

2009 年中考沈阳市数学试题

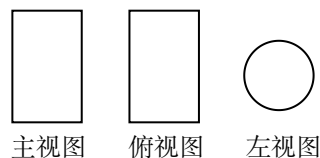
一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1. -6 的相反数是 ()

- A. -6 B. $-\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 6

2. 如图是某几何体的三视图, 则该几何体的名称是 ()

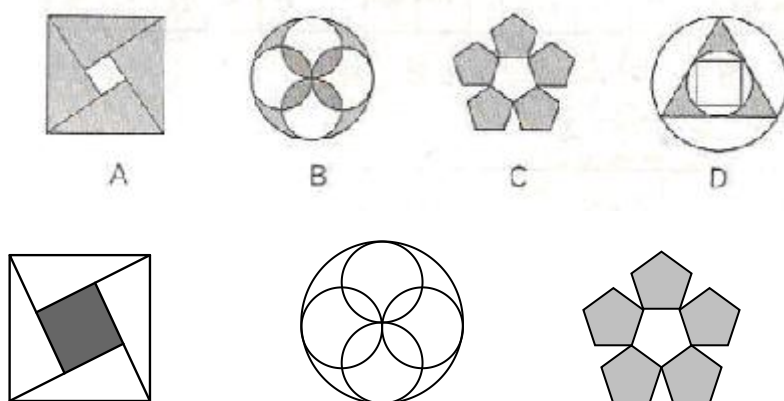
- A. 圆柱
B. 圆锥
C. 棱柱
D. 长方体



3. 据《沈阳日报》报道, 今年前四个月辽宁省进出口贸易总值达 164 亿美元. 164 亿美元用科学记数法可以表示为 ()

- A. 16.4×10 亿美元 B. 1.64×10^2 亿美元
C. 16.4×10^2 亿美元 D. 1.64×10^3 亿美元

4. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



5. 反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象在 ()

- A. 第一、二象限 B. 第一、三象限 C. 第二、四象限 D. 第三、四象限

6. 一个三角形的周长是 36cm, 以这个三角形各边中点为顶点的三角形的周长是 ()

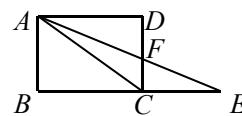
- A. 8cm B. 12cm C. 15cm D. 18cm

7. 下列说法错误的是 ()

- A. 必然发生的事件发生的概率为 1 B. 不可能发生的事件发生的概率为 0
C. 不确定事件发生的概率为 0 D. 随机事件发生的概率介于 0 和 1 之间

8. 如图, AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线, E 是边 BC 延长线上一点, AE 与 CD 交于点 F , 则图中相似三角形共有 ()

- A. 2 对 B. 3 对 C. 4 对 D. 5 对



二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

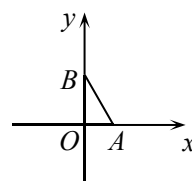
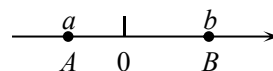
9. 如图, 数轴上 A 、 B 两点表示的数分别为 a 、 b , 则 a 、 b 两数的大小关系是_____.

10. 一元二次方程 $x^2 + 2x = 0$ 的解是_____.

11. 在一节综合实践课上, 五名同学手工作品的数量 (单位: 件) 分别是: 3、8、5、3、4. 则这组数据的中位数是_____件.

12. 不等式 $4x - 2 \leq 2$ 的解集是_____.

13. 小莉与小华约定周日 10 点整到敬老院看望老人. 10 点整, 时钟



上的时针与分针所夹的锐角是_____度.

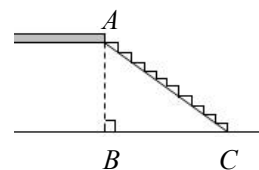
14. 有一组单项式: a^2 , $-\frac{a^3}{2}$, $\frac{a^4}{3}$, $-\frac{a^5}{4}$, $\dots$. 观察它们构成规律,

用你发现的规律写出第 10 个单项式为_____.

15. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(1, 0)$ 和点 $B(0, \sqrt{3})$, 点 C 在坐标平面内. 若以 A 、 B 、 C 为顶点构成的三角形是等腰三角形, 且底角为 30° , 则满足条件的点 C 有_____个.

16. 如图, 市政府准备修建一座高 $AB = 6\text{m}$ 的过街天桥, 已知天

桥的坡面 AC 与地面 BC 的夹角 $\angle ACB$ 的正弦值为 $\frac{3}{5}$, 则坡面 AC 的长度为_____m.

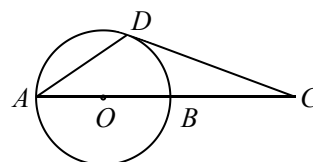


三、(第 17 小题 6 分, 第 18、19 小题各 8 分, 第 20 小题 10, 共 32 分)

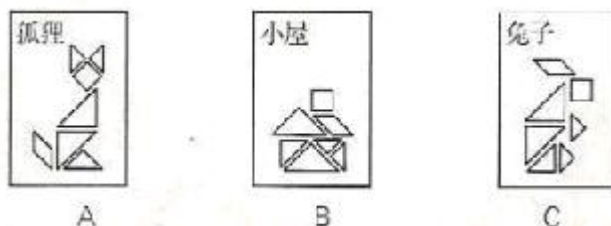
17. 计算: $\sqrt{8} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} - |\sqrt{2} - 1|$.

18. 先化简, 再求值: $\frac{x}{x+1} \div \frac{3x}{x^2-1}$, 其中 $x = \sqrt{3} + 1$.

19. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 AB 的延长线, CD 与 $\odot O$ 相切于点 D , $\angle C = 20^\circ$. 求 $\angle ADC$ 的度数.

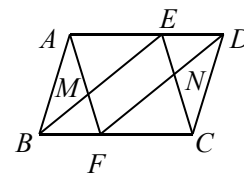


20. 七巧板是我国流传已久的一种智力玩具. 小鹏在玩七巧板时用它画成了 3 幅图案并将它贴在 3 张完全相同的不透明卡片上, 如图. 小鹏将这 3 张卡片背面朝上洗匀后放在桌子上, 从中随机抽取一张卡片, 放回后洗匀, 再随机抽取一张卡片. 请你用列表法或画树状图(树形图)法, 帮助小鹏求出两张卡片上的图案都是小动物的概率(卡片名称可用字母表示).



四、(每小题 10 分, 共 20 分)

21. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在 AD 上, 连接 BE , $DF \parallel BE$ 交 BC 于点 F , AF 与 BE 交与点 M , CE 与 DF 交



于点 N . 求证: 四边形 $MFNE$ 是平行四边形.

22. 先阅读下列材料, 再解答后面的问题.

材料: 密码学是一门很神秘、很有趣的学问. 在密码学中, 直接可以看到的信息称为明码, 加密后的信息称为密码, 任何密码只要找到了明码与密码的对应关系—密钥, 就可以破译它.

密码学与数学是有关系的. 为此, 八年级一班数学兴趣小组经过研究实验, 用所学的一次函数知识制作了一种密钥的编制程序. 他们首先设计了一个“字母—明码对照表”:

字母	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
明码	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
字母	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
明码	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

例如: 以 $y = 3x + 13$ 为密钥, 将“自信”二字进行加密转换后得到下表:

汉字	自		信		
拼音	Z	I	X	I	N
明码: x	26	9	24	9	14
密钥: $y = 3x + 13$					
密码: y	91	40			

因此, “自”字经加密转换后的结果是“9140”.

(1) 请你求出当密钥为 $y = 3x + 13$ 时, “信”字经加密转换后的结果;

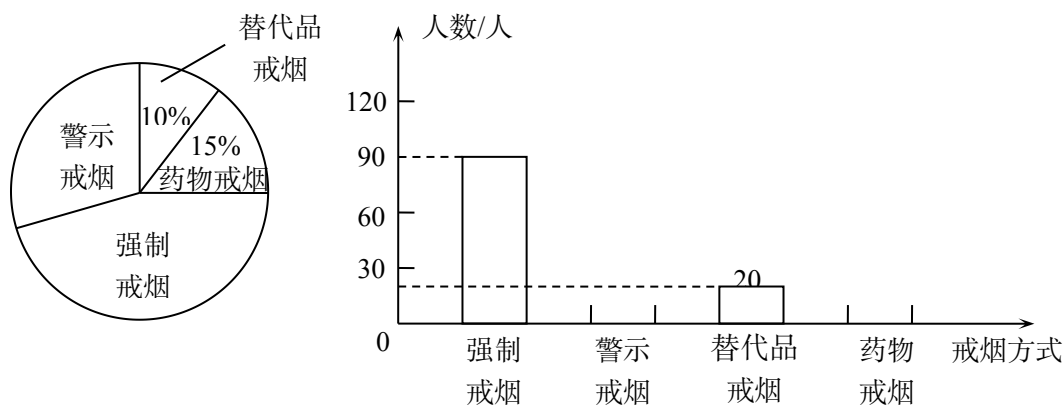
(2) 为了提高密码的保密程度, 需要频繁地更换密钥. 若“自信”二字用新的密钥进行加密转换后得到下表:

汉字	自		信		
拼音	Z	I	X	I	N
明码: x	26	9	24	9	14
密钥: $y = kx + b$					
密码: y	76	36			

请求出这个新的密钥, 并直接写出“信”字用新的密钥加密转换后的结果.

五、(本题 12 分)

23. 吸烟有害健康. 你知道吗, 被动吸烟夜大大危害着人类的健康. 为此, 联合国规定每年的 5 月 31 日为“世界无烟日”. 为配合今年的“世界无烟日”宣传活动, 小明和同学们在学校所在地区开展了以“我支持的戒烟方式”为主题的问卷调查活动, 征求市民的意见, 并将调查结果分析整理后, 制成了统计图:



- (1)求小明和同学们一共随机调查了多少人?
- (2)根据以上信息, 请你把统计图补充完整;
- (3)如果该地区有 2 万人, 那么请你根据以上调查结果, 估计该地区大约有多少人支持“强制戒烟”这种戒烟方式?

六、(本题 12 分)

24. 种植能手小李的试验田可种植 A 种作物或 B 种作物(A 、 B 两种作物不能同时种植), 原有的种植情况如下表. 通过参加农业科技培训, 小李提高了种植技术. 现准备在原有的基础上增种作物, 以提高总产量, 但根据科学种植的经验, 每增种 1 棵 A 种或 B 种作物, 都会导致单棵作物平均产量减少 0.2kg , 而且每种作物的增种量都不能超过原有数量的 80% . 设 A 种植物增种 m 棵, 总产量为 $y_A\text{kg}$; B 种植物增种 n 棵, 总产量为 $y_B\text{kg}$.

	A 种作物	B 种作物
种植数量 (棵)	50	50
单棵平均产量 (kg)	30	26

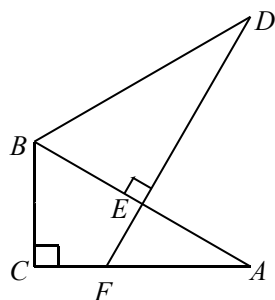
- (1) A 种作物增种 m 棵后, 单棵平均产量为_____kg, B 种作物增种 n 棵后, 单棵平均产量为_____kg;
- (2)求 y_A 与 m 之间的函数关系式及 y_B 与 n 之间的函数关系式;
- (3)求提高种植技术后小李增种何种作物可获得最大总产量? 最大总产量是多少?

七、(本题 12 分)

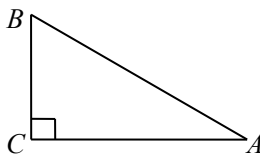
25. 将两个全等的直角三角形 ABC 和 DBE 按图①方式摆放, 其中 $\angle ACB = \angle DEB = 90^\circ$, $\angle A = \angle D = 30^\circ$, 点 E 落在 AB 上, DE 所在直线交 AC 所在直线于点 F .

- (1)求证: $AF + EF = DE$;
- (2)若将图①中的 $\triangle DBE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转角 α , 且 $0^\circ < \alpha < 60^\circ$, 其他条件不变, 请在图②中画出变换后的图形, 并直接写出(1)中的结论是否仍然成立;
- (3)若将图①中的 $\triangle DBE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转角 β , 且 $60^\circ < \beta < 180^\circ$, 其他条件不变, 如图③. 你认为

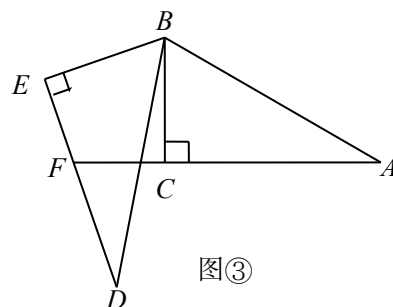
(1)中的结论还成立吗? 若成立, 写出证明过程; 若不成立, 请写出此时 AF 、 EF 与 DE 之间的关系, 并说明理由.



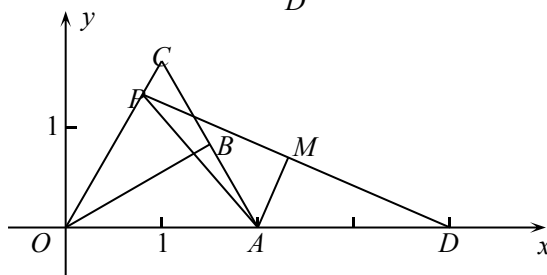
图①



图②



图③



八、(本题 14 分)

26. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点. $\triangle OAB$ 的边 OA 在 x 轴的正半轴上, 点 A 的坐标为 $(2, 0)$, 点 B 在第一象限内, 且 $OB = \sqrt{3}$, $\angle OBA = 90^\circ$. 以 OB 所在直线折叠 $\text{Rt}\triangle OAB$, 使点 A 落在点 C 处.

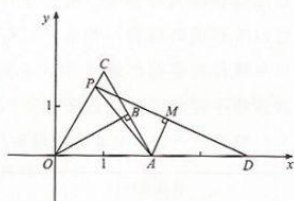
(1) 求证: $\triangle OAC$ 为等边三角形;

(2) 点 D 在 x 轴上, 且点 D 的坐标为 $(4, 0)$. 点 P 为线段 OC 上一动点(点 P 不与点 O 重合), 连接 PA 、 PD . 设 $PC = x$, $S_{\triangle PAD} = y$, 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(3) 在(2)的条件下, 当 $x = \frac{1}{2}$ 时, 过点 A 作 $AM \perp PD$ 于点 M , 若 $k = \frac{7AM}{2PD}$, 求证: 二次函数 $y = -2x^2 - (7k - 3\sqrt{3})x + \sqrt{3}k$ 的图象关于 y 轴对称.

八、(本题14分)

26. 如图, 在平面直角坐标系中, 点O为坐标原点。Rt△OAB的斜边OA在x轴的正半轴上, 点A的坐标为(2, 0), 点B在第一象限内, 且 $OB = \sqrt{3}$,



第26题图

$\angle OBA = 90^\circ$ 。以边OB所在直线折叠Rt△OAB, 使点A落在点C处。

(1) 求证: △OAC为等边三角形;

(2) 点D在x轴的正半轴上, 且点D的坐标为(4, 0)。点P为线段OC上一动点(点P不与点O重合), 连接PA、PD。设 $PC = x$, △PAD的面积为 y , 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(3) 在(2)的条件下, 当 $x = \frac{1}{2}$ 时, 过点A作 $AM \perp PD$ 于点M, 若 $k = \frac{7AM}{2PD}$, 求证: 二次函数 $y = -2x^2 - (7k - 3\sqrt{3})x + \sqrt{3}k$ 的图象关于y轴对称。

数学试题(参考答案)

一、选择题(每小题3分, 共24分)

1.D 2.A 3.B 4.B 5.B 6.D 7.C 8.C

二、填空题(每小题3分, 共24分)

9. $a < b$

10. $x_1 = 0, x_2 = -2$

11. 4

12. $x \leq 1$

13. 60

14. $-\frac{a^{11}}{10}$

15. 6

16. 10

三、(第17小题6分, 第18、19小题各8分, 第20小题10分, 共32分)

$$\begin{aligned} 17. \text{解: 原式} &= 2\sqrt{2} - 3 - \sqrt{2} + 1 \\ &= \sqrt{2} - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18. \text{解: 原式} &= \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{3x} \\ &= \frac{x}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{3x} \\ &= \frac{x-1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = 1 + \sqrt{3} \text{ 时, 原式} = \frac{1 + \sqrt{3} - 1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

19. 解: 连接OD

$\because CD$ 与 $\odot O$ 相切于点D,

$$\therefore \angle CDO = 90^\circ$$

$$\because \angle C = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle COD = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

$$\because OD = OA \quad \therefore \angle A = \angle ADO$$

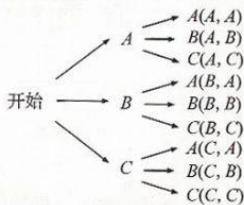
$$\text{又 } \because \angle ADO = \angle A = \frac{1}{2} \angle COD = 35^\circ$$

$$\therefore \angle CDA = \angle CDO + \angle ADO = 125^\circ$$

20. 解: 列表得

第二张 第一张	A	B	C
A	(A, A)	(A, B)	(A, C)
B	(B, A)	(B, B)	(B, C)
C	(C, A)	(C, B)	(C, C)

或画树状图(树形图)



由表格(或树状图/树形图)可知, 共有9种等可能性结果

其中两张卡片上的图案都是小动物的结果有4种

$$\therefore P(\text{两张卡片上的图案都是小动物}) = \frac{4}{9}$$

四、(每小题10分,共20分)

21. 证明: $\because$ 四边形ABCD是平行四边形,

$$\therefore AD=BC, AD \parallel BC$$

又 $\because DF \parallel BE$,

$\therefore$ 四边形BEDF是平行四边形

$$\therefore DE=BF$$

$$\therefore AD-DE=BC-BF, \text{ 即 } AE=CF$$

又 $\because AE \parallel CF$,

$\therefore$ 四边形AFCE是平行四边形

$$\therefore MF \parallel NE,$$

$\therefore$ 四边形MFNE是平行四边形

22. 解:

(1) $\because$ X的明码是24, 其密码值 $y=3 \times 24+13=85$;

I的密码值 $y=40$;

N的明码是14, 其密码值 $y=3 \times 14+13=55$

$\therefore$ "信"字经加密转换后的结果是"854055"

$$(2) \text{ 根据题意, 得 } \begin{cases} 70=26k+b \\ 36=9k+b \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=2 \\ b=18 \end{cases}$$

$\therefore$ 这个新的密钥是 $y=2x+18$

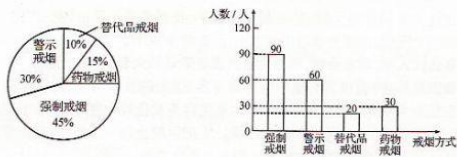
$\therefore$ "信"字用新的密钥加密转换后的结果是"663646"

五、(本题12分)

23. 解: (1) $20 \div 10\% = 200$ (人)

所以, 小明和同学们一共随机调查了200人

(2) 如图



(3) $20000 \times 45\% = 9000$ (人)

所以, 该地区大约有9000人支持强制戒烟

六、(本题12分)

24. 解: (1) $(30-0.2m)$; $(26-0.2n)$

(2) $y_A = (50+m)(30-0.2m)$, 即 $y_A = -0.2m^2 + 20m + 1500$

$y_B = (60+n)(26-0.2n)$, 即 $y_B = -0.2n^2 + 14n + 1560$

(3) 由(2)得 $y_A = -0.2m^2 + 20m + 1500 = -0.2(m-50)^2 + 2000$

$\because -0.2 < 0$, $\therefore$ 当 $m=50$ 时, y_A 有最大值,

但 $m \leq 50 \times 80\%$, 即 $m \leq 40$

$\therefore$ 当 $m=40$ 时, y_A 的最大值为1980

$$y_B = -0.2n^2 + 14n + 1560 = -0.2(n-35)^2 + 1805$$

$\because -0.2 < 0$, $\therefore$ 当 $n=35$ 时, y_B 有最大值,

并且 $n \leq 60 \times 80\%$, 即 $n \leq 48$

$\therefore$ 当 $n=35$ 时, y_B 的最大值为1805

又 $\because 1980 > 1805$

$\therefore$ 小李增种A种作物可获得最大总产量, 最大总产量是1980千克

七、(本题12分)

25. 证明: (1) 连接BF (如图①)

$\because \triangle ABC \cong \triangle DBE$, $\therefore BC=BE$, $AC=DE$.

$\because \angle ACB = \angle DEB = 90^\circ$

$\therefore \angle BCF = \angle BEF = 90^\circ$, $\therefore BF=BF$,

$\therefore \text{Rt} \triangle BFC \cong \text{Rt} \triangle BFE$

$\therefore CF=EF$. $\therefore AF+CF=AC$, $\therefore AF+EF=DE$

(2) 画出正确的图形如图②。(1)中的结论 $AF+EF=DE$ 仍然成立

(3) 不成立。此时AF、EF与DE之间的关系为 $AF-EF=DE$

理由: 连接BF (如图③),

$\because \triangle ABC \cong \triangle DBE$,

$\therefore BC=BE$, $AC=DE$

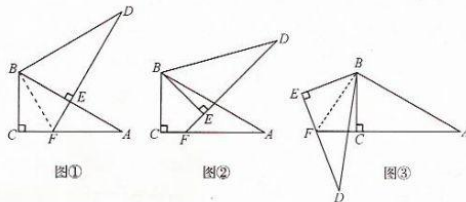
$\because \angle ACB = \angle DEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCF = \angle BEF = 90^\circ$, 又 $\because BF=BF$

$\therefore \text{Rt} \triangle BFC \cong \text{Rt} \triangle BFE$

$\therefore CF=EF$. $\therefore AF-CF=AC$, $\therefore AF-EF=DE$

$\therefore$ (1)中的结论不成立。正确的结论是 $AF-EF=DE$



八、(本题14分)

26. 解: (1) 由题意可知 $OA=OC$

$\therefore \angle OBA=90^\circ$, $OB=\sqrt{3}$, 点A的坐标为 $(2, 0)$

$\therefore \sin \angle OAB = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore \angle OAB=60^\circ$

$\therefore \triangle OAC$ 为等边三角形

(2) 由 (1) 可知 $OC=OA=2$, $\angle COA=60^\circ$

$\therefore PC=x$, $\therefore OP=2-x$

过点P作 $PE \perp OA$ 于点E

在 $Rt \triangle POE$ 中, $\sin \angle POE = \frac{PE}{OP}$,

$$\text{即 } \frac{PE}{2-x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore PE = \frac{\sqrt{3}}{2} (2-x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} x + \sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2} AD \cdot PE = \frac{1}{2} (4-2) \cdot PE = PE$$

$$\therefore y = -\frac{\sqrt{3}}{2} x + \sqrt{3}$$

(3) 当 $x = \frac{1}{2}$ 时, 即 $PC = \frac{1}{2}$, $\therefore OP = \frac{3}{2}$

在 $Rt \triangle POE$ 中, $PE = OP \cdot \sin \angle POE = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

$OE = OP \cdot \cos \angle POE = \frac{3}{4}$, $\therefore DE = OD - OE = 4 - \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$

$\therefore$ 在 $Rt \triangle PDE$ 中,

$$\begin{aligned} PD &= \sqrt{PE^2 + DE^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{13}{4}\right)^2} \\ &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\text{又 } \because S_{\triangle PAD} = -\frac{\sqrt{3}}{2} x + \sqrt{3}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2} PD \cdot AM = \frac{3\sqrt{3}}{4} \therefore AM = \frac{3\sqrt{3}}{7}$$

$$\therefore k = \frac{7AM}{2PD} = \frac{3\sqrt{3}}{7}$$

$$\therefore y = -2x^2 - (7k - 3\sqrt{3})x + \sqrt{3}k$$

$$= -2x^2 - \left(7 \times \frac{3\sqrt{3}}{7} - 3\sqrt{3}\right)x + \sqrt{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{7}$$

$$\therefore y = -2x^2 + \frac{9}{7}$$

$\therefore$ 此二次函数图象的对称轴是直线 $x=0$

$\therefore$ 此二次函数的图象关于y轴对称 ✓

