



- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

7. (3分) 在同一个直角坐标系中, 函数 $y=kx$ 和 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象的大致位置是 ()



8. (3分) 某乡镇决定对一段长 6 000 米的公路进行修建改造. 根据需要, 该工程在实际施工时增加了施工人员, 每天修建的公路比原计划增加了 50%, 结果提前 4 天完成任务. 设原计划每天修建 x 米, 那么下面所列方程中正确的是 ()

- A. $\frac{6000}{x} + 4 = \frac{6000}{x(1+50\%)}$ B. $\frac{6000}{x} = \frac{6000}{(1-50\%)x} - 4$
C. $\frac{6000}{x} - 4 = \frac{6000}{x(1+50\%)}$ D. $\frac{6000}{x} = \frac{6000}{(1-50\%)x} + 4$

二、填空题 (每题 3 分, 共 24 分)

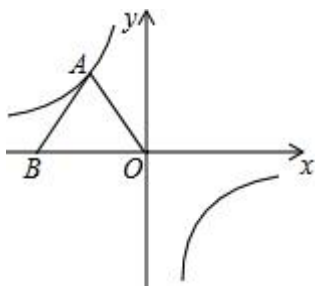
9. (3分) 8 的平方根是_____.

10. (3分) 函数 $y=\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 的自变量的取值范围是_____.

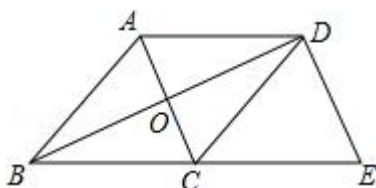
11. (3分) 数学小组五名同学在一次测试中的数学成绩分别为 98, 96, 97, 100, 99, 则该小组五名同学该次测试数学成绩的方差为_____.

12. (3分) 现有一圆心角为 120° , 半径为 9cm 的扇形纸片, 用它恰好围成一个圆锥的侧面 (接缝忽略不计), 则围成的圆锥的高为_____ cm .

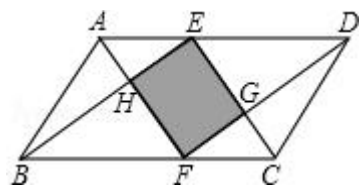
13. (3分) 如图所示, 以边长为 2 的等边 $\triangle ABO$ 的顶点 O 为坐标原点, 点 B 在 x 轴上, 则经过点 A 的反比例函数的表达式为_____.



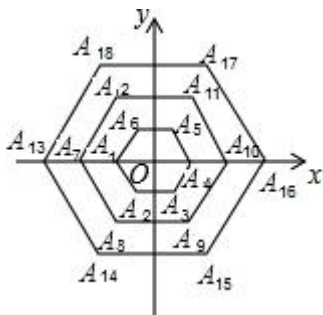
14. (3分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AB = 13$, $AC = 10$, 过点 D 作 $DE \parallel AC$ 交 BC 的延长线于点 E , 则 $\triangle BDE$ 的周长为_____.



15. (3分) 如图, $\square ABCD$ 中, E 、 F 分别为 AD 、 BC 上的点, 且 $DE = 2AE$, $BF = 2FC$, 连接 BE 、 AF 交于点 H , 连接 DF 、 CE 交于点 G , 则 $\frac{S_{\text{四边形EHFG}}}{S_{\text{平行四边形ABCD}}} = \underline{\hspace{2cm}}$.



16. (3分) 如图, 从内到外, 边长依次为 2, 4, 6, 8, ... 的所有正六边形的中心均在坐标原点, 且一组对边与 x 轴平行, 它们的顶点依次用 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 、 A_6 、 A_7 、 A_8 、 A_9 、 A_{10} 、 A_{11} 、 A_{12} ... 表示, 那么顶点 A_{62} 的坐标是_____.



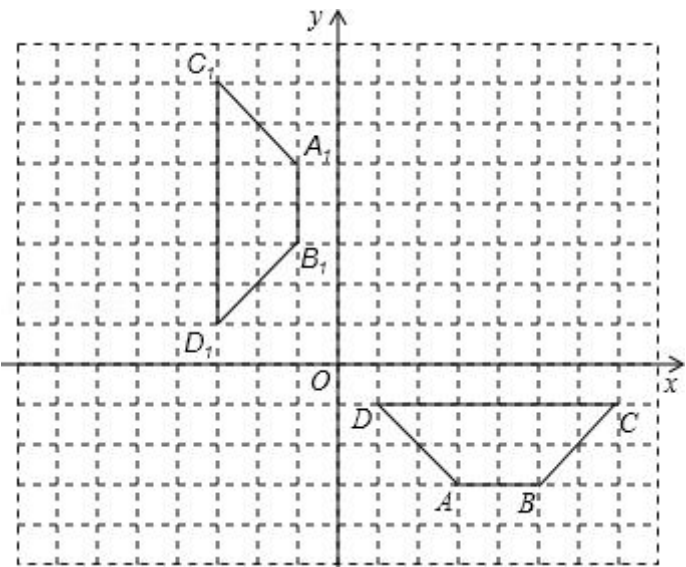
三、(每小题 8 分, 共 16 分)

17. (8分) 化简求值: $\frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{x^2-2x+1} \div \frac{x}{x-1}$, 从 0, 1, 2 三个数中选择一个合适的数值作为 x 值代入求值.

18. (8分) 如图: 方格纸中的每个小方格都是边长为 1 个单位的小正方形, 四边形 $ABCD$ 和四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的顶点均在格点上, 以点 O 为坐标原点建立平面直角坐标系.

(1) 画出四边形 $ABCD$ 沿 y 轴正方向平移 4 格得到的四边形 $A_2B_2C_2D_2$ ，并求出点 D_2 的坐标.

(2) 画出四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 绕点 O 逆时针方向旋转 90° 后得到的四边形 $A_3B_3C_3D_3$ ，并求出 A_2 、 B_3 之间的距离.

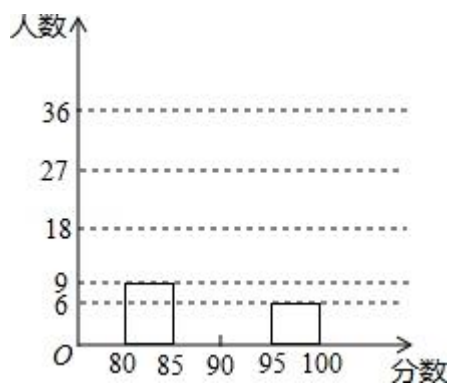


四、(每小题 10 分，共 20 分)

19. (10 分) 为迎接中国共产党建党 90 周年，某校举办“红歌伴我成长”歌咏比赛活动，参赛同学的成绩分别绘制成频数分布表和频数分布直方图（均不完整）如下：

分数段	频数	频率
$80 \leq x < 85$	9	0.15
$85 \leq x < 90$	m	0.45
$90 \leq x < 95$	■	■
$95 \leq x < 100$	6	n

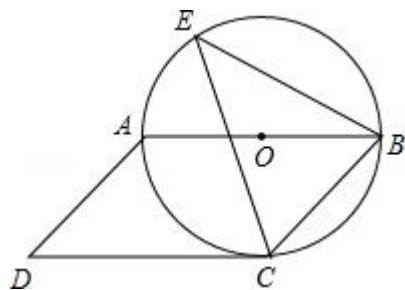
- (1) 求 m ， n 的值分别是多少；
- (2) 请在图中补全频数分布直方图；
- (3) 比赛成绩的中位数落在哪个分数段？



20. (10分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 以边 AB 为直径的 $\odot O$ 经过点 C , E 是 $\odot O$ 上的一点, 且 $\angle BEC = 45^\circ$.

(1) 试判断 CD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $BE = 8\text{cm}$, $\sin \angle BCE = \frac{4}{5}$, 求 $\odot O$ 的半径.

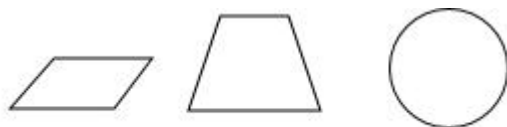


五、(每小题 10 分, 共 20 分)

21. (10分) 数学学习小组在学习“轴对称现象”内容时, 老师让同学们寻找身边的轴对称现象, 小张同学拿出三张拼图模板, 它们的正面与背面完全一样, 形状如图:

(1) 小张从这三张模板中随机抽取一张, 抽到的是轴对称图形的概率是多少?

(2) 小李同学也拿出同样的三张模板, 他们分别从自己的三张模板中随机取出一个, 则可以拼出一个轴对称图形的概率是多少? (用画树状图或列表法求解, 模板名称可用字母表示)

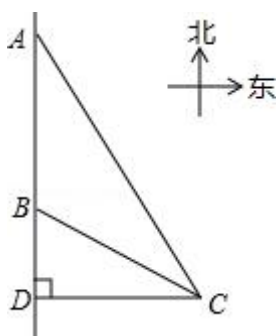


A、平行四边形 B、等腰梯形 C、圆

22. (10分) 某段限速公路 m 上规定小汽车的行驶速度不得超过 70 千米/时, 如图所示, 已知测速站 C 到公路 m 的距离 CD 为 $30\sqrt{3}$ 米, 一辆在该公路上由北向南匀速行驶的小汽车, 在 A 处测得测速站在汽车的南偏东 30° 方向, 在 B 处测得测速站在汽车的南偏东 60° 方向, 此车从 A 行驶到 B 所用的时间为 3 秒.

(1) 求从 A 到 B 行驶的路程;

(2) 通过计算判断此车是否超速？



六、(每小题 10 分，共 20 分)

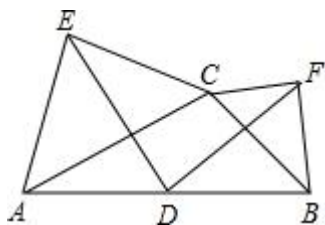
23. (10 分) 某工厂第一次购买甲种原料 60 盒和乙种原料 120 盒共用 21 600 元，第二次购买甲种原料 20 盒和乙种原料 100 盒共用 16 800 元.

(1) 求甲、乙两种原料每盒价钱各为多少元；

(2) 该工厂第三次购买时，要求甲种原料比乙种原料的 2 倍少 200 盒，且购买两种原料的总量不少于 1 010 盒，总金额不超过 89 200 元，请你通过计算写出本次购买甲、乙两种原料的所有方案.

24. (10 分) 已知如图， D 是 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的中点， $\triangle ACE$ 和 $\triangle BCF$ 分别是以 AC 、 BC 为斜边的等腰直角三角形，连接 DE 、 DF .

求证： $DE = DF$.



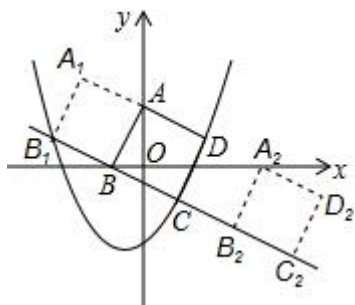
七、(本题 12 分)

25. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{5}$ ，点 A 在 y 轴正半轴上，点 B 在 x 轴负半轴上， $B(-1, 0)$ ， C 、 D 两点在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 上.

(1) 求此抛物线的表达式；

(2) 正方形 $ABCD$ 沿射线 CB 以每秒 $\sqrt{5}$ 个单位长度平移，1 秒后停止，此时 B 点运动到 B_1 点，试判断 B_1 点是否在抛物线上，并说明理由；

(3) 正方形 $ABCD$ 沿射线 BC 平移，得到正方形 $A_2B_2C_2D_2$ ， A_2 点在 x 轴正半轴上，求正方形 $ABCD$ 的平移距离.



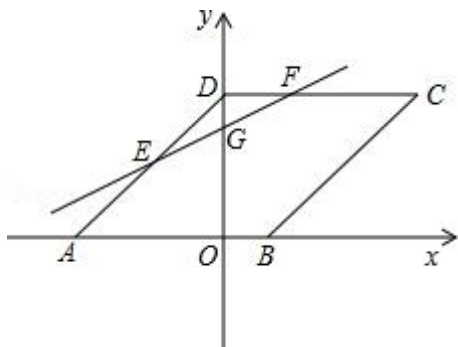
八、(本题 14 分)

26. (14 分) 如图, 在平面直角坐标系中, O 是坐标原点, 平行四边形的顶点 C 的坐标为 $(8, 8)$, 顶点 A 的坐标为 $(-6, 0)$, 边 AB 在 x 轴上, 点 E 为线段 AD 的中点, 点 F 在线段 DC 上, 且横坐标为 3, 直线 EF 与 y 轴交于点 G , 有一动点 P 以每秒 1 个单位长度的速度, 从点 A 沿折线 $A-B-C-F$ 运动, 当点 P 到达点 F 时停止运动, 设点 P 运动时间为 t 秒.

(1) 求直线 EF 的表达式及点 G 的坐标;

(2) 点 P 在运动的过程中, 设 $\triangle EFP$ 的面积为 S (P 不与 F 重合), 试求 S 与 t 的函数关系式;

(3) 在运动的过程中, 是否存在点 P , 使得 $\triangle PGF$ 为直角三角形? 若存在, 请直接写出所有符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2011 年辽宁省鞍山市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个是正确的，请将正确答案的序号填入括号内，每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 1 时， n 是非负数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：将 1 370 000 000 用科学记数法表示为 1.37×10^9 ．

故选：C．

【点评】此题主要考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2. 【分析】俯视图是从上面所看到的图形，可根据各几何体的特点进行判断．

【解答】解：A、正方体的三视图均为正方形，故 A 错误；

B、圆柱的俯视图是圆，故 B 错误；

C、三棱柱的俯视图是三角形，故 C 正确；

D、球体的三视图均为圆，故 D 错误；

故选：C．

【点评】本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键．

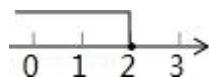
3. 【分析】先求出 x 的取值范围，再在数轴上表示出来即可选出答案．

【解答】解： $\frac{1}{2}x - 1 \leq 0$ ，

$$\frac{1}{2}x \leq 1,$$

$$x \leq 2,$$

在数轴上表示：



故选：D．

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式的解集及解一元一次不等式，熟知不等式的基本性质是解答此题的关键．

4. 【分析】延长 AC 交 OF 于 G ．先根据直角三角形的性质求出 $\angle ACB = 20^\circ$ ，再根据矩形

② $(-2)^3 = -8$, 计算错误;

③ $(2x)^2 = 4x^2$, 计算正确;

④ $x^2 \div x^2 = 1$, 计算错误;

⑤ $2x$ 与 $3y$ 不是同类项, 不能合并, 故错误.

5 个算式有一个正确, 随机抽取一张, 抽到运算结果正确的卡片的概率是 $\frac{1}{5}$.

故选: A.

【点评】 此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

7. **【分析】** 根据正比例函数和反比例函数的图象性质并结合其系数作答.

【解答】 解: 由于正比例函数和反比例函数的比例系数相同, 所以它们经过相同的象限, 因而一定有交点, 排除 A, C;

又因为正比例函数一定经过原点, 所以排除 D.

故选: B.

【点评】 本题主要考查了反比例函数的图象性质和正比例函数的图象性质, 关键是由 k 的取值确定函数所在的象限.

8. **【分析】** 求的是工作效率, 工作总量是 6000, 则是根据工作时间来列等量关系. 关键描述语是提前 4 天完成, 等量关系为: 原计划时间 - 实际用时 = 4, 根据等量关系列出方程.

【解答】 解: 设原计划每天修建 x 米, 因为每天修建的公路比原计划增加了 50% 所以现在每天修建 $x(1+50\%)$ 米,

$$\frac{6000}{x} - \frac{6000}{x(1+50\%)} = 4,$$

$$\text{即: } \frac{6000}{x} - 4 = \frac{6000}{x(1+50\%)},$$

故选: C.

【点评】 本题考查分式方程的应用, 分析题意, 找到合适的等量关系是解决问题的关键. 本题应用的等量关系为: 工作时间 = 工作总量 $\div$ 工效.

二、填空题 (每题 3 分, 共 24 分)

9. **【分析】** 根据平方根的定义, 求数 a 的平方根, 也就是求一个数 x , 使得 $x^2 = a$, 则 x 就是 a 的平方根, 由此即可解决问题.

【解答】 解: $\because (\pm 2\sqrt{2})^2 = 8$,

$\therefore 8$ 的平方根是 $\pm 2\sqrt{2}$.

故填 $\pm 2\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查了平方根的定义. 注意一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根.

10. 【分析】 根据二次根式的性质和分式的意义, 被开方数大于或等于 0, 分母不等于 0, 可以求出 x 的范围.

【解答】 解: 根据题意得: $x - 1 \geq 0$ 且 $x - 2 \neq 0$,

解得: $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$.

故答案为 $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$.

【点评】 本题考查了函数自变量的取值范围问题, 函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

11. 【分析】 先根据平均数的定义求出改组数据的平均数, 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数; 再根据方差公式求方差, 方差公式为 $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$.

【解答】 解: 这组数据的平均数 = $(98+96+97+100+99) \div 5 = 98$,

方差 = $\frac{1}{5}[(98 - 98)^2 + (96 - 98)^2 + (97 - 98)^2 + (100 - 98)^2 + (99 - 98)^2] = 2$.

$\therefore$ 该小组五名同学该次测试数学成绩的方差为 2.

故答案为: 2.

【点评】 本题考查了平均数以及方差的求法, 要想求方差, 必须先求出这组数据的平均数, 然后再根据方差公式求解.

12. 【分析】 利用底面周长 = 展开图的弧长可得.

【解答】 解: $\frac{120\pi \times 9}{180} = 2\pi R$,

解得 $R = 3\text{cm}$,

再利用勾股定理可知,

高 = $6\sqrt{2}\text{cm}$.

故答案为: $6\sqrt{2}$.

【点评】解答本题的关键是有确定底面周长 = 展开图的弧长这个等量关系，然后再利用勾股定理可求得值．

13. 【分析】过 A 作 $AM \perp BO$ 于点 M ，根据等边三角形的性质和 B 点坐标求出 A 点坐标，然后用待定系数法求出解析式．

【解答】解：过 A 作 $AM \perp BO$ 于点 M ，

$\because \triangle ABO$ 为等边三角形，

$$\therefore AB = BO = AO = 2,$$

$\because AM \perp BO$ ，

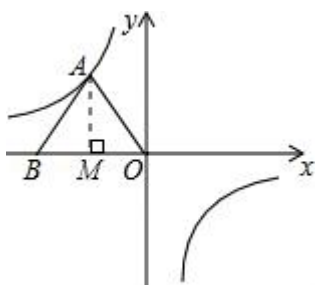
$$\therefore OM = \frac{1}{2}BO = 1,$$

$$\therefore AM = \sqrt{AO^2 - OM^2} = \sqrt{3}$$

则点 A 的坐标为 $(-1, \sqrt{3})$

则这个反比例函数的解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$ ．

故答案为： $y = -\frac{\sqrt{3}}{x}$ ．



【点评】此题主要考查了等边三角形的性质，以及待定系数法求函数关系式，解决问题的关键是根据等边三角形的性质求出 A 点的坐标．

14. 【分析】因为菱形的对角线互相垂直及互相平分就可以在 $Rt\triangle AOB$ 中利用勾股定理求出 OB ，然后利用平行四边形的判定及性质就可以求出 $\triangle BDE$ 的周长．

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AB = BC = CD = AD = 13, AC \perp BD, OB = OD, OA = OC = 5,$$

$$\therefore OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = 12, BD = 2OB = 24,$$

$\because AD \parallel CE, AC \parallel DE$ ，

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 是平行四边形，

$$\therefore CE = AD = BC = 13, DE = AC = 10,$$

$\therefore \triangle BDE$ 的周长是: $BD+BC+CE+DE=24+10+26=60$.

故答案为: 60.

【点评】 本题主要考查利用菱形的对角线互相垂直平分及勾股定理来解决问题, 关键是
根据菱形的性质得出 $AC \perp BD$, 从而利用勾股定理求出 BD 的长度, 难度一般.

15. 【分析】 根据 $DE=2AE$, $BF=2FC$, 找出各边的比值, 然后利用三角形和平行四边形的
面积公式求解即可.

【解答】 解: $\because DE=2AE$, $BF=2FC$,

$\therefore BF=2AE$, $ED=2CF$,

即有 $\triangle AHE \sim \triangle FHB$, $\triangle CFG \sim \triangle EGD$,

则 $\frac{HF}{AF} = \frac{2}{3}$, 同理 $\frac{FG}{FD} = \frac{1}{3}$

$\therefore S_{\triangle BFH} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABF} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times S_{\square ABCD}$,

$S_{\triangle CFG} = \frac{1}{3} S_{\triangle CFD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times S_{\square ABCD}$,

故 $S_{\text{四边形}EHFG} = S_{\triangle BCE} - S_{\triangle BFH} - S_{\triangle CFG} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD} - \frac{4}{18} S_{\square ABCD} - \frac{1}{18} S_{\square ABCD} = \frac{2}{9} S_{\square ABCD}$.

故答案为: $\frac{2}{9}$

【点评】 本题考查平行四边形的性质及相似三角形的判定与性质, 难度适中, 解题关键
是熟练掌握并灵活应用三角形和平行四边形的面积公式.

16. 【分析】 $\frac{62}{6} = 10$ 余 2, 顶点 A_{62} 所在的正六边形的边长为 $(10+1) \times 2 = 22$, 顶点 A_{62}
在第三象限, 继而即可得出答案.

【解答】 解: $\because \frac{62}{6} = 10$ 余 2,

$\therefore$ 顶点 A_{62} 所在的正六边形的边长为 $(10+1) \times 2 = 22$,

且顶点 A_{62} 在第三象限,

其横坐标为 $-\frac{22}{2} = -11$, 纵坐标 $= -\frac{22}{2} \times \cot 60^\circ = -\frac{22}{2} \times \sqrt{3} = -11\sqrt{3}$.

故顶点 A_{62} 的坐标是 $(-11, -11\sqrt{3})$.

故答案为: $(-11, -11\sqrt{3})$.

【点评】 本题考查坐标与图形的性质, 难度适中, 解题关键是首先找出 A_{62} 所在的正六
边形的边长.

三、(每小题 8 分, 共 16 分)

17. 【分析】先算除法，再算加法，最后把 $x=2$ 代入化简后的式子计算即可.

【解答】解：原式 $= \frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} \times \frac{x-1}{x} = \frac{x-2}{x-1} + \frac{1}{(x-1)x} = \frac{x-1}{x},$

当 $x=2$ 时，原式 $= \frac{1}{2}.$

【点评】本题考查了分式的化简求值，解题的关键是注意通分以及分式分子分母的因式分解.

18. 【分析】(1) 将四边形 $ABCD$ 沿 y 轴正方向平移 4 格得到的四边形 $A_2B_2C_2D_2$ ，平移四个顶点得出各点的坐标即可.

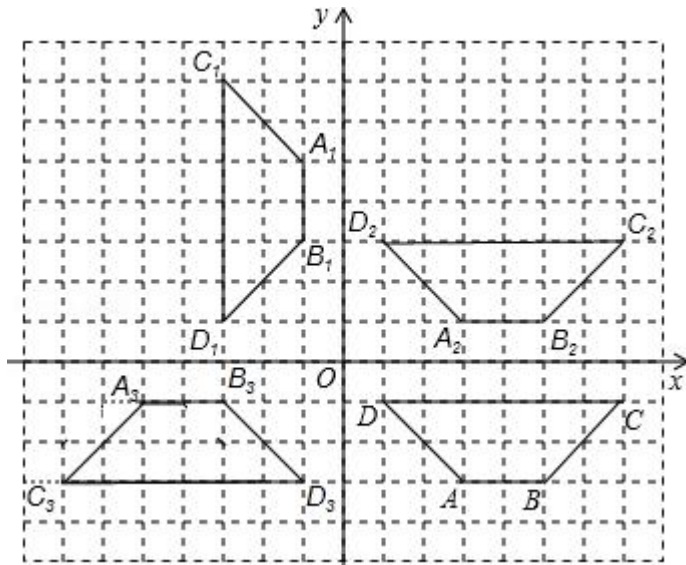
(2) 将图形各顶点绕点 O 逆时针方向旋转 90° 后得出图形即可.

【解答】解：(1) 如图.

$D_2(1, 3).$

(2) 如图.

$A_2B_3 = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}.$



【点评】此题主要考查了图形的平移与旋转，根据已知得出对应点变化的位置是解题关键.

四、(每小题 10 分，共 20 分)

19. 【分析】(1) 根据统计表中，频数与频率的比值相等，可得关于 m 、 n 的关系式；进而计算可得 m 、 n 的值；

(2) 根据 (1) 的结果，可以补全直方图；

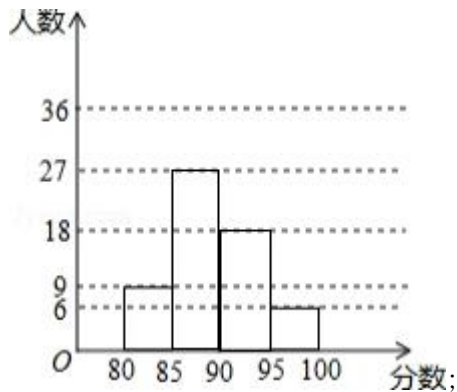
(3) 根据中位数的定义判断.

【解答】解: (1) 根据统计表中, 频数与频率的比值相等,

$$\text{即有 } \frac{m}{0.45} = \frac{9}{0.15} = \frac{6}{n}$$

解可得: $m = 27$, $n = 0.1$;

(2) 图为:



(3) 根据中位数的求法, 先将数据按从小到大的顺序排列,

读图可得: 共 60 人, 第 30、31 名都在 85 分 ~ 90 分,

故比赛成绩的中位数落在 85 分 ~ 90 分.

【点评】本题考查条形统计图、图表等知识. 结合生活实际, 绘制条形统计图或从统计图中获取有用的信息, 是近年中考的热点. 只要能认真准确读图, 并作简单的计算, 一般难度不大.

20. 【分析】(1) 连接 OC , 根据圆周角定理得到 $\angle BOC = 2\angle BEC = 90^\circ$, 再根据平行四边形的性质可得 $AB \parallel CD$, 则 $\angle OCD = \angle BOC = 90^\circ$, 然后根据切线的判定定理即可得到 CD 与 $\odot O$ 相切;

(2) 连接 AE , 根据圆周角定理及其推论得 $\angle AEB = 90^\circ$, $\angle EAB = \angle BCE$, 而 $\sin \angle BCE = \frac{4}{5}$, 则 $\sin \angle EAB = \frac{4}{5}$, 根据三角函数的定义易求出 AB , 即可得到圆的半径.

【解答】解: (1) 相切. 理由如下:

连接 OC , 如图,

$$\because \angle BEC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ,$$

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD.$$

$$\therefore \angle OCD = \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \perp CD.$$

$\therefore CD$ 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 AE , 如图,

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\because \angle EAB = \angle BCE, \sin \angle BCE = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \sin \angle EAB = \frac{4}{5},$$

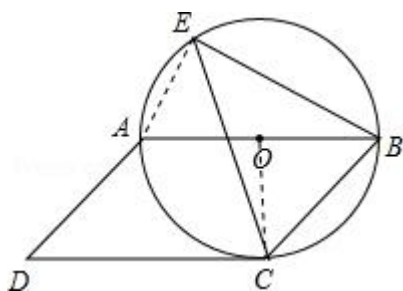
$$\therefore \frac{BE}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\because BE = 8,$$

$$\therefore AB = 10,$$

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AB = 5,$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 5 cm .



【点评】 本题考查了切线的判定定理: 经过半径的外端点与半径垂直的直线是圆的切线. 也考查了圆周角定理及其推论、平行四边形的性质以及三角函数的定义.

五、(每小题 10 分, 共 20 分)

21. **【分析】** (1) 找到沿某条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合的图形, 再根据概率公式计算即可解答;

(2) 此题需要两步完成, 所以采用树状图法或者采用列表法都比较简单, 解题时要注意是放回实验还是不放回实验, 此题属于放回实验.

【解答】解：（1） $\frac{2}{3}$ （4分）

（2）树状图法略，列表法如下：

小张 小李	A	B	C
A	(A, A)	(A, B)	(A, C)
B	(B, A)	(B, B)	(B, C)
C	(C, A)	(C, B)	(C, C)

（8分）

一共有9种结果，每种结果出现的可能性是相同的，而其中可以拼成轴对称图案的结果有5种，分别是 (A, A) ， (B, B) ， (C, C) ， (B, C) ， (C, B) ，所以可以拼成一个轴对称图案的概率是 $\frac{5}{9}$ 。（10分）

【点评】本题考查了轴对称的知识，用到的知识点为：沿某条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合的图形叫轴对称图形；两个图形组成轴对称图形，对称轴需重合。

22. 【分析】（1）在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，根据 $BC = \frac{CD}{\sin \angle CBD}$ 可得出 BC 的值，再由三角形外角的

的性质求出 $\angle BCA$ 的度数，由等腰三角形的性质即可求出 AB 的长；

（2）根据从 A 到 B 的时间为3秒可求出小汽车的速度，再与70千米/时进行比较即可。

【解答】解：（1）在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，

$$\because \angle CDA = 90^\circ, CD = 30\sqrt{3}, \angle CBD = 60^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{CD}{\sin \angle CBD} = 30\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 60. \quad (2 \text{ 分})$$

$$\because \angle BAC = 30^\circ, \angle CBD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA = \angle BAC = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ. \quad (4 \text{ 分})$$

$$\therefore AB = BC = 60.$$

答：从 A 到 B 行驶的路程为60米。（6分）

（2） $\because$ 从 A 到 B 的时间为3秒，

$$\therefore \text{小汽车行驶的速度为 } v = \frac{60}{3} = 20 \text{ (米/秒)} = 72 \text{ (千米/时)}. \quad (8 \text{ 分})$$

$\therefore 72$ 千米/时 > 70 千米/时,

$\therefore$ 小汽车超速. (10 分)

【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用及等腰三角形的性质、三角形外角的性质、特殊角的三角函数值, 熟记特殊角的三角函数值是解答此题的关键.

六、(每小题 10 分, 共 20 分)

23. **【分析】** (1) 设甲、乙两种原料的价钱分别为 x 元/盒, y 元/盒, 根据两次购买所花的钱数可分别得出方程, 联立求解即可.

(2) 设购买乙种原料 m 盒, 则购买甲种原料为 $(2m - 200)$ 盒, 从而根据两种原料的总量不少于 1 010 盒, 总金额不超过 89 200 元可建立不等式组, 求解即可, 得出 m 的值后要分类讨论.

【解答】 解: (1) 设甲、乙两种原料的价钱分别为 x 元/盒, y 元/盒,

根据题意, 得
$$\begin{cases} 60x + 120y = 21600 \\ 20x + 100y = 16800 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x = 40 \\ y = 160 \end{cases}.$$

答: 甲、乙两种原料的价钱分别为 40 元/盒、160 元/盒.

(2) 设购买乙种原料 m 盒, 则购买甲种原料为 $(2m - 200)$ 盒,

由题意, 得
$$\begin{cases} 40(2m - 200) + 160m \leq 89200 \\ m + (2m - 200) \geq 1010 \end{cases},$$

解得 $403\frac{1}{3} \leq m \leq 405.$

$\therefore m$ 取整数,

$\therefore m = 404$ 或 $m = 405,$

当 $m = 404$ 时, $2m - 200 = 608;$

当 $m = 405$ 时, $2m - 200 = 610;$

所以购买方案为①购买甲种原料 608 盒, 乙种原料 404 盒; ②购买甲种原料 610 盒, 乙种原料 405 盒.

【点评】 此题考查二元一次方程组及一元一次不等式组的应用, 属于应用类题目, 与实际结合比较紧密, 是中考的热点, 解答本题需要仔细审题, 得出等量关系及不等关系, 利用方程组的思想进行解答.

24. **【分析】** 分别取 AC 、 BC 中点 M 、 N , 连接 MD 、 ND , 再连接 EM 、 FN , 利用在直角三

角形中：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半和已知条件证明四边形 $MDNC$ 为平行四边形，再利用平行四边形的性质和已知条件证明 $\triangle EMD \cong \triangle DNF$ 即可。

【解答】证明：分别取 AC 、 BC 中点 M 、 N ，连接 MD 、 ND ，再连接 EM 、 FN ，

$\because D$ 为 AB 中点， $\angle AEC = 90^\circ$ ， $\angle BFC = 90^\circ$ ，

$$\therefore EM = \frac{1}{2}AC, FN = \frac{1}{2}BC,$$

$\because D$ 是 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的中点，

$\therefore DN$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线。

$$\therefore DN = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore EM = DN = \frac{1}{2}AC, FN = MD = \frac{1}{2}BC,$$

$\because DN \parallel CM$ 且 $DN = CM$ ，

$\therefore$ 四边形 $MDNC$ 为平行四边形，

$\therefore \angle CMD = \angle CND$ 。

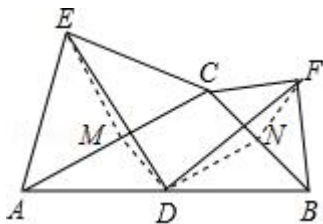
$\because \angle EMC = \angle FNC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EMC + \angle CMD = \angle FNC + \angle CND$ ，

即 $\angle EMD = \angle FND$ ，

$\therefore \triangle EMD \cong \triangle DNF$ (SAS)。

$\therefore DE = DF$ 。



【点评】本题考查了平行四边形的判定和性质、全等三角形的判定和性质以及直角三角形的性质：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，题目难度中等综合性不小。

七、(本题 12 分)

25. 【分析】(1) 首先作出辅助线证明 $\text{Rt}\triangle BCE \cong \text{Rt}\triangle ABO$ ，进而得出 $CE = BO$ ， $BE = AO$ ，

同理可得 $\triangle ADF \cong \triangle ABO$ ，再求出 $C(1, -1)$ 、 $D(2, 1)$ 即可求出抛物线解析式；

(2) 根据题意，得 1 秒后点 B 移动的长度为，则 $BB_1 = \sqrt{5}$ ，进而求出 $\text{Rt}\triangle ABO \cong \text{Rt}\triangle BB_1N$ ，从而得出 B_1 坐标，得出答案即可；

(3) 首先证明 $\triangle A_2BB_2 \sim \triangle BAO$ ，再求出正方形 $ABCD$ 平移的距离。

【解答】解：（1）如图，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，过点 D 作 $DF \perp y$ 轴于点 F 。

$\because$ 正方形 $ABCD$ 中， $AB = BC$ ， $\angle ABC = \angle AOB = 90^\circ$ ，

即 $\angle OBC + \angle ABO = \angle BAO + \angle ABO = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle OBC = \angle BAO$ 。

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 和 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中，

$\because \angle OBC = \angle BAO$ ， $BC = AB$ ， $\angle CEB = \angle BOA = 90^\circ$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle BCE \cong \text{Rt}\triangle ABO$ (AAS)。

$\therefore CE = BO$ ， $BE = AO$ 。

$\because B(-1, 0)$ ，

$\therefore BO = 1$ 。

$\because AB = \sqrt{5}$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中，由勾股定理，得 $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{5 - 1} = 2$ 。

$\therefore CE = 1$ ， $BE = 2$ 。

$\therefore OE = BE - BO = 1$ 。

$\therefore C(1, -1)$ 。

同理可得 $\triangle ADF \cong \triangle ABO$ 。

$\therefore DF = AO = 2$ ， $AF = BO = 1$ 。

$\therefore OF = AO - AF = 2 - 1 = 1$ 。

$\therefore D(2, 1)$ 。

将 $C(1, -1)$ 、 $D(2, 1)$ 分别代入 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 中，

$$\text{可得} \begin{cases} -1 = \frac{1}{2} \times 1 + b + c \\ 1 = \frac{1}{2} \times 4 + 2b + c \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ c = -2 \end{cases}$$

$\therefore$ 此抛物线的表达式为 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 2$ 。

（2）点 B_1 在抛物线上。

理由：根据题意，得 1 秒后点 B 移动的长度为，

$$\sqrt{5} \times 1 = \sqrt{5},$$

$$\text{则 } BB_1 = \sqrt{5}.$$

如图，过点 B_1 作 $B_1N \perp x$ 轴于点 N .

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 与 $\text{Rt}\triangle BNB_1$ 中，

$$\because \angle AOB = \angle BNB_1 = 90^\circ,$$

$$\angle 2 = \angle B_1BN = 90^\circ - \angle ABO, \quad AB = B_1B,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABO \cong \text{Rt}\triangle BB_1N.$$

$$\therefore B_1N = BO = 1, \quad NB = AO = 2.$$

$$\therefore NO = NB + BO = 2 + 1 = 3.$$

$$\therefore B_1(-3, 1).$$

将点 $B_1(-3, 1)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 2$ 中，可得点 $B_1(-3, 1)$ 在抛物线上.

(3) 如图，设正方形 $ABCD$ 沿射线 BC 平移后的图形为正方形 $A_2B_2C_2D_2$.

$$\because \angle OBC = \angle BAO, \quad \angle BB_2A_2 = \angle AOB,$$

$$\therefore \triangle A_2BB_2 \sim \triangle BAO.$$

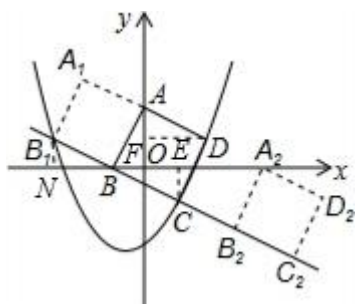
$$\therefore \frac{BB_2}{A_2B_2} = \frac{AO}{BO}.$$

$$\because AO = 2, \quad BO = 1, \quad A_2B_2 = \sqrt{5},$$

$$\text{即 } \frac{BB_2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore BB_2 = 2\sqrt{5}.$$

$$\therefore \text{正方形 } ABCD \text{ 平移的距离为 } 2\sqrt{5}.$$



【点评】 此题主要考查了二次函数的综合应用以及全等三角形的应用和相似三角形的应用，熟练利用判定得出点的坐标是解题关键.

八、(本题 14 分)

26. 【分析】(1) 根据点 C 的坐标可求出点 F 的纵坐标, 结合题意可得出点 F 的坐标, 过点 E 作 $EH \perp x$ 轴于点 H , 利用 $\triangle AHE \sim \triangle AOD$, 可求出点 E 的坐标, 从而利用待定系数法可确定直线 EF 的解析式, 令 $x = 0$, 可得出点 G 的坐标.

(2) 延长 HE 交 CD 的延长线于点 M , 讨论点 P 的位置, ①当点 P 在 AB 上运动时, ②当点 P 在 BC 边上运动时, ③当点 P 在 CF 上运动时, 分别利用面积相减法可求出答案.

(3) 很明显在 BC 上存在两个点使 $\triangle PGF$ 为直角三角形, 这两点是通过①过点 G 作 $GP \perp EF$, ②过点 F 作 $FP \perp EF$ 得出来的.

【解答】解: (1) $\because C(8, 8)$, $DC \parallel x$ 轴, 点 F 的横坐标为 3,

$$\therefore OD = CD = 8.$$

$$\therefore \text{点 } F \text{ 的坐标为 } (3, 8),$$

$$\because A(-6, 0),$$

$$\therefore OA = 6,$$

$$\therefore AD = 10,$$

过点 E 作 $EH \perp x$ 轴于点 H ,

则 $\triangle AHE \sim \triangle AOD$.

又 $\because E$ 为 AD 的中点,

$$\therefore \frac{AH}{AO} = \frac{AE}{AD} = \frac{EH}{DO} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore AH = 3, EH = 4.$$

$$\therefore OH = 3.$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标为 } (-3, 4),$$

设过 E 、 F 的直线为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 8 \\ -3k + b = 4 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } EF \text{ 为 } y = \frac{2}{3}x + 6,$$

令 $x = 0$, 则 $y = 6$, 即点 G 的坐标为 $(0, 6)$.

(2) 延长 HE 交 CD 的延长线于点 M ,

则 $EM = EH = 4$.

$$\because DF = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6,$$

$$\text{且 } S_{\text{平行四边形 } ABCD} = CD \cdot OD = 8 \times 8 = 64.$$

①当点 P 在 AB 上运动时, 如图 3,

$$S = S_{\text{平行四边形 } ABCD} - S_{\triangle DEF} - S_{\triangle APE} - S_{\text{四边形 } PBCF}.$$

$$\because AP = t, EH = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle APE} = \frac{1}{2} \times 4t = 2t,$$

$$S_{\text{四边形 } PBCF} = \frac{1}{2} (5+8-t) \times 8 = 52 - 4t.$$

$$\therefore S = 64 - 6 - 2t - (52 - 4t),$$

$$\text{即: } S = 2t + 6.$$

②当点 P 在 BC 边上运动时,

$$S = S_{\text{平行四边形 } ABCD} - S_{\triangle DEF} - S_{\triangle PCF} - S_{\text{四边形 } ABPE}.$$

过点 P 作 $PN \perp CD$ 于点 N .

$$\because \angle C = \angle A, \sin \angle A = \frac{OD}{AD} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \sin \angle C = \frac{4}{5}.$$

$$\because PC = 18 - t,$$

$$\therefore PN = PC \cdot \sin \angle C = \frac{4}{5} (18 - t).$$

$$\because CF = 5,$$

$$\therefore S_{\triangle PCF} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{5} (18 - t) = 36 - 2t.$$

过点 B 作 $BK \perp AD$ 于点 K .

$$\because AB = CD = 8,$$

$$\therefore BK = AB \cdot \sin \angle A = 8 \times \frac{4}{5} = \frac{32}{5}.$$

$$\because PB = t - 8,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABPE} = \frac{1}{2} (t - 8 + 5) \times \frac{32}{5} = \frac{16}{5}t - \frac{48}{5}.$$

$$\therefore S = 64 - 6 - (36 - 2t) - \left(\frac{16}{5}t - \frac{48}{5} \right),$$

即 $S = -\frac{6}{5}t + \frac{158}{5}$. (8分)

③当点 P 在 CF 上运动时,

$$\because PC = t - 18,$$

$$\therefore PF = 5 - (t - 18) = 23 - t.$$

$$\because EM = 4,$$

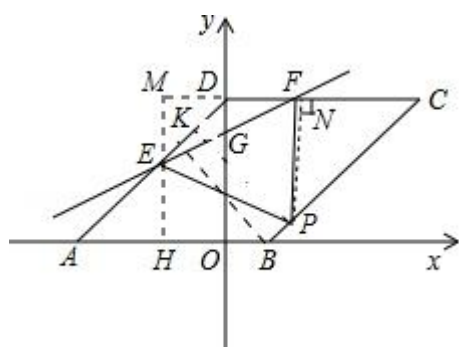
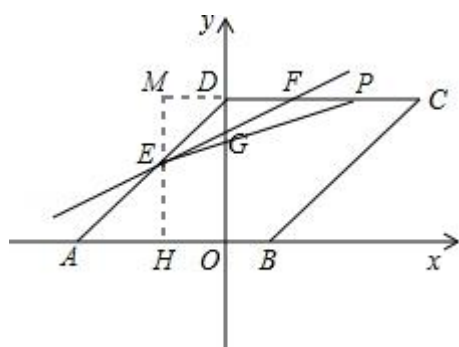
$$\therefore S_{\triangle PEF} = \frac{1}{2} \times 4 \times (23 - t) = 46 - 2t.$$

$$\text{综上: } S = \begin{cases} 2t+6, & (0 \leq t < 8) \\ -\frac{6}{5}t + \frac{158}{5}, & (8 \leq t < 18) \\ 46-2t, & (18 \leq t < 23) \end{cases}$$

(3) 存在.

$$P_1 \left(\frac{52}{17}, \frac{24}{17} \right).$$

$$P_2 \left(\frac{91}{17}, \frac{76}{17} \right).$$



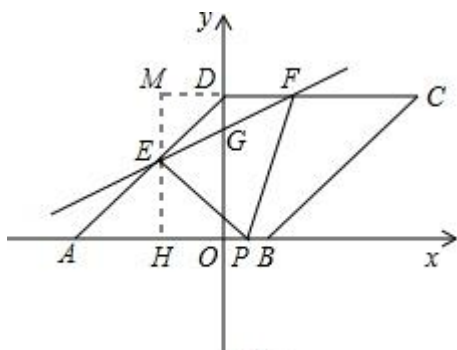
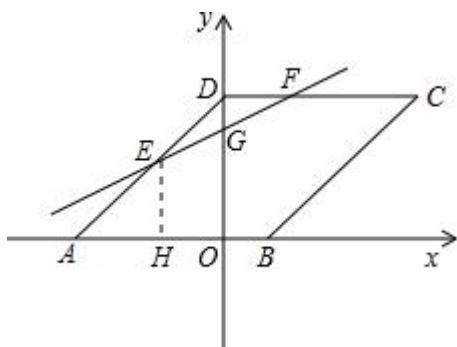
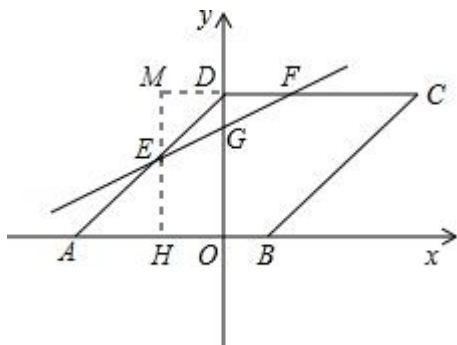


图3



【点评】此题考查了一次函数的综合应用，综合了平行四边形、待定系数法及直角三角形的性质，难度较大，关键是仔细审题，理解每一问要求的问题，对于第二问要分类讨论点 P 的位置，不要遗漏。