

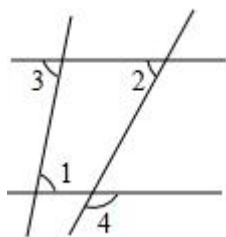
2019 年贵州省铜仁市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. (4 分) 2019 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2019}$ B. $-\frac{1}{2019}$ C. $|2019|$ D. -2019

2. (4 分) 如图，如果 $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，那么 $\angle 4$ 的度数为 ()



- A. 60° B. 100° C. 120° D. 130°

3. (4 分) 今年我市参加中考的学生约为 56000 人，56000 用科学记数法表示为 ()

- A. 56×10^3 B. 5.6×10^4 C. 0.56×10^5 D. 5.6×10^{-4}

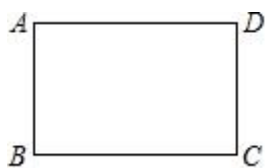
4. (4 分) 某班 17 名女同学的跳远成绩如下表所示：

成绩 (m)	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90
人数	2	3	2	3	4	1	1	1

这些女同学跳远成绩的众数和中位数分别是 ()

- A. 1.70, 1.75 B. 1.75, 1.70 C. 1.70, 1.70 D. 1.75, 1.725

5. (4 分) 如图为矩形 $ABCD$ ，一条直线将该矩形分割成两个多边形，若这两个多边形的内角和分别为 a 和 b ，则 $a+b$ 不可能是 ()

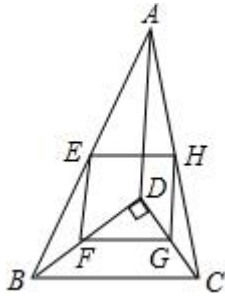


- A. 360° B. 540° C. 630° D. 720°

6. (4 分) 一元二次方程 $4x^2 - 2x - 1 = 0$ 的根的情况为 ()

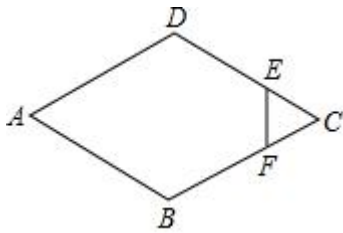
- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 只有一个实数根 D. 没有实数根

7. (4 分) 如图， D 是 $\triangle ABC$ 内一点， $BD \perp CD$ ， $AD = 7$ ， $BD = 4$ ， $CD = 3$ ， E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BD 、 CD 、 AC 的中点，则四边形 $EFGH$ 的周长为 ()



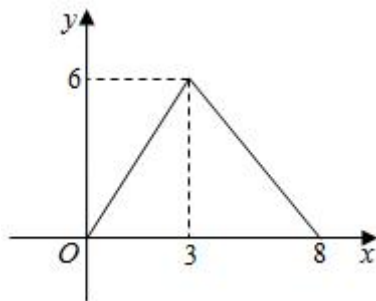
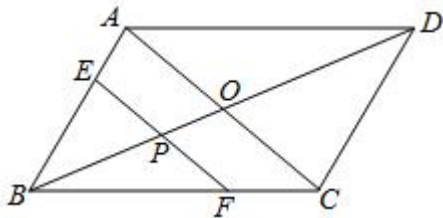
- A. 12 B. 14 C. 24 D. 21

8. (4分) 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $AB=2$, $\angle DAB=60^\circ$, 点 E 、 F 分别在边 DC 、 BC 上, 且 $CE=\frac{1}{3}CD$, $CF=\frac{1}{3}CB$, 则 $S_{\triangle CEF}=(\quad)$

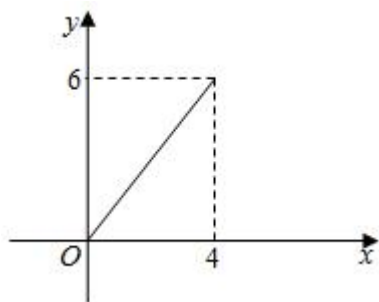


- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{9}$

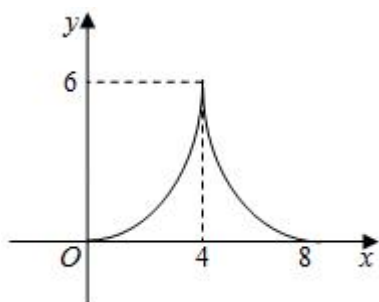
9. (4分) 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 且 $AC=6$, $BD=8$, P 是对角线 BD 上任意一点, 过点 P 作 $EF \parallel AC$, 与平行四边形的两条边分别交于点 E 、 F . 设 $BP=x$, $EF=y$, 则能大致表示 y 与 x 之间关系的图象为 $(\quad)$



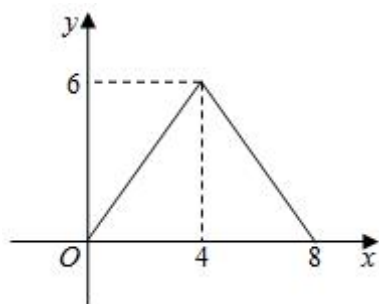
A.



B.

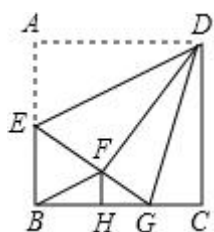


C.



D.

10. (4分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, $AB=6$, E 为 AB 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折得到 $\triangle FDE$, 延长 EF 交 BC 于 G , $FH \perp BC$, 垂足为 H , 连接 BF 、 DG . 以下结论: ① $BF \parallel ED$; ② $\triangle DFG \cong \triangle DCG$; ③ $\triangle FHB \sim \triangle EAD$; ④ $\tan \angle GEB = \frac{4}{3}$; ⑤ $S_{\triangle BFG} = 2.6$; 其中正确的个数是 ()



A. 2

B. 3

C. 4

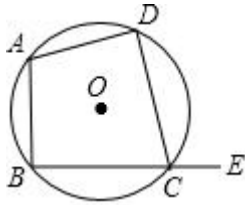
D. 5

二、填空题: (本大题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. (4分) 因式分解: $x^2 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4分) 小刘和小李参加射击训练, 各射击 10 次的平均成绩相同, 如果他们射击成绩的方差分别是 $S_{\text{小刘}}^2 = 0.6$, $S_{\text{小李}}^2 = 1.4$, 那么两人中射击成绩比较稳定的是 ;

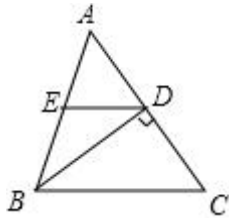
13. (4分) 如图, 四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形, $\angle A = 100^\circ$, 则 $\angle DCE$ 的度数为_____;



14. (4分) 分式方程 $\frac{5}{y-2} = \frac{3}{y}$ 的解为 $y =$ _____.

15. (4分) 某市为了扎实落实脱贫攻坚中“两不愁、三保障”的住房保障工作, 去年已投入 5 亿元资金, 并计划投入资金逐年增长, 明年将投入 7.2 亿元资金用于保障性住房建设, 则这两年投入资金的年平均增长率为_____.

16. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AC 的中点, 且 $BD \perp AC$, $ED \parallel BC$, ED 交 AB 于点 E , $BC = 7\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$, 则 $\triangle AED$ 的周长等于_____ cm .



17. (4分) 如果不等式组 $\begin{cases} x < 3a+2 \\ x < a-4 \end{cases}$ 的解集是 $x < a-4$, 则 a 的取值范围是_____.

18. (4分) 按一定规律排列的一列数依次为: $-\frac{a^2}{2}$, $\frac{a^5}{5}$, $-\frac{a^8}{10}$, $\frac{a^{11}}{17}$, $\dots$ ($a \neq 0$), 按此规律排列下去, 这列数中的第 n 个数是_____. (n 为正整数)

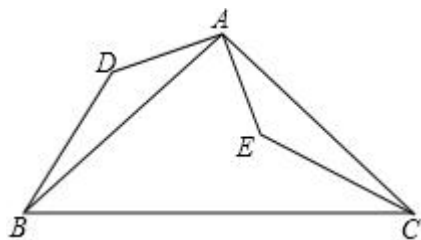
三、简答题: (本大题共 4 个小题, 第 19 题每小题 10 分, 第 20、21、22 题每小题 10 分, 共 40 分, 要有解题的主要过程)

19. (10分) (1) 计算: $|- \frac{1}{2}| + (-1)^{2019} + 2\sin 30^\circ + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^0$

(2) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}) \div \frac{2}{1-x}$, 其中 $x = -2$

20. (10分) 如图, $AB = AC$, $AB \perp AC$, $AD \perp AE$, 且 $\angle ABD = \angle ACE$.

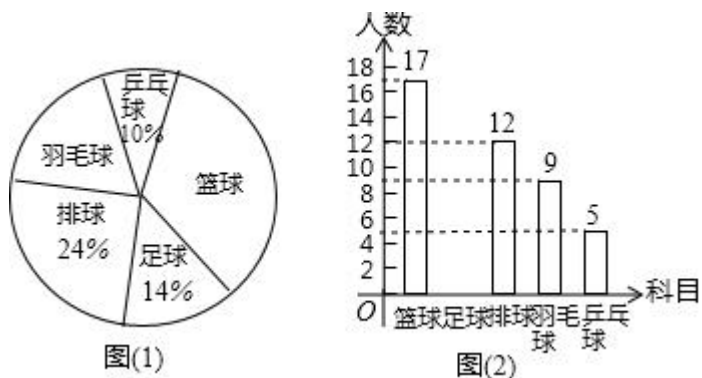
求证: $BD = CE$.



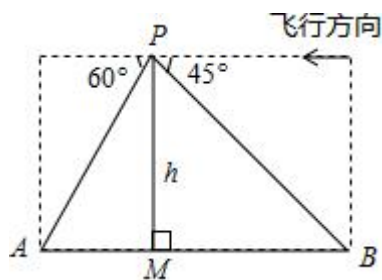
21. (10 分) 某中学开设的体育选修课有篮球、足球、排球、羽毛球、乒乓球, 学生可以根据自己的爱好选修其中 1 门. 某班班主任对全班同学的选课情况进行了调查统计, 制成了两幅不完整的统计图 (图 (1) 和图 (2)):

(1) 请你求出该班的总人数, 并补全条形图 (注: 在所补小矩形上方标出人数);

(2) 在该班团支部 4 人中, 有 1 人选修排球, 2 人选修羽毛球, 1 人选修乒乓球. 如果该班班主任要从他们 4 人中任选 2 人作为学生会候选人, 那么选出的两人中恰好有 1 人选修排球、1 人选修羽毛球的概率是多少?



22. (10 分) 如图, A 、 B 两个小岛相距 10km , 一架直升飞机由 B 岛飞往 A 岛, 其飞行高度一直保持在海平面以上的 $h\text{km}$, 当直升飞机飞到 P 处时, 由 P 处测得 B 岛和 A 岛的俯角分别是 45° 和 60° , 已知 A 、 B 、 P 和海平面上一点 M 都在同一个平面上, 且 M 位于 P 的正下方, 求 h (结果取整数, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



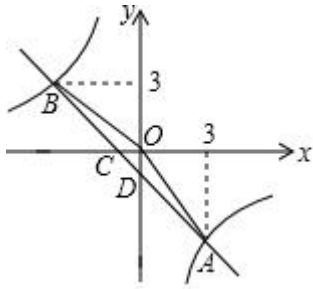
四、(本大题满分 12 分)

23. (12 分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ (k , b 为常数, $k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 的图象交于 A 、 B 两点, 且与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 D , A 点的横坐标与 B 点的纵坐标都是 3.

(1) 求一次函数的表达式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

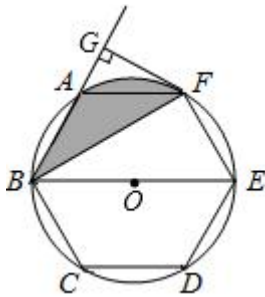
(3) 写出不等式 $kx + b > -\frac{12}{x}$ 的解集.



五、(本大题满分 12 分)

24. (12 分) 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, BE 是 $\odot O$ 的直径, 连接 BF , 延长 BA , 过 F 作 $FG \perp BA$, 垂足为 G .

- (1) 求证: FG 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 已知 $FG = 2\sqrt{3}$, 求图中阴影部分的面积.

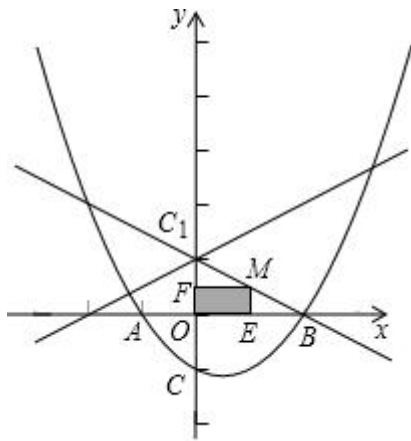


六、(本大题满分 14 分)

25. (14 分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 1$ 与 x 轴的交点为 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$, 且与 y 轴交于 C 点.

- (1) 求该抛物线的表达式;
- (2) 点 C 关于 x 轴的对称点为 C_1 , M 是线段 BC_1 上的一个动点 (不与 B 、 C_1 重合), $ME \perp x$ 轴, $MF \perp y$ 轴, 垂足分别为 E 、 F , 当点 M 在什么位置时, 矩形 $MFOE$ 的面积最大? 说明理由.

- (3) 已知点 P 是直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 上的动点, 点 Q 为抛物线上的动点, 当以 C 、 C_1 、 P 、 Q 为顶点的四边形为平行四边形时, 求出相应的点 P 和点 Q 的坐标.



2019 年贵州省铜仁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. 【解答】解：2019 的相反数是 -2019，

故选：D.

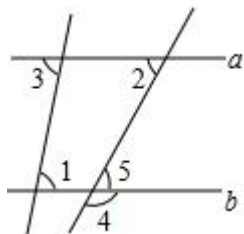
2. 【解答】解： $\because \angle 1 = \angle 3$,

$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 2 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

故选：C.



3. 【解答】解：将 56000 用科学记数法表示为： 5.6×10^4 .

故选：B.

4. 【解答】解：由表可知，1.75 出现次数最多，所以众数为 1.75；

由于一共调查了 $2+3+2+3+1+1+1 = 17$ 人，

所以中位数为排序后的第 9 人，即：170.

故选：B.

5. 【解答】解：一条直线将该矩形 ABCD 分割成两个多边形，每一个多边形的内角和都是 180° 的倍数，都能被 180 整除，分析四个答案，

只有 630 不能被 180 整除，所以 $a+b$ 不可能是 630° .

故选：C.

6. 【解答】解： $\because \Delta = (-2)^2 - 4 \times 4 \times (-1) = 20 > 0$,

$\therefore$ 一元二次方程 $4x^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

故选：B.

7. 【解答】解： $\because BD \perp CD$, $BD = 4$, $CD = 3$,

$$\therefore BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$\therefore E, F, G, H$ 分别是 AB, AC, CD, BD 的中点,

$$\therefore EH = FG = \frac{1}{2}BC, \quad EF = GH = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore \text{四边形 } EFGH \text{ 的周长} = EH + GH + FG + EF = AD + BC,$$

又 $\therefore AD = 7$,

$$\therefore \text{四边形 } EFGH \text{ 的周长} = 7 + 5 = 12.$$

故选: A.

8. 【解答】解: $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为菱形, $AB = 2$, $\angle DAB = 60^\circ$

$$\therefore AB = BC = CD = 2, \quad \angle DCB = 60^\circ$$

$$\therefore CE = \frac{1}{3}CD, \quad CF = \frac{1}{3}CB$$

$$\therefore CE = CF = \frac{2}{3}$$

$\therefore \triangle CEF$ 为等边三角形

$$\therefore S_{\triangle CEF} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{9}$$

故选: D.

9. 【解答】解: 当 $0 \leq x \leq 4$ 时,

$\therefore BO$ 为 $\triangle ABC$ 的中线, $EF \parallel AC$,

$\therefore BP$ 为 $\triangle BEF$ 的中线, $\triangle BEF \sim \triangle BAC$,

$$\therefore \frac{BP}{BO} = \frac{EF}{AC}, \quad \text{即} \frac{x}{4} = \frac{y}{6}, \quad \text{解得} y = \frac{3}{2}x,$$

同理可得, 当 $4 < x \leq 8$ 时, $y = \frac{3}{2}(8 - x)$.

故选: A.

10. 【解答】解: $\therefore$ 正方形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, E 为 AB 的中点

$$\therefore AD = DC = BC = AB = 6, \quad AE = BE = 3, \quad \angle A = \angle C = \angle ABC = 90^\circ$$

$\therefore \triangle ADE$ 沿 DE 翻折得到 $\triangle FDE$

$$\therefore \angle AED = \angle FED, \quad AD = FD = 6, \quad AE = EF = 3, \quad \angle A = \angle DFE = 90^\circ$$

$$\therefore BE = EF = 3, \quad \angle DFG = \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EBF = \angle EFB$$

$$\therefore \angle AED + \angle FED = \angle EBF + \angle EFB$$

$$\therefore \angle DEF = \angle EFB$$

$$\therefore BF \parallel ED$$

故结论①正确；

$$\because AD = DF = DC = 6, \angle DFG = \angle C = 90^\circ, DG = DG$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle DFG \cong \text{Rt}\triangle DCG$$

$\therefore$ 结论②正确；

$$\because FH \perp BC, \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore AB \parallel FH, \angle FHB = \angle A = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EBF = \angle BFH = \angle AED$$

$$\therefore \triangle FHB \sim \triangle EAD$$

$\therefore$ 结论③正确；

$$\because \text{Rt}\triangle DFG \cong \text{Rt}\triangle DCG$$

$$\therefore FG = CG$$

设 $FG = CG = x$, 则 $BG = 6 - x$, $EG = 3 + x$

$$\text{在 Rt}\triangle BEG \text{ 中, 由勾股定理得: } 3^2 + (6 - x)^2 = (3 + x)^2$$

解得: $x = 2$

$$\therefore BG = 4$$

$$\therefore \tan \angle GEB = \frac{BG}{BE} = \frac{4}{3}$$

故结论④正确；

$$\because \triangle FHB \sim \triangle EAD, \text{ 且 } \frac{AE}{AD} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore BH = 2FH$$

设 $FH = a$, 则 $HG = 4 - 2a$

$$\text{在 Rt}\triangle FHG \text{ 中, 由勾股定理得: } a^2 + (4 - 2a)^2 = 2^2$$

$$\text{解得: } a = 2 \text{ (舍去) 或 } a = \frac{6}{5}$$

$$\therefore S_{\triangle BFG} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{6}{5} = 2.4$$

故结论⑤错误；

故选: C.

二、填空题: (本大题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. 【解答】解: $a^2 - 9 = (a+3)(a-3)$.
12. 【解答】解: 由于 $S_{\text{小刘}}^2 < S_{\text{小李}}^2$, 且两人 10 次射击成绩的平均值相等,
 $\therefore$ 两人中射击成绩比较稳定的是小刘,
 故答案为: 小刘
13. 【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形,
 $\therefore \angle DCE = \angle A = 100^\circ$,
 故答案为: 100°
14. 【解答】解: 去分母得: $5y = 3y - 6$,
 解得: $y = -3$,
 经检验 $y = -3$ 是分式方程的解,
 则分式方程的解为 $y = -3$.
 故答案为: -3
15. 【解答】解: 设这两年中投入资金的平均年增长率是 x , 由题意得:
 $5(1+x)^2 = 7.2$,
 解得: $x_1 = 0.2 = 20\%$, $x_2 = -2.2$ (不合题意舍去).
 答: 这两年中投入资金的平均年增长率约是 20% .
 故答案是: 20% .
16. 【解答】解: $\because D$ 是 AC 的中点, 且 $BD \perp AC$,
 $\therefore AB = BC = 7\text{cm}$, $AD = \frac{1}{2}AC = 3\text{cm}$,
 $\therefore ED \parallel BC$,
 $\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB = 3.5\text{cm}$, $ED = \frac{1}{2}BC = 3.5\text{cm}$,
 $\therefore \triangle AED$ 的周长 $= AE + ED + AD = 10\text{cm}$.
 故答案为: 10.
17. 【解答】解: 解这个不等式组为 $x < a - 4$,
 则 $3a + 2 \geq a - 4$,
 解这个不等式得 $a \geq -3$
 故答案 $a \geq -3$.
18. 【解答】解: 第 1 个数 $\left(-1\right)^{1 \cdot \frac{3 \times 1 - 1}{1^2 + 1}}$,

$$\text{第2个数为 } (-1)^2 \cdot \frac{a^{2 \times 3 - 1}}{2^2 + 1},$$

$$\text{第3个数为 } (-1)^3 \cdot \frac{a^{3 \times 3 - 1}}{3^2 + 1},$$

$$\text{第4个数为 } (-1)^4 \cdot \frac{a^{3 \times 4 - 1}}{4^2 + 1},$$

...

$$\text{所以这列数中的第 } n \text{ 个数是 } (-1)^n \cdot \frac{a^{3n-1}}{n^2+1}.$$

$$\text{故答案为 } (-1)^n \cdot \frac{a^{3n-1}}{n^2+1}.$$

三、简答题：(本大题共4个小题，第19题每小题10分，第20、21、22题每小题10分，共40分，要有解题的主要过程)

$$19. \text{【解答】解：(1) } 1 - \frac{1}{2} + (-1)^{2019} + 2\sin 30^\circ + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^0$$

$$= \frac{1}{2} + (-1) + 2 \times \frac{1}{2} + 1$$

$$= \frac{1}{2} + (-1) + 1 + 1$$

$$= \frac{3}{2};$$

$$(2) \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right) \div \frac{2}{1-x}$$

$$= \frac{(x-1) - (x+1)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{1-x}{2}$$

$$= \frac{x-1-x-1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{1-x}{2}$$

$$= \frac{2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{2}$$

$$= \frac{1}{x+1},$$

$$\text{当 } x = -2 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{-2+1} = -1.$$

20. 【解答】证明：∵ $AB \perp AC$, $AD \perp AE$,

$$\therefore \angle BAE + \angle CAE = 90^\circ, \quad \angle BAE + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle BAD.$$

又 $AB=AC$, $\angle ABD=\angle ACE$,

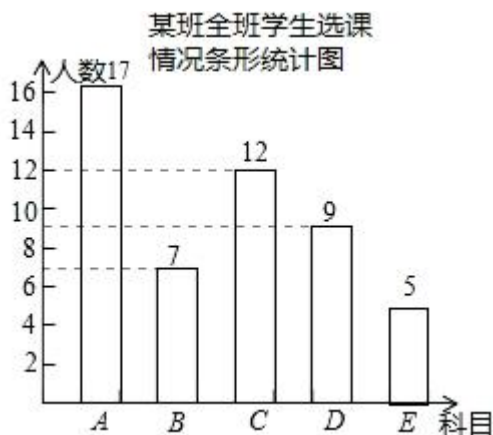
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (ASA).

$\therefore BD=CE$.

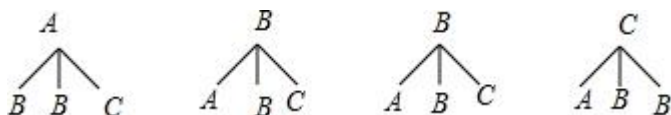
21. 【解答】解: (1) 该班的总人数为 $12 \div 24\% = 50$ (人),

足球科目人数为 $50 \times 14\% = 7$ (人),

补全图形如下:



(2) 设排球为 A , 羽毛球为 B , 乒乓球为 C . 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数, 其中有 1 人选修排球、1 人选修羽毛球的占 4 种,

所以恰好有 1 人选修排球、1 人选修羽毛球的概率 $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$,

22. 【解答】解: 由题意得, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $AB = 10\text{km}$,

在 $\text{Rt}\triangle APM$ 和 $\text{Rt}\triangle BPM$ 中, $\tan A = \frac{h}{AM} = \sqrt{3}$, $\tan B = \frac{h}{BM} = 1$,

$$\therefore AM = \frac{h}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}h, \quad BM = h,$$

$$\therefore AM + BM = AB = 10,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}h + h = 10,$$

$$\text{解得: } h = 15 - 5\sqrt{3} \approx 6;$$

答: h 约为 6km .

四、(本大题满分 12 分)

23. 【解答】解：(1) $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 的图象交于 A, B 两点,

且与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 D , A 点的横坐标与 B 点的纵坐标都是 3,

$$\therefore 3 = -\frac{12}{x},$$

$$\text{解得: } x = -4,$$

$$y = -\frac{12}{3} = -4,$$

故 $B(-4, 3), A(3, -4)$,

把 A, B 点代入 $y=kx+b$ 得:

$$\begin{cases} -4k+b=3 \\ 3k+b=-4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-1 \\ b=-1 \end{cases},$$

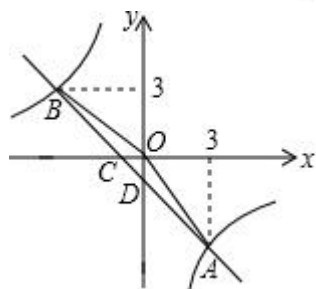
故直线解析式为: $y = -x - 1$;

$$(2) y = -x - 1, \text{ 当 } y=0 \text{ 时, } x = -1,$$

故 C 点坐标为: $(-1, 0)$,

$$\text{则 } \triangle AOB \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} \times 1 \times 3 + \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = \frac{7}{2};$$

$$(3) \text{ 不等式 } kx+b > -\frac{12}{x} \text{ 的解集为: } x < -4 \text{ 或 } 0 < x < 3.$$



五、(本大题满分 12 分)

24. 【解答】(1) 证明: 连接 OF, AO ,

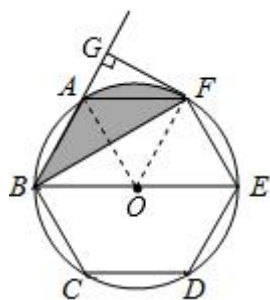
$$\therefore AB = AF = EF,$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{AF} = \widehat{EF},$$

$$\therefore \angle ABF = \angle AFB = \angle EBF = 30^\circ,$$

$\because OB = OF,$
 $\therefore \angle OBF = \angle BFO = 30^\circ,$
 $\therefore \angle ABF = \angle OFB,$
 $\therefore AB \parallel OF,$
 $\because FG \perp BA,$
 $\therefore OF \perp FG,$
 $\therefore FG$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: $\because \widehat{AB} = \widehat{AF} = \widehat{EF},$
 $\therefore \angle AOF = 60^\circ,$
 $\because OA = OF,$
 $\therefore \triangle AOF$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle AFO = 60^\circ,$
 $\therefore \angle AFG = 30^\circ,$
 $\therefore FG = 2\sqrt{3},$
 $\therefore AF = 4,$
 $\therefore AO = 4,$
 $\therefore AF \parallel BE,$
 $\therefore S_{\triangle ABF} = S_{\triangle AOF},$
 $\therefore$ 图中阴影部分的面积 $= \frac{60 \cdot \pi \times 4^2}{360} = \frac{8\pi}{3}.$



六、(本大题满分 14 分)

25. 【解答】解: (1) 将 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$ 分别代入抛物线 $y = ax^2 + bx - 1$ 中, 得 $\begin{cases} a - b = 1 \\ 4a + 2b = 1 \end{cases},$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 该抛物线的表达式为: $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$.

(2) 在 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$ 中, 令 $x=0$, $y=-1$, $\therefore C(0, -1)$

$\therefore$ 点 C 关于 x 轴的对称点为 C_1 ,

$\therefore C_1(0, 1)$, 设直线 C_1B 解析式为 $y=kx+b$, 将 $B(2, 0)$, $C_1(0, 1)$ 分别代入得 $\begin{cases} 2k+b=0 \\ b=1 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 C_1B 解析式为 $y = -\frac{1}{2}x+1$, 设 $M(t, -\frac{1}{2}t+1)$, 则 $E(t, 0)$, $F(0, -\frac{1}{2}t+1)$

$\therefore S_{\text{矩形}MFOE} = OE \times OF = t(-\frac{1}{2}t+1) = -\frac{1}{2}(t-1)^2 + \frac{1}{2}$,

$\therefore -\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore$ 当 $t=1$ 时, $S_{\text{矩形}MFOE}$ 最大值 $= \frac{1}{2}$, 此时, $M(1, \frac{1}{2})$; 即点 M 为线段 C_1B 中点时, $S_{\text{矩形}MFOE}$ 最大.

(3) 由题意, $C(0, -1)$, $C_1(0, 1)$, 以 C 、 C_1 、 P 、 Q 为顶点的四边形为平行四边形, 分以下两种情况:

① C_1C 为边, 则 $C_1C \parallel PQ$, $C_1C = PQ$, 设 $P(m, \frac{1}{2}m+1)$, $Q(m, \frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2}m - 1)$,

$\therefore |(\frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2}m - 1) - (\frac{1}{2}m+1)| = 2$, 解得: $m_1=4$, $m_2=-2$, $m_3=2$, $m_4=0$ (舍),

$P_1(4, 3)$, $Q_1(4, 5)$; $P_2(-2, 0)$, $Q_2(-2, 2)$; $P_3(2, 2)$, $Q_3(2, 0)$

② C_1C 为对角线, $\therefore C_1C$ 与 PQ 互相平分, C_1C 的中点为 $(0, 0)$,

$\therefore PQ$ 的中点为 $(0, 0)$, 设 $P(m, \frac{1}{2}m+1)$, 则 $Q(-m, \frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{2}m - 1)$

$\therefore (\frac{1}{2}m+1) + (\frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{2}m - 1) = 0$, 解得: $m_1=0$ (舍去), $m_2=-2$,

$\therefore P_4(-2, 0)$, $Q_4(2, 0)$;

综上所述, 点 P 和点 Q 的坐标为: $P_1(4, 3)$, $Q_1(4, 5)$ 或 $P_2(-2, 0)$, $Q_2(-2, 2)$ 或 $P_3(2, 2)$, $Q_3(2, 0)$ 或 $P_4(-2, 0)$, $Q_4(2, 0)$.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....