

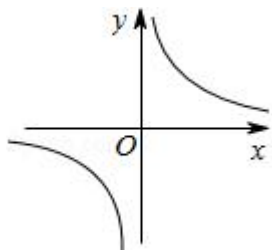
2011 年辽宁省丹东市中考数学试卷

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个答案是正确的。每小题 3 分，共 24 分）

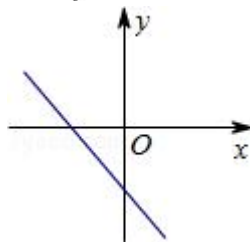
1. (3 分) 用科学记数法表示 310000，结果正确的是 ()
- A. 3.1×10^4 B. 3.1×10^5 C. 31×10^4 D. 0.31×10^6
2. (3 分) 在一个不透明的口袋中装有 10 个除颜色外均相同的小球，其中 5 个红球，3 个黑球，2 个白球，从中任意摸出一球是红球的概率是 ()
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{3}{5}$
3. (3 分) 某一时刻，身高 $1.6m$ 的小明在阳光下的影长是 $0.4m$ ，同一时刻同一地点测得某旗杆的影长是 $5m$ ，则该旗杆的高度是 ()
- A. $1.25m$ B. $10m$ C. $20m$ D. $8m$
4. (3 分) 将多项式 $x^3 - xy^2$ 分解因式，结果正确的是 ()
- A. $x(x^2 - y^2)$ B. $x(x - y)^2$
- C. $x(x + y)^2$ D. $x(x + y)(x - y)$
5. (3 分) 一个正方体的每一个面都有一个汉字，其平面展开图如图所示，那么在该正方体中和“城”字相对的字是 ()



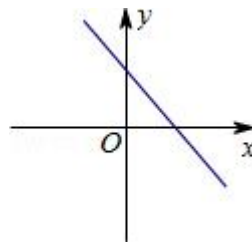
- A. 丹 B. 东 C. 创 D. 联
6. (3 分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象如图所示，则一次函数 $y = kx + k$ 的图象大致是 ()

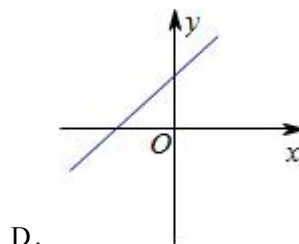
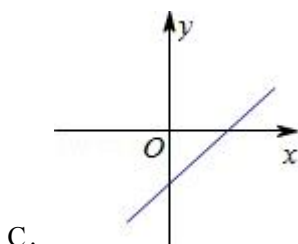


A.



B.

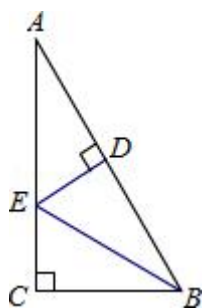




7. (3分) 如果一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的方差是 3, 则另一组数据 $x_1+5, x_2+5, \dots, x_n+5$ 的方差是 ()

- A. 3 B. 8 C. 9 D. 14

8. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle C = 90^\circ$, BE 平分 $\angle ABC$, ED 垂直平分 AB 于 D . 若 $AC = 9$, 则 AE 的值是 ()



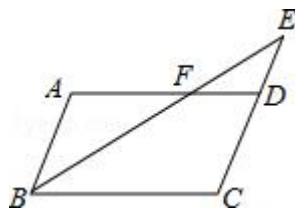
- A. $6\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. 6 D. 4

二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

10. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x \leq 4 \end{cases}$ 的整数解是_____.

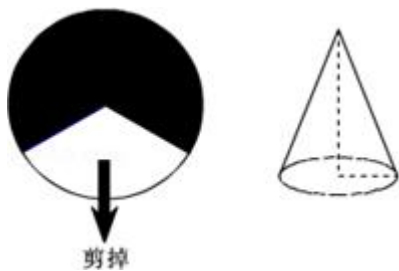
11. (3分) 已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 则图中相似的三角形有_____对.



12. (3分) 按一定规律排列的一列数, 依次为 1, 4, 7, $\dots$, 则第 n 个数是_____.

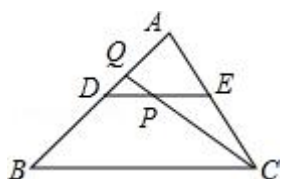
13. (3分) 一组数据: 12, 13, 15, 14, 16, 18, 19, 14. 则这组数据的极差是_____.

14. (3分) 如图, 将半径为 3cm 的圆形纸片剪掉三分之一, 余下部分围成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的高是_____.



15. (3分) 已知: 线段 $AB = 3.5\text{cm}$, $\odot A$ 和 $\odot B$ 的半径分别是 1.5cm 和 4cm , 则 $\odot A$ 和 $\odot B$ 的位置关系是_____.

16. (3分) 已知: 如图, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 点 P 是 DE 的中点, CP 的延长线交 AB 于点 Q , 那么 $S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle ABC} =$ _____.



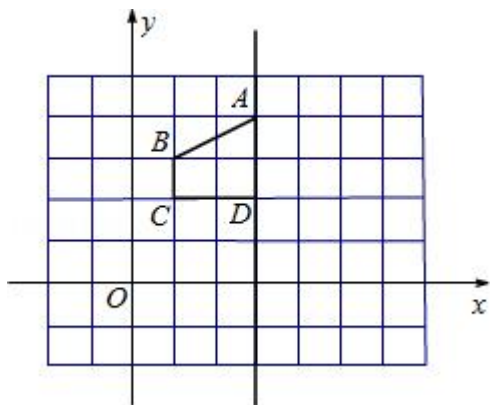
三、解答题 (共 10 小题, 满分 102 分)

17. (8分) 计算: $|2^{-2}| + 4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^0$.

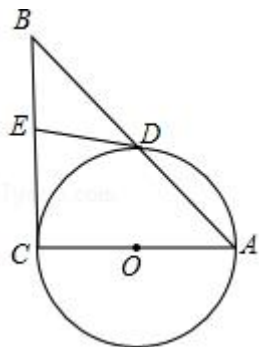
18. (8分) 每个小方格都是边长为 1 个单位长度的小正方形, 梯形 $ABCD$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示.

(1) 在平面直角坐标系中画出梯形 $ABCD$ 关于直线 AD 的轴对称图形 AB_1C_1D ;

(2) 点 P 是 y 轴上一个动点, 请直接写出所有满足 $\triangle POA$ 是等腰三角形的动点 P 的坐标.



19. (10分) 某学校为了了解学生每周在饮料方面的花费情况进行了抽样调查, 调查结果制成了条形统计图和扇形统计图. 请你结合图中信息完成下列问题:



23. (10 分) 某文具店老板第一次用 1000 元购进一批文具, 很快销售完毕; 第二次购进时发现每件文具进价比第一次上涨了 2.5 元. 老板用 2500 元购进了第二批文具, 所购进文具的数量是第一次购进数量的 2 倍, 同样很快销售完毕. 两批文具的售价均为每件 15 元.

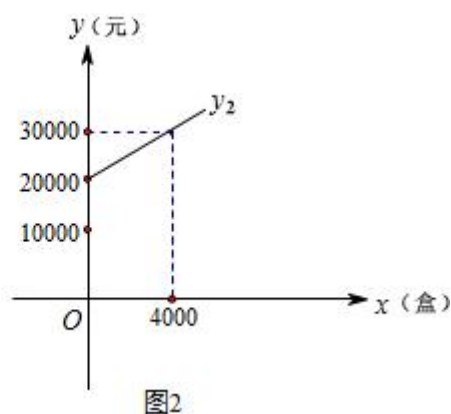
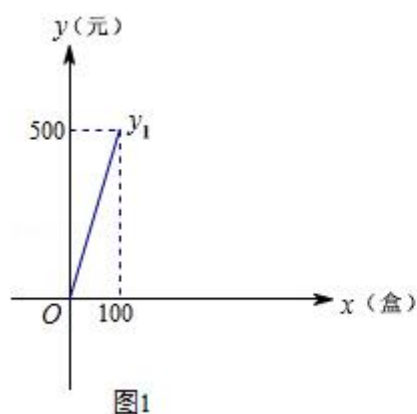
- (1) 问第二次购进了多少件文具?
- (2) 文具店老板在这两笔生意中共盈利多少元?

24. (10 分) 某食品加工厂需要一批食品包装盒, 供应这种包装盒有两种方案可供选择:

方案一: 从包装盒加工厂直接购买, 购买所需的费 y_1 与包装盒数 x 满足如图 1 所示的函数关系.

方案二: 租赁机器自己加工, 所需费用 y_2 (包括租赁机器的费用和生产包装盒的费用) 与包装盒数 x 满足如图 2 所示的函数关系. 根据图象回答下列问题:

- (1) 方案一中每个包装盒的价格是多少元?
- (2) 方案二中租赁机器的费用是多少元? 生产一个包装盒的费用是多少元?
- (3) 请分别求出 y_1 、 y_2 与 x 的函数关系式.
- (4) 如果你是决策者, 你认为应该选择哪种方案更省钱? 并说明理由.



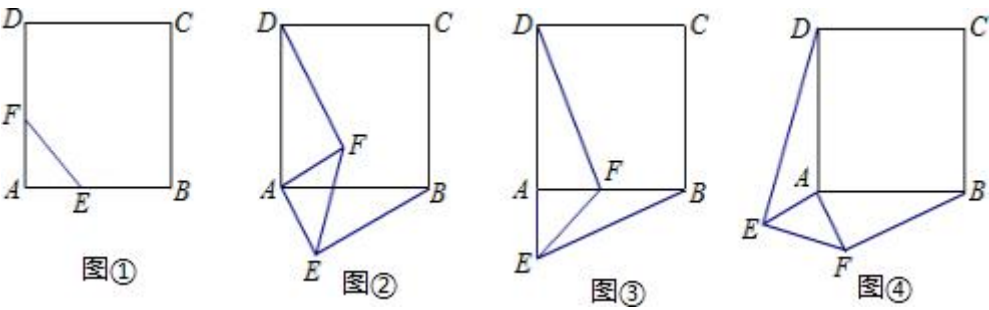
25. (12 分) 已知: 正方形 $ABCD$.

- (1) 如图 1, 点 E 、点 F 分别在边 AB 和 AD 上, 且 $AE = AF$. 此时, 线段 BE 、 DF 的数量关系和位置关系分别是什么? 请直接写出结论.

(2) 如图 2, 等腰直角三角形 FAE 绕直角顶点 A 顺时针旋转 $\angle \alpha$, 当 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时, 连接 BE 、 DF , 此时 (1) 中的结论是否成立, 如果成立, 请证明; 如果不成立, 请说明理由.

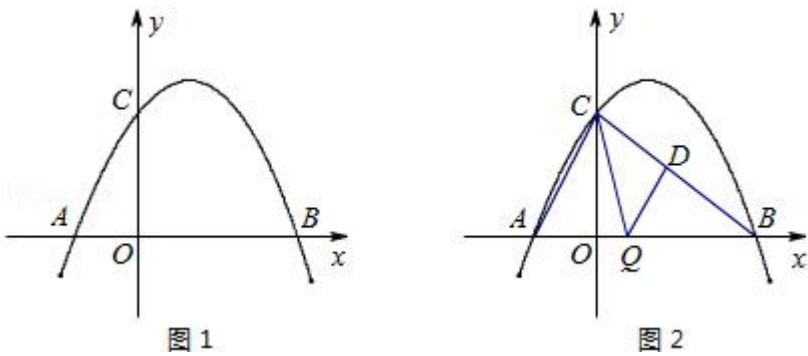
(3) 如图 3, 等腰直角三角形 FAE 绕直角顶点 A 顺时针旋转 $\angle \alpha$, 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 连接 BE 、 DF , 猜想 AE 与 AD 满足什么数量关系时, 直线 DF 垂直平分 BE . 请直接写出结论.

(4) 如图 4, 等腰直角三角形 FAE 绕直角顶点 A 顺时针旋转 $\angle \alpha$, 当 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, 连接 BD 、 DE 、 EF 、 FB 得到四边形 $BDEF$, 则顺次连接四边形 $BDEF$ 各边中点所组成的四边形是什么特殊四边形? 请直接写出结论.



26. (14 分) 已知: 二次函数 $y = ax^2 + bx + 6$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 点 A 、点 B 的横坐标是一元二次方程 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 的两个根.

- (1) 请直接写出点 A 、点 B 的坐标.
- (2) 请求出该二次函数表达式及对称轴和顶点坐标.
- (3) 如图 1, 在二次函数对称轴上是否存在点 P , 使 $\triangle APC$ 的周长最小, 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.
- (4) 如图 2, 连接 AC 、 BC , 点 Q 是线段 OB 上一个动点 (点 Q 不与点 O 、 B 重合). 过点 Q 作 $QD \parallel AC$ 交 BC 于点 D , 设 Q 点坐标 $(m, 0)$, 当 $\triangle CDQ$ 面积 S 最大时, 求 m 的值.



2011 年辽宁省丹东市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（下列各题的备选答案中，只有一个答案是正确的。每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数．

【解答】解：用科学记数法表示数 310 000 为 3.1×10^5 ．

故选：B．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2. 【分析】先求出袋子中球的总个数及红球的个数，再根据概率公式解答即可．

【解答】解：在一个不透明的口袋中装有 10 个除颜色外均相同的小球，其中 5 个红球，从中任意摸出一球是红球的概率是 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ．

故选：B．

【点评】本题考查的是随机事件概率的求法．如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ ．

3. 【分析】设该旗杆的高度为 xm ，根据三角形相似的性质得到同一时刻同一地点物体的高度与其影长的比相等，即有 $1.6 : 0.4 = x : 5$ ，然后解方程即可．

【解答】解：设该旗杆的高度为 xm ，根据题意得， $1.6 : 0.4 = x : 5$ ，

解得 $x = 20 (m)$ ．

即该旗杆的高度是 $20m$ ．

故选：C．

【点评】本题考查了三角形相似的性质：相似三角形对应边的比相等．

4. 【分析】先提取公因式 x ，再根据平方差公式进行二次分解．平方差公式： $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ ．

【解答】解： $x^3 - xy^2 = x(x^2 - y^2) = x(x + y)(x - y)$ ，

故选：D．

【点评】本题考查了提公因式法，公式法分解因式，提取公因式后利用平方差公式进行二次分解，注意分解要彻底．

5. 【分析】利用正方体及其表面展开图的特点解题. 方法比较灵活可让“城”字面不动, 分别把各个面围绕该面折成正方体, 这需要空间想象能力, 如果想象不出就动手操作, 或者拿手边的正方体展成该形状观察.

【解答】解: 这是一个正方体的平面展开图, 共有六个面, 其中面“城”与面“创”相对, 面“丹”与面“四”相对, 面“东”与面“联”相对.

故选: C.

【点评】本题考查生活中的立体图形与平面图形, 注意正方体的空间图形, 从相对面入手, 分析及解答问题.

6. 【分析】根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象所在的象限确定 $k > 0$. 然后根据 $k > 0$ 确定一次函数 $y = kx + k$ 的图象的单调性及与 y 轴的交点的大体位置, 从而确定该一次函数图象所经过的象限.

【解答】解: 根据图示知, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象位于第一、三象限,

$\therefore k > 0$,

$\therefore$ 一次函数 $y = kx + k$ 的图象与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴, 且该一次函数在定义域内是增函数,

$\therefore$ 一次函数 $y = kx + k$ 的图象经过第一、二、三象限;

故选: D.

【点评】本题考查了反比例函数、一次函数的图象. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象是双曲线, 当 $k > 0$ 时, 它的两个分支分别位于第一、三象限; 当 $k < 0$ 时, 它的两个分支分别位于第二、四象限.

7. 【分析】根据题意得: 数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数设为 a , 则数据 $x_1+5, x_2+5, \dots, x_n+5$ 的平均数为 $a+5$, 在根据方差公式进行计算: $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ 即可得到答案.

【解答】解: 根据题意得: 数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数设为 a , 则数据 $x_1+5, x_2+5, \dots, x_n+5$ 的平均数为 $a+5$,

根据方差公式: $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \dots + (x_n - a)^2] = 3$.

则: $S^2 = \frac{1}{n}\{[(x_1+5) - (a+5)]^2 + [(x_2+5) - (a+5)]^2 + \dots + [(x_n+5) - (a+5)]^2\}$,

$$= \frac{1}{n} [(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \cdots + (x_n - a)^2],$$

$$= 3.$$

故选：A.

【点评】此题主要考查了方差公式的运用，关键是根据题意得到平均数的变化，再正确运用方差公式进行计算即可.

8. 【分析】由角平分线的定义得到 $\angle CBE = \angle ABE$ ，再根据线段的垂直平分线的性质得到 $EA = EB$ ，则 $\angle A = \angle ABE$ ，可得 $\angle CBE = 30^\circ$ ，根据含 30° 度的直角三角形三边的关系得到 $BE = 2EC$ ，即 $AE = 2EC$ ，由 $AE + EC = AC = 9$ ，即可求出 AC .

【解答】解： $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle CBE = \angle ABE,$$

$\because ED$ 垂直平分 AB 于 D ,

$$\therefore EA = EB,$$

$$\therefore \angle A = \angle ABE,$$

$$\therefore \angle CBE = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 2EC, \text{ 即 } AE = 2EC,$$

而 $AE + EC = AC = 9$,

$$\therefore AE = 6.$$

故选：C.

【点评】本题考查了线段的垂直平分线的性质：线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等.

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

9. 【分析】求函数自变量的取值范围，就是求函数解析式有意义的条件，分式有意义的条件是：分母不为 0.

【解答】解：要使分式有意义，即： $x - 2 \neq 0$,

解得： $x \neq 2$.

故答案为： $x \neq 2$.

【点评】本题主要考查函数自变量的取值范围，考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0.

10. 【分析】可先根据一元一次不等式组解出 x 的取值范围，根据 x 是整数解得出不等式组

的整数解.

【解答】解: 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x \leq 4 \end{cases}$,

解得, $-\frac{1}{2} < x \leq 2$,

不等式组的整数解是 0、1 和 2;

故答案为 0、1、2.

【点评】 本题考查的是一元一次不等式的解法和一元一次方程的解, 根据 x 的取值范围, 得出 x 的整数解, 然后代入方程即可解出 a 的值. 求不等式组的解集, 应遵循以下原则: 同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了.

11. **【分析】** 根据四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 得出 $DF \parallel BC$, 则 $\triangle EFD \sim \triangle EBC$, $AB \parallel CD$, 得 $\triangle EFD \sim \triangle BFA$, 从而得出 $\triangle ABF \sim \triangle CEC$.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore DF \parallel BC$, $AB \parallel CD$,

$\therefore \triangle EFD \sim \triangle EBC$, $\triangle EFD \sim \triangle BFA$,

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle CEB$.

共 3 对.

故答案为 3.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定和平行四边形的性质, 是基础知识要熟练掌握.

12. **【分析】** 观察依次为 1, 4, 7, $\dots$, 的一列数, 分析找出规律, 是首项为 1, 公差为 3 的等差数列, 据此求出第 n 个数.

【解答】 解: 通过观察得出: 依次为 1, 4, 7, $\dots$, 的一列数是首项为 1, 公差为 3 的等差数列,

所以第 n 个数为: $1 + (n - 1) \times 3 = 3n - 2$,

故答案为: $3n - 2$.

【点评】 此题考查的知识点是数字的变化类问题, 解题的关键是分析一列数找出规律, 按规律求解.

13. **【分析】** 根据极差的定义用一组数据中的最大值减去最小值即可求得.

【解答】 解: 由题意可知, 极差为 $19 - 12 = 7$.

故答案为 7.

【点评】 本题考查了极差的定义, 求极差的方法是用一组数据中的最大值减去最小值.

14. 【分析】算出围成圆锥的扇形的弧长，除以 2π 即为圆锥的底面半径，利用勾股定理即可求得圆锥的高.

【解答】解：∵将半径为 3cm 的圆形纸片剪掉三分之一，余下部分围成一个圆锥的侧面，

∴围成圆锥的弧长所对圆心角度数是 $\frac{2}{3} \times 360^\circ = 240^\circ$

围成圆锥的弧长为 $\frac{240\pi \times 3}{180} = 4\pi\text{cm}$,

∴圆锥的底面半径为 $4\pi \div 2\pi = 2\text{cm}$,

∴圆锥的高为 $\sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}\text{cm}$.

故答案为 $\sqrt{5}\text{cm}$.

【点评】考查圆锥的计算；得到圆锥的底面半径是解决本题的突破点；用到的知识点为：圆锥的底面周长等于侧面展开图的弧长.

15. 【分析】由线段 $AB = 3.5\text{cm}$ ， $\odot A$ 和 $\odot B$ 的半径分别是 1.5cm 和 4cm ，根据两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R, r 的数量关系间的联系得出 $\odot A$ 和 $\odot B$ 的位置关系.

【解答】解：∵ $\odot A$ 和 $\odot B$ 的半径分别是 1.5cm 和 4cm ，线段 $AB = 3.5\text{cm}$ ，

又 $\because 4 - 1.5 = 2.5$ ， $4 + 1.5 = 5.5$ ，

$\therefore 2.5 < AB < 5.5$ ，

$\therefore \odot A$ 和 $\odot B$ 的位置关系是相交.

故答案为：相交.

【点评】此题考查了圆与圆的位置关系. 注意掌握两圆位置关系与圆心距 d ，两圆半径 R, r 的数量关系间的联系是解此题的关键.

16. 【分析】连接 PA ，由题意可知 $2DE = BC$ ； $4DP = 2DE = BC$ ；推出 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = 1 : 4$ ，由 $\triangle DPQ \sim \triangle BCQ$ ，推出 $4QD = QB$ ， $2QD = QA$ ，因此 $S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle APQ} = 1 : 2$ ，由于 $S_{\triangle APD} = S_{\triangle APE}$ ，所以 $S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle ADE} = 1 : 6$ ，即 $S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle ABC} = 1 : 24$.

【解答】解：如图，连接 PA .

∵ DE 是中位线， P 是 DE 中点，

$\therefore 2DE = BC$ ； $4DP = 2DE = BC$ ， $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = 1 : 4$ ，

∵ $DE \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle DPQ \sim \triangle BCQ$ ，

$\therefore 4QD = QB$ ，

∵ D 是 AB 中点，

$$\therefore BD = AD = 3DQ,$$

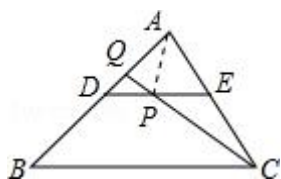
$$\therefore 2QD = QA,$$

$$\therefore S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle APQ} = 1 : 2,$$

$$\therefore S_{\triangle APD} = S_{\triangle APE},$$

$$\therefore S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle ADE} = 1 : 6,$$

$$\therefore S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle ABC} = 1 : 24.$$



【点评】 本题主要考查了三角形的面积公式、相似三角形的判定和性质、三角形中位线性质，解题的关键在于求出相关线段的比值，以此求出 $S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle APQ} = 1 : 2$ ，

推出 $S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle ADE} = 1 : 6$ ，因此 $S_{\triangle DPQ} : S_{\triangle ABC} = 1 : 24$ 。

三、解答题（共 10 小题，满分 102 分）

17. **【分析】** 根据零指数幂、负指数幂、二次根式化简、绝对值、特殊角的三角函数值 5 个考点，在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果。

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \frac{1}{4} + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 1 \\ &= 1\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

【点评】 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型，解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值、特殊角的三角函数值等考点的运算。

18. **【分析】** (1) 由梯形 $ABCD$ 关于直线 AD 的轴对称图形 AB_1C_1D ，即可在直角坐标系中画出梯形 AB_1C_1D ；

(2) 分为 $OP = OA$ ， $PA = PO$ 与 $OA = AP$ 三种情况去分析，小心别漏解。

【解答】 解：(1) 如图：

(2) 如图：当 $OP = OA = 5$ 时，可得 $P_1(0, 5)$ ， $P_2(0, -5)$ ；

当 $PA = PO$ 时，

$\therefore$ 设点 $P(0, a)$ ，

则 $OP = a$, $PA = \sqrt{3^2 + (4-a)^2}$,

$$\therefore a^2 = 9 + (4-a)^2,$$

$$\text{解得: } a = \frac{25}{8},$$

$$\therefore P_3 \left(0, \frac{25}{8} \right);$$

当 $OA = AP$ 时,

设点 $P(0, b)$,

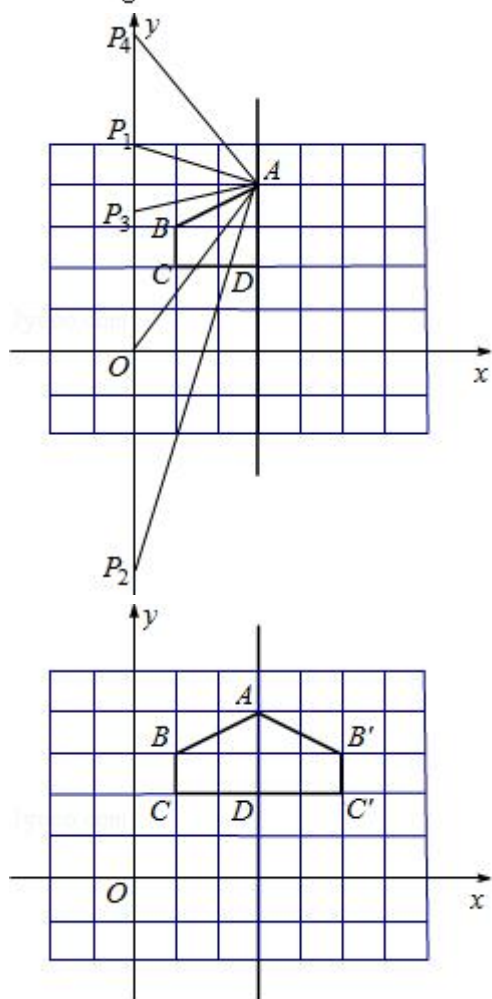
$$\text{可得: } 9 + (4-b)^2 = 25,$$

解得: $b = 8$ 或 $b = 0$ (舍去);

$$\therefore P_4(0, 8).$$

$\therefore$ 满足 $\triangle POA$ 是等腰三角形的动点 P 的坐标为: $P_1(0, 5)$, $P_2(0, -5)$,

$$P_3\left(0, \frac{25}{8}\right), P_4(0, 8).$$



【点评】 此题考查了轴对称图形的作法与等腰三角形的性质. 题目难度适中, 解题的关

键是分类讨论思想与数形结合思想的应用．小心别漏解．

19. 【分析】(1) 根据 5 元人数为 15 人，圆心角度数为 54° ，求出总人数，可以得出其他各组人数；

(2) 根据 5 元的人数和圆心角的度数即可解答；‘

(3) 利用平均数、中位数、众数的求法解答即可；

(4) 用花费 20 元的人数除以总人数再乘以 360 度即可解答．

【解答】解：(1) $15 \div \frac{54}{360} = 100$ 人，花费 10 元人数 $100 \times \frac{72}{360} = 20$ 人，花费 25 元人

数 $100 \times \frac{36}{360} = 10$ 人，画图如下：

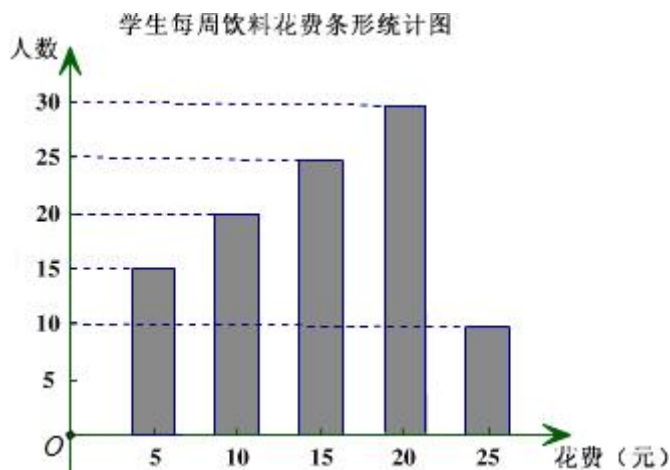
(2) $15 \div \frac{54}{360} = 100$ 人，即总人数为 100 人．

(3) 平均数为 $(5 \times 15 + 10 \times 20 + 15 \times 25 + 20 \times 30 + 25 \times 10) \div 100 = 15$ 元，

中位数为 15 元，

众数为 20 元．

(4) $30 \div 100 \times 360^\circ = 108^\circ$ ，即花费 20 元的人数所在扇形圆心角度数为 108° ．

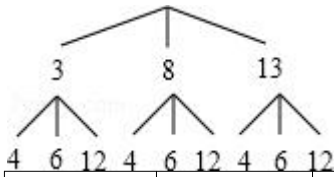


【点评】此题主要考查了条形图的应用以及中位数、众数、平均数和扇形图统计图的应用，利用图形获取正确信息以及扇形图与条形图相结合是解决问题的关键．

20. 【分析】(1) 根据题意画树状图，然后根据树状图即可求得所有等可能的结果；

(2) 首先由树状图，求得长度为 5cm，与 (1) 中各组木条组成三角形的情况，然后由概率公式即可求得长度为 5cm，与 (1) 中各组木条组成三角形的概率．

【解答】解：（1）画树状图、列表得：



甲	4	6	12
乙			
3	(3, 4)	(3, 6)	(3, 12)
8	(8, 4)	(8, 6)	(8, 12)
13	(13, 4)	(13, 6)	(13, 12)

∴一共有 9 种等可能的结果，

各组可能为：(3, 4), (3, 6), (3, 12), (8, 4), (8, 6), (8, 12), (13, 4), (13, 6), (13, 12);

（2）与（1）中各组木条组成三角形的有：(3, 4), (3, 6), (8, 4), (8, 6), (8, 12), (13, 12) 共 6 种情况，

∴与（1）中各组木条组成三角形的概率是 $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

【点评】此题考查了树状图法与列表法求概率的知识．注意树状图法与列表法可以不重不漏地表示出所有等可能的结果．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

21. 【分析】首先构造直角三角形，得出 $AE = \sqrt{3}(x+2)$, $BE = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，进而求出 x 的长，进而得出 GH 的长．

【解答】解：根据已知画图，过点 D 作 $DE \perp AH$ 于点 E ，

设 $DE = x$ ，则 $CE = x+2$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 和 $\text{Rt}\triangle BED$ 中，有 $\tan 30^\circ = \frac{CE}{AE}$ ，

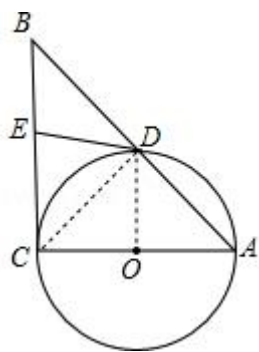
$$\tan 60^\circ = \frac{DE}{BE},$$

$$\therefore AE = \sqrt{3}(x+2), BE = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\therefore \sqrt{3}(x+2) - \frac{\sqrt{3}}{3}x = 10,$$

$$\therefore x = 5\sqrt{3} - 3,$$

$\because OD = OC,$
 $\therefore \angle OCD = \angle ODC,$
 $\because \angle ECD + \angle DCO = 90^\circ,$
 $\therefore \angle EDC + \angle ODC = 90^\circ,$
 $\therefore \angle ODE = 90^\circ,$
 $\therefore OD \perp DE,$
 $\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径,
 $\therefore DE$ 是圆 O 的切线.



【点评】 本题主要考查对勾股定理，等腰三角形的性质，直角三角形斜边上的中线的性质，切线的判定，圆周角定理，锐角三角函数等知识点的理解和掌握，能综合运用这些性质进行推理是解此题的关键.

23. **【分析】** (1) 设第一次购进 x 件文具，则第二次就购进 $2x$ 件，根据第二次购进时发现每件文具进价比第一次上涨了 2.5 元，所购进文具的数量是第一次购进数量的 2 倍，可列方程求解.

(2) 利润 = 售价 - 进价，根据 (1) 算出件数，然后算出总售价减去成本即为所求.

【解答】 解：(1) 设第一次购进 x 件文具，则第二次就购进 $2x$ 件文具，由题意得：

$$\frac{1000}{x} = \frac{2500}{2x} - 2.5$$

解之得 $x = 100$,

经检验， $x = 100$ 是原方程的解，

$$2x = 2 \times 100 = 200$$

答：第二次购进 200 件文具.

$$(2) (100 + 200) \times 15 - 1000 - 2500 = 1000 \text{ (元)}.$$

答：盈利 1000 元.

【点评】本题考查理解题意的能力，关键是设出数量，以价格做为等量关系列方程求解，然后根据利润 = 售价 - 进价，求出利润即可.

24. 【分析】(1) 根据图象 1 可知 100 个盒子共花费 500 元，据此可以求出盒子的单价；
(2) 根据图 2 可以知道租赁机器花费 20000 元，根据图象所经过的点的坐标求出盒子的单价即可；
(3) 根据图象经过的点的坐标用待定系数法求得函数的解析式即可；
(4) 求出当 x 的值为多少时，两种方案同样省钱，并据此分类讨论最省钱的方案即可.

【解答】解：(1) $500 \div 100 = 5$ ，
 $\therefore$ 方案一的盒子单价为 5 元；

(2) 根据函数的图象可以知道租赁机器的费用为 20000 元，
盒子的单价为 $(30000 - 20000) \div 4000 = 2.5$ ，
故盒子的单价为 2.5 元；

(3) 设图象一的函数解析式为： $y_1 = k_1x$ ，
由图象知函数经过点 $(100, 500)$ ，
 $\therefore 500 = 100k_1$ ，
解得 $k_1 = 5$ ，
 $\therefore$ 函数的解析式为 $y_1 = 5x$ ；

设图象二的函数关系式为 $y_2 = k_2x + b$

由图象知道函数的图象经过点 $(0, 20000)$ 和 $(4000, 30000)$

$$\therefore \begin{cases} b=20000 \\ 4000k_2+b=30000 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k=2.5 \\ b=20000 \end{cases}$$

$\therefore$ 函数的解析式为 $y_2 = 2.5x + 20000$ ；

(4) 令 $5x = 2.5x + 20000$ ，
解得 $x = 8000$ ，

∴ 当 $x = 8000$ 时，两种方案同样省钱；

当 $0 < x < 8000$ 时，选择方案一；

当 $x > 8000$ 时，选择方案二．

【点评】 本题考查了一次函数的应用，解题的关键是从实际问题中整理出函数模型，并利用函数的知识解决实际问题．

25. **【分析】** (1) 根据正方形的性质， $AB = AD$ ，由 $AE = AF$ ，可得 $BE = DF$ 且 $BE \perp DF$ ；

(2) 通过证明 $\triangle DFA \cong \triangle BEA$ ，可得 (1) 中的结论依然成立；

(3) 连接 BD ，直线 DF 垂直平分 BE ，可得 $AD + AE = BD$ ， $BD = \sqrt{2}AD$ ，解答出即可；

(4) 如图，通过证明 $\triangle DAF \cong \triangle BAE$ ，可得 $DF = BE$ ，结合 (2) 中结论，可得到各边中点所组成的四边形的形状；

【解答】 解：(1) $BE = DF$ 且 $BE \perp DF$ ；

(2) 在 $\triangle DFA$ 和 $\triangle BEA$ 中，

$$\because \angle DAF = 90^\circ - \angle FAB, \angle BAE = 90^\circ - \angle FAB,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle BAE,$$

$$\text{又 } AB = AD, AE = AF,$$

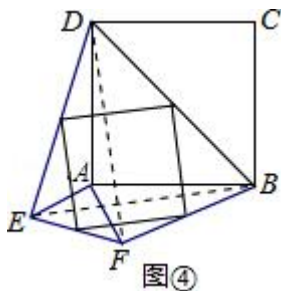
$$\therefore \triangle DFA \cong \triangle BEA,$$

$$\therefore BE = DF; \angle ADF = \angle ABE,$$

$$\therefore BE \perp DF;$$

$$(3) AE = (\sqrt{2} - 1)AD;$$

(4) 正方形．



【点评】 本题考查了旋转的性质、全等三角形的判定和性质、线段的垂直平分线及正方形的性质，本题的综合性较强，掌握并熟练应用以上性质是解答本题的关键．

26. 【分析】(1) 解一元二次方程 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 可求 A 、 B 两点坐标;

(2) 将 A 、 B 两点坐标代入二次函数 $y = ax^2 + bx + 6$, 可求二次函数解析式, 配方为顶点式, 可求对称轴及顶点坐标;

(3) 作点 C 关于抛物线对称轴的对称点 C' , 连接 AC' , 交抛物线对称轴于 P 点, 连接 CP , P 点即为所求;

(4) 由 $DQ \parallel AC$ 得 $\triangle BDQ \sim \triangle BCA$, 利用相似比表示 $\triangle BDQ$ 的面积, 利用三角形面积公式表示 $\triangle ACQ$ 的面积, 根据 $S_{\triangle CDQ} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BDQ} - S_{\triangle ACQ}$, 运用二次函数的性质求面积最大时, m 的值.

【解答】解: (1) $A(-2, 0)$, $B(6, 0)$;

(2) 将 A 、 B 两点坐标代入二次函数 $y = ax^2 + bx + 6$, 得

$$\begin{cases} 4a - 2b + 6 = 0 \\ 36a + 6b + 6 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8,$$

$\therefore$ 抛物线对称轴为 $x = 2$, 顶点坐标为 $(2, 8)$;

(3) 如图, 作点 C 关于抛物线对称轴的对称点 C' , 连接 AC' , 交抛物线对称轴于 P 点, 连接 CP ,

$$\therefore C(0, 6),$$

$\therefore C'(4, 6)$, 设直线 AC' 解析式为 $y = ax + b$, 则

$$\begin{cases} -2a + b = 0 \\ 4a + b = 6 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = x + 2, \text{ 当 } x = 2 \text{ 时, } y = 4,$$

即 $P(2, 4)$;

(4) 依题意, 得 $AB = 8$, $QB = 6 - m$, $AQ = m + 2$, $OC = 6$, 则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \times OC = 24$,

$\because$ 由 $DQ \parallel AC$, $\therefore \triangle BDQ \sim \triangle BCA$,

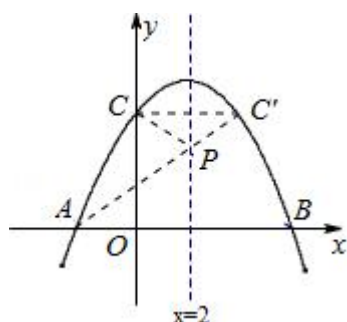
$$\therefore \frac{S_{\triangle BDQ}}{S_{\triangle BCA}} = \left(\frac{BQ}{BA}\right)^2 = \left(\frac{6-m}{8}\right)^2,$$

$$\text{即 } S_{\triangle BDQ} = \frac{3}{8}(m-6)^2,$$

$$\text{又 } S_{\triangle ACQ} = \frac{1}{2}AQ \times OC = 3m + 6,$$

$$\therefore S = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BDQ} - S_{\triangle ACQ} = 24 - \frac{3}{8}(m-6)^2 - (3m+6) = -\frac{3}{8}m^2 + \frac{3}{2}m + \frac{9}{2} = -\frac{3}{8}(m-2)^2 + 6,$$

$\therefore$ 当 $m = 2$ 时, S 最大.



【点评】 本题考查了二次函数的综合运用. 关键是根据已知条件求抛物线解析式, 根据抛物线的对称性, 相似三角形的知识解题.