

2011 年辽宁省营口市中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. (3 分) 下列图形中，你认为既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



2. (3 分) 零上 13°C 记作 $+13^{\circ}\text{C}$ ，零下 2°C 可记作 ()

A. 2

B. -2

C. 2°C

D. -2°C

3. (3 分) 地球上陆地的面积约为 148 000 000 平方千米，用科学记数法表示为 ()

A. 148×10^6 平方千米

B. 14.8×10^7 平方千米

C. 1.48×10^8 平方千米

D. 1.48×10^9 平方千米

4. (3 分) “ a 是实数， $|a| \geq 0$ ” 这一事件是 ()

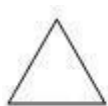
A. 必然事件

B. 不确定事件

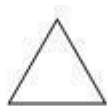
C. 不可能事件

D. 随机事件

5. (3 分) 如图是某一立体图形的三视图，则这个立体图形是 ()



主视图



左视图



俯视图

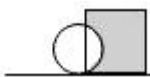
A. 正三棱柱

B. 三棱锥

C. 圆柱

D. 圆锥

6. (3 分) 如图所示，半径为 1 的圆和边长为 3 的正方形在同一水平线上，圆沿该水平线从左向右匀速穿过正方形，设穿过时间为 t ，正方形除去圆部分的面积为 S (阴影部分)，则 S 与 t 的大致图象为 ()



A.

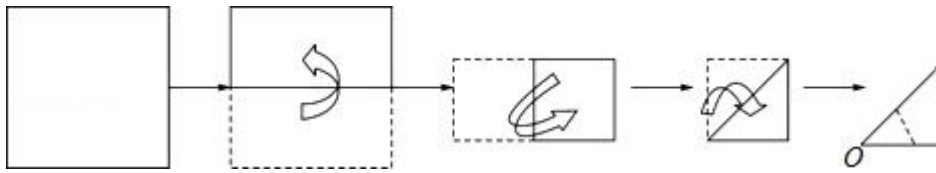
B.

C.

D.

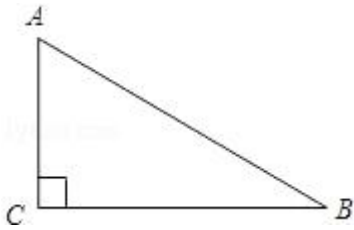
7. (3 分) 如图，将一正方形纸片按下列顺序折叠，然后将最后折叠的纸片剪出一个以 O 为顶点的等腰三角形，那么剪出的等腰三角形全部展开铺平后得到的平面图形一定是

()



- A. 正四边形 B. 正六边形 C. 正八边形 D. 正十边形

8. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $BC = 4\text{cm}$, 以点 C 为圆心, 以 2cm 的长为半径作圆, 则 $\odot C$ 与 AB 的位置关系是 ()



- A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 相切或相交

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

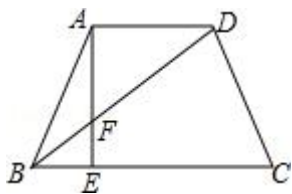
9. (3分) 计算: $\sqrt{18} - \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. (3分) 一药品售价 100 元, 连续两次降价后的价格为 81 元, 则平均每次降价的降价率是 $\underline{\hspace{2cm}}\%$.

11. (3分) 一养鱼专业户从鱼塘捕得同时放养的草鱼 100 条, 他从中任选 5 条, 称得它们的质量如下 (单位: kg): 1.3, 1.6, 1.3, 1.5, 1.3. 则这 100 条鱼的总质量约为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{kg}$.

12. (3分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中, k 值满足方程 $k^2 - k - 2 = 0$, 且当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (3分) 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD:BC = 1:2$, $AE \perp BC$, 垂足为 E , 连接 BD 交 AE 于 F , 则 $\triangle BFE$ 的面积与 $\triangle DFA$ 的面积之比为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

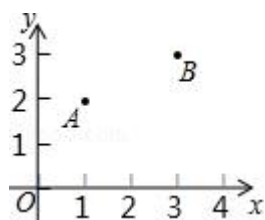


14. (3分) 观察下列数据: $\frac{x}{3}, \frac{x^3}{5}, \frac{x^5}{7}, \frac{x^7}{9}, \frac{x^9}{11}, \dots$, 它们是按一定规律排列的, 依照此规律第 n 个数据是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (用含 n 的式子表示).

15. (3分) 已知 $\odot O$ 的直径 $AB = 2$, 过点 A 的两条弦 $AC = \sqrt{2}$, $AD = \sqrt{3}$, 则 $\angle CBD = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 有 $A(1, 2)$, $B(3, 3)$ 两点, 现另取一点 $C(a,$

1), 当 $a =$ _____ 时, $AC+BC$ 的值最小.

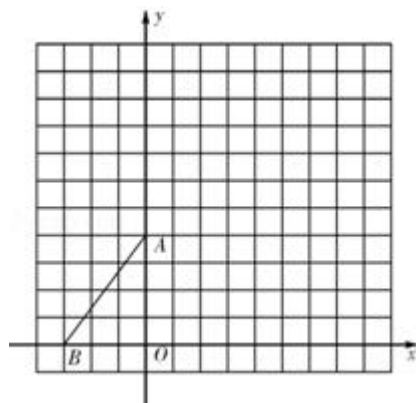


三、解答题 (17、18、19 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

17. (8 分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{1}{a-1}) \div \frac{a^2-4a+4}{a^2-a}$, 其中 $a = 2 + \sqrt{2}$.

18. (8 分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle AOB$ 为直角三角形, $A(0, 4)$, $B(-3, 0)$. 按要求解答下列问题:

- (1) 在平面直角坐标系中, 先将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 向上平移 6 个单位, 再向右平移 3 个单位, 画出平移后的 $\text{Rt}\triangle A_1O_1B_1$;
- (2) 在平面直角坐标系中, 将 $\text{Rt}\triangle A_1O_1B_1$ 绕点 O_1 顺时针旋转 90° , 画出旋转后的 $\text{Rt}\triangle A_2O_1B_2$;
- (3) 用点 A_1 旋转到点 A_2 所经过的路径与 O_1A_1 、 O_1A_2 围成的扇形做成一个圆锥的侧面, 求这个圆锥的高. (保留精确值)



19. (8 分) 某文化用品商店用 2000 元购进一批学生书包, 面市后发现供不应求, 商店又购进第二批同样的书包, 所购数量是第一批购进数量的 3 倍, 但单价贵了 4 元, 结果第二批用了 6300 元.

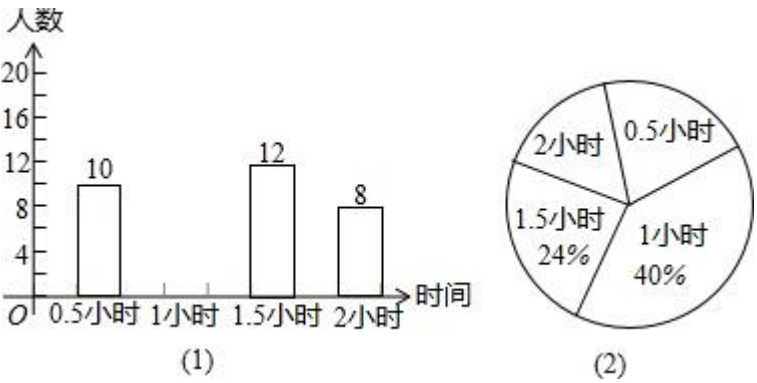
- (1) 求第一批购进书包的单价是多少元?
- (2) 若商店销售这两批书包时, 每个售价都是 120 元, 全部售出后, 商店共盈利多少元?

四、解答题 (20、21 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

20. (10 分) 为提高初中生的身体素质, 教育行政部门规定: 初中生每天参加户外活动的平均时间不少于 1 小时. 为了了解学生参加户外活动的情况, 对部分学生参加户外活动的

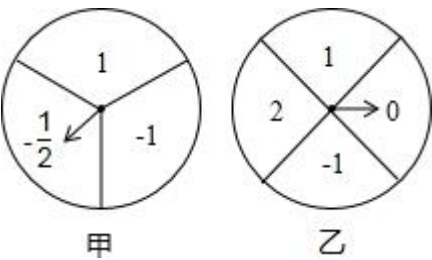
时间进行抽样调查，并将调查结果绘制成图（1）、图（2）两幅不完整的统计图，请你根据图中提供的信息解答下列问题：

- （1）这次调查共调查了_____名学生；
- （2）户外活动时间为1小时的人数为_____人，并补全图（1）；
- （3）在图（2）中表示户外活动时间0.5小时的扇形圆心角的度数是_____；
- （4）本次调查中学生参加户外活动时间的众数是_____、中位数是_____；户外活动的平均时间是否符合要求？



21.（10分）如图，甲、乙两个可以自由转动的均匀的转盘，甲转盘被分成3个面积相等的扇形，乙转盘被分成4个面积相等的扇形，每一个扇形都标有相应的数字，同时转动两个转盘，当转盘停止后，设甲转盘中指针所指区域内的数字为 m ，乙转盘中指针所指区域内的数字为 n （若指针指在边界线上时，重转一次，直到指针都指向一个区域为止）。

- （1）请你用画树状图或列表格的方法求出 $|m+n| > 1$ 的概率；
- （2）直接写出点 (m, n) 落在函数 $y = -\frac{1}{x}$ 图象上的概率。

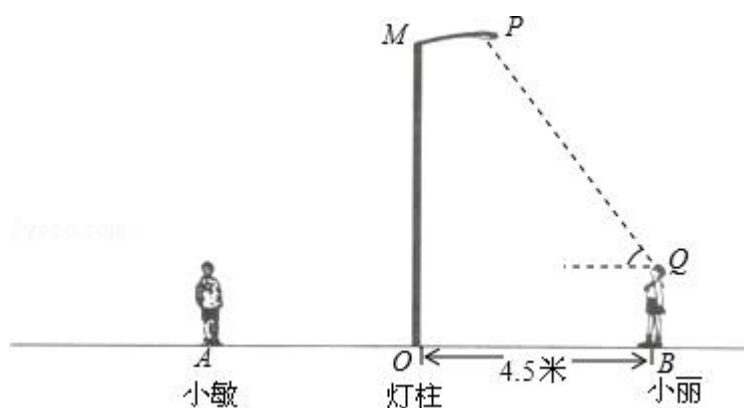


五、解答题（22 小题 8 分，23 小题 10 分，共 18 分）

22.（8分）如图所示，点 P 表示广场上的一盏照明灯。

- （1）请你在图中画出小敏在照明灯 P 照射下的影子（用线段表示）；
- （2）若小丽到灯柱 MO 的距离为 4.5 米，照明灯 P 到灯柱的距离为 1.5 米，小丽目测照明灯 P 的仰角为 55° ，她的目高 QB 为 1.6 米，试求照明灯 P 到地面的距离（结果精确到 0.1 米）。

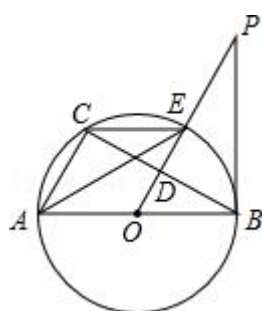
(参考数据: $\tan 55^\circ \approx 1.428$, $\sin 55^\circ \approx 0.819$, $\cos 55^\circ \approx 0.574$)



23. (12分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, PB 为 $\odot O$ 的切线, B 为切点, $OP \perp$ 弦 BC 于点 D 且交 $\odot O$ 于点 E .

(1) 求证: $\angle OPB = \angle AEC$;

(2) 若点 C 为半圆 ACB 的三等分点, 请你判断四边形 $AOEC$ 为哪种特殊四边形? 并说明理由.



六、解答题 (本题满分 12 分)

24. (12分) 某家电商场计划用 32400 元购进“家电下乡”指定产品中的电视机、冰箱、洗衣机共 15 台, 三种家电的进价和售价如下表所示:

价格		
种类	进价 (元/台)	售价 (元/台)
电视机	2 000	2 100
冰箱	2 400	2 500
洗衣机	1 600	1 700

其中购进电视机的数量和冰箱的数量相同, 洗衣机数量不大于电视机数量的一半. 国家规定: 农民购买家电后, 可根据商场售价的 13% 领取补贴. 设购进电视机的台数为 x 台, 三种家电国家财政共需补贴农民 y 元.

(1) 求出 y 与 x 之间的函数关系;

(2) 在不超出现有资金的前提下, 商场有哪几种进货方案?

(3) 在 (2) 的条件下, 如果这 15 台家电全部销售给农民, 国家财政最多需补贴农民多少元?

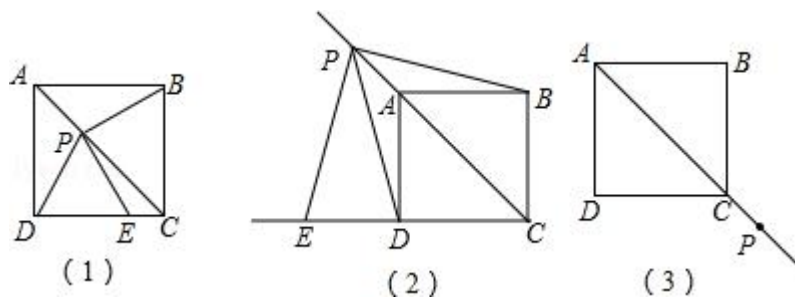
七、解答题 (本题满分 12 分)

25. (12 分) 已知正方形 $ABCD$, 点 P 是对角线 AC 所在直线上的动点, 点 E 在 DC 边所在直线上, 且随着点 P 的运动而运动, $PE = PD$ 总成立.

(1) 如图 (1), 当点 P 在对角线 AC 上时, 请你通过测量、观察, 猜想 PE 与 PB 有怎样的关系? (直接写出结论不必证明);

(2) 如图 (2), 当点 P 运动到 CA 的延长线上时, (1) 中猜想的结论是否成立? 如果成立, 请给出证明; 如果不成立, 请说明理由;

(3) 如图 (3), 当点 P 运动到 CA 的反向延长线上时, 请你利用图 (3) 画出满足条件的图形, 并判断此时 PE 与 PB 有怎样的关系? (直接写出结论不必证明)



八、解答题 (本题满分 14 分)

26. (14 分) 如图 (1), 直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 B 、点 C , 经过 B 、 C 两点的抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴的另一个交点为 A , 顶点为 P .

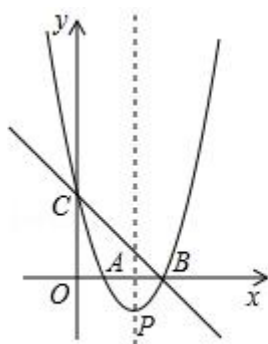
(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 在该抛物线的对称轴上是否存在点 M , 使以 C 、 P 、 M 为顶点的三角形为等腰三角形? 若存在, 请直接写出所有符合条件的点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

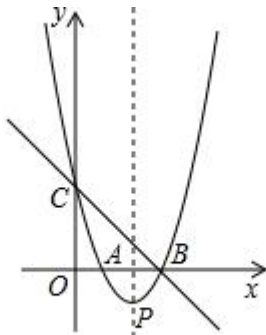
(3) 连接 AC , 在 x 轴上是否存在点 Q , 使以 P 、 B 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 请求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(4) 当 $0 < x < 3$ 时, 在抛物线上求一点 E , 使 $\triangle CBE$ 的面积有最大值.

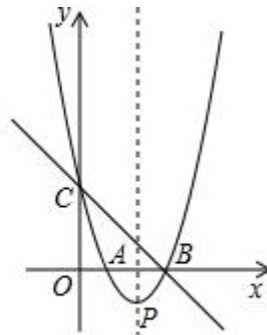
(图 (2)、图 (3) 供画图探究)



(1)



(2)



(3)

2011 年辽宁省营口市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：既是中心对称图形又是轴对称图形的只有 A . 故选： A .

【点评】掌握好中心对称与轴对称的概念.

轴对称的关键是寻找对称轴，两边图象沿对称轴折叠后可重合，中心对称是要寻找对称中心，图形旋转 180 度后与原图重合.

2. 【分析】在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示.

【解答】解：“正”和“负”相对，由零上 13°C 记作 $+13^{\circ}\text{C}$ ，则零下 2°C 可记作 -2°C .

故选： D .

【点评】解题关键是理解“正”和“负”的相对性，确定一对具有相反意义的量.

3. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解： $148\,000\,000 = 1.48 \times 10^8$ 平方千米.

故选： C .

【点评】用科学记数法表示数，一定要注意 a 的形式，以及指数 n 的确定方法.

4. 【分析】根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念和绝对值的定义可正确解答.

【解答】解：因为数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值，

因为 a 是实数，

所以 $|a| \geq 0$.

故选： A .

【点评】用到的知识点为：必然事件指在一定条件下一定发生的事件.

5. 【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形.

【解答】解： A 、正三棱柱三视图分别为长方形，长方形，三角形，错误；

B 、三棱锥的三视图分别为三角形，三角形，三角形及中心与顶点的连线，错误；

C 、圆柱的三视图分别为长方形，长方形，圆，错误；

D 、圆锥的三视图分别为三角形，三角形，圆，正确.

故选：D.

【点评】本题考查了由几何体的三种视图判断出几何体的形状，应从所给几何体入手分析.

6. 【分析】本题考查动点函数图象的问题.

【解答】解：由图中可知：在开始的时候，阴影部分的面积最大，可以排除B，C. 随着圆的穿行开始，阴影部分的面积开始减小，当圆完全进入正方形时，阴影部分的面积开始不再变化. 应排除D.

故选：A.

【点评】本题应首先看清横轴和纵轴表示的量，然后根据实际情况采用排除法求解.

7. 【分析】对于此类问题，学生只要亲自动手操作，答案就会很直观地呈现.

【解答】解：严格按照图中的顺序向下对折，向右对折，向右下角对折，从右下角剪去一个三角形，展开得到结论.

故选：C.

【点评】本题主要考查学生的动手能力及空间想象能力.

8. 【分析】作 $CD \perp AB$ 于点 D . 根据三角函数求 CD 的长，与圆的半径比较，作出判断.

【解答】解：作 $CD \perp AB$ 于点 D .

$$\because \angle B = 30^\circ, \quad BC = 4\text{cm},$$

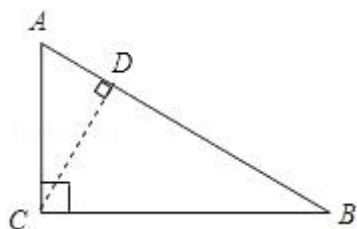
$$\therefore CD = \frac{1}{2}BC = 2\text{cm},$$

即 CD 等于圆的半径.

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore AB \text{ 与 } \odot C \text{ 相切}.$$

故选：B.



【点评】此题考查直线与圆的位置关系的判定方法. 通常根据圆的半径 R 与圆心到直线的距离 d 的大小判断：

当 $R > d$ 时，直线与圆相交；当 $R = d$ 时，直线与圆相切；当 $R < d$ 时，直线与圆相离.

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9. 【分析】先将二次根式化为最简，然后合并同类二次根式即可得出答案.

【解答】解： $\sqrt{18}-\sqrt{2}$

$$= 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2}.$$

故答案为： $2\sqrt{2}$.

【点评】本题考查二次根式的减法运算，难度不大，注意先将二次根式化为最简是关键.

10. 【分析】设该药品平均每次降价的百分率为 x ，根据降价后的价格 = 降价前的价格 $(1 - \text{降价的百分率})$ ，则第一次降价后的价格是 $100(1 - x)$ ，第二次后的价格是 $100(1 - x)^2$ ，据此即可列方程求解.

【解答】解：设平均每次减价率是 x ，根据题意得

$$100(1 - x)^2 = 81,$$

解之，得 $x_1 = 1.9$ （舍去）， $x_2 = 0.1$.

即平均每次降价率是 10%.

【点评】本题需仔细分析题意，利用一元二次方程解决问题，但应注意解的取舍.

11. 【分析】先求出样本平均数，然后乘以总数 100 即可.

【解答】解：从中任选 5 条平均质量为 $\frac{1.3+1.6+1.3+1.5+1.3}{5} = 1.4\text{kg}$ ，则这 100 条鱼

的总质量约为 140kg .

故答案为 140.

【点评】本题考查的是通过样本去估计总体，只需将样本“成比例地放大”为总体即可.

12. 【分析】根据函数当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大可以判断 k 的符号，然后解方程求得 k 的值即可.

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中， k 值满足方程 $k^2 - k - 2 = 0$,

$\therefore$ 解方程得 $k = 2$ 或 $k = -1$,

$\because$ 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，

$\therefore k < 0$,

$\therefore k = -1$.

故答案为 -1 .

【点评】本题考查了反比例函数的性质及解一元二次方程的知识，比较简单，属于基础

题.

13. 【分析】首先过 D 作 $DM \perp CB$, 证明四边形 $AEMD$ 是平行四边形, 可得 $AD = EM$, 进而得到 $(BE+MC): AD = 1: 1$, 再证明 $BE = CM$, 可得到 $BE: AD = 1: 2$, 最后证明 $\triangle ADF \sim \triangle EBF$, 可根据面积之比等于对应边 AD, BE 之比的平方, 即可得到答案.

【解答】解: 过 D 作 $DM \perp CB$,

$$\because AE \perp BC,$$

$$\therefore AE \parallel DM,$$

$$\because AD \parallel EM,$$

$\therefore$ 四边形 $AEMD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = EM,$$

$$\because AD: BC = 1: 2,$$

$$\therefore (BE+MC): AD = 1: 1,$$

$$\because AB = CD, AE = DM,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle DCM,$$

$$\therefore BE = CM,$$

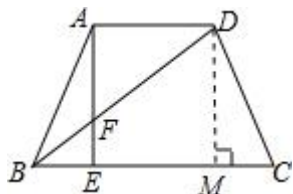
$$\therefore BE: AD = 1: 2,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle EBF,$$

$$\because \triangle BFE \text{ 的面积与 } \triangle DFA \text{ 的面积之比为 } 1: 4,$$

故答案为: $1: 4$.



【点评】此题主要考查了相似三角形的判定, 全等三角形的判定与性质, 以及平行四边形的判定与性质, 综合性较强, 但是难度不大, 关键是证明 $BE: AD = 1: 2$.

14. 【分析】首先观察分母上的数字规律, 再观察分子上的数字规律, 把二者合起来即可.

【解答】解: 首先观察发现分母上的: $3, 5, 7, 9, \dots$ 的规律是: $2n+1$,

再观察发现分子上的规律是: x^{2n-1} ,

$$\therefore \text{依照此规律第 } n \text{ 个数据是 } \frac{x^{2n-1}}{2n+1}.$$

故答案为: $\frac{x^{2n-1}}{2n+1}$.

【点评】此题主要考查了数字的变化类,关键是分别找出分子分母的数字变化规律.

15. 【分析】分两条弦在直径 AB 的同侧和异侧两种情况讨论即可求解.

【解答】解: $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ.$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle ACB = 90^\circ$, $AB = 2$, $AC = \sqrt{2}$,

$$\therefore \sin \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \therefore \angle ABC = 45^\circ;$$

在 $\triangle ABD$ 中, $\because \angle ADB = 90^\circ$, $AB = 2$, $AD = \sqrt{3}$,

$$\therefore \sin \angle ABD = \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \angle ABD = 60^\circ.$$

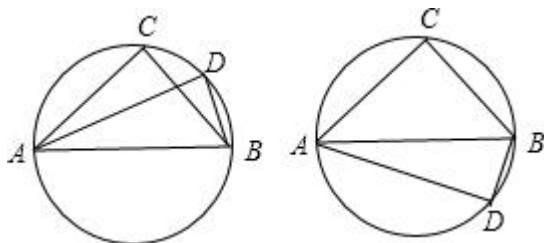
分两种情况:

①当两条弦 AC 与 AD 在直径 AB 的同侧时, $\angle CBD = \angle ABD - \angle ABC = 15^\circ$;

②当两条弦 AC 与 AD 在直径 AB 的异侧时, $\angle CBD = \angle ABD + \angle ABC = 105^\circ$.

综上所述 $\angle CBD = 15^\circ$ 或 105° .

故答案为 15° 或 105° .



【点评】本题考查了解直角三角形及圆周角定理,难度中等,能够考虑到两条弦 AC 、 AD 与直径 AB 的位置关系,从而进行分类讨论是解决本题的关键.

16. 【分析】先作出点 A 关于 $y = 1$ 的对称点 A' ,再连接 $A'B$,求出直线 $A'B$ 的函数解析式,再把 $y = 1$ 代入即可得.

【解答】解:设直线 $A'B$ 的函数解析式为: $y = kx + b$,

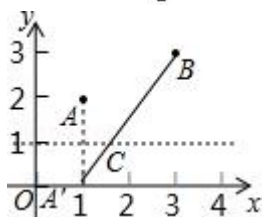
作点 A 关于 $y = 1$ 的对称点 $A'(1, 0)$,连接 $A'B$ 交 $y = 1$ 于 C ,

$$\therefore \begin{cases} k+b=0 \\ 3k+b=3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{3}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \end{cases},$$

∴ 直线 $A'B$ 的函数解析式为: $y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$, 把 C 的坐标 $(a, 1)$ 代入解析式可得, $a = \frac{5}{3}$.

故答案为: $\frac{5}{3}$.



【点评】 此题主要考查了轴对称——最短路线问题, 综合运用了一次函数的知识.

三、解答题 (17、18、19 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

17. **【分析】** 根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子, 然后将 a 的值代入化简后的式子即可解答本题.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \left(1 - \frac{1}{a-1}\right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - a} \\ &= \frac{a-1-1}{a-1} \cdot \frac{(a-2)^2}{a(a-1)} \\ &= \frac{a-2}{a-1} \cdot \frac{a(a-1)}{(a-2)^2} \\ &= \frac{a}{a-2}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } a = 2 + \sqrt{2} \text{ 时, 原式} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2} - 2} = \sqrt{2} + 1.$$

【点评】 本题考查分式的化简求值, 解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

18. **【分析】** (1) 沿 x 轴正方向平移 3 个单位, 再沿 y 轴负方向平移 1 个单位意思是向右平移 3 个单位, 再向下平移 1 个单位, 找到 $\triangle A_1O_1B_1$ 三个顶点的位置, 连接各点即可;

(2) 由 $\triangle A_1O_1B_1$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle A_2O_1B_2$ 可得 $O_1A_1 \perp O_1A_2$, $O_1B_1 \perp O_1B_2$, $A_1B_1 \perp A_2B_2$, $O_1A_1 = O_1A_2$, $O_1B_1 = O_1B_2$, $A_1B_1 = A_2B_2$, 故可画出 $\triangle A_2O_1B_2$ 的图形;

(3) 根据扇形弧长等于圆锥底面圆周长, 求出底面圆的半径, 再利用母线求出圆锥的高.

【解答】 (1) 如图正确画出 $\text{Rt}\triangle A_1O_1B_1$. (2 分)

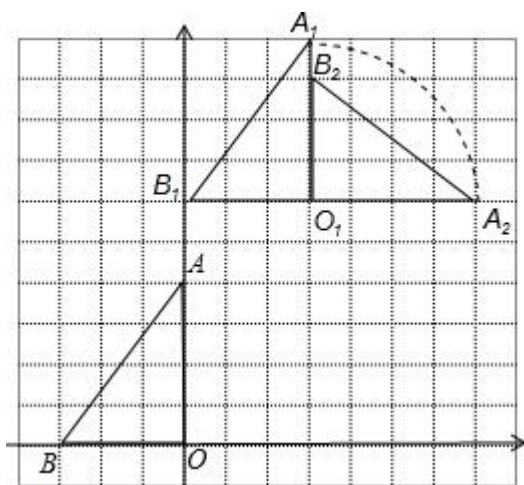
(2) 如图正确画出 $\text{Rt}\triangle A_2O_1B_2$. (4 分)

$$(3) \because \widehat{A_1A_2} = \frac{90\pi \times 4}{180} = 2\pi. \quad (6 \text{ 分})$$

∴ 圆锥底面圆周长为 2π .

$$\therefore \text{圆锥底面圆半径 } r = \frac{2\pi}{2\pi} = 1. \quad (7 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{圆锥的高 } h = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}. \quad (8 \text{ 分})$$



【点评】 此题主要考查了圆锥的侧面展开图以及图象的平移与旋转，根据对应点的变化就是图形的变化是解题关键．

19. **【分析】** (1) 求的是单价，总价明显，一定是根据数量来列等量关系．本题的关键描述语是：“数量是第一批购进数量的 3 倍”；等量关系为：6300 元购买的数量 = 2000 元购买的数量 $\times 3$ ．

(2) 盈利 = 总售价 - 总进价．

【解答】 解：(1) 设第一批购进书包的单价是 x 元．第二批供应书包单价 $(x+4)$ 元

$$\text{则：} \frac{2000}{x} \times 3 = \frac{6300}{x+4}.$$

解得： $x = 80$ ．

经检验： $x = 80$ 是原方程的根．

答：第一批购进书包的单价是 80 元．

$$(2) \frac{2000}{80} \times (120 - 80) + \frac{6300}{84} \times (120 - 84) = 3700 \text{ (元)}.$$

答：商店共盈利 3700 元．

【点评】 应用题中一般有三个量，求一个量，明显的有一个量，一定是根据另一量来列等量关系的．本题考查分式方程的应用，分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键．

四、解答题 (20、21 小题，每小题 10 分，共 20 分)

20. 【分析】(1) 由总数 = 某组频数 ÷ 频率计算；

(2) 户外活动时间为 1 小时的人数 = 总数 × 40%，再画图即可；

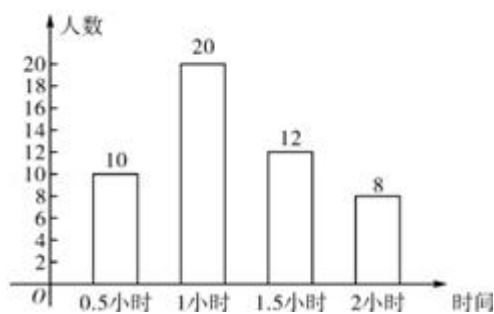
(3) 扇形圆心角的度数 = $360 \times$ 比例；

(4) 根据中位数与众数的定义解答即可，然后计算出平均时间后分析即可解答.

【解答】解：(1) 调查人数 = $12 \div 24\% = 50$ (人)；

(2) 户外活动时间为 1 小时的人数 = $50 \times 40\% = 20$ (人)；

补全的图 (1) 如图所示：



(3) 表示户外活动时间 0.5 小时的扇形圆心角的度数 = $\frac{10}{50} \times 360^\circ = 72^\circ$ ；

(4) 户外活动的平均时间 = $\frac{10 \times 0.5 + 20 \times 1 + 12 \times 1.5 + 8 \times 2}{50} = 1.18$ (小时),

$\because 1.18 > 1$,

$\therefore$ 平均活动时间符合上级要求；

户外活动时间的众数和中位数均为 1 小时.

故答案为：50，20， 72° ，1 小时，1 小时.

【点评】本题考查读频条形统计图与扇形统计图的能力和利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

21. 【分析】(1) 根据题意列表，然后根据列表求得所有可能的结果与 $|m+n| > 1$ 的情况，根据概率公式求解即可.

(2) 根据 (1) 中的表格，即可求得点 (m, n) 落在函数 $y = -\frac{1}{x}$ 图象上的情况，由概率公式即可求得答案.

【解答】解：（1）表格如下：

转盘乙				
转盘甲	- 1	0	1	2
- 1	(- 1, - 1)	(- 1, 0)	(- 1, 1)	(- 1, 2)
$-\frac{1}{2}$	($-\frac{1}{2}$, - 1)	($-\frac{1}{2}$, 0)	($-\frac{1}{2}$, 1)	($-\frac{1}{2}$, 2)
1	(1, - 1)	(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)

（6分）

由表格可知，所有等可能的结果有 12 种，其中 $|m+n| > 1$ 的情况有 5 种，（7分）

所以 $|m+n| > 1$ 的概率为 $P_1 = \frac{5}{12}$ ；（8分）

（2）点 (m, n) 在函数 $y = -\frac{1}{x}$ 上的概率为 $P_2 = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. （10分）

【点评】此题为反比例函数与概率的综合，考查的是用列表法求概率．列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．反比例函数上的点的横纵坐标的积为反比例函数的比例系数．第二象限点的符号为 $(-, +)$.

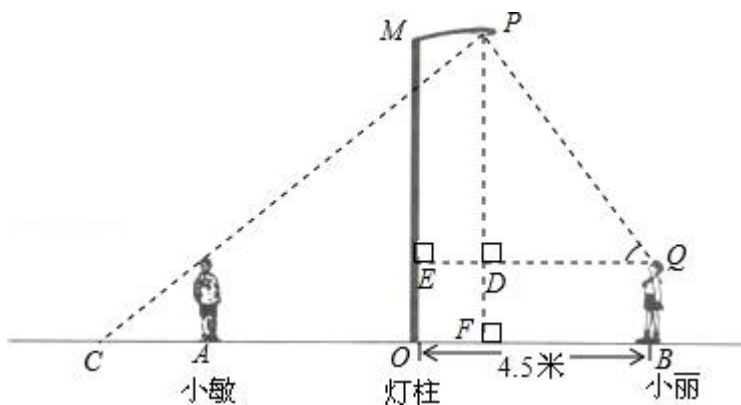
五、解答题（22 小题 8 分，23 小题 10 分，共 18 分）

22. 【分析】（1）第一问作图相对简单，直接连接 P 点和小敏头顶，延长线和地面交点 C 和 A 的连线即为影子；

（2）第二问．过点 Q 作 $QE \perp MO$ 于 E ，过点 P 作 $PF \perp AB$ 于 F ，交 EQ 于点 D ，要求 P 到地面的距离，由题可知，只需求出 PD 即可，而在三角形 PDQ 中， 55° 角的邻边数值已知，求对边，可用正切便可求出 $PD = 3 \tan 55^\circ \approx 4.3$ （米），再加上眼睛高度 1.6，便可求出照明灯到地面的距离为 5.9 米．

【解答】解：（1）如图线段 AC 是小敏的影子；

（2）过点 Q 作 $QE \perp MO$ 于 E ，



过点 P 作 $PF \perp AB$ 于 F ，交 EQ 于点 D ，

则 $PF \perp EQ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle PDQ$ 中， $\angle PQD = 55^\circ$ ，

$$DQ = EQ - ED$$

$$= 4.5 - 1.5$$

$$= 3 \text{ (米)},$$

$$\because \tan 55^\circ = \frac{PD}{DQ},$$

$$\therefore PD = 3 \tan 55^\circ \approx 4.3 \text{ (米)},$$

$$\because DF = QB = 1.6 \text{ 米},$$

$$\therefore PF = PD + DF = 4.3 + 1.6 = 5.9 \text{ (米)}$$

答：照明灯到地面的距离为 5.9 米。

【点评】 解此题的关键是把实际问题转化为数学问题，只要把实际问题抽象到解直角三角形中，利用三角函数即可解答。

23. **【分析】** (1) 根据题意得 $PB \perp AB$ ，则 $\angle OPB + \angle POB = 90^\circ$ 。再由 $OP \perp BC$ ，得 $\angle ABC + \angle POB = 90^\circ$ 。即可得出 $\angle ABC = \angle OPB$ 。又 $\angle AEC = \angle ABC$ ，得 $\angle OPB = \angle AEC$ ；

(2) 四边形 $AOEC$ 是菱形。有两种解法：根据题意得出 $\overline{CE} = \overline{BE}$ 。再由 C 为半圆 $\overline{ACB}$ 的三等分点，得 $\overline{AC} = \overline{CE} = \overline{BE}$ 。即 $\angle ABC = \angle ECB$ 。从而得出 $AB \parallel CE$ ， $AC \perp BC$ ， $AC \parallel OE$ ，四边形 $AOEC$ 是平行四边形。又 $OA = OE$ ，从而得出四边形 $AOEC$ 是菱形。

【解答】 (1) 证明： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， PB 为 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore PB \perp AB.$$

$$\therefore \angle OPB + \angle POB = 90^\circ.$$

$$\because OP \perp BC,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle POB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC = \angle OPB.$$

$$\text{又 } \angle AEC = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle OPB = \angle AEC.$$

(2) 解: 四边形 $AOEC$ 是菱形.

证法一: $\because OP \perp$ 弦 BC 于点 D 且交 $\odot O$ 于点 E ,

$$\therefore \overline{CE} = \overline{BE}.$$

$\because C$ 为半圆 $\overline{ACB}$ 的三等分点,

$$\therefore \overline{AC} = \overline{CE} = \overline{BE}.$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ECB.$$

$$\therefore AB \parallel CE.$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore AC \perp BC.$$

又 $OP \perp$ 弦 BC 于点 D 且交 $\odot O$ 于点 E ,

$$\therefore AC \parallel OE.$$

$\therefore$ 四边形 $AOEC$ 是平行四边形.

又 $OA = OE$,

$\therefore$ 四边形 $AOEC$ 是菱形.

证法二: 连接 OC .

$\because C$ 为半圆 $\overline{ACB}$ 的三等分点,

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC = \angle AEC = \angle OPB = 30^\circ.$$

由 (1), 得 $\angle POB = 90^\circ - \angle OPB = 60^\circ$.

$$\therefore \angle ECB = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ECB = 30^\circ.$$

$$\therefore AB \parallel CE.$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore AC \perp BC.$$

又 $OP \perp$ 弦 BC 于点 D 且交 $\odot O$ 于点 E ,

(3) 由(1)得到 $y = 156x + 3313$, 根据一次函数的性质得到当 $x = 7$ 时 y 最大, 然后把 $x = 7$ 代入计算即可.

【解答】解: (1) 设购进电视机 x 台, 则购进冰箱 x 台, 洗衣机 $(15 - 2x)$ 台, 根据题意得, $y = 2100x \cdot 13\% + 2500x \cdot 13\% + 1700(15 - 2x) \cdot 13\% = 156x + 3315$;

(2) 根据题得,
$$\begin{cases} 15 - 2x \leq \frac{1}{2}x \\ 2000x + 2400x + 1600(15 - 2x) \leq 32400 \end{cases},$$

解不等式组得 $6 \leq x \leq 7$,

$\because x$ 为整数,

$\therefore x = 6$ 或 7 ,

$\therefore$ 商场有两种进货方案: 购进电视机和冰箱各 6 台, 洗衣机 3 台;

购进电视机和冰箱各 7 台, 洗衣机 1 台.

(3) $y = 156x + 3315$,

$\because k = 156 > 0$,

$\therefore$ 当 $x = 7$ 时 y 最大, $y_{\text{最大值}} = 156 \times 7 + 3315 = 4407$,

$\therefore$ 如果这 15 台家电全部销售给农民, 国家财政最多需补贴农民 4407 元.

【点评】 本题考查了一次函数的应用: 根据题意用一次函数表示两个变量的关系, 然后利用一次函数的性质解决最值问题. 也考查了一元一次不等式的解法.

七、解答题 (本题满分 12 分)

25. **【分析】** (2) 根据正方形的性质和全等三角形的判定证 $\triangle PDC \cong \triangle PBC$, 推出 $PB = PD = PE$, $\angle PDE = 180^\circ - \angle PBC = \angle PED$, 求出 $\angle PEC + \angle PBC = 180^\circ$, 求出 $\angle EPB$ 的度数即可;

(1) 和 (3) 证法与 (2) 类似.

【解答】 (1) 解: ① $PE = PB$, ② $PE \perp PB$.

(2) 解: (1) 中的结论成立.

① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, AC 为对角线,

$\therefore CD = CB$, $\angle ACD = \angle ACB$,

又 $PC = PC$,

$$\therefore \triangle PDC \cong \triangle PBC,$$

$$\therefore PD = PB,$$

$$\therefore PE = PD,$$

$$\therefore PE = PB,$$

②：由①，得 $\triangle PDC \cong \triangle PBC$ ，

$$\therefore \angle PDC = \angle PBC. (7 \text{ 分})$$

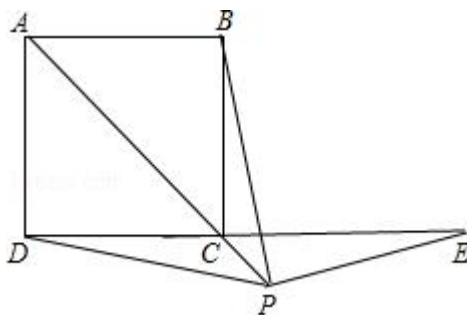
$$\text{又} \because PE = PD,$$

$$\therefore \angle PDE = \angle PED.$$

$$\therefore \angle PDE + \angle PDC = \angle PEC + \angle PBC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EPB = 360^\circ - (\angle PEC + \angle PBC + \angle DCB) = 90^\circ,$$

$$\therefore PE \perp PB.$$



(3) 解：如图所示：

结论：① $PE = PB$ ，② $PE \perp PB$ 。

【点评】 本题考查了正方形的性质，全等三角形的性质和判定，垂线等知识点，解此题的关键是求出 $PD = PB$ 和 $\angle PEC + \angle PBC = 180^\circ$ ，题目比较典型，难度适中，通过做此题培养了学生的观察能力和分析问题的能力。

八、解答题（本题满分 14 分）

26. **【分析】** (1) 把 B 、 C 的坐标代入抛物线，得出方程组，求出方程组的解即可；

(2) 求出 C 、 P 的坐标，求出 PC 的值， PC 是腰时，有 3 个点， PC 是底时，有 1 个点，根据 PC 的值求出即可；

(3) 连接 BP ，根据相似得出比例式 $\frac{BQ}{BP} = \frac{BC}{BA}$ 和 $\frac{BQ}{BP} = \frac{BC}{AB}$ ，代入求出 BQ 即可；

(4) 连接 CE 、 BE ，经过点 E 作 x 轴的垂线 FE ，交直线 BC 于点 F ，设点 $F(x, -x+3)$ ，点 $E(x, x^2 - 4x+3)$ ，推出 $EF = -x^2+3x$ ，根据 $S_{\triangle CBE} = S_{\triangle CEF} + S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}EF \cdot OB$ 代入求出即可。

【解答】解：（1）由已知，得 $B(3, 0)$, $C(0, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} 3=c \\ 0=9+3b+c \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-4 \\ c=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = x^2 - 4x + 3$;

$$(2) \because y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1,$$

$\therefore$ 对称轴为 $x = 2$, 顶点坐标为 $P(2, -1)$,

$\therefore$ 满足条件的点 M 分别为 $M_1(2, 7)$, $M_2(2, 2\sqrt{5} - 1)$, $M_3(2, \frac{3}{2})$, $M_4(2, -2\sqrt{5} - 1)$;

(3) 由 (1), 得 $A(1, 0)$,

连接 BP ,

$$\because \angle CBA = \angle ABP = 45^\circ,$$

$$\therefore \text{当 } \frac{BQ}{BP} = \frac{BC}{BA} \text{ 时, } \triangle ABC \sim \triangle PBQ,$$

$$\therefore BQ = 3.$$

$$\therefore Q_1(0, 0),$$

$$\therefore \text{当 } \frac{BQ}{BP} = \frac{BA}{BC} \text{ 时, } \triangle ABC \sim \triangle QBP,$$

$$\therefore BQ = \frac{2}{3}.$$

$$\therefore Q'(\frac{7}{3}, 0).$$

(4) 当 $0 < x < 3$ 时, 在此抛物线上任取一点 E , 连接 CE 、 BE , 经过点 E 作 x 轴的垂线 FE , 交直线 BC 于点 F ,

设点 $F(x, -x+3)$, 点 $E(x, x^2 - 4x + 3)$,

$$\therefore EF = -x^2 + 3x,$$

$$\therefore S_{\triangle CBE} = S_{\triangle CEF} + S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}EF \cdot OB,$$

$$= -\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x,$$

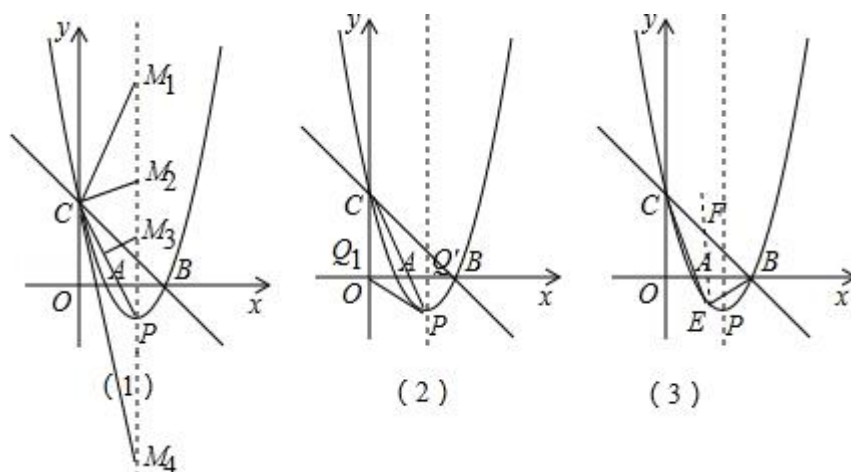
$$= -\frac{3}{2} \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{8},$$

$$\because a = -\frac{3}{2} < 0,$$

$\therefore$ 当 $x = \frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle CBE}$ 有最大值,

$$\therefore y = x^2 - 4x + 3 = -\frac{3}{4},$$

$$\therefore E \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}\right).$$



【点评】 本题综合考查了二次函数的综合, 二次函数的最值, 相似三角形的性质和判定, 等腰三角形性质, 用待定系数法求二次函数的解析式, 三角形的面积等知识点的应用, 此题难度偏大, 对学生提出较高的要求, 综合性比较强.