

2019 年贵州省黔东南州中考数学试卷

一、选择题（本大题 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

1.（4 分）下列四个数中，2019 的相反数是（ ）

- A. -2019 B. $\frac{1}{2019}$ C. $-\frac{1}{2019}$ D. 2019^0

2.（4 分）举世瞩目的港珠澳大桥于 2018 年 10 月 24 日正式开通营运，它是迄今为止世界上最长的跨海大桥，全长约 55000 米．55000 这个数用科学记数法可表示为（ ）

- A. 5.5×10^3 B. 55×10^3 C. 0.55×10^5 D. 5.5×10^4

3.（4 分）某正方体的平面展开图如图，由此可知，原正方体“中”字所在面的对面的汉字是（ ）



- A. 国 B. 的 C. 中 D. 梦

4.（4 分）观察下列图案，既是轴对称图形又是中心对称图形的共有（ ）



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

5.（4 分）下列四个运算中，只有一个是正确的．这个正确运算的序号是（ ）

① $3^0 + 3^{-3} = -3$; ② $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$; ③ $(2a^2)^3 = 8a^5$; ④ $-a^8 \div a^4 = -a^4$

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

6.（4 分）如果 $3ab^{2m-1}$ 与 $9ab^{m+1}$ 是同类项，那么 m 等于（ ）

- A. 2 B. 1 C. -1 D. 0

7.（4 分）在下列长度的三条线段中，不能组成三角形的是（ ）

- A. $2cm, 3cm, 4cm$ B. $3cm, 6cm, 6cm$
C. $2cm, 2cm, 6cm$ D. $5cm, 6cm, 7cm$

8.（4 分）平行四边形 $ABCD$ 中， AC 、 BD 是两条对角线，现从以下四个关系① $AB = BC$ ；
② $AC = BD$ ；③ $AC \perp BD$ ；④ $AB \perp BC$ 中随机取出一个作为条件，即可推出平行四边形 $ABCD$ 是菱形的概率为（ ）

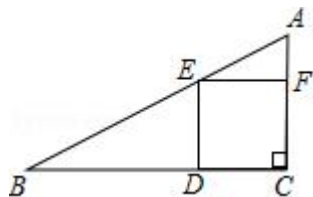
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

9. (4分) 若点 $A(-4, y_1)$ 、 $B(-2, y_2)$ 、 $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上,

则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 ()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_2 > y_1$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_1 > y_3 > y_2$

10. (4分) 如图, 在一斜边长 30cm 的直角三角形木板 (即 $\text{Rt}\triangle ACB$) 中截取一个正方形 $CDEF$, 点 D 在边 BC 上, 点 E 在斜边 AB 上, 点 F 在边 AC 上, 若 $AF:AC = 1:3$, 则这块木板截取正方形 $CDEF$ 后, 剩余部分的面积为 ()



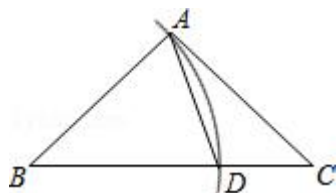
- A. 200cm^2 B. 170cm^2 C. 150cm^2 D. 100cm^2

二、填空题 (本大题 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分)

11. (3分) 一组数据: 2, 1, 2, 5, 3, 2 的众数是_____.

12. (3分) 分解因式: $9x^2 - y^2 =$ _____.

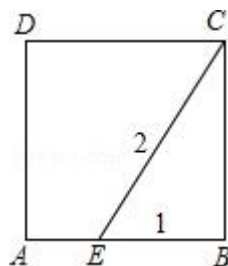
13. (3分) 如图, 以 $\triangle ABC$ 的顶点 B 为圆心, BA 长为半径画弧, 交 BC 边于点 D , 连接 AD . 若 $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 36^\circ$, 则 $\angle DAC$ 的大小为_____度.



14. (3分) 已知 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} 2x+y=6 \\ x+2y=-3 \end{cases}$ 的解, 则 $a+b$ 的值为_____.

15. (3分) 某品牌旗舰店平日将某商品按进价提高 40% 后标价, 在某次电商购物节中, 为促进该商品, 按标价 8 折销售, 售价为 2240 元, 则这种商品的进价是_____元.

16. (3分) 如图, 点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 AB 上, 若 $EB = 1$, $EC = 2$, 那么正方形 $ABCD$ 的面积为_____.



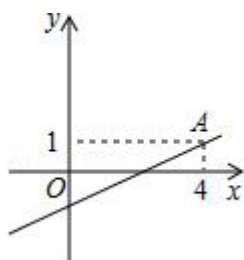
17. (3分) 下面摆放的图案, 从第 2 个起, 每一个都是前一个按顺时针方向旋转 90° 得到,
第 2 页 (共 22 页)

第 2019 个图案与第 1 个至第 4 个中的第_____个箭头方向相同（填序号）.

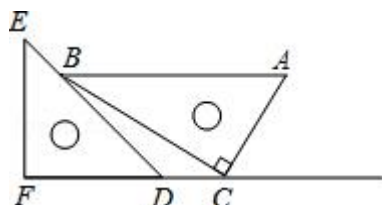


18. (3 分) 从一个不透明的口袋中随机摸出一球，再放回袋中，不断重复上述过程，一共摸了 150 次，其中有 50 次摸到黑球，已知口袋中仅有黑球 10 个和白球若干个，这些球除颜色外，其他都一样，由此估计口袋中有_____个白球.

19. (3 分) 如图所示，一次函数 $y = ax + b$ (a, b 为常数，且 $a > 0$) 的图象经过点 $A(4, 1)$ ，则不等式 $ax + b < 1$ 的解集为_____.



20. (3 分) 三角板是我们学习数学的好帮手. 将一对直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上，点 B 在 ED 上， $AB \parallel CF$ ， $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AC = 10$ ，则 CD 的长度是_____.



三、解答题（本大题 6 小题，共 80 分）

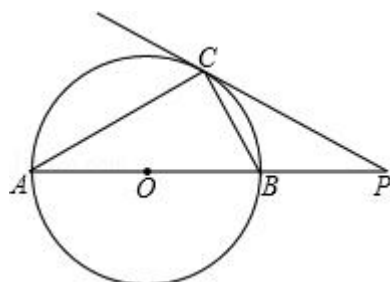
21. (12 分) (1) 计算： $|\frac{1}{2}| + (-1)^{2019} + 2^{-1} - (\pi - 3)^0$;

(2) 解方程： $1 - \frac{x-3}{2x+2} = \frac{3x}{x+1}$

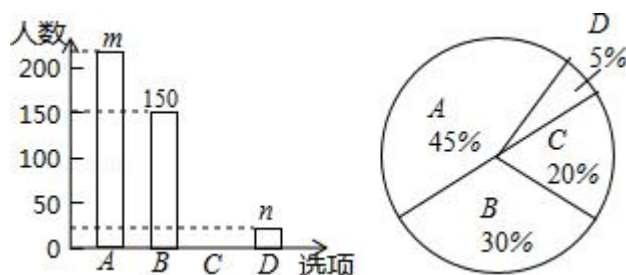
22. (12分) 如图, 点 P 在 $\odot O$ 外, PC 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点, 直线 PO 与 $\odot O$ 相交于点 A 、 B .

(1) 若 $\angle A = 30^\circ$, 求证: $PA = 3PB$;

(2) 小明发现, $\angle A$ 在一定范围内变化时, 始终有 $\angle BCP = \frac{1}{2}(90^\circ - \angle P)$ 成立. 请你写出推理过程.



23. (14分) 某地区在所有中学开展《老师, 我想对你说》心灵信箱活动, 为师生之间的沟通增设了一个书面交流的渠道. 为了解两年来活动开展的情况, 某课题组从全地区随机抽取部分中学生进行问卷调查. 对“两年来, 你通过心灵信箱给老师总共投递过封信?”这一调查项设有四个回答选项, 选项 A : 没有投过; 选项 B : 一封; 选项 C : 两封; 选项 D : 三封及以上. 根据接受问卷调查学生的回答, 统计出各选项的人数以及所占百分比, 分别绘制成如下条形统计图和扇形统计图:



(1) 此次抽样调查了_____名学生, 条形统计图中 $m =$ _____, $n =$ _____;

(2) 请将条形统计图补全;

(3) 接受问卷调查的学生在活动中投出的信件总数至少有_____封;

(4) 全地区中学生共有 110000 名, 由此次调查估算, 在此项活动中, 全地区给老师投过信件的学生约有多少名?

24. (14 分) 某山区不仅有美丽风光, 也有许多令人喜爱的土特产, 为实现脱贫奔小康, 某村组织村民加工包装土特产销售给游客, 以增加村民收入. 已知某种土特产每袋成本 10 元. 试销阶段每袋的销售价 x (元) 与该土特产的日销售量 y (袋) 之间的关系如表:

x (元)	15	20	30	...
y (袋)	25	20	10	...

若日销售量 y 是销售价 x 的一次函数, 试求:

- (1) 日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式;
- (2) 假设后续销售情况与试销阶段效果相同, 要使这种土特产每日销售的利润最大, 每袋的销售价应定为多少元? 每日销售的最大利润是多少元?

25. (12 分) 某中学数学兴趣小组在一次课外学习与探究中遇到一些新的数学符号, 他们将其中某些材料摘录如下:

对于三个实数 a, b, c , 用 $M\{a, b, c\}$ 表示这三个数的平均数, 用 $\min\{a, b, c\}$ 表示这三个数中最小的数, 例如 $M\{1, 2, 9\} = \frac{1+2+9}{3} = 4$, $\min\{1, 2, -3\} = -3$, $\min(3, 1, 1) = 1$. 请结合上述材料, 解决下列问题:

(1) ① $M\{(-2)^2, 2^2, -2^2\} = \underline{\hspace{2cm}}$,

② $\min\{\sin 30^\circ, \cos 60^\circ, \tan 45^\circ\} = \underline{\hspace{2cm}};$

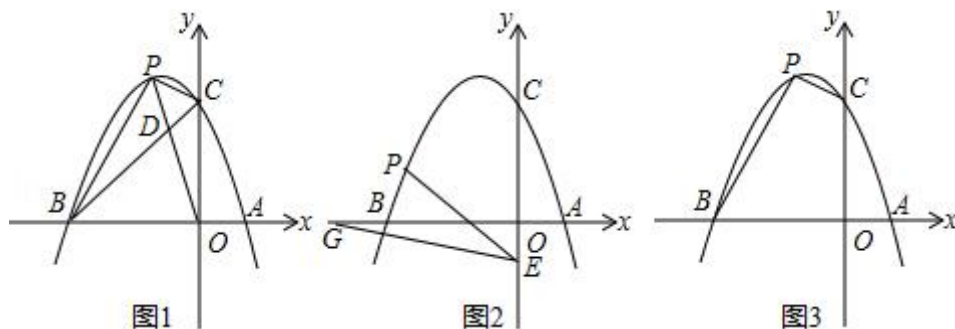
(2) 若 $\min(3-2x, 1+3x, -5) = -5$, 则 x 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}};$

(3) 若 $M\{-2x, x^2, 3\} = 2$, 求 x 的值;

(4) 如果 $M\{2, 1+x, 2x\} = \min\{2, 1+x, 2x\}$, 求 x 的值.

26. (16 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(1, 0)$ 和点 $B(-3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 点 P 为第二象限内抛物线上的动点.

- (1) 抛物线的解析式为_____, 抛物线的顶点坐标为_____;
- (2) 如图 1, 连接 OP 交 BC 于点 D , 当 $S_{\triangle CPD} : S_{\triangle BPD} = 1 : 2$ 时, 请求出点 D 的坐标;
- (3) 如图 2, 点 E 的坐标为 $(0, -1)$, 点 G 为 x 轴负半轴上的一点, $\angle OGE = 15^\circ$, 连接 PE , 若 $\angle PEG = 2\angle OGE$, 请求出点 P 的坐标;
- (4) 如图 3, 是否存在点 P , 使四边形 $BOCP$ 的面积为 8? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2019 年贵州省黔东南州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

1.（4 分）下列四个数中，2019 的相反数是（ ）

- A. -2019 B. $\frac{1}{2019}$ C. $-\frac{1}{2019}$ D. 2019^0

【分析】根据相反数的概念解答即可．

【解答】解：2019 的相反数是 -2019，

故选：A．

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号；

一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0．

2.（4 分）举世瞩目的港珠澳大桥于 2018 年 10 月 24 日正式开通营运，它是迄今为止世界上最长的跨海大桥，全长约 55000 米．55000 这个数用科学记数法可表示为（ ）

- A. 5.5×10^3 B. 55×10^3 C. 0.55×10^5 D. 5.5×10^4

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数．

【解答】解：55000 这个数用科学记数法可表示为 5.5×10^4 ，

故选：D．

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，

其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3.（4 分）某正方体的平面展开图如图，由此可知，原正方体“中”字所在面的对面的汉字是（ ）



- A. 国 B. 的 C. 中 D. 梦

【分析】正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，根据这一特点作答．

【解答】解：正方体的表面展开图，相对的面之间一定相隔一个正方形，

由此可知，原正方体“中”字所在面的对面的汉字是的.

故选：B.

【点评】本题主要考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题.

4. (4分) 观察下列图案，既是轴对称图形又是中心对称图形的共有 ()



A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：①不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

②是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确；

③是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确；

④是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确.

故选：B.

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后两部分重合.

5. (4分) 下列四个运算中，只有一个是正确的. 这个正确运算的序号是 ()

① $3^0 + 3^{-3} = -3$; ② $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$; ③ $(2a^2)^3 = 8a^5$; ④ $-a^8 \div a^4 = -a^4$

A. ①

B. ②

C. ③

D. ④

【分析】直接利用负指数幂的性质以及二次根式的加减运算法则、积的乘方运算法则、同底数幂的乘除运算法则分别化简得出答案.

【解答】解：① $3^0 + 3^{-3} = 1 + \frac{1}{27} = 1\frac{1}{27}$ ，故此选项错误；

② $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ 无法计算，故此选项错误；

③ $(2a^2)^3 = 8a^6$ ，故此选项错误；

④ $-a^8 \div a^4 = -a^4$ ，正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了负指数幂的性质以及二次根式的加减运算、积的乘方运算法则、同底数幂的乘除运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

6. (4分) 如果 $3ab^{2m-1}$ 与 $9ab^{m+1}$ 是同类项, 那么 m 等于 ()

- A. 2 B. 1 C. -1 D. 0

【分析】根据同类项的定义, 含有相同的字母, 并且相同字母的指数也相同, 列出等式, 直接计算即可.

【解答】解: 根据题意, 得: $2m - 1 = m + 1$,

解得: $m = 2$.

故选: A.

【点评】本题主要考查同类项的定义, 熟记同类项的定义是解决此题的关键.

7. (4分) 在下列长度的三条线段中, 不能组成三角形的是 ()

- A. 2cm, 3cm, 4cm B. 3cm, 6cm, 6cm
C. 2cm, 2cm, 6cm D. 5cm, 6cm, 7cm

【分析】根据三角形任意两边的和大于第三边, 进行分析判断.

【解答】解: A、 $2+3 > 4$, 能组成三角形;

B、 $3+6 > 6$, 能组成三角形;

C、 $2+2 < 6$, 不能组成三角形;

D、 $5+6 > 7$, 能够组成三角形.

故选: C.

【点评】本题考查了能够组成三角形三边的条件. 注意: 用两条较短的线段相加, 如果大于最长那条就能够组成三角形.

8. (4分) 平行四边形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 是两条对角线, 现从以下四个关系① $AB = BC$;

② $AC = BD$; ③ $AC \perp BD$; ④ $AB \perp BC$ 中随机取出一个作为条件, 即可推出平行四边形 $ABCD$ 是菱形的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

【分析】菱形的判定: ①菱形定义: 一组邻边相等的平行四边形是菱形 (平行四边形 + 一组邻边相等 = 菱形); ②四条边都相等的四边形是菱形. ③对角线互相垂直的平行四边形是菱形 (或 “对角线互相垂直平分的四边形是菱形”).

【解答】解: 根据平行四边形的判定定理,

可推出平行四边形 $ABCD$ 是菱形的有①或③,

概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

故选：B.

【点评】本题考查了菱形及概率，熟练掌握菱形的判定定理是解题的关键.

9. (4分) 若点 $A(-4, y_1)$ 、 $B(-2, y_2)$ 、 $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上,

则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 ()

A. $y_1 > y_2 > y_3$

B. $y_3 > y_2 > y_1$

C. $y_2 > y_1 > y_3$

D. $y_1 > y_3 > y_2$

【分析】根据反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1 、 y_2 、 y_3 的值, 比较后即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 点 $A(-4, y_1)$ 、 $B(-2, y_2)$ 、 $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上,

$$\therefore y_1 = -\frac{1}{-4} = \frac{1}{4}, y_2 = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}, y_3 = -\frac{1}{2},$$

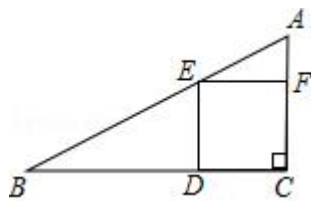
$$\text{又} \because -\frac{1}{2} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2},$$

$$\therefore y_3 < y_1 < y_2.$$

故选: C.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 利用反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1 、 y_2 、 y_3 的值是解题的关键.

10. (4分) 如图, 在一斜边长 30cm 的直角三角形木板 (即 $\text{Rt}\triangle ACB$) 中截取一个正方形 $CDEF$, 点 D 在边 BC 上, 点 E 在斜边 AB 上, 点 F 在边 AC 上, 若 $AF:AC = 1:3$, 则这块木板截取正方形 $CDEF$ 后, 剩余部分的面积为 ()



A. 200cm^2

B. 170cm^2

C. 150cm^2

D. 100cm^2

【分析】设 $AF = x$, 则 $AC = 3x$, 利用正方形的性质得 $EF = CF = 2x$, $EF \parallel BC$, 再证明 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$, 利用相似比得到 $BC = 6x$, 所以 $AB = 3\sqrt{5}x$, 则 $3\sqrt{5}x = 30$, 解得 $x = 2\sqrt{5}$, 然后用 $\triangle ABC$ 的面积减去正方形的面积得到剩余部分的面积.

【解答】解: 设 $AF = x$, 则 $AC = 3x$,

$\because$ 四边形 $CDEF$ 为正方形,

$\therefore EF = CF = 2x$, $EF \parallel BC$,

$$\because EF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore BC = 6x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } AB = \sqrt{(3x)^2 + (6x)^2} = 3\sqrt{5}x,$$

$$\therefore 3\sqrt{5}x = 30, \text{ 解得 } x = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AC = 6\sqrt{5}, BC = 12\sqrt{5},$$

$$\therefore \text{剩余部分的面积} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{5} \times 12\sqrt{5} - (4\sqrt{5})^2 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

故选: D.

【点评】 本题考查了相似三角形的应用: 常常构造“*A*”型或“*X*”型相似图, 利用对应边成比例求相应线段的长. 也考查了正方形的性质.

二、填空题(本大题 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分)

11. (3 分) 一组数据: 2, 1, 2, 5, 3, 2 的众数是 2.

【分析】 根据众数的定义即一组数据中出现次数最多的数, 即可得出答案.

【解答】 解: 在数据 2, 1, 2, 5, 3, 2 中 2 出现 3 次, 次数最多,

所以众数为 2,

故答案为: 2.

【点评】 此题考查了众数, 众数是一组数据中出现次数最多的数.

12. (3 分) 分解因式: $9x^2 - y^2 = \underline{(3x+y)(3x-y)}$.

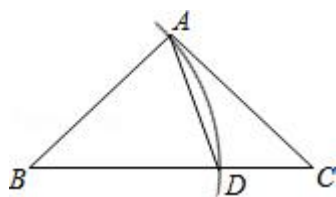
【分析】 利用平方差公式进行分解即可.

【解答】 解: 原式 = $(3x+y)(3x-y)$,

故答案为: $(3x+y)(3x-y)$.

【点评】 此题主要考查了公式法分解因式, 关键是掌握平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

13. (3 分) 如图, 以 $\triangle ABC$ 的顶点 B 为圆心, BA 长为半径画弧, 交 BC 边于点 D , 连接 AD . 若 $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 36^\circ$, 则 $\angle DAC$ 的大小为 34 度.



【分析】根据三角形的内角和得出 $\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 104^\circ$ ，根据等腰三角形两底角相等得出 $\angle BAD = \angle ADB = (180^\circ - \angle B) \div 2 = 70^\circ$ ，进而根据角的和差得出 $\angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 34^\circ$ 。

【解答】解： $\because \angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 36^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 104^\circ$$

$$\because AB = BD$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ADB = (180^\circ - \angle B) \div 2 = 70^\circ$$
，

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 34^\circ$$

故答案为：34。

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，三角形内角和定理，掌握等边对等角是解题的关键。

14. (3分) 已知 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} 2x+y=6 \\ x+2y=-3 \end{cases}$ 的解，则 $a+b$ 的值为 1。

【分析】把 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 代入方程组 $\begin{cases} 2x+y=6 \\ x+2y=-3 \end{cases}$ 得： $\begin{cases} 2a+b=6 \text{ ①} \\ a+2b=-3 \text{ ②} \end{cases}$ ，相加可得出答案。

【解答】解：把 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 代入方程组 $\begin{cases} 2x+y=6 \\ x+2y=-3 \end{cases}$ 得： $\begin{cases} 2a+b=6 \text{ ①} \\ a+2b=-3 \text{ ②} \end{cases}$ ，

$$\text{①}+\text{②} \text{ 得： } 3a+3b=3，$$

$$a+b=1，$$

故答案为：1。

【点评】本题考查了二元一次方程组的解，属于基础题，关键是把未知数替换为 a 和 b 后相加即可。

15. (3分) 某品牌旗舰店平日将某商品按进价提高 40% 后标价，在某次电商购物节中，为促销该商品，按标价 8 折销售，售价为 2240 元，则这种商品的进价是 2000 元。

【分析】设这种商品的进价是 x 元，根据提价之后打八折，售价为 2240 元，列方程解答即可。

【解答】解：设这种商品的进价是 x 元，

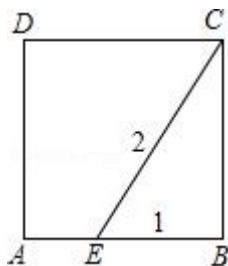
$$\text{由题意得，} (1+40\%)x \times 0.8 = 2240。$$

解得： $x = 2000$ ，

故答案为 2000

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程解答．

16. (3 分) 如图，点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 AB 上，若 $EB = 1$ ， $EC = 2$ ，那么正方形 $ABCD$ 的面积为 3．



【分析】根据勾股定理求出 BC ，根据正方形的面积公式计算即可．

【解答】解：由勾股定理得， $BC = \sqrt{EC^2 - EB^2} = \sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的面积 $= BC^2 = 3$ ，

故答案为：3．

【点评】本题考查的是勾股定理，如果直角三角形的两条直角边长分别是 a ， b ，斜边长为 c ，那么 $a^2 + b^2 = c^2$ ．

17. (3 分) 下面摆放的图案，从第 2 个起，每一个都是前一个按顺时针方向旋转 90° 得到，第 2019 个图案与第 1 个至第 4 个中的第 3 个箭头方向相同（填序号）．



【分析】根据图形可以看出 4 个图形一循环，然后再 $2019 \div 4 = 504 \cdots 3$ ，从而确定是第 3 个图形．

【解答】解： $2019 \div 4 = 504 \cdots 3$ ，

故第 2019 个图案中的指针指向与第 3 个图案相同，

故答案为：3

【点评】主要考查了图形的变化类，学生通过特例分析从而归纳总结出规律是解决问题的关键．

18. (3 分) 从一个不透明的口袋中随机摸出一球，再放回袋中，不断重复上述过程，一共摸了 150 次，其中有 50 次摸到黑球，已知口袋中仅有黑球 10 个和白球若干个，这些球

除颜色外，其他都一样，由此估计口袋中有 20 个白球.

【分析】先由频率 = 频数 ÷ 数据总数计算出频率，再由题意列出方程求解即可.

【解答】解：摸了 150 次，其中有 50 次摸到黑球，则摸到黑球的频率是 $\frac{50}{150} = \frac{1}{3}$,

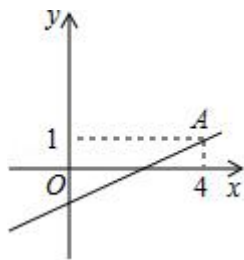
设口袋中大约有 x 个白球，则 $\frac{10}{x+10} = \frac{1}{3}$,

解得 $x = 20$.

故答案为：20.

【点评】考查利用频率估计概率. 大量反复试验下频率稳定值即概率. 关键是得到关于黑球的概率的等量关系.

19. (3 分) 如图所示，一次函数 $y = ax + b$ (a 、 b 为常数，且 $a > 0$) 的图象经过点 $A(4, 1)$ ，则不等式 $ax + b < 1$ 的解集为 $x < 4$.



【分析】由于一次函数 $y = ax + b$ (a 、 b 为常数，且 $a > 0$) 的图象经过点 $A(4, 1)$ ，再根据图象得出函数的增减性，即可求出不等式 $ax + b < 1$ 的解集.

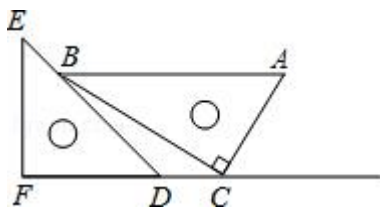
【解答】解：函数 $y = ax + b$ 的图象如图所示，图象经过点 $A(4, 1)$ ，且函数值 y 随 x 的增大而增大，

故不等式 $ax + b < 1$ 的解集是 $x < 4$.

故答案为： $x < 4$.

【点评】本题考查了一次函数与不等式的关系及数形结合思想的应用. 解决此类问题关键是仔细观察图形，注意几个关键点（交点、原点等），做到数形结合.

20. (3 分) 三角板是我们学习数学的好帮手. 将一对直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上，点 B 在 ED 上， $AB \parallel CF$ ， $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AC = 10$ ，则 CD 的长度是 $15 - 5\sqrt{3}$.



【分析】过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M ，根据题意可求出 BC 的长度，然后在 $\triangle EFD$ 中可求出 $\angle EDF = 45^\circ$ ，进而可得出答案．

【解答】解：过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M ，

在 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AC = 10$ ，

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ, BC = 10 \times \tan 60^\circ = 10\sqrt{3},$$

$\because AB \parallel CF$,

$$\therefore BM = BC \times \sin 30^\circ = 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{3},$$

$$CM = BC \times \cos 30^\circ = 15,$$

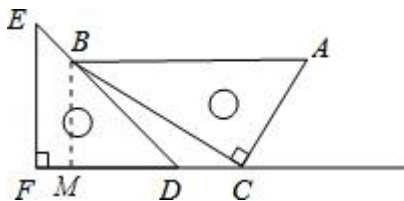
在 $\triangle EFD$ 中， $\angle F = 90^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle EDF = 45^\circ,$$

$$\therefore MD = BM = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore CD = CM - MD = 15 - 5\sqrt{3}.$$

故答案是： $15 - 5\sqrt{3}$ ．



【点评】本题考查了解直角三角形的性质及平行线的性质，难度较大，解答此类题目的关键根据题意建立三角形利用所学的三角函数的关系进行解答．

三、解答题（本大题 6 小题，共 80 分）

21. (12 分) (1) 计算： $|\frac{1}{2}| + (-1)^{2019} + 2^{-1} - (\pi - 3)^0$;

(2) 解方程： $1 - \frac{x-3}{2x+2} = \frac{3x}{x+1}$

【分析】(1) 原式利用绝对值的代数意义，乘方的意义，零指数幂、负整数指数幂法则计算即可求出值；

(2) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解．

【解答】解：（1）原式 $= \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2} - 1 = -1$ ；

（2）去分母得： $2x+2 - x+3 = 6x$ ，

解得： $x = 1$ ，

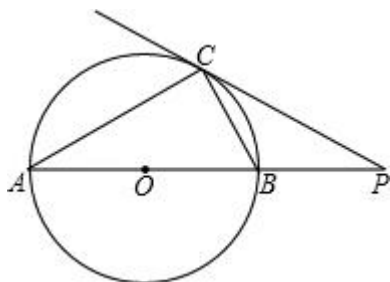
经检验 $x = 1$ 是分式方程的解．

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验．

22.（12分）如图，点 P 在 $\odot O$ 外， PC 是 $\odot O$ 的切线， C 为切点，直线 PO 与 $\odot O$ 相交于点 A 、 B ．

（1）若 $\angle A = 30^\circ$ ，求证： $PA = 3PB$ ；

（2）小明发现， $\angle A$ 在一定范围内变化时，始终有 $\angle BCP = \frac{1}{2}(90^\circ - \angle P)$ 成立．请你写出推理过程．



【分析】（1）由 PC 为圆 O 的切线，利用弦切角等于夹弧所对的圆周角得到 $\angle BCP = \angle A$ ，由 $\angle A$ 的度数求出 $\angle BCP$ 的度数，进而确定出 $\angle P$ 的度数，再由 $PB = BC$ ， $AB = 2BC$ ，等量代换确定出 PB 与 PA 的关系即可；

（2）由三角形内角和定理及圆周角定理即可确定出两角的关系．

【解答】解：（1） $\because AB$ 是直径

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2BC$$

$\because PC$ 是 $\odot O$ 切线

$$\therefore \angle BCP = \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle P = 30^\circ,$$

$$\therefore PB = BC, BC = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore PA = 3PB$$

（2） $\because$ 点 P 在 $\odot O$ 外， PC 是 $\odot O$ 的切线， C 为切点，直线 PO 与 $\odot O$ 相交于点 A 、 B ，

$$\therefore \angle BCP = \angle A,$$

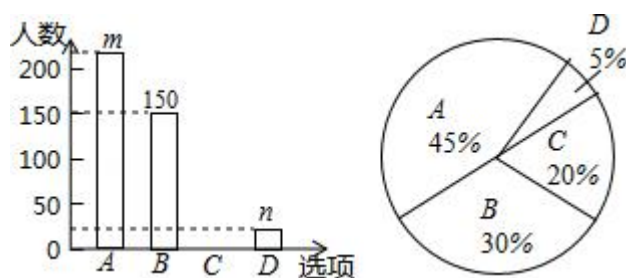
$$\because \angle A + \angle P + \angle ACB + \angle BCP = 180^\circ, \text{ 且 } \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BCP = 180^\circ - \angle P,$$

$$\therefore \angle BCP = \frac{1}{2} (90^\circ - \angle P)$$

【点评】 本题考查了切线的性质，内角和定理，圆周角定理，以及含 30 度直角三角形的性质，熟练掌握性质及定理是解本题的关键。

23. (14 分) 某地区在所有中学开展《老师，我想对你说》心灵信箱活动，为师生之间的沟通增设了一个书面交流的渠道。为了解两年来活动开展的情况，某课题组从全地区随机抽取部分中学生进行问卷调查。对“两年来，你通过心灵信箱给老师总共投递过封信？”这一调查项设有四个回答选项，选项 A：没有投过；选项 B：一封；选项 C：两封；选项 D：三封及以上。根据接受问卷调查学生的回答，统计出各选项的人数以及所占百分比，分别绘制成如下条形统计图和扇形统计图：



- (1) 此次抽样调查了 500 名学生，条形统计图中 $m = \underline{225}$ ， $n = \underline{25}$ ；
- (2) 请将条形统计图补全；
- (3) 接受问卷调查的学生在活动中投出的信件总数至少有 425 封；
- (4) 全地区中学生共有 110000 名，由此次调查估算，在此项活动中，全地区给老师投过信件的学生约有多少名？

【分析】 (1) 由 B 选项人数及其所占百分比求得总人数，再用总人数乘以对应百分比可得 m 、 n 的值；

- (2) 先求出 C 选项的人数，继而可补全图形；
- (3) 各选项次数乘以对应人数，再求和即可得；
- (4) 利用样本估计总体思想求解可得。

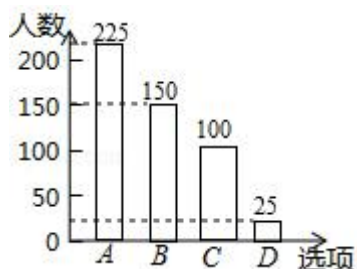
【解答】 解：(1) 此次调查的总人数为 $150 \div 30\% = 500$ (人)，

则 $m = 500 \times 45\% = 225$ ， $n = 500 \times 5\% = 25$ ，

故答案为：500，225，25；

(2) C 选项人数为 $500 \times 20\% = 100$ (人),

补全图形如下:



(3) $1 \times 150 + 2 \times 100 + 3 \times 25 = 425$,

答: 接受问卷调查的学生在活动中投出的信件总数至少有 425 封,

故答案为: 425;

(4) 由此次调查估算, 在此项活动中, 全地区给老师投过信件的学生约有 $110000 \times (1 - 45\%) = 60500$ (名).

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

24. (14 分) 某山区不仅有美丽风光, 也有许多令人喜爱的土特产, 为实现脱贫奔小康, 某村组织村民加工包装土特产销售给游客, 以增加村民收入. 已知某种土特产每袋成本 10 元. 试销阶段每袋的销售价 x (元) 与该土特产的日销售量 y (袋) 之间的关系如表:

x (元)	15	20	30	...
y (袋)	25	20	10	...

若日销售量 y 是销售价 x 的一次函数, 试求:

(1) 日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式;

(2) 假设后续销售情况与试销阶段效果相同, 要使这种土特产每日销售的利润最大, 每袋的销售价应定为多少元? 每日销售的最大利润是多少元?

【分析】 (1) 根据表格中的数据, 利用待定系数法, 求出日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式即可

(2) 利用每件利润 $\times$ 总销量 = 总利润, 进而求出二次函数最值即可.

【解答】解：

(1) 依题意，根据表格的数据，设日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式为 $y = kx + b$ 得

$$\begin{cases} 25 = 15k + b \\ 20 = 20k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 40 \end{cases}$$

故日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式为： $y = -x + 40$

(2) 依题意，设利润为 w 元，得

$$w = (x - 10)(-x + 40) = -x^2 + 50x + 400$$

$$\text{整理得 } w = -(x - 25)^2 + 225$$

$$\because -1 < 0$$

$\therefore$ 当 $x = 25$ 时， w 取得最大值，最大值为 225

故要使这种土特产每日销售的利润最大，每袋的销售价应定为 25 元，每日销售的最大利润是 225 元.

【点评】本题考查了二次函数的性质在实际生活中的应用，根据每天的利润 = 一件的利润 $\times$ 销售件数，建立函数关系式，此题为数学建模题，借助二次函数解决实际问题.

25. (12 分) 某中学数学兴趣小组在一次课外学习与探究中遇到一些新的数学符号，他们将其中某些材料摘录如下：

对于三个实数 a, b, c ，用 $M\{a, b, c\}$ 表示这三个数的平均数，用 $\min\{a, b, c\}$ 表示这三个数中最小的数，例如 $M\{1, 2, 9\} = \frac{1+2+9}{3} = 4$ ， $\min\{1, 2, -3\} = -3$ ， $\min\{3, 1, 1\} = 1$. 请结合上述材料，解决下列问题：

$$(1) \textcircled{1} M\{(-2)^2, 2^2, -2^2\} = -\frac{4}{3},$$

$$\textcircled{2} \min\{\sin 30^\circ, \cos 60^\circ, \tan 45^\circ\} = \frac{1}{2};$$

(2) 若 $\min\{3 - 2x, 1 + 3x, -5\} = -5$ ，则 x 的取值范围为 $-2 \leq x \leq 4$ ；

(3) 若 $M\{-2x, x^2, 3\} = 2$ ，求 x 的值；

(4) 如果 $M\{2, 1+x, 2x\} = \min\{2, 1+x, 2x\}$ ，求 x 的值.

【分析】(1) ①根据平均数的定义计算即可. ②求出三个数中的最小的数即可.

(2) 根据不等式解决问题即可.

(3) 构建方程即可解决问题.

(4) 把问题转化为不等式组解决即可.

【解答】解：(1) ① $M\{(-2)^2, 2^2, -2^2\} = \frac{4}{3}$,

② $\min\{\sin 30^\circ, \cos 60^\circ, \tan 45^\circ\} = \frac{1}{2}$;

故答案为: $\frac{4}{3}, \frac{1}{2}$.

(2) $\because \min\{3-2x, 1+3x, -5\} = -5$,

$$\therefore \begin{cases} 3-2x \geq -5 \\ 1+3x \geq -5 \end{cases},$$

解得 $-2 \leq x \leq 4$,

故答案为 $-2 \leq x \leq 4$.

(3) $\because M\{-2x, x^2, 3\} = 2$,

$$\therefore \frac{-2x + x^2 + 3}{3} = 2,$$

解得 $x = -1$ 或 3 .

(4) $\because M\{2, 1+x, 2x\} = \min\{2, 1+x, 2x\}$,

$$\text{又} \because \frac{2+1+x+2x}{3} = x+1,$$

$$\therefore \begin{cases} x+1 \leq 2 \\ x+1 \leq 2x \end{cases},$$

解得 $1 \leq x \leq 1$,

$\therefore x = 1$.

【点评】本题考查不等式组，平均数，最小值等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，学会用转化的思想思考问题，属于中考常考题型.

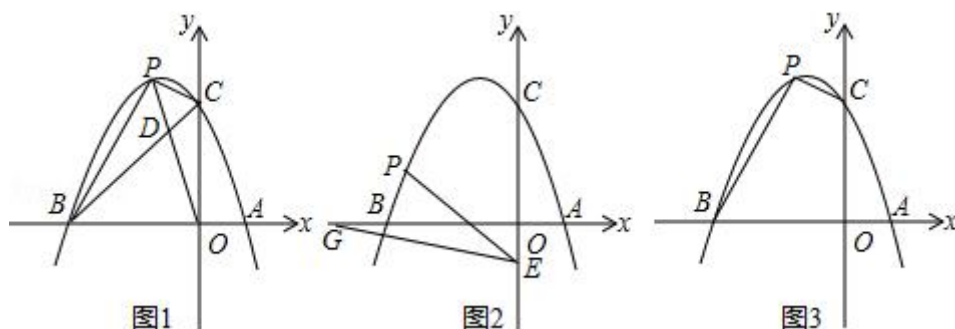
26. (16分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(1, 0)$ 和点 $B(-3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 点 P 为第二象限内抛物线上的动点.

(1) 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$, 抛物线的顶点坐标为 $(-1, 4)$;

(2) 如图 1, 连接 OP 交 BC 于点 D , 当 $S_{\triangle CPD} : S_{\triangle BPD} = 1 : 2$ 时, 请求出点 D 的坐标;

(3) 如图 2, 点 E 的坐标为 $(0, -1)$, 点 G 为 x 轴负半轴上的一点, $\angle OGE = 15^\circ$, 连接 PE , 若 $\angle PEG = 2\angle OGE$, 请求出点 P 的坐标;

(4) 如图 3, 是否存在点 P , 使四边形 $BOCP$ 的面积为 8? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】(1) 函数的表达式为: $y = a(x-1)(x+3) = a(x^2+2x-3)$, 即可求解;

(2) $S_{\triangle CPD} : S_{\triangle BPD} = 1 : 2$, 则 $BD = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, 即可求解;

(3) $\angle OGE = 15^\circ$, $\angle PEG = 2\angle OGE = 30^\circ$, 则 $\angle OHE = 45^\circ$, 故 $OH = OE = 1$, 即可求解;

(4) 利用 $S_{\text{四边形}BOCP} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle PBC} = 8$, 即可求解.

【解答】解: (1) 函数的表达式为: $y = a(x-1)(x+3) = a(x^2+2x-3)$,

即: $-3a = 3$, 解得: $a = -1$,

故抛物线的表达式为: $y = -x^2 - 2x + 3 \cdots \textcircled{1}$,

顶点坐标为 $(-1, 4)$;

(2) $\because OB = OC$,

$\therefore \angle CBO = 45^\circ$,

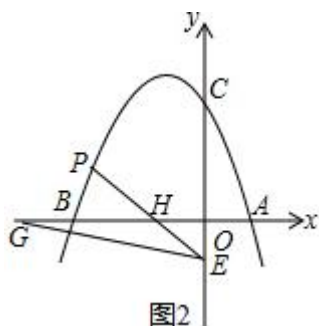
$\because S_{\triangle CPD} : S_{\triangle BPD} = 1 : 2$,

$\therefore BD = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$,

$y_D = BD \sin \angle CBO = 2$,

则点 $D(-1, 2)$;

(3) 如图2, 设直线 PE 交 x 轴于点 H ,



$$\because \angle OGE = 15^\circ, \angle PEG = 2\angle OGE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OHE = 45^\circ,$$

$$\therefore OH = OE = 1,$$

则直线 HE 的表达式为: $y = -x - 1 \cdots \textcircled{2}$,

$$\text{联立} \textcircled{1} \textcircled{2} \text{并解得: } x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ (舍去正值),}$$

$$\text{故点 } P \left(\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right);$$

(4) 不存在, 理由:

连接 BC , 过点 P 作 y 轴的平行线交 BC 于点 H ,

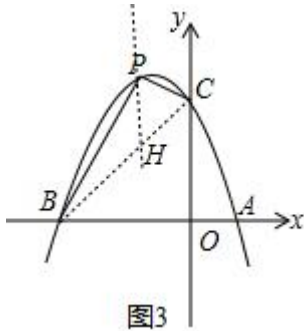


图3

直线 BC 的表达式为: $y = x + 3$,

设点 $P(x, -x^2 - 2x + 3)$, 点 $H(x, x + 3)$,

$$\text{则 } S_{\text{四边形}BOCP} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} (-x^2 - 2x + 3 - x - 3) \times 3 = 8,$$

$$\text{整理得: } 3x^2 + 9x + 7 = 0,$$

解得: $\Delta < 0$, 故方程无解,

则不存在满足条件的点 P .

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、一元二次方程应用、图象的面积计算等, 难度不大.