

2011 年辽宁省锦州市中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 下列各组数中互为相反数的是 ()

A. -3 与 $\frac{1}{3}$

B. $-(-2)$ 与 $-|-2|$

C. 5 与 $\sqrt{-5^2}$

D. -2 与 $\sqrt[3]{-8}$

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $x^3+x^3=x^6$

B. $x^6 \div x^2 = x^3$

C. $x \cdot x^3 = x^4$

D. $(xy)^3 = xy^3$

3. (3 分) 如图是某几何体的三视图，则这个几何体是 ()



A. 正方体

B. 圆柱

C. 球

D. 圆锥

4. (3 分) 一个圆锥的母线长为 10，侧面展开图是半圆，则这个圆锥的高是 ()

A. 5

B. $5\sqrt{3}$

C. $5\sqrt{2}$

D. 4

5. (3 分) 在反比例函数 $y = \frac{1-2m}{x}$ 的图象上有两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 当 $x_1 < x_2 < 0$

时, 有 $y_1 < y_2$, 则 m 的取值范围是 ()

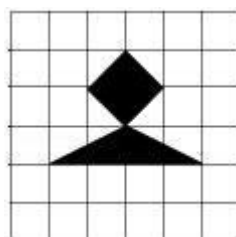
A. $m < 0$

B. $m > 0$

C. $m < \frac{1}{2}$

D. $m > \frac{1}{2}$

6. (3 分) 如果小强将飞镖随意投中如图所示的正方形木板, 那么飞镖落在阴影部分的概率为 ()



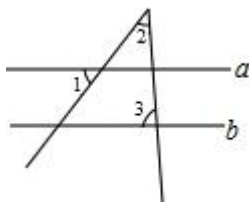
A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{6}$

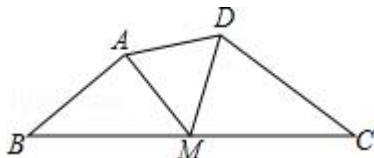
D. $\frac{1}{12}$

7. (3 分) 如图, 直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 56^\circ$, $\angle 2 = 37^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数为 ()



- A. 87° B. 97° C. 86° D. 93°

8. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$, M 为 BC 边的中点. 若 $\angle B = \angle AMD = \angle C = 45^\circ$, $AB = 8$, $CD = 9$, 则 AD 的长为 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) 计算: $-2^2 - 4\sin 45^\circ + \sqrt{8} =$ _____.

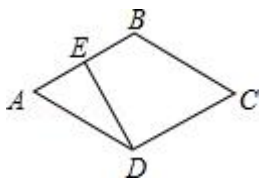
10. (3分) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 _____.

11. (3分) 随着台湾“塑化剂事件”的曝光, 某市为了保护消费者权益, 紧急下架 275 000 瓶有问题饮料. 将 275 000 用科学记数法表示为 _____.

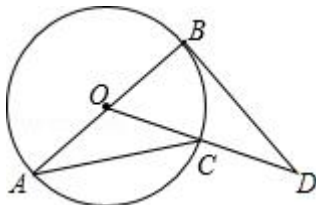
12. (3分) 为了解全国初中生的睡眠状况, 比较适合调查方式是 _____.

13. (3分) 若函数的图象经过点 $(2, 1)$, 则函数的表达式可能是 _____ (写出一个即可).

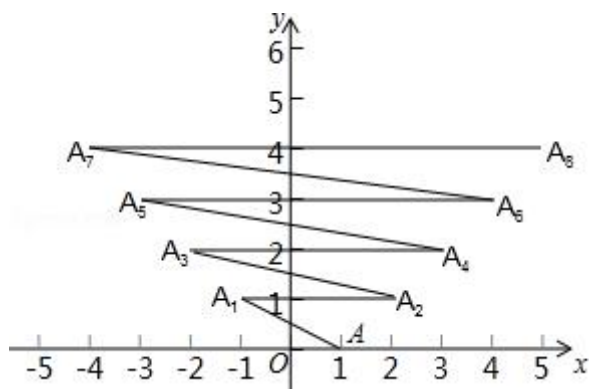
14. (3分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 4cm , DE 垂直平分 AB , 则菱形的面积是 _____.



15. (3分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BD 是 $\odot O$ 的切线, $\angle D = 32^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.



16. (3分) 如图, 在平面直角坐标系上有点 $A(1, 0)$, 点 A 第一次跳动至点 $A_1(-1, 1)$, 第四次向右跳动 5 个单位至点 $A_4(3, 2)$, $\dots$, 依此规律跳动下去, 点 A 第 100 次跳动至点 A_{100} 的坐标是 _____.



三、解答题（每题 8 分，共 16 分）

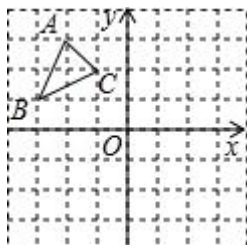
17.（8 分）先化简，再求值： $(\frac{x^2+x}{x-1}-x-1) \div (x+1)$ ，其中 $x = \tan 60^\circ + 1$.

18.（8 分）如图所示，在边长为 1 个单位的正方形网格中建立平面直角坐标系， $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上.

（1）画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;

（2）将 $\triangle A_1B_1C_1$ 向下平移 3 个单位，画出平移后的 $\triangle A_2B_2C_2$;

（3）将 $\triangle A_2B_2C_2$ 绕点 C_2 顺时针旋转 90° ，画出旋转后的 $\triangle A_3B_3C_2$ ；并直接写出点 A_3 、 B_3 的坐标.



四、解答题（每题 10 分，共 20 分）

19.（10 分）有甲、乙两个不透明口袋，每个口袋里装有四个小球（小球除字母不同外，其余均相同），甲袋中的四个小球上分别写着字母“g”“o”“o”“d”，乙袋中的四个小球上分别写着字母“l”“u”“c”“k”，小红从每个口袋中各随机摸出一球.

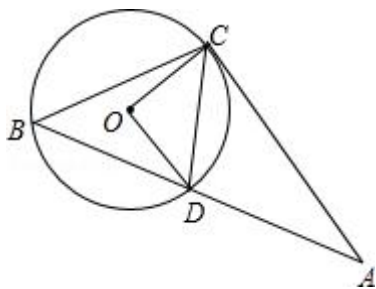
（1）请用列表法（或画树状图）表示小红摸出的所有可能结果.

（2）求小红刚好摸到“o”和“k”的概率.

20.（10 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 为 AB 上一点， $\odot O$ 经过 B 、 C 、 D 三点， $\angle COD = 90^\circ$ ， $\angle ACD = \angle BCO + \angle BDO$.

（1）求证：直线 AC 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $\angle BCO = 15^\circ$ ， $\odot O$ 的半径为 2，求 BD 的长.



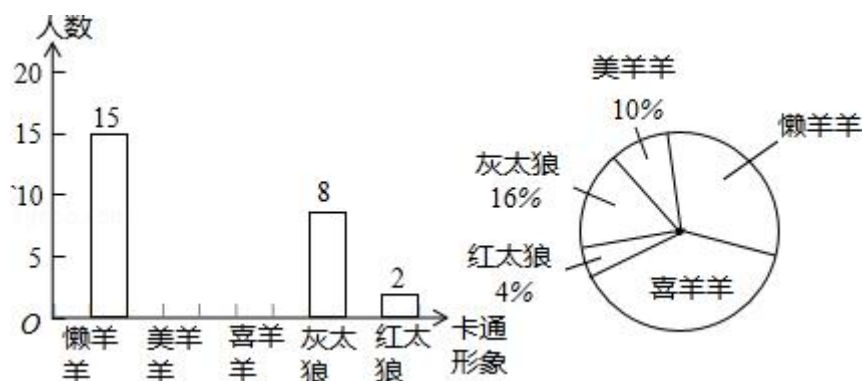
五、解答题（每题 10 分，共 20 分）

21.（10 分）随着《喜羊羊与灰太狼》这部动画片的热播，剧中的卡通形象深受中小学生的喜爱．某玩具公司随机抽取部分学生对剧中“我最喜欢的卡通形象”进行了调查，制成了下列两幅统计图．（两幅统计图均不完整）

（1）在这次调查中一共抽取了多少名学生？

（2）补全两幅统计图；

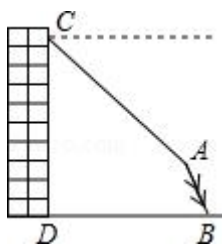
（3）根据调查结果，该玩具公司准备生产一批毛绒玩具，请你给玩具公司提一条合理化建议．



22.（10 分）今年四、五月份我国西南地区遭遇历史罕见的旱灾，我国最大淡水湖鄱阳湖水位下降到历史同期最低点．某村有 1 200 亩稻田急需灌溉，为了提高灌溉效率，当地政府增派灌溉车辆，使得效率是原来的 1.5 倍，结果提前 10 天完成任务，求原计划每天灌溉稻田多少亩？

六、解答题（每题 10 分，共 20 分）

23.（10 分）如图，小明站在窗口向外望去，发现楼下有一棵倾斜的大树，在窗口 C 处测得大树顶部 A 的俯角为 45° ，若已知 $\angle ABD = 60^\circ$ ， $CD = 20m$ ， $BD = 16m$ ，请你帮小明计算一下，如果大树倒在地面上，其顶端 A 与楼底端 D 的距离是多少米？（结果保留整数，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）．



24. (10 分) 随着私家车拥有量的增加, 停车问题已经给人们的生活带来了许多不便. 为了缓解停车矛盾, 某小区开发商欲投资 16 万元, 建造若干个停车位, 考虑到实际因素, 计划露天车位的数量不少于室内车位的 2 倍, 但不超过室内车位的 3 倍. 据测算, 建造费用及年租金如下表:

类别	室内车位	露天车位
建造费用 (元/个)	5 000	1 000
年租金 (元/个)	2 000	800

- (1) 该开发商有哪几种符合题意的建造方案? 写出解答过程.
- (2) 若按表中的价格将两种车位全部出租, 哪种方案获得的年租金最多? 并求出此种方案的年租金. (不考虑其他费用)

七、解答题 (本题 12 分)

25. (12 分) 如图 (1) ~ (3), 已知 $\angle AOB$ 的平分线 OM 上有一点 P , $\angle CPD$ 的两边与射线 OA 、 OB 交于点 C 、 D , 连接 CD 交 OP 于点 G , 设 $\angle AOB = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), $\angle CPD = \beta$.

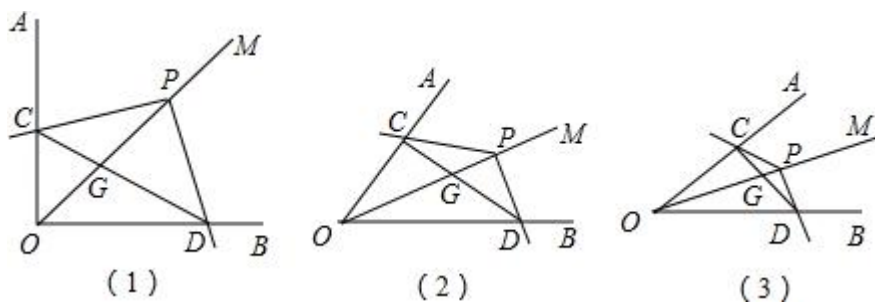
(1) 如图 (1), 当 $\alpha = \beta = 90^\circ$ 时, 试猜想 PC 与 PD , $\angle PDC$ 与 $\angle AOB$ 的数量关系 (不用说明理由);

(2) 如图 (2), 当 $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 120^\circ$ 时, (1) 中的两个猜想还成立吗? 请说明理由.

(3) 如图 (3), 当 $\alpha + \beta = 180^\circ$ 时,

①你认为 (1) 中的两个猜想是否仍然成立, 若成立请直接写出结论; 若不成立, 请说明理由.

②若 $\frac{PD}{PG} = 2$, 求 $\frac{PD}{PO}$ 的值.



八、解答题（本题 14 分）

26.（14 分）如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + \frac{15}{2}$ ($a \neq 0$) 经过 $A(-3, 0)$ 、 $C(5, 0)$ 两点，点 B 为抛物线的顶点，抛物线的对称轴与 x 轴交于点 D .

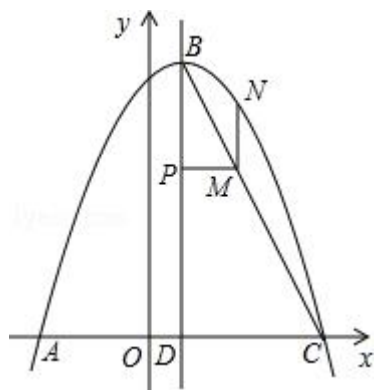
(1) 求此抛物线的解析式；

(2) 动点 P 从点 B 出发，沿线段 BD 向终点 D 作匀速运动，速度为每秒 1 个单位长度，运动时间为 t s，过点 P 作 $PM \perp BD$ 交 BC 于点 M ，过点 M 作 $MN \parallel BD$ ，交抛物线于点 N .

①当 t 为何值时，线段 MN 最长；

②在点 P 运动的过程中，是否有某一时刻，使得以 O 、 P 、 M 、 C 为顶点的四边形为等腰梯形？若存在，求出此刻的 t 值；若不存在，请说明理由.

参考公式：抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$.



2011 年辽宁省锦州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】首先根据绝对值的定义化简，然后根据相反数的定义即可解答．

【解答】解：A、 -3 与 $-\frac{1}{3}$ 不符合相反数的定义，故选项错误；

B、 $-(-2) = 2$ ， $-|-2| = -2$ 只有符号相反，故是相反数，故选项正确．

C、 $\sqrt{-5^2}$ 无意义，故选项错误；

D、 -2 与 $\sqrt[3]{-8} = -2$ 相等，不符合相反数的定义，故选项错误．

故选：B．

【点评】此题主要考查相反数的定义：只有符号相反的两个数互为相反数，0 的相反数是其本身．

2. 【分析】根据同底数幂的除法法则、合并同类项的法则、同底数幂的乘法法则、幂的乘方与积的乘方法则对各选项依次进行判断即可解答．

【解答】解：A、 $x^3 + x^3 = 2x^3$ ，故本选项错误；

B、 $x^6 \div x^2 = x^4$ ，故本选项错误；

C、 $x \cdot x^3 = x^4$ ，正确；

D、 $(xy)^3 = x^3y^3$ ，故本选项错误．

故选：C．

【点评】本题主要考查同底数幂的除法法则、合并同类项的法则、同底数幂的乘法法则、幂的乘方与积的乘方法则，熟练掌握上述法则是解答本题的关键．

3. 【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形．

【解答】解：根据主视图和左视图为矩形是柱体，根据俯视图是圆可判断出这个几何体应该是圆柱．

故选：B．

【点评】本题考查由三视图确定几何体的形状，主要考查学生空间想象能力．

4. 【分析】半径为 10 的半圆的弧长是 10π ，圆锥的底面周长等于侧面展开图的扇形弧长，因而圆锥的底面周长是 10π ，利用弧长公式计算底面半径后利用勾股定理求圆锥的高即可．

【解答】解：设圆锥的底面半径是 r ，

则得到 $2\pi r = 10\pi$ ，

解得： $r = 5$ ，

这个圆锥的底面半径是 5，

$\therefore$ 圆锥的高为 $\sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}$ ．

故选：B．

【点评】本题综合考查有关扇形和圆锥的相关计算．解题思路：解决此类问题时要紧紧抓住两者之间的两个对应关系：（1）圆锥的母线长等于侧面展开图的扇形半径；（2）圆锥的底面周长等于侧面展开图的扇形弧长．正确对这两个关系的记忆是解题的关键．

5. 【分析】根据当 $x_1 < x_2 < 0$ 时，有 $y_1 < y_2$ ，可得双曲线在第二象限， $k < 0$ ，列出不等式求解即可．

【解答】解：根据题意， $1 - 2m < 0$ ，解得 $m > \frac{1}{2}$ ．

故选：D．

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，较为简单．

6. 【分析】根据几何概率的求法：飞镖落在阴影部分的概率就是阴影区域的面积与总面积的比值．

【解答】解：观察这个图可知：阴影部分占四个小正方形，占总数 36 个的 $\frac{1}{9}$ ，故其概率是 $\frac{1}{9}$ ．

故选：A．

【点评】本题考查几何概率的求法：首先根据题意将代数关系用面积表示出来，一般用阴影区域表示所求事件（A）；然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例，这个比例即事件（A）发生的概率．

7. 【分析】根据对顶角相等得 $\angle 4 = \angle 1 = 56^\circ$ ，再利用三角形内角和定理计算出 $\angle 5$ ，然后根据两直线平行，同位角相等即可得到 $\angle 3$ 的度数．

【解答】解：如图，

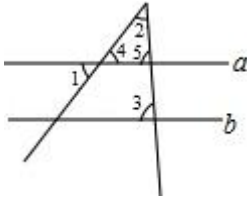
$$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 56^\circ,$$

$$\therefore \angle 5 = 180^\circ - \angle 2 - \angle 4 = 180^\circ - 37^\circ - 56^\circ = 87^\circ,$$

又 $\because a \parallel b$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 5 = 87^\circ .$$

故选：A.



【点评】 本题考查了平行线的性质：两直线平行，同位角相等；也考查了三角形内角和定理.

8. **【分析】** 由 $\angle BMD = \angle BMA + \angle AMD = \angle C + \angle CDM$, $\angle B = \angle AMD = \angle C = 45^\circ$, 可证得 $\triangle ABM \sim \triangle MCD$, 然后由相似三角形对应边成比例, 即可求得 MC 与 BM 的值, 然后延长 BA 与 CD 交于点 E , 由勾股定理, 即可求得 AD 的长.

【解答】 解: $\because \angle BMD = \angle BMA + \angle AMD = \angle C + \angle CDM$,

$$\because \angle B = \angle AMD = \angle C = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle BMA = \angle CDM,$$

$$\therefore \triangle ABM \sim \triangle MCD,$$

$$\therefore \frac{AB}{MC} = \frac{BM}{CD},$$

$\because M$ 为 BC 边的中点,

$$\therefore MC = BM,$$

$$\because AB = 8, CD = 9,$$

$$\therefore BM = MC = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore BC = 12\sqrt{2},$$

延长 BA 与 CD 交于点 E ,

$$\because \angle B = \angle C = 45^\circ ,$$

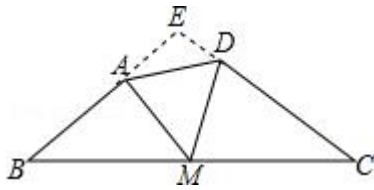
$$\therefore \angle E = 90^\circ , BE = CE,$$

$$\therefore BE = CE = 12,$$

$$\therefore AE = BE - AB = 4, DE = CE - CD = 3,$$

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $AD = 5$.

故选：C.



【点评】此题考查了相似三角形的判定与性质，勾股定理以及三角形外角的性质．此题难度较大，解题的关键是注意数形结合思想的应用，注意辅助线的作法．

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9. 【分析】根据乘方、特殊角的三角函数值以及二次根式的化简可得出答案．

【解答】解：原式 $= -4 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2}$
 $= -4.$

故答案为 -4 ．

【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握乘方、二次根式化简、特殊角的三角函数值等考点的运算．

10. 【分析】根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，列不等式求解．

【解答】解：根据题意得： $x+2 \geq 0$ ，解得： $x \geq -2$ ．

【点评】本题考查的是函数自变量取值范围的求法．函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- （1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- （2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- （3）当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数．

11. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 1 时， n 是非负数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数

【解答】解：将 275000 用科学记数法表示为 2.75×10^5 ．故答案为 2.75×10^5 ．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

12. 【分析】利用普查和抽样调查的特点即可作出判断．

【解答】解：为了解全国初中生的睡眠状况，考查的对象很多，普查的意义或价值不大，应选择抽样调查．

【点评】本题考查的是普查和抽样调查的选择．调查方式的选择需要将普查的局限性和

抽样调查的必要性结合起来，具体问题具体分析，普查结果准确，所以在要求精确、难度相对不大，实验无破坏性的情况下应选择普查方式，当考查的对象很多或考查会给被调查对象带来损伤破坏，以及考查经费和时间都非常有限时，普查就受到限制，这时就应选择抽样调查。

13. 【分析】本题属于结论开放型题型，可以将函数的表达式设计为一次函数、反比例函数、二次函数的表达式。答案不唯一。

【解答】解：因为函数的图象过点 $(2, 1)$ ，

所以可设 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，

所以 $k = 2 \times 1 = 2$ ，即 $k = 2$ ，

所以 $y = \frac{2}{x}$ 。

故答案为：如： $y = \frac{2}{x}$ 等。

【点评】考查了待定系数法求函数解析式，此题为开放性试题，只需写出适合 $(2, 1)$ 的一次函数或反比例函数或二次函数均可。

14. 【分析】连接 BD ，则三角形 ABD 为等边三角形，根据直角三角形的性质得 DE 的长，再由面积公式进行计算即可。

【解答】解：连接 BD ，

$\because DE$ 垂直平分 AB ，

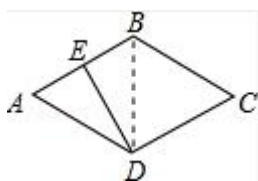
$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形，

$\therefore \angle ADE = 30^\circ$ ，

$\because AD = 4\text{cm}$ ，

$\therefore DE = 2\sqrt{3}\text{cm}$ ，

$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\text{cm}^2$ 。



【点评】本题考查了菱形的性质、线段垂直平分线的性质以及勾股定理，是基础知识要熟练掌握。

15. 【分析】根据切线的性质得到 $\angle OBD = 90^\circ$ ，再根据 $\angle D$ 的度数，利用三角形内角和定

理求出 $\angle BOD$ 的度数，然后根据同弧所对的圆周角等于所对圆心角度数的一半，可得 $\angle$

$A = \frac{1}{2} \angle BOD$ ，由 $\angle BOD$ 的度数即可求出 $\angle A$ 的度数.

【解答】解： $\because BD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle OBD = 90^\circ$ ，又 $\angle D = 32^\circ$ ，

$\therefore \angle BOD = 180^\circ - \angle OBD - \angle D = 58^\circ$ ，

又 $\angle BOD$ 与 $\angle A$ 分别为 $\widehat{BC}$ 所对的圆心角和圆周角，

则 $\angle A = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 58^\circ = 29^\circ$.

故答案为： 29°

【点评】此题考查了切线的性质，圆周角定理以及三角形的内角和定理，运用切线的性质来进行计算或论证，常通过作辅助线连接圆心和切点，利用垂直构造直角三角形解决有关问题. 本题利用了圆的切线垂直于过切点的直径，来构造直角三角形解决问题.

16. 【分析】根据图形观察发现，第偶数次跳动至点的坐标，横坐标是次数的一半加上 1，纵坐标是次数的一半，然后写出即可.

【解答】解：观察发现，第 2 次跳动至点的坐标是 (2, 1)，

第 4 次跳动至点的坐标是 (3, 2)，

第 6 次跳动至点的坐标是 (4, 3)，

第 8 次跳动至点的坐标是 (5, 4)，

...

第 $2n$ 次跳动至点的坐标是 ($n+1$, n),

$\therefore$ 第 100 次跳动至点的坐标是 (51, 50).

故答案为: (51, 50).

【点评】本题考查了坐标与图形的性质，以及图形的变化问题，结合图形得到偶数次跳动的点的横坐标与纵坐标的变化情况是解题的关键.

三、解答题（每题 8 分，共 16 分）

17. 【分析】把所求式子被除数第一项分子利用提公因式法分解因式，后两项提取 -1，找出两分母的最简公分母，通分后利用同分母分式的减法法则计算，分子去括号合并，同时利用除以一个数等于乘以这个数的倒数把除法运算化为乘法运算，约分后把所求式子化为最简，最后把 x 的值代入，利用特殊角的三角函数值及分母有理化后即可得到结果.

【解答】解：原式 = $\left[\frac{x(x+1)}{x-1} - (x+1) \right] \cdot \frac{1}{x+1}$ (3分)

= $\frac{x(x+1) - (x+1)(x-1)}{x-1} \cdot \frac{1}{x+1}$

= $\frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{1}{x+1}$ (4分)

= $\frac{1}{x-1}$, (5分)

当 $x = \tan 60^\circ + 1$ 时, 原式 = $\frac{1}{\tan 60^\circ + 1 - 1} = \frac{1}{\sqrt{3} + 1 - 1} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (8分)

【点评】此题考查了分式的化简求值, 分式的加减运算关键是通分, 通分的关键是找最简公分母, 分式的乘除运算关键是约分, 约分的关键是找公因式, 约分时遇到多项式要将多项式分解因式后再约分, 分式的化简求值题, 要将原式化为最简再代值.

18. 【分析】(1) 找出 $\triangle ABC$ 各顶点关于 y 轴对称的对应点, 然后顺次连接即可;

(2) 找出 $\triangle ABC$ 各顶点向下平移 3 个单位后的对应点, 然后顺次连接即可;

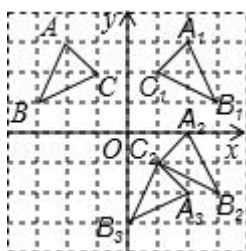
(3) 根据旋转的性质找出旋转后各顶点的对应点, 然后顺次连接, 点 A_3 、 B_3 的坐标可观察坐标系直接写出.

【解答】解: (1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 为所求. (2分)

(2) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 为所求. (4分)

(3) 如图, $\triangle A_3B_3C_2$ 为所求. (6分)

$A_3(2, -2)$ $B_3(0, -3)$. (8分)



【点评】此题主要考查了图形的对称、平移与旋转变换作图的问题, 无论对称、旋转与平移准确找出变换后的对应点是解决问题的关键.

四、解答题 (每题 10 分, 共 20 分)

19. 【分析】(1) 列表求出所有的情况数即可解答.

(2) 根据上题得到的情况数结合概率公式计算即可解答.

【解答】解: (1) 列表如下:

乙				
---	--	--	--	--

甲	l	u	c	k
g	(g, l)	(g, u)	(g, c)	(g, k)
o	(o, l)	(o, u)	(o, c)	(o, k)
o	(o, l)	(o, u)	(o, c)	(o, k)
d	(d, l)	(d, u)	(d, c)	(d, k)

由列表可知，共有 16 种可能的结果，并且每种结果出现的可能性相同。（7 分）

（2）共有 16 种可能的结果，其中刚好能摸到“o”“k”的有 2 种．

$$P_{(\text{摸到“o”“k”})} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}. \quad (10 \text{ 分})$$

【点评】考查用列树状图的方法解决概率问题；得到所有的情况数是解决本题的关键；

用到的知识点为：概率等于所求情况数与总情况数之比．

20. 【分析】（1）连接 OB ，首先根据同弧所对的圆周角等于它所对圆心角度数的一半求出 $\angle CBD$ ，即为 $\angle OBC + \angle OBD$ 的度数，然后根据等边对等角分别得到 $\angle OBC = \angle BCO$ ， $\angle OBD = \angle BDO$ 两对角的相等，等量代换可得到 $\angle BCO + \angle BDO$ 的度数，由已知的 $\angle ACD = \angle BCO + \angle BDO$ ，即可求出 $\angle ACD = 45^\circ$ ，再由 $\triangle OCD$ 为等腰直角三角形可求出 $\angle OCD = 45^\circ$ ，从而得到 $\angle OCA = 90^\circ$ ，利用经过直径的一端，并且垂直于这条直径的直线是圆的切线可得证；

（2）由（1）中的 $\angle BCO + \angle BDD = 45^\circ$ ，且 $\angle BCO = 15^\circ$ ，求出 $\angle BDO = 30^\circ$ ，然后在直角三角形 ODE 中，根据半径的长及 $\angle BDO$ 的度数，利用 30° 的余弦值即可求出 DE 的长，最后根据垂径定理可得 $BD = 2DE$ 求出结果．

【解答】（1）证明：连接 OB ．

$\because \angle COD = 90^\circ$ ，且 $\angle COD$ 与 $\angle CBD$ 是 $\widehat{CD}$ 分别所对的圆心角和圆周角，

$$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD = 45^\circ,$$

$$\because OB = OC, OB = OD,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle BCO, \angle OBD = \angle BDO,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle OBC + \angle OBD = 45^\circ, \quad (3 \text{ 分})$$

$$\therefore \angle BCO + \angle BDO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCO + \angle BDO,$$

$\therefore \angle ACD = 45^\circ$, (5 分)

在 $\text{Rt}\triangle COD$ 中, $OC = OD$,

$\therefore \angle OCD = 45^\circ$,

$\therefore \angle OCA = 90^\circ$,

$\therefore$ 直线 AC 是 $\odot O$ 的切线; (6 分)

(2) 解: 过 O 作 $OE \perp BD$, 垂足为 E .

$\therefore BD = 2DE$,

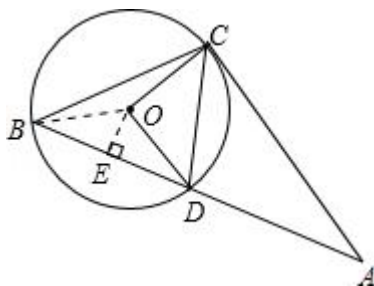
$\because \angle BCO + \angle BDO = 45^\circ$, $\angle BCO = 15^\circ$,

$\therefore \angle BDO = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle DOE$ 中,

$$DE = OD \cdot \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$

$\therefore BD = 2DE = 2\sqrt{3}$. (10 分)



【点评】 此题考查了切线的判定, 圆周角定理, 等腰三角形的性质, 垂径定理, 以及锐角三角函数的定义, 是一道多知识的综合题, 要求学生把所学的知识融汇贯穿, 灵活运用, 注意利用转化的数学思想. 其中证明切线的方法一般有以下两种: ①有点连接证明半径 (或直径) 与所证的直线垂直; ②无点作垂线, 证明圆心到直线的距离等于半径.

五、解答题 (每题 10 分, 共 20 分)

21. **【分析】** (1) 总数 = 喜欢红太郎的人数 $\div$ 喜欢红太郎的人数所占的百分比即可;

(2) 根据人数 = 总数 $\times$ 百分比计算出喜欢美羊羊的人数, 再计算出喜欢喜羊羊的人数及所占百分比直接画出图即可;

(3) 根据上面调查的喜欢各种动物的人数所占的百分比, 多生产同学们喜欢的动物玩具, 少生产同学们比喜欢的动物玩具.

【解答】 解: (1) $2 \div 4\% = 50$ (名).

答: 在这次调查中一共抽取了 50 名学生. (2 分)

(2) 喜欢美羊羊的人数: $10\% \times 50 = 5$. (3 分)

喜欢喜羊羊的人数: $50 - 15 - 5 - 8 - 2 = 20$. (4 分)

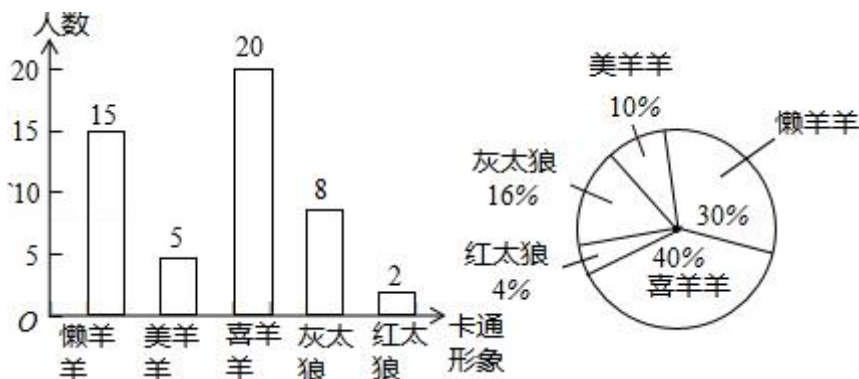
喜欢喜羊羊的人数占被调查学生的百分比: $\frac{20}{50} \times 100\% = 40\%$. (5 分)

喜欢懒羊羊的人数占被调查学生的百分比: $\frac{15}{50} \times 100\% = 30\%$. (6 分)

(3) ①多生产喜羊羊和懒羊羊玩具.

②少生产红太狼玩具.

(答案不唯一, 合理即得分) (10 分)



【点评】此题主要考查了扇形统计图与条形图, 关键是根据图形能得到正确的信息, 同学们在学习过程中要注意培养自己的读图能力.

22. 【分析】根据增派灌溉车辆, 使得效率是原来的 1.5 倍, 结果提前 10 天完成任务, 得出等式方程求出即可.

【解答】解: 设原计划每天灌溉稻田 x 亩.

根据题意, 得 $\frac{1200}{x} - \frac{1200}{1.5x} = 10$.

解得 $x = 40$.

经检验: $x = 40$ 是原方程的解.

答: 原计划每天灌溉稻田 40 亩.

【点评】此题主要考查了分式方程的应用, 根据已知得出提高效率后与提前完成的天数得出等式方程是解题关键.

六、解答题 (每题 10 分, 共 20 分)

23. 【分析】作 $AF \perp CD$ 于 F , $AH \perp DB$ 于 H , 由大树顶部 A 的俯角为 45° 可知 $AF = CF$, 设大树高为 x 米, 在 $Rt\triangle AHB$ 中利用特殊角的三角函数值可用 x 表示出 BH 的值, 再由 $CD = CF + FD$ 即可得出 x 的值, 进而得出顶端 A 与楼底端 D 的距离.

【解答】解: 作 $AF \perp CD$ 于 F , $AH \perp DB$ 于 H . (1 分)

∴ 四边形 $AFDH$ 为矩形.

∴ $AF = DH$, $AH = DF$.

由题意可知 $\angle FCA = 45^\circ$.

∴ $AF = CF$. (3 分)

设大树高为 x 米, 即 $AB = x$.

在 $\text{Rt}\triangle AHB$ 中, $AH = AB \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}x$,

$BH = AB \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}x$.

∴ $AF = DH = DB - BH = 16 - \frac{1}{2}x$. (5 分)

在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中, $AF = CF = 16 - \frac{1}{2}x$.

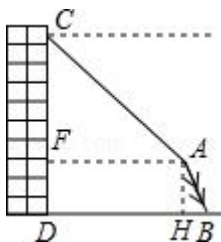
又 $CD = CF + FD$,

∴ $20 = 16 - \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}x$.

解得 $x \approx 11$. (8 分)

∴ $16 - 11 = 5$ (米). (9 分)

∴ 大树倒下后其顶端 A 与楼底端 D 的距离是 5 米. (10 分)



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题及特殊角的三角函数值、等腰三角形的特点, 根据题意作出辅助线, 构造出等腰直角三角形是解答此题的关键.

24. **【分析】** (1) 首先设建造室内停车位为 x 个, 则建造露天停车位为: $(160000 - 5000x) \div 1000$ 个, 根据题目中的中的关键词句: ①露天车位的数量不少于室内车位的 2 倍, 但不超过室内车位的 3 倍列出不等式组, 然后解出解集后取整数解即可;

(2) 设年租金为 w 元, 根据题意可得: 室内车位的数量 $\times 2000 +$ 露天车位的数量 $\times 800$, 可得到 w 与 x 的关系表达式, 再根据一次函数的增减性确定 x 的值, 求出年租金.

【解答】 解: (1) 设建造室内停车位为 x 个, 则建造露天停车位为 $\frac{160000 - 5000x}{1000}$ 个. (1 分)

$$\text{根据题意, 得} \begin{cases} \frac{160000-5000x}{1000} \geq 2x \\ \frac{160000-5000x}{1000} \leq 3x \end{cases} \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{解得 } 20 \leq x \leq \frac{160}{7}. \quad (5 \text{ 分})$$

$\because x$ 为整数,

$\therefore x$ 取 20, 21, 22.

$$\therefore \frac{160000-5000x}{1000} \text{ 取 } 60, 55, 50.$$

$\therefore$ 共有三种建造方案.

方案一: 室内停车位 20 个, 露天停车位 60 个;

方案二: 室内停车位 21 个, 露天停车位 55 个;

方案三: 室内停车位 22 个, 露天停车位 50 个. (6 分)

(2) 设年租金为 w 元.

根据题意, 得

$$w = 2000x + 800 \cdot \frac{160000-5000x}{1000}$$

$$= -2000x + 128000.$$

$$\because k = -2000 < 0,$$

$\therefore w$ 随 x 的增大而减小. (8 分)

$\therefore$ 当 $x = 20$ 时,

$$w_{\text{最大}} = -2000 \times 20 + 128000$$

$$= 88000 \text{ (元)}.$$

答: 当建造室内停车位 20 个, 露天停车位 60 个时租金最多, 最多年租金为 88 000 元. (10 分)

【点评】 此题主要考查了一次函数的应用, 关键是根据题意, 找出合适的不等关系, 列出不等式组.

七、解答题 (本题 12 分)

25. **【分析】** (1) 作 $PE \perp AO$ 于 E , $PF \perp OB$ 于 F , 证明 $\triangle PDF \cong \triangle PCE$ 可得 $PC = PD$; 根据四边形内角和及等腰三角形性质可得 $\angle PDC = \frac{1}{2} \angle AOB$;

(2) 根据 (1) 的思路可证结论成立;

(3) 根据上面思路猜想, 成立; 根据上面结论可证 $\triangle PDG \sim \triangle POD$, 从而求解.

【解答】解: (1) $PC = PD$, $\angle PDC = \frac{1}{2} \angle AOB$.

(2) 成立. 理由如下:

作 $PE \perp AO$ 于 E , $PF \perp OB$ 于 F , 如图.

$\because OP$ 平分 $\angle AOB$,

$\therefore PE = PF$.

在四边形 $EOFP$ 中,

$\because \angle AOB = 60^\circ$, $\angle PEO = \angle PFO = 90^\circ$,

$\therefore \angle EPF = 120^\circ$, 即 $\angle EPC + \angle CPF = 120^\circ$.

又 $\angle CPD = 120^\circ$, 即 $\angle DPF + \angle CPF = 120^\circ$.

$\therefore \angle EPC = \angle DPF$.

$\therefore \triangle EPC \cong \triangle FPD$.

$\therefore PC = PD$,

$\therefore \angle PDC = \frac{180^\circ - \angle CPD}{2} = 30^\circ$.

$\because \angle AOB = 60^\circ$,

$\therefore \angle PDC = \frac{1}{2} \angle AOB$,

(3) ①成立,

② $\because \angle PDC = \frac{1}{2} \angle AOB$,

$\angle POD = \frac{1}{2} \angle AOB$,

$\therefore \angle PDC = \angle POD$.

又 $\angle DPG = \angle DPO$,

$\therefore \triangle PGD \sim \triangle PDO$.

$\therefore \frac{PD}{PG} = \frac{PO}{PD}$.

又 $\frac{PD}{PG} = 2$,

$\therefore \frac{PD}{PO} = \frac{1}{2}$.



八、解答题（本题 14 分）

($a \neq 0$) 就可以求出抛物线的解析式.

②根据等腰梯形的性质连接 PD , 只要 $OD = CE$ 时, 就可以求出 t 值了.

$$\therefore \begin{cases} 25a+5b+\frac{15}{2}=0 \\ 9a-3b+\frac{15}{2}=0 \end{cases}$$
$$\therefore \text{抛物线的函数关系式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{15}{2}.$$

$\because B$ 为抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{15}{2}$ 的顶点,

$$\therefore BD = 8, \quad OD = 1.$$
$$\therefore CD = 4.$$
$$\therefore PM \parallel AC.$$

第 20 页 (共 22 页)

$$\therefore \triangle BPM \sim \triangle BDC.$$

$$\therefore \frac{BP}{BD} = \frac{PM}{CD}.$$

根据题意可得 $BP = t$,

$$\therefore \frac{t}{8} = \frac{PM}{4}.$$

$$\therefore PM = \frac{1}{2}t.$$

$$\because MN \parallel BD, PM \parallel AC, \angle BDC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $PMED$ 为矩形.

$$\therefore DE = PM = \frac{1}{2}t.$$

$$\therefore OE = OD + DE = 1 + \frac{1}{2}t.$$

$$\therefore E \left(1 + \frac{1}{2}t, 0 \right).$$

$$\because \text{点 } N \text{ 在抛物线上, 横坐标为 } 1 + \frac{1}{2}t,$$

$$\therefore \text{点 } N \text{ 的纵坐标为 } -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}t \right)^2 + \left(1 + \frac{1}{2}t \right) + \frac{15}{2}.$$

$$\begin{aligned} \therefore NE &= -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}t \right)^2 + \left(1 + \frac{1}{2}t \right) + \frac{15}{2} \\ &= -\frac{1}{8}t^2 + 8. \end{aligned}$$

$$\because PB = t, PD = ME,$$

$$\therefore EM = 8 - t.$$

$$\therefore MN = NE - EM = -\frac{1}{8}t^2 + 8 - (8 - t)$$

$$= -\frac{1}{8}(t - 4)^2 + 2.$$

当 $t = 4$ 时, $MN_{\text{最大}} = 2$.

②存在符合条件的 t 值.

连接 OP , 如图 (2).

若四边形 $OPMC$ 是等腰梯形, 只需 $OD = EC$.

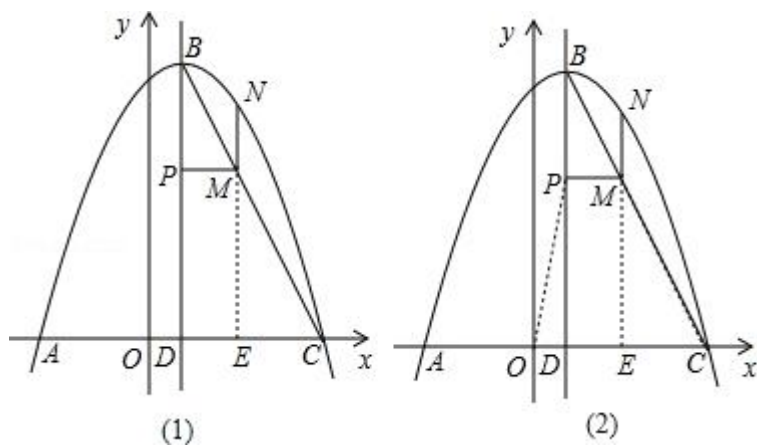
$$\because OD = 1, DE = PM = \frac{1}{2}t,$$

$$\therefore EC = 5 - \left(\frac{1}{2}t + 1 \right).$$

$$\therefore 5 - \left(\frac{1}{2}t+1\right) = 1.$$

解得 $t = 6$.

$\therefore$ 当 $t = 6$ 时，四边形 $OPMC$ 是等腰梯形.



【点评】 本题是一道二次函数的综合试题，考查了二次函数的最值，待定系数法求函数的解析式，等腰梯形的判定及性质，相似三角形的判定及性质.