

2011 年辽宁省阜新市中考数学试卷

一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. -2 D. $\frac{1}{2}$

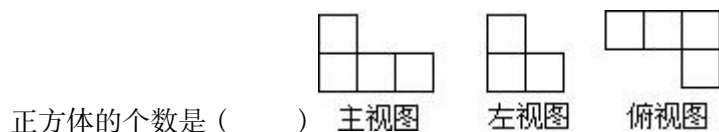
2. (3 分) 随着 2011 年“毒馒头、毒豆芽”等事件的曝光，人们越来越关注健康的话题。关于甲醛污染问题也一直困扰人们。我国质检总局规定：针织内衣、被套、床上用品等直接接触皮肤的制品，每千克的衣物上甲醛含量应在 0.000 075 千克以下，将 0.000 075 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.75×10^{-4} B. 7.5×10^{-4} C. 7.5×10^{-5} D. 75×10^{-6}

3. (3 分) 下列计算错误的是 ()

- A. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ B. $3^{-1} = \frac{1}{3}$ C. $-2 + |-2| = 0$ D. $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

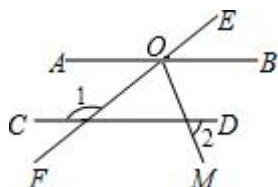
4. (3 分) 如图所示，是由几个相同的小正方体搭成的几何体的三视图，则这个几何体的小



正方体的个数是 ()

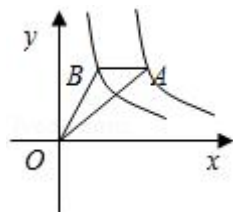
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

5. (3 分) 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， OM 是 $\angle BOF$ 的平分线， $\angle 2 = 70^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数为 ()



- A. 100° B. 125° C. 130° D. 140°

6. (3 分) 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 与 $y = \frac{3}{x}$ 在第一象限的图象如图所示，作一条平行于 x 轴的直线分别交双曲线于 A 、 B 两点，连接 OA 、 OB ，则 $\triangle AOB$ 的面积为 ()

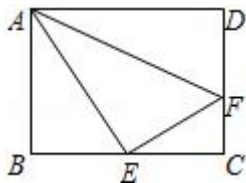


- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. 3 D. 1

7. (3 分) 一组数据 3, x , 4, 5, 8 的平均数为 5，则这组数据的众数、中位数是 ()

- A. 5, 6 B. 4, 4.5 C. 5, 5 D. 5, 4.5

8. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=8$, 点 E 是 BC 中点, 点 F 是边 CD 上的任意一点, 当 $\triangle AEF$ 的周长最小时, 则 DF 的长为 ()



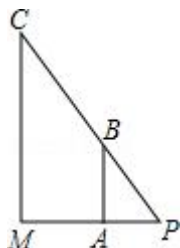
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

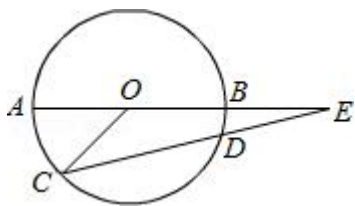
9. (3分) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

10. (3分) 掷一枚均匀的正方体, 6 个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 4, 6, 随意掷出这个正方体, 朝上的数字不小于 “3” 的概率为_____.

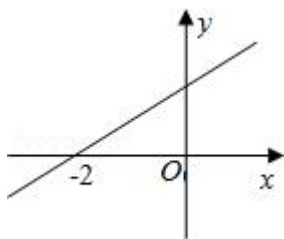
11. (3分) 如图, 晚上小亮站在与路灯底部 M 相距 3 米的 A 处, 测得此时小亮的影长 AP 为 1 米, 已知小亮的身高是 1.5 米, 那么路灯 CM 高为_____米.



12. (3分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, AB 、 CD 的延长线交于 E 点, 若 $AB = 2DE$, $\angle E = 18^\circ$, 则 $\angle AOC$ 的度数为_____度.



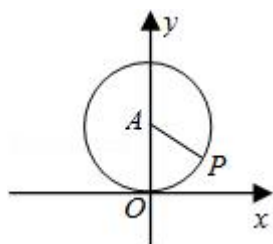
13. (3分) 如图, 直线 $y = kx + b$ ($k > 0$) 与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$, 则关于 x 的不等式 $kx + b < 0$ 的解集是_____.



14. (3分) 已知一个多边形的内角和是外角和的 3 倍, 则这个多边形为_____边形.

15. (3分) 甲、乙两名同学同时从学校出发, 去 15 千米处的景区游玩, 甲比乙每小时多行 1 千米, 结果比乙早到半小时, 甲、乙两名同学每小时各行多少千米? 若设乙每小时行 x 千米, 根据题意列出的方程是_____.

16. (3分) 如图, $\odot A$ 与 x 轴相切于点 O , 点 A 的坐标为 $(0, 1)$, 点 P 在 $\odot A$ 上, 且在第一象限, $\angle PAO = 60^\circ$, $\odot A$ 沿 x 轴正方向滚动, 当点 P 第 n 次落在 x 轴上时, 点 P 的横坐标为_____.



三、解答题 (每题 10 分, 共 20 分)

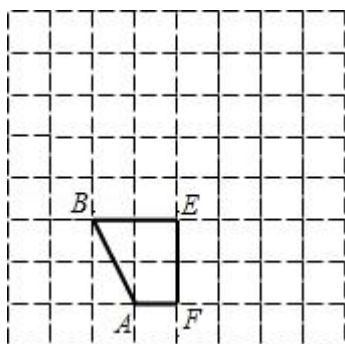
17. (10分) 计算: $-1^{2011} + \sqrt{12} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\cos 60^\circ$.

18. (10分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{x}{x-2} - 2\right) \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 2x}$, 其中 $x = \sqrt{3} - 4$.

四、解答题 (每题 10 分, 共 20 分)

19. (10分) 如图, 在边长为 1 的小正方形组成的网格, 直角梯形 $ABEF$ 的顶点均在格点上, 请按要求完成下列各题:

- (1) 请在图中拼上一个直角梯形, 使它与梯形 $ABEF$ 构成一个等腰梯形 $ABCD$;
- (2) 将等腰梯形 $ABCD$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° , 画出相应的图形 $A_1B_1CD_1$;
- (3) 求点 A 旋转到点 A_1 时, 点 A 所经过的路线长. (结果保留 π)



20. (10分) 不透明的盒中装有红、黄、蓝三种颜色的小球若干个 (除颜色外均相同), 其中红球 2 个 (分别标有 1 号、2 号), 蓝球 1 个. 若从中任意摸出一个球, 是蓝球的概率为 $\frac{1}{4}$.

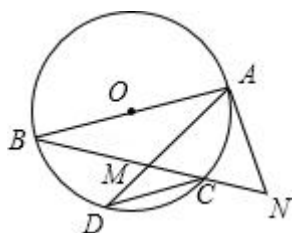
- (1) 求盒中黄球的个数；
- (2) 第一次任意摸出一个球放回后，第二次再任意摸一个球，请用列表或树状图，求两次都摸出红球的概率．

五、解答题（每题 12 分，共 24 分）

21. (12 分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 为 $\odot O$ 直径， $AC = CD$ ，连接 AD 交 BC 于点 M ，延长 MC 到 N ，使 $CN = CM$ ．

(1) 判断直线 AN 是否为 $\odot O$ 的切线，并说明理由；

(2) 若 $AC = 10$ ， $\tan \angle CAD = \frac{3}{4}$ ，求 AD 的长．

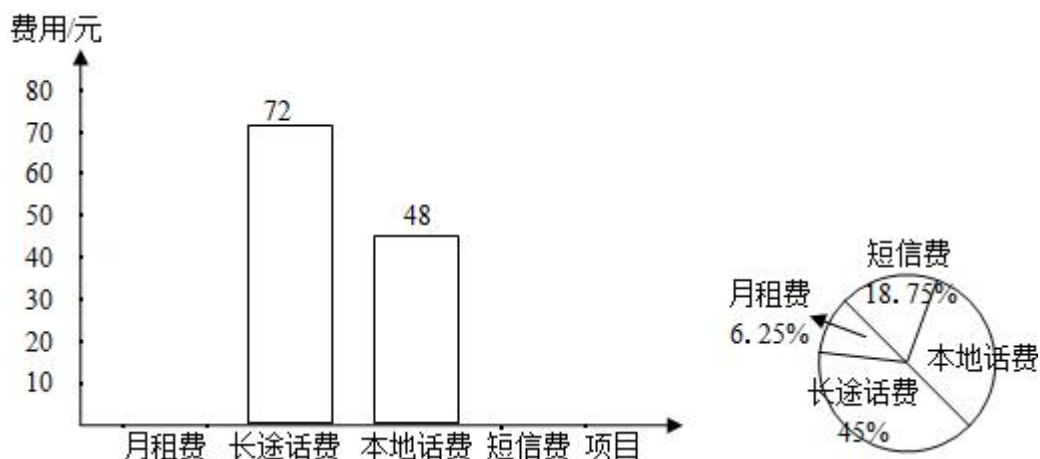


22. (12 分) 电信公司最近推出多种话费套餐，小亮为帮助爸爸选择哪种套餐更合算，将爸爸上月的手机费中各项费用情况绘制成两幅统计图（不完整）：

(1) 上月爸爸一共消费多少元话费？

(2) 补全两幅统计图；

(3) 若接听免费，长途话费 0.6 元/分，求爸爸长途通话时间为多少分钟？



六、解答题（本题 12 分）

23. (12 分) 随着人们生活水平的提高，轿车已进入平常百姓家，我市家庭轿车的拥有量也逐年增加．某汽车经销商计划用不低于 228 万元且不高于 240 万元的资金订购 30 辆甲、乙两种新款轿车．两种轿车的进价和售价如下表：

类别	甲	乙
进价（万元/台）	10.5	6
售价（万元/台）	11.2	6.8

(1) 请你帮助经销商算一算共有哪几种进货方案？

(2) 如果按表中售价全部卖出，哪种进货方案获利最多？并求出最大利润。

(注：其他费用不计，利润 = 售价 - 进价)

七、解答题（本题 12 分）

24. (12 分) 如图，点 P 是正方形 $ABCD$ 对角线 AC 上一动点，点 E 在射线 BC 上，且 $PB = PE$ ，连接 PD ， O 为 AC 中点。

(1) 如图 1，当点 P 在线段 AO 上时，试猜想 PE 与 PD 的数量关系和位置关系，不用说明理由；

(2) 如图 2，当点 P 在线段 OC 上时，(1) 中的猜想还成立吗？请说明理由；

(3) 如图 3，当点 P 在 AC 的延长线上时，请在图 3 中画出相应的图形（尺规作图，保留作图痕迹，不写作法），并判断 (1) 中的猜想是否成立？若成立，请直接写出结论；若不成立，请说明理由。

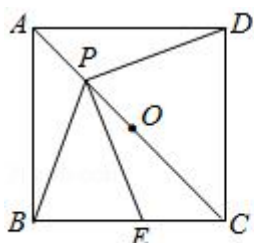


图 1

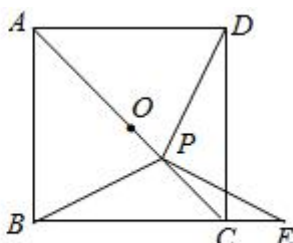


图 2

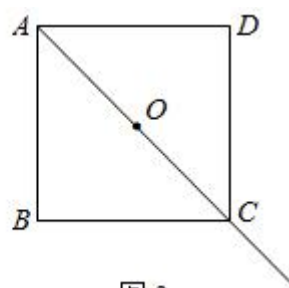


图 3

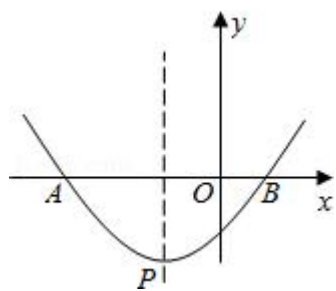
八、解答题（本题 14 分）

25. (14 分) 如图，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点，顶点为 P 。

(1) 求点 A 、 B 的坐标；

(2) 在抛物线是否存在点 E ，使 $\triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle ABE$ 的面积？若存在，求出符合条件的点 E 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 坐标平面内是否存在点 F ，使得以 A 、 B 、 P 、 F 为顶点的四边形为平行四边形？直接写出所有符合条件的点 F 的坐标。



2011 年辽宁省阜新市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】根据倒数定义可知， -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

【解答】解： -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选：B.

【点评】主要考查倒数的定义，要求熟练掌握. 需要注意的是：

倒数的性质：负数的倒数还是负数，正数的倒数是正数，0 没有倒数.

倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. 【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $0.000\ 075 = 7.5 \times 10^{-5}$.

故选：C.

【点评】此题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. 【分析】根据同底数幂的乘法的性质，绝对值的性质、负整数指数幂的定义、二次根式的加减法法则，对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解： A 、 $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$ ，故本选项符合题意；

B 、 $3^{-1} = \frac{1}{3}$ ，故本选项不符合题意；

C 、 $-2 + |-2| = -2 + 2 = 0$ ，故本选项不符合题意；

D 、 $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ ，故本选项不符合题意.

故选：A.

【点评】本题考查了同底数幂的乘法，绝对值的性质、负整数指数幂的定义、二次根式的加减法法则以及有理数的加法，解题时要认真计算才行.

4. 【分析】根据该几何体的俯视图可确定该几何体共有两行三列，再结合主视图，即可得出该几何体的小正方体的个数.

【解答】解：综合三视图可知，这个几何体的底层应该有 $2+1+1=4$ 个小正方体，

第二层应该有 1 个小正方体，

因此搭成这个几何体所用小正方体的个数是 $4+1=5$ 个．

故选：B．

【点评】本题意在考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查．如果掌握口诀“俯视图打地基，正视图疯狂盖，左视图拆违章”就更容易得到答案．

5. 【分析】由 $AB \parallel CD$ ，根据两直线平行，同位角相等，即可求得 $\angle BOM$ 的度数，又由 OM 是 $\angle BOF$ 的平分线，即可求得 $\angle BOF$ 的度数，然后根据两直线平行，内错角相等，即可求得 $\angle 1$ 的度数．

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle 2 = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle BOM = \angle 2 = 70^\circ，$$

$\because OM$ 是 $\angle BOF$ 的平分线，

$$\therefore \angle BOF = 2\angle BOM = 140^\circ，$$

$\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle BOF = 140^\circ．$$

故选：D．

【点评】此题考查了平行线的性质与角平分线的定义．此题比较简单，解题的关键是注意掌握两直线平行，同位角相等与两直线平行，内错角相等定理的应用．

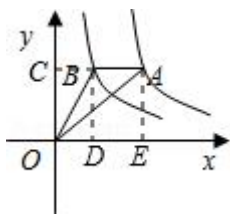
6. 【分析】分别过 A 、 B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 D 、 E ，过 B 作 $BC \perp y$ 轴，点 C 为垂足，再根据反比例函数系数 k 的几何意义分别求出四边形 $OEAC$ 、 $\triangle AOE$ 、 $\triangle BOC$ 的面积，进而可得出结论．

【解答】解：分别过 A 、 B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 D 、 E ，过 B 作 $BC \perp y$ 轴，点 C 为垂足，

$$\because \text{由反比例函数系数 } k \text{ 的几何意义可知，} S_{\text{四边形 } OEAC} = 6, S_{\triangle AOE} = 3, S_{\triangle BOC} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形 } OEAC} - S_{\triangle AOE} - S_{\triangle BOC} = 6 - 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$$

故选：A．



【点评】 本题考查的是反比例函数系数 k 的几何意义，即在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$ ；在反比例函数的图象上任意一点象坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{|k|}{2}$ ，且保持不变。

7. 【分析】 根据平均数先求出 x ，再根据众数、中位数的定义求解即可。

【解答】 解： $\because$ 一组数据 3, x , 4, 5, 8 的平均数为 5,

$$\therefore (3+x+4+5+8) \div 5 = 5,$$

$$\therefore x = 5,$$

$\therefore$ 这组数据的众数为 5;

这组数据按从小到大的顺序排列为：3、4、5、5、8，

$\therefore$ 中位数是 5，

故选：C.

【点评】 本题考查了众数和中位数的定义，一组数据中出现次数最多的数据叫做众数．一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．另外，还涉及到了平均数的知识．

8. 【分析】 作点 E 关于直线 CD 的对称点 E' ，连接 AE' 交 CD 于点 F ，再根据 $\triangle CE'F \sim \triangle BE'F$ 即可求出 CF 的长，进而得出 DF 的长．

【解答】 解：作点 E 关于直线 CD 的对称点 E' ，连接 AE' 交 CD 于点 F ，

$\because$ 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $BC = 8$ ，点 E 是 BC 中点，

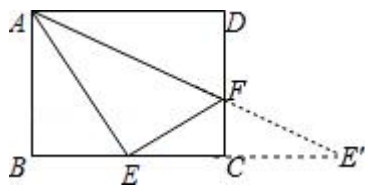
$$\therefore BE = CE = CE' = 4,$$

$\because AB \perp BC$ ， $CD \perp BC$ ，

$$\therefore \frac{CE'}{BE'} = \frac{CF}{AB}, \text{ 即 } \frac{4}{8+4} = \frac{CF}{6}, \text{ 解得 } CF = 2,$$

$$\therefore DF = CD - CF = 6 - 2 = 4.$$

故选：D.



【点评】 本题考查的是轴对称 - 最短路线问题及相似三角形的判定与性质，根据题意作出 E 点关于直线 CD 的对称点，再根据轴对称的性质求出 CE' 的长，利用相似三角形的对应边成比例即可得出结论．

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9. 【分析】 让二次根式的被开方数为非负数，分式的分母不为 0 列不等式组求解集即可．

【解答】 解：由题意得：
$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases},$$

解得： $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$ ，

故答案为： $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$ ．

【点评】 考查求函数自变量的取值范围；用到的知识点为：二次根式有意义，被开方数为非负数；分式有意义，分母不为 0．

10. 【分析】 根据概率的求法，找准两点：

①全部情况的总数；

②符合条件的情況数目；二者的比值就是其发生的概率．

【解答】 解： $\because$ 投掷一次会出现 1，2，3，4，5，6 共六种情况，并且出现每种情况都是等可能的，

其中不小于 3 的情况有 3，4，5，6 四种，

$\therefore$ 朝上的数字不小于 3 的概率是 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ．

故答案为 $\frac{2}{3}$ ．

【点评】 本题主要考查了概率的计算公式，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比，难度适中．

11. 【分析】 利用相似三角形对应线段成比例解答此题即可．

【解答】 解：根据题意，设路灯高度为 x 米，

则 $\frac{1.5}{x} = \frac{1}{1+3}$ ，

解得 $x = 6$

故答案为 6．

【点评】本题只要是把实际问题抽象到相似三角形中，利用相似三角形的相似比，列出方程，通过解方程求解即可．

12. 【分析】根据 $AB = 2DE$ 得 DE 等于圆的半径，在 $\triangle EDO$ 和 $\triangle CEO$ 中，根据三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和求解．

【解答】解：连接 OD ， $\because AB = 2DE$ ，

$$\therefore OD = DE,$$

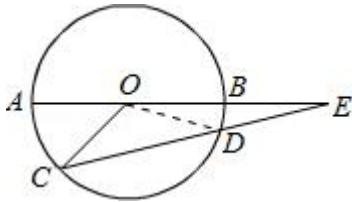
$$\therefore \angle E = \angle EOD,$$

在 $\triangle EDO$ 中， $\angle ODC = \angle E + \angle EOD = 36^\circ$ ，

$$\because OC = OD,$$

$$\therefore \angle OCD = \angle ODC = 36^\circ,$$

在 $\triangle CEO$ 中， $\angle AOC = \angle E + \angle OCD = 18^\circ + 36^\circ = 54^\circ$ ．



【点评】本题主要利用三角形的外角性质求解．

13. 【分析】根据一次函数的性质得出 y 随 x 的增大而增大，当 $x < -2$ 时， $y < 0$ ，即可求出答案．

【解答】解： $\because$ 直线 $y = kx + b$ ($k > 0$) 与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$ ，

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

当 $x < -2$ 时， $y < 0$ ，

即 $kx + b < 0$ ．

故答案为： $x < -2$ ．

【点评】本题主要考查对一次函数与一元一次不等式，一次函数的性质等知识点的理解和掌握，能熟练地运用性质进行说理是解此题的关键．

14. 【分析】根据多边形的内角和定理，多边形的内角和等于 $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ，外角和等于 360° ，然后列方程求解即可．

【解答】解：设多边形的边数是 n ，根据题意得，

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 3 \times 360^\circ,$$

解得 $n = 8$ ，

∴这个多边形为八边形.

故答案为: 八.

【点评】 本题主要考查了多边形的内角和公式与外角和定理, 根据题意列出方程是解题的关键, 要注意“八”不能用阿拉伯数字写.

15. 【分析】 若设乙每小时行 x 千米, 根据甲、乙两名同学同时从学校出发, 去 15 千米处的景区游玩, 甲比乙每小时多行 1 千米, 结果比乙早到半小时, 可列出方程.

【解答】 解: 设乙每小时行 x 千米,

根据题意列出的方程: $\frac{15}{x} - \frac{15}{x+1} = \frac{1}{2}$.

故答案为: $\frac{15}{x} - \frac{15}{x+1} = \frac{1}{2}$.

【点评】 本题考查理解题意的能力, 设出乙的速度, 可表示出甲的速度, 路程已知, 以时间差作为等量关系列方程.

16. 【分析】 首先根据弧长公式求得弧 OP 的长, 则点 P 第 1 次落在 x 轴上时, 点 P 的横坐标即为弧 OP 的长; 点 P 第 2 次落在 x 轴上时, 点 P 的横坐标即为圆周长加上弧 OP 的长, 以此推广即可求解.

【解答】 解: 根据弧长公式, 得

弧 OP 的长 $= \frac{60\pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{3}$, 圆周长是 2π ,

则点 P 第 1 次落在 x 轴上时, 点 P 的横坐标是 $\frac{\pi}{3}$, 点 P 第 2 次落在 x 轴上时, 点 P 的

横坐标是 $2\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3}$,

以此类推, 点 P 第 n 次落在 x 轴上时, 点 P 的横坐标是 $2(n-1)\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{6n-5}{3}\pi$.

故答案为: $\frac{6n-5}{3}\pi$.

【点评】 此题考查了弧长公式以及规律的推广.

三、解答题 (每题 10 分, 共 20 分)

17. 【分析】 分别根据数的乘方、二次根式的化简、负整数指数幂及特殊角的三角函数值计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

【解答】 解: 原式 $= -1 + 2\sqrt{3} + 2 - 2 \times \frac{1}{2}$

$= -1 + 2\sqrt{3} + 2 - 1$

$= 2\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查的是实数的运算，熟知数的乘方、二次根式的化简、负整数指数幂的运算法则，熟记各特殊角度的三角函数值是解答此题的关键.

18. 【分析】 根据运算顺序先计算括号里的，所以把括号里的两项进行通分，使分母变为 $x-2$ ，然后利用分母不变，只把分子相减，计算出结果，接着把除式的分子分母分别利用平方差公式及提公因式法分解因式，然后利用除以一个数等于乘以这个数的倒数，把除法变为乘法运算，约分即可得到最简结果，最后把 x 的值代入化简的式子中，合并后分母有理化即可得到值.

$$\text{【解答】 解：原式} = \left(\frac{x}{x-2} - \frac{2(x-2)}{x-2} \right) \div \frac{x^2-16}{x^2-2x}$$

$$= \frac{x-2x+4}{x-2} \div \frac{x^2-4^2}{x^2-2x}$$

$$= \frac{-x+4}{x-2} \cdot \frac{x(x-2)}{(x+4)(x-4)}$$

$$= \frac{-(x-4)}{x-2} \cdot \frac{x(x-2)}{(x+4)(x-4)}$$

$$= -\frac{x}{x+4},$$

$$\text{当 } x = \sqrt{3} - 4 \text{ 时, 原式} = -\frac{x}{x+4} = -\frac{\sqrt{3}-4}{\sqrt{3}-4+4} = \frac{4\sqrt{3}-3}{3}.$$

【点评】 此题考查了分式的化简求值，解此类型题时，先弄清运算顺序，利用法则、定律、分解因式及公式简化运算，化为最简后，再代值.

本题应该注意的地方有三处：

- 1、对括号里同分母分式相减时注意去括号法则，不要把符号弄错；
- 2、在进行约分时，应对 $-x+4$ 提取 -1 后，方可约分；
- 3、代值求解时，也要将求出的值化为最简.

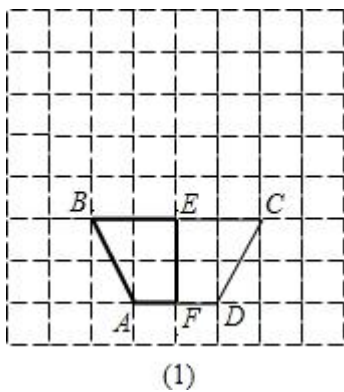
四、解答题（每题 10 分，共 20 分）

19. 【分析】（1）以 EF 所在直线为对称轴，画出梯形 $ABEF$ 的对称图形即可得到等腰梯形 $ABCD$ ；

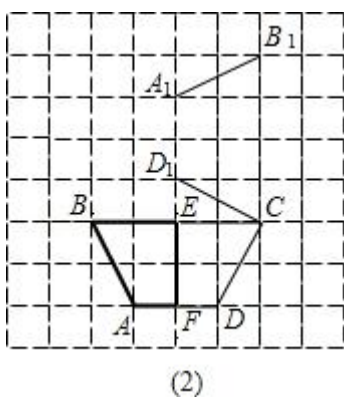
（2）将 A 、 B 、 D 等关键点绕点 C 旋转 90° ，再连接各点即可得图形 $A_1B_1CD_1$ ；

（3）点 A 旋转到点 A_1 时，划过的路线为扇形的弧，求出弧长即可.

【解答】 解：（1）如图所示：



(2) 如图所示：

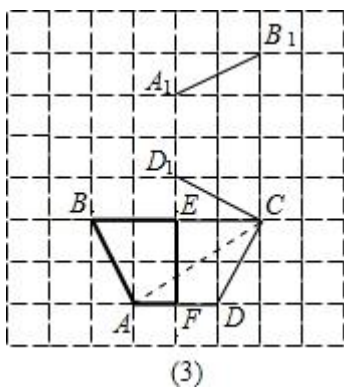


(3) 连接 CA ，则 $CA = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ ，

由于从 A 旋转到 A_1 ，旋转角为 90° ，

则点 A 所经过的路线长为以 C 为圆心，以 $\sqrt{13}$ 为半径的扇形弧长，

为 $l = \frac{90\pi\sqrt{13}}{180} = \frac{\sqrt{13}}{2}\pi$ 。



【点评】 本题考查了作图——旋转变换，涉及直角梯形、等腰梯形的性质、弧长的计算等，较为复杂，作图时要仔细。

20. 【分析】(1) 根据蓝球的概率为 $\frac{1}{4}$ 及蓝球个数求出所有球的个数，然后利用概率公式解答；

(2) 利用列表法列举出所有结果，进而求出两次都摸出红球的概率即可．

【解答】解：(1) $\because$ 摸到蓝球的概率为 $\frac{1}{4}$ ，蓝球有 1 个，

$\therefore$ 所有球共有 $1 \div \frac{1}{4} = 4$ 个，

$\therefore$ 黄球有 $4 - 1 - 2 = 1$ 个；

(2) 根据题意，如图所示：

	红一	红二	黄	蓝
红一	(红一，红一)	(红二，红一)	(黄，红一)	(蓝，红一)
红二	(红一，红二)	(红二，红二)	(黄，红二)	(蓝，红二)
黄	(红一，黄)	(红二，黄)	(黄，黄)	(蓝，黄)
蓝	(红一，蓝)	(红二，蓝)	(黄，蓝)	(蓝，蓝)

$\therefore$ 两次都摸出红球的概率是： $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ ．

【点评】此题考查列表法求概率以及概率公式的应用，如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ ．

五、解答题（每题 12 分，共 24 分）

21. 【分析】(1) 由 $MC = CN$ ，且得出 AC 垂直于 MN ，则 $\triangle AMN$ 是等腰三角形，所以 $\angle CAN = \angle DAC$ ，再由 $AC = DC$ ，则 $\angle D = \angle DAC$ ，根据同弧所对的圆周角相等得出 $\angle B = \angle D$ ，从而得出 $\angle B = \angle NAC$ ，即可得出 $\angle BAN = 90^\circ$ ；

(2) 等腰三角形 ACD 中，两腰 $AC = CD = 10$ ，且已知底角正切值，过点 C 作 $CE \perp AD$ ，底边长 AD 可以求出来．

【解答】解：(1) 直线 AN 是 $\odot O$ 的切线，理由是：

$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore AC \perp BC$ ，

$\because CN = CM$ ，

$$\therefore \angle CAN = \angle DAC,$$

$$\because AC = CD,$$

$$\therefore \angle D = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle B = \angle NAC,$$

$$\because \angle B + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NAC + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore OA \perp AN,$$

又 $\because$ 点 A 在 $\odot O$ 上,

$\therefore$ 直线 AN 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 过点 C 作 $CE \perp AD$,

$$\because \tan \angle CAD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{CE}{AE} = \frac{3}{4},$$

$$\because AC = 10,$$

$$\therefore \text{设 } CE = 3x, \text{ 则 } AE = 4x,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, 根据勾股定理, $CE^2 + AE^2 = AC^2$,

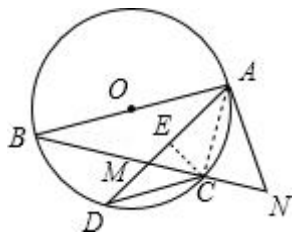
$$\therefore (3x)^2 + (4x)^2 = 100,$$

解得 $x = 2$,

$$\therefore AE = 8,$$

$$\because AC = CD,$$

$$\therefore AD = 2AE = 2 \times 8 = 16.$$



【点评】 本题考查了切线的判定和性质, 圆周角定理以及解直角三角形, 是基础知识比较简单.

22. **【分析】** (1) 由于长途话费为 72 元, 占的比例为 45%, 所以上月爸爸一共消费手机话

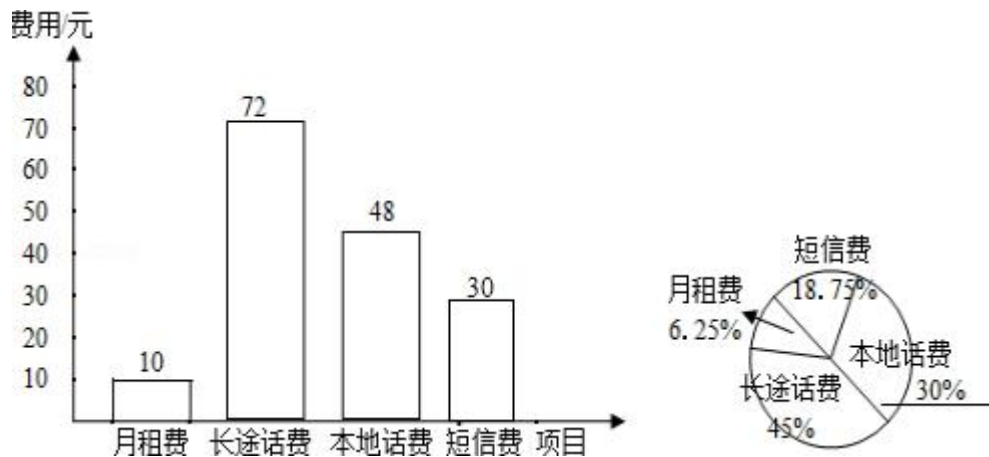
费 = $72 \div 45\% = 160$ 元；

(2) 根据扇形所对圆心角的度数与百分比的关系，本地话费所占的百分比 = $1 - 18.75\% - 6.25\% - 45\% = 30\%$ ；

(3) 利用图中爸爸所用的长途话费，再与长途话费 0.6 元/分进行相除，即可得出答案．

【解答】解：(1) 上月爸爸一共消费话费 = $72 \div 45\% = 160$ 元；

(2) 表示本地话费所占的百分比 = $1 - 18.75\% - 6.25\% - 45\% = 30\%$ ；



(3) $72 \div 0.6 = 120$ (分)

答：爸爸长途通话时间为 120 分钟．

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用．读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

六、解答题 (本题 12 分)

23. 【分析】(1) 设购进甲款轿车 x 辆，则购进乙款轿车 $(30 - x)$ 辆，根据：用不低于 228 万元且不高于 240 万元的资金订购 30 辆甲、乙两种新款轿车，列不等式组，求 x 的取值范围，再求正整数 x 的值，确定方案；

(2) 根据：利润 = (售价 - 进价) $\times$ 辆数，总利润 = 甲轿车的利润 + 乙轿车的利润，列出函数关系式，根据 x 的取值范围求最大利润．

【解答】解：(1) 设购进甲款轿车 x 辆，则购进乙款轿车 $(30 - x)$ 辆，依题意，得

$$228 \leq 10.5x + 6(30 - x) \leq 240,$$

$$\text{解得 } 10\frac{2}{3} \leq x \leq 13\frac{1}{3},$$

∴ 整数 $x = 11, 12, 13$,

有三种进货方案：购进甲款轿车 11 辆，购进乙款轿车 19 辆；

购进甲款轿车 12 辆，购进乙款轿车 18 辆；

购进甲款轿车 13 辆，购进乙款轿车 17 辆.

(2) 设总利润为 W (万元)，则 $W = (11.2 - 10.5)x + (6.8 - 6)(30 - x) = -0.1x + 24$,

∵ $-0.1 < 0$, W 随 x 的减小而增大,

∴ 当 $x = 11$ 时，即购进甲款轿车 11 辆，购进乙款轿车 19 辆，利润最大，

最大利润为 $W = -0.1 \times 11 + 24 = 22.9$ 万元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用. 关键是明确进价，售价，购进费用，销售利润之间的关系，利用一次函数的增减性求解.

七、解答题 (本题 12 分)

24. **【分析】** (1) 根据点 P 在线段 AO 上时，利用三角形的全等判定可以得出 $PE \perp PD$, $PE = PD$;

(2) 利用三角形全等得出， $BP = PD$ ，由 $PB = PE$ ，得出 $PE = PD$ ，要证 $PE \perp PD$ ；从三方面分析，当点 E 在线段 BC 上 (E 与 B 、 C 不重合) 时，当点 E 与点 C 重合时，点 P 恰好在 AC 中点处，当点 E 在 BC 的延长线上时，分别分析即可得出；

(3) 利用 $PE = PB$ 得出 P 点在 BE 的垂直平分线上，利用垂直平分线的性质只要以 P 为圆心， PB 为半径画弧即可得出 E 点位置，利用 (2) 中证明思路即可得出答案.

【解答】 解：(1) 当点 P 在线段 AO 上时，

$$\text{在 } \triangle ABP \text{ 和 } \triangle ADP \text{ 中 } \begin{cases} AB=AD \\ \angle BAP=\angle DAP=45^\circ \\ AP=AP \end{cases},$$

∴ $\triangle ABP \cong \triangle ADP$,

∴ $BP = DP$,

∴ $PB = PE$,

∴ $PE = PD$,

过点 P 做 $PM \perp CD$ ，于点 M ，作 $PN \perp BC$ ，于点 N ，

∴ $PB = PE$, $PN \perp BE$,

∴ $BN = NE$,

∴ $BN = DM$,

∴ $DM = NE$,

在 $\text{Rt}\triangle PNE$ 与 $\text{Rt}\triangle PMD$ 中,

$$\because PD = PE, NE = DM,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle PNE \cong \text{Rt}\triangle PMD,$$

$$\therefore \angle DPM = \angle EPN,$$

$$\because \angle MPN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DPE = 90^\circ,$$

故 $PE \perp PD$,

PE 与 PD 的数量关系和位置关系分别为: $PE = PD$, $PE \perp PD$;

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, AC 为对角线,

$$\therefore BA = DA, \angle BAP = \angle DAP = 45^\circ,$$

$$\because PA = PA,$$

$$\therefore \triangle BAP \cong \triangle DAP \text{ (SAS)},$$

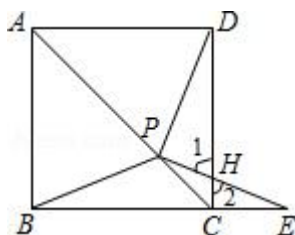
$$\therefore PB = PD,$$

又 $\because PB = PE$,

$$\therefore PE = PD.$$

(i) 当点 E 与点 C 重合时, 点 P 恰好在 AC 中点处, 此时, $PE \perp PD$.

(ii) 当点 E 在 BC 的延长线上时, 如图.



$$\because \triangle ADP \cong \triangle ABP,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle ADP,$$

$$\therefore \angle CDP = \angle CBP,$$

$$\because BP = PE,$$

$$\therefore \angle CBP = \angle PEC,$$

$$\therefore \angle PEC = \angle PDC,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle DPE = \angle DCE = 90^\circ,$$

$\therefore PE \perp PD$.

综合 (i) (ii), $PE \perp PD$;

(3) 同理即可得出: $PE \perp PD$, $PD = PE$.

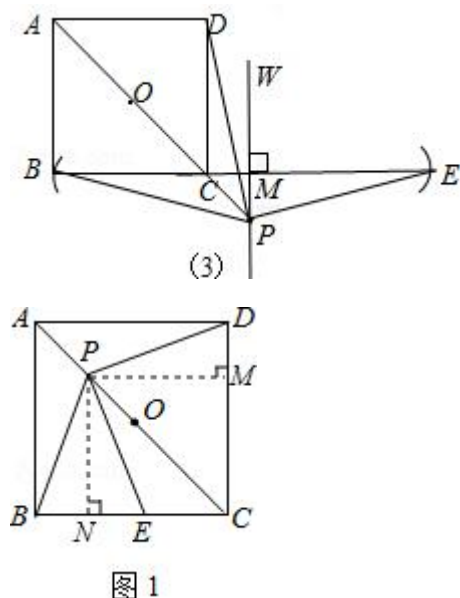


图 1

【点评】此题主要考查了正方形的性质以及全等三角形的判定与性质和尺规作图等知识，此题涉及到分类讨论思想，这是数学中常用思想同学们应有意识的应用。

八、解答题（本题 14 分）

25. **【分析】** (1) 令 $y = 0$, 则 $\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2} = 0$, 解方程即可得到点 A 、 B 的坐标;

(2) 先利用对称性得到顶点 P 的坐标, 然后根据 $\triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle ABE$ 的面积得到点 E 坐标为 $(a, 2)$, 再把 $E(a, 2)$ 代入抛物线的解析式得到关于 a 的方程, 解方程即可确定 E 点坐标;

(3) 分类讨论: 分别以 AB 、 PA 、 PB 为平行四边形的对角线, 根据平行四边形的性质确定点 F 的坐标.

【解答】 解: (1) 令 $y = 0$, 则 $\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2} = 0$,

解得 $x_1 = -3$, $x_2 = 1$,

$\therefore$ 点 A 坐标为 $(-3, 0)$, 点 B 的坐标为 $(1, 0)$;

(2) 存在.

抛物线的对称轴为直线 $x = -1$ ，令 $x = -1$ ，则 $y = \frac{1}{2} - 1 - \frac{3}{2} = -2$ ，

$\therefore P$ 点坐标为 $(-1, -2)$ ，

$\because \triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle ABE$ 的面积，

$\therefore$ 点 E 到 AB 的距离等于 2，

设 $E(a, 2)$ ，

把 $E(a, 2)$ 代入抛物线的解析式得， $\frac{1}{2}a^2 + a - \frac{3}{2} = 2$ ，解得 $a = -1 - 2\sqrt{2}$ 或 $-1 + 2\sqrt{2}$ ，

$\therefore$ 符合条件的点 E 的坐标为 $(-1 - 2\sqrt{2}, 2)$ 或 $(-1 + 2\sqrt{2}, 2)$ 。

(3) 所有符合条件的点 F 的坐标为 $(-1, 2)$ 、 $(3, -2)$ 、 $(-5, -2)$ 。

【点评】 本题考查了解二次函数的综合题的方法：先通过二次函数的解析式确定各特殊点的坐标，得到有关线段的长，然后利用几何性质（如三角形面积公式，平行四边形的性质）去确定其他点的坐标。