

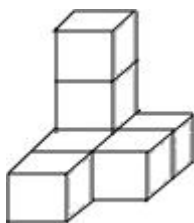
2019 年贵州省遵义市中考数学试卷

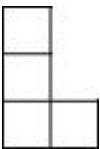
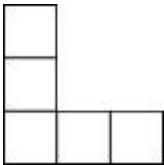
一、选择题（本题共 12 小题、每小题 4 分，共 48 分、在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑、涂满）

1. (4 分) 遵义市 2019 年 6 月 1 日的最高气温是 25°C ，最低气温是 15°C ，遵义市这一天的最高气温比最低气温高（ ）

- A. 25°C B. 15°C C. 10°C D. -10°C

2. (4 分) 如图是由 7 个相同的小正方体组合而成的几何体. 这个几何体的左视图是（ ）

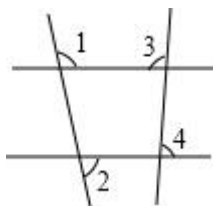


- A.  B.  C.  D. 

3. (4 分) 今年 5 月 26 日 - 5 月 29 日，2019 中国国际大数据产业博览会在贵阳举行，贵州省共签约项目 125 个，金额约 1008 亿元. 1008 亿用科学记数法表示为（ ）

- A. 1008×10^8 B. 1.008×10^9 C. 1.008×10^{10} D. 1.008×10^{11}

4. (4 分) 如图， $\angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ}$ ， $\angle 3 = 104^{\circ}$ ，则 $\angle 4$ 的度数是（ ）



- A. 74° B. 76° C. 84° D. 86°

5. (4 分) 下列计算正确的是（ ）

- A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ B. $-(2a^2)^2 = 4a^2$
C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $a^6 \div a^3 = a^3$

6. (4 分) 为参加全市中学生足球赛. 某中学从全校学生中选拔 22 名足球运动员组建校足球队，这 22 名运动员的年龄（岁）如下表所示，该足球队队员的平均年龄是（ ）

年龄（岁）	12	13	14	15
-------	----	----	----	----

人数	7	10	3	2
----	---	----	---	---

- A. 12 岁 B. 13 岁 C. 14 岁 D. 15 岁

7. (4 分) 圆锥的底面半径是 5cm ，侧面展开图的圆心角是 180° ，圆锥的高是 ()

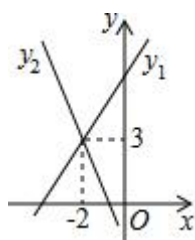
- A. $5\sqrt{3}\text{cm}$ B. 10cm C. 6cm D. 5cm

8. (4 分) 一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 ，则 $x_1^2 + 3x_2 + x_1x_2 - 2$ 的值是 ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

9. (4 分) 如图所示，直线 $l_1: y = \frac{3}{2}x + 6$ 与直线 $l_2: y = -\frac{5}{2}x - 2$ 交于点 $P(-2, 3)$ ，不等式

$\frac{3}{2}x + 6 > -\frac{5}{2}x - 2$ 的解集是 ()



- A. $x > -2$ B. $x \geq -2$ C. $x < -2$ D. $x \leq -2$

10. (4 分) 我们把顺次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫做中点四边形. 已知四边形 $ABCD$ 的中点四边形是正方形, 对角线 AC 与 BD 的关系, 下列说法正确的是 ()

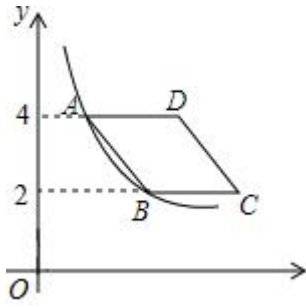
- A. AC, BD 相等且互相平分 B. AC, BD 垂直且互相平分
C. AC, BD 相等且互相垂直 D. AC, BD 垂直且平分对角

11. (4 分) 新能源汽车节能、环保, 越来越受消费者喜爱, 各种品牌相继投放市场, 我国新能源汽车近几年销量全球第一, 2016 年销量为 50.7 万辆, 销量逐年增加, 到 2018 年销量为 125.6 万辆. 设年平均增长率为 x , 可列方程为 ()

- A. $50.7(1+x)^2 = 125.6$ B. $125.6(1-x)^2 = 50.7$
C. $50.7(1+2x) = 125.6$ D. $50.7(1+x^2) = 125.6$

12. (4 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $ABCD$ 在第一象限内, 边 BC 与 x 轴平行, A, B 两点的纵坐标分别为 4, 2, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过 A, B 两点, 若菱形

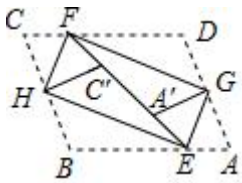
$ABCD$ 的面积为 $2\sqrt{5}$, 则 k 的值为 ()



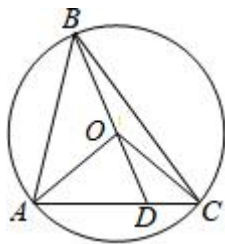
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分答题请用黑色墨水笔或黑色签字笔直接答在答题卡的相应位置上.）

13. (4 分) 计算 $3\sqrt{5} - \sqrt{20}$ 的结果是_____.
14. (4 分) 小明用 0-9 中的数字给手机设置了六位开机密码，但他把最后一位数字忘记了，小明只输入一次密码就能打开手机的概率是_____.
15. (4 分) 如图，平行四边形纸片 $ABCD$ 的边 AB , BC 的长分别是 10cm 和 7.5cm ，将其四个角向内对折后，点 B 与点 C 重合于点 C' ，点 A 与点 D 重合于点 A' . 四条折痕围成一个“信封四边形” $EHFG$, 其顶点分别在平行四边形 $ABCD$ 的四条边上, 则 $EF =$ _____ cm .



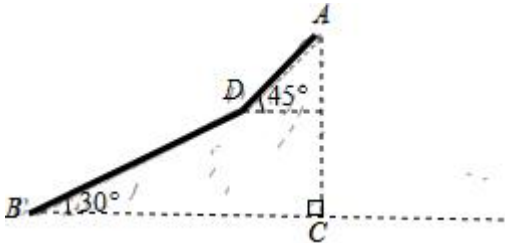
16. (4 分) 如图，已知 $\odot O$ 的半径为 1， AB , AC 是 $\odot O$ 的两条弦，且 $AB = AC$ ，延长 BO 交 AC 于点 D ，连接 OA , OC ，若 $AD^2 = AB \cdot DC$ ，则 $OD =$ _____.



三、解答题（本题共 8 小题，共 86 分.答题请用黑色墨水笔或黑色签字笔书写在答题卡相应位置上解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤

17. (6 分) 计算: $2\sin 60^\circ + |\sqrt{3} - 2| + (-1)^{-1} - \sqrt[3]{-8}$
18. (8 分) 化简式子 $(\frac{a^2 - 2a}{a^2 - 4a + 4} + 1) \div \frac{a^2 - 1}{a^2 + a}$ ，并在 -2 , -1 , 0 , 1 , 2 中选取一个合适的数作为 a 的值代入求值.
19. (10 分) 某地为打造宜游环境，对旅游道路进行改造. 如图是风景秀美的观景山，从山

脚 B 到山腰 D 沿斜坡已建成步行道，为方便游客登顶观景，欲从 D 到 A 修建电动扶梯，经测量，山高 $AC=154$ 米，步行道 $BD=168$ 米， $\angle DBC=30^\circ$ ，在 D 处测得山顶 A 的仰角为 45° ．求电动扶梯 DA 的长（结果保留根号）．



20. (12 分) 电子政务、数字经济、智慧社会…一场数字革命正在神州大地激荡. 在第二届数字中国建设峰会召开之际, 某校举行了第二届“掌握新技术, 走进数时代”信息技术应用大赛, 将该校八年级参加竞赛的学生成绩统计后, 绘制成如下统计图表 (不完整):

“掌握新技术, 走进数时代”信息技术应用大赛成绩频数分布统计表

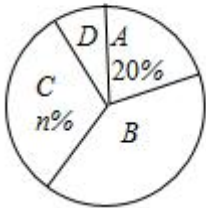
组别	成绩 x (分)	人数
A	$60 \leq x < 70$	10
B	$70 \leq x < 80$	m
C	$80 \leq x < 90$	16
D	$90 \leq x \leq 100$	4

请观察上面的图表, 解答下列问题:

- (1) 统计表中 $m=$ _____; 统计图中 $n=$ _____, D 组的圆心角是 _____ 度.
- (2) D 组的 4 名学生中, 有 2 名男生和 2 名女生. 从 D 组随机抽取 2 名学生参加 5G 体验活动, 请你画出树状图或用列表法求:

- ①恰好 1 名男生和 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率;
- ②至少 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率.

“掌握新技术, 走进数时代”信息技术应用大赛成绩扇形统计图



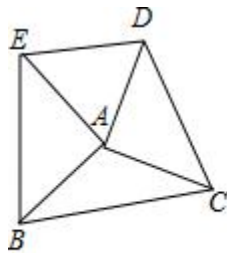
21. (12 分) 某校计划组织 240 名师生到红色教育基地开展革命传统教育活动. 旅游公司有 A, B 两种客车可供租用, A 型客车每辆载客量 45 人, B 型客车每辆载客量 30 人. 若租

用 4 辆 A 型客车和 3 辆 B 型客车共需费用 10700 元; 若租用 3 辆 A 型客车和 4 辆 B 型客车共需费用 10300 元.

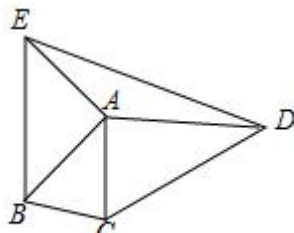
(1) 求租用 A, B 两型客车, 每辆费用分别是多少元;

(2) 为使 240 名师生有车坐, 且租车总费用不超过 1 万元, 你有哪几种租车方案? 哪种方案最省钱?

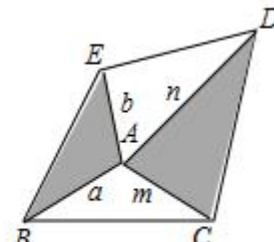
22. (12 分) 将在同一平面内如图放置的两块三角板绕公共顶点 A 旋转, 连接 BC, DE. 探究 $S_{\triangle ABC}$ 与 $S_{\triangle ADC}$ 的比是否为定值.



图①



图②



图③

(1) 两块三角板是完全相同的等腰直角三角板时, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ 是否为定值? 如果是, 求出此定值, 如果不是, 说明理由. (图①)

(2) 一块是等腰直角三角板, 另一块是含有 30° 角的直角三角板时, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ 是否为定值? 如果是, 求出此定值, 如果不是, 说明理由. (图②)

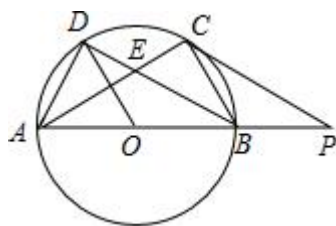
(3) 两块三角板中, $\angle BAE + \angle CAD = 180^\circ$, $AB = a$, $AE = b$, $AC = m$, $AD = n$ (a, b, m, n 为常数), $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ 是否为定值? 如果是, 用含 a, b, m, n 的式子表示此定值 (直接写出结论, 不写推理过程), 如果不是, 说明理由. (图③)

23. (12 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 AC 与 BD 交于点 E, 且 $AC = BD$, 连接 AD, BC.

(1) 求证: $\triangle ADB \cong \triangle BCA$;

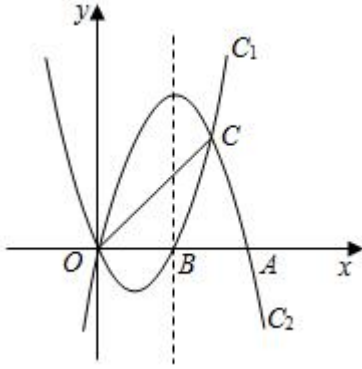
(2) 若 $OD \perp AC$, $AB = 4$, 求弦 AC 的长;

(3) 在 (2) 的条件下, 延长 AB 至点 P, 使 $BP = 2$, 连接 PC. 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线.



24. (14 分) 如图, 抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x$ 与抛物线 $C_2: y = ax^2 + bx$ 开口大小相同、方向相反, 它们相交于 O, C 两点, 且分别与 x 轴的正半轴交于点 B, 点 A, $OA = 2OB$.

- (1) 求抛物线 C_2 的解析式；
- (2) 在抛物线 C_2 的对称轴上是否存在点 P ，使 $PA+PC$ 的值最小？若存在，求出点 P 的坐标，若不存在，说明理由；
- (3) M 是直线 OC 上方抛物线 C_2 上的一个动点，连接 MO ， MC ， M 运动到什么位置时， $\triangle MOC$ 面积最大？并求出最大面积.



2019 年贵州省遵义市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 12 小题、每小题 4 分，共 48 分、在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑、涂满）

1. 【解答】解： $25 - 15 = 10^{\circ}\text{C}$.

故选： C .

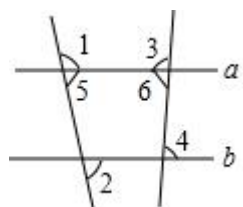
2. 【解答】解：从左边看，从左往右小正方形的个数依次为： 3, 1, 1.

故选： B .

3. 【解答】解： 1008 亿 $= 1.008 \times 10^{11}$,

故选： D .

4. 【解答】解：



$$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ}, \angle 1 + \angle 5 = 180^{\circ},$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 5,$$

$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 6,$$

$$\because \angle 3 = 104^{\circ},$$

$$\therefore \angle 6 = 180^{\circ} - \angle 3 = 76^{\circ},$$

$$\therefore \angle 4 = 76^{\circ},$$

故选： B .

5. 【解答】解：

A 选项，完全平方公式， $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，错误；

B 选项，积的乘方， $-(2a^2)^2 = -4a^4$ ，错误；

C 选项，同底数幂相乘， $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，错误；

D 选项，同底数幂相除， $a^6 \div a^3 = a^3$ ，正确.

故选： D .

6. 【解答】解：该足球队队员的平均年龄是 $\frac{12 \times 7 + 13 \times 10 + 14 \times 3 + 15 \times 2}{22} = 13$ (岁),

故选: B.

7. 【解答】解：设圆锥的母线长为 R ,

$$\text{根据题意得 } 2\pi \cdot 5 = \frac{180\pi R}{180},$$

解得 $R = 10$.

即圆锥的母线长为 10cm ,

$$\therefore \text{圆锥的高为: } \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}\text{cm}.$$

故选: A.

8. 【解答】解： $\because x_1$ 为一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根,

$$\therefore x_1^2 - 3x_1 + 1 = 0,$$

$$\therefore x_1^2 = 3x_1 - 1,$$

$$\therefore x_1^2 + 3x_2 + x_1x_2 - 2 = 3x_1 - 1 + 3x_2 + x_1x_2 - 2 = 3(x_1 + x_2) + x_1x_2 - 3,$$

根据题意得 $x_1 + x_2 = 3$, $x_1x_2 = 1$,

$$\therefore x_1^2 + 3x_2 + x_1x_2 - 2 = 3 \times 3 + 1 - 3 = 7.$$

故选: D.

9. 【解答】解：当 $x > -2$ 时, $\frac{3}{2}x + 6 > -\frac{5}{2}x - 2$,

所以不等式 $\frac{3}{2}x + 6 > -\frac{5}{2}x - 2$ 的解集是 $x > -2$.

故选: A.

10. 【解答】解：顺次连接对角线相等的四边形的四边中点得到的是菱形,

顺次连接对角线垂直的四边形的四边中点得到的是矩形,

顺次连接对角线相等且垂直的四边形的四边中点得到的四边形是正方形,

故选: C.

11. 【解答】解：设年平均增长率为 x , 可列方程为:

$$50.7(1+x)^2 = 125.6,$$

故选: A.

12. 【解答】解：过点 A 作 x 轴的垂线, 交 CB 的延长线于点 E ,

$\because A, B$ 两点在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象, 且纵坐标分别为 $4, 2$,

$$\therefore A\left(\frac{k}{4}, 4\right), B\left(\frac{k}{2}, 2\right),$$

$$\therefore AE=2, BE=\frac{1}{2}k-\frac{1}{4}k=\frac{1}{4}k,$$

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的面积为 $2\sqrt{5}$,

$$\therefore BC \times AE = 2\sqrt{5}, \text{ 即 } BC = \sqrt{5},$$

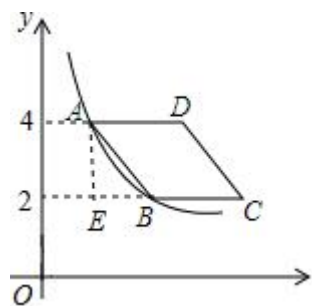
$$\therefore AB = BC = \sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AEB \text{ 中, } BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{4}k = 1,$$

$$\therefore k = 4.$$

故选: C .



二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分答题请用黑色墨水笔或黑色签字笔直接答在答题卡的相应位置上.)

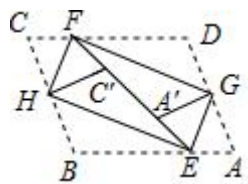
13. 【解答】解: 原式 $= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$
 $= \sqrt{5}.$

故答案为: $\sqrt{5}$.

14. 【解答】解: 随意拨动最后一位号码正好开锁的概率是: $\frac{1}{10}$

故答案为: $\frac{1}{10}$

15. 【解答】解: 如图中,



由翻折可知: $\angle CHF = \angle FHC$, $\angle BHE = \angle EHC$,

$$\therefore \angle FHE = \angle FHC + \angle EHC = \frac{1}{2} (\angle CHC + \angle BHC) = 90^\circ,$$

同法可证: $\angle HFG = \angle GEH = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $EHFG$ 是矩形.

$\therefore FH = EG, FH \parallel EG,$

$\therefore \angle HFC = \angle FEG,$

$\because \angle CFH = \angle HFC, \angle AEG = \angle GEA',$

$\therefore \angle CFH = \angle AEG,$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle C = \angle A, BC = AD,$

由翻折得: $CH = CH = BH = \frac{1}{2}BC, AG = A'G = DG = \frac{1}{2}AD,$

$\therefore CH = AG,$

$\therefore \triangle HCF \cong \triangle GAE \text{ (AAS)},$

$\therefore CF = AE,$

$\therefore EF = FC + EC = AE + BE = AB = 10cm,$

故答案为: 10.

16. 【解答】解: 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle AOC$ 中,

$\because AB = AC, OB = OC, OA = OA,$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle AOC \text{ (SSS)},$

$\therefore \angle ABO = \angle ACO,$

$\because OA = OA,$

$\therefore \angle ACO = \angle OAD,$

$\because \angle ADO = \angle BDA,$

$\therefore \triangle ADO \sim \triangle BDA,$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{OD}{AD} = \frac{AO}{AB},$$

设 $OD = x$, 则 $BD = 1 + x$,

$$\therefore \frac{AD}{1+x} = \frac{x}{AD} = \frac{1}{AB},$$

$$\therefore AD = \sqrt{x(x+1)}, AB = \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x},$$

$$\therefore DC = AC - AD = AB - AD, AD^2 = AB \cdot DC,$$

$$(\sqrt{x(x+1)})^2 = \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x} (\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x} - \sqrt{x(x+1)}),$$

整理得: $x^2 + x - 1 = 0$,

解得: $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ (舍去),

因此 $AD = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$,

故答案为: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

三、解答题 (本题共 8 小题, 共 86 分. 答题请用黑色墨水笔或黑色签字笔书写在答题卡相应位置上解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 【解答】解: $2\sin 60^\circ + |\sqrt{3}-2| + (-1)^{-1} - \sqrt[3]{-8}$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 - \sqrt{3} - 1 - (-2)$$

$$= \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 1$$

$$= 3$$

18. 【解答】解: $(\frac{a^2-2a}{a^2-4a+4} + 1) \div \frac{a^2-1}{a^2+a}$

$$= [\frac{a(a-2)}{(a-2)^2} + 1] \cdot \frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

$$= (\frac{a}{a-2} + 1) \cdot \frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{a+a-2}{a-2} \cdot \frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{2(a-1)}{a-2} \cdot \frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{2a}{a-2}$$

当 $a = -2$ 时, 原式 $= \frac{2 \times (-2)}{-2-2} = 1$.

19. 【解答】解: 作 $DE \perp BC$ 于 E ,

则四边形 $DECF$ 为矩形,

$$\therefore FC = DE, DF = EC,$$

在 $Rt\triangle DBE$ 中, $\angle DBC = 30^\circ$,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BD = 84,$$

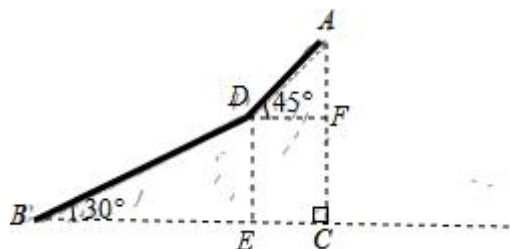
$$\therefore FC = DE = 84,$$

$$\therefore AF = AC - FC = 154 - 84 = 70,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $\angle ADF = 45^\circ$,

$$\therefore AD = \sqrt{2}AF = 70\sqrt{2} \text{ (米)},$$

答: 电动扶梯 DA 的长为 $70\sqrt{2}$ 米.



20. 【解答】解: (1) 被调查的总人数为 $10 \div 20\% = 50$,

$$\text{则 } m = 50 - (10 + 16 + 4) = 20,$$

$$n\% = \frac{16}{50} \times 100\% = 32\%, \text{ 即 } n = 32,$$

$$D \text{ 组的圆心角是 } 360^\circ \times \frac{4}{50} = 28.8^\circ,$$

故答案为: 20、32、28.8;

(2) ①设男同学标记为 A 、 B ; 女学生标记为 1、2, 可能出现的所有结果列表如下:

	A	B	1	2
A	$/$	(B, A)	$(1, A)$	$(2, A)$
B	(A, B)	$/$	$(1, B)$	$(2, B)$
1	$(A, 1)$	$(B, 1)$	$/$	$(2, 1)$
2	$(A, 2)$	$(B, 2)$	$(1, 2)$	$/$

共有 12 种可能的结果, 且每种的可能性相同, 其中刚好抽到一男一女的结果有 8 种,

$$\therefore \text{恰好 1 名男生和 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率为 } \frac{8}{12} = \frac{2}{3},$$

② $\because$ 至少 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的有 10 种结果,

$$\therefore \text{至少 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率为 } \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

21. 【解答】解: (1) 设租用 A 、 B 两型客车, 每辆费用分别是 x 元、 y 元,

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10700 \\ 3x + 4y = 10300 \end{cases}$$

$$\text{解得, } \begin{cases} x = 1700 \\ y = 1300 \end{cases}$$

答: 租用 A 、 B 两型客车, 每辆费用分别是 1700 元、1300 元;

(2) 设租用 A 型客车 a 辆, 租用 B 型客车 b 辆,

$$\begin{cases} 45a + 30b \geq 240 \\ 1700a + 1300b \leq 10000 \end{cases}$$

解得, $\begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases}$

$\therefore$ 共有三种租车方案,

方案一: 租用 A 型客车 2 辆, B 型客车 5 辆, 费用为 9900 元,

方案二: 租用 A 型客车 4 辆, B 型客车 2 辆, 费用为 9400 元,

方案三: 租用 A 型客车 5 辆, B 型客车 1 辆, 费用为 9800 元,

由上可得, 方案二: 租用 A 型客车 4 辆, B 型客车 2 辆最省钱.

22. 【解答】解: (1) 结论: $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ = 定值.

理由: 如图 1 中, 作 $DH \perp AE$ 于 H , $CG \perp BA$ 交 BA 的延长线于 G .

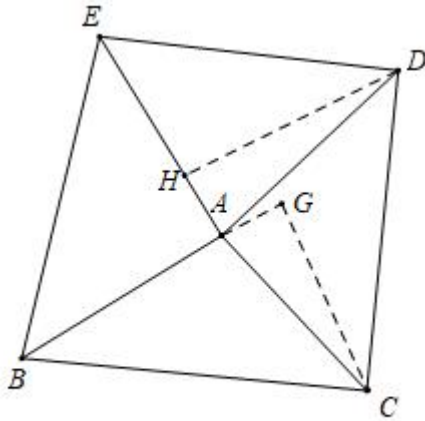


图 ①

$$\because \angle BAE = \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle EAD = 180^\circ, \quad \angle BAC + \angle CAG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CAG,$$

$$\because AB = AE = AD = AC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AED}} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle CAG}{\frac{1}{2} AE \cdot AD \cdot \sin \angle DAE} = 1.$$

(2) 如图 2 中, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ = 定值.

理由: 如图 1 中, 作 $DH \perp AE$ 于 H , $CG \perp BA$ 交 BA 的延长线于 G .

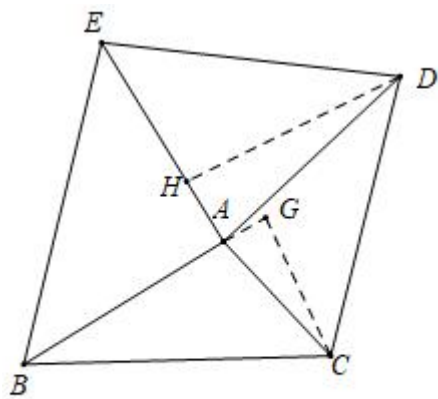


图 ②

不妨设 $\angle ADC = 30^\circ$, 则 $AD = \sqrt{3}AC$, $AE = AB$,
 $\therefore \angle BAE = \angle CAD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAC + \angle EAD = 180^\circ$, $\angle BAC + \angle CAG = 180^\circ$,
 $\therefore \angle DAE = \angle CAG$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AED}} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \angle CAG}{\frac{1}{2}AE \cdot AD \cdot \sin \angle DAE} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(3) 如图 3 中, 如图 2 中, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE} = \text{定值}$.

理由: 如图 1 中, 作 $DH \perp AE$ 于 H , $CG \perp BA$ 交 BA 的延长线于 G .

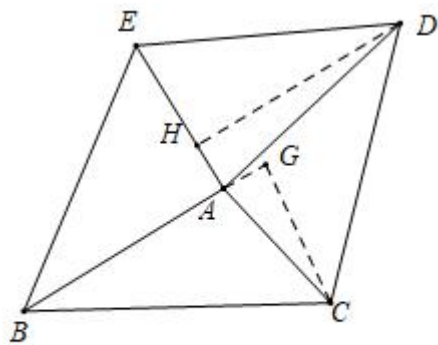


图 ③

$\therefore \angle BAE = \angle CAD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAC + \angle EAD = 180^\circ$, $\angle BAC + \angle CAG = 180^\circ$,
 $\therefore \angle DAE = \angle CAG$,
 $\therefore AB = a$, $AE = b$, $AC = m$, $AD = n$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AED}} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \angle CAG}{\frac{1}{2}AE \cdot AD \cdot \sin \angle DAE} = \frac{ma}{nb}.$$

23. 【解答】(1) 证明: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ,$$

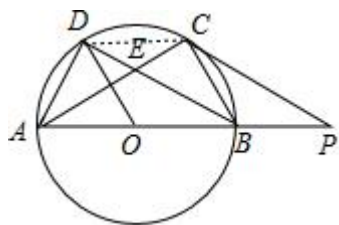
$$\therefore AB = AB,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle BCA \text{ (HL)};$$

(2) 解: 如图, 连接 DC ,

$$\therefore OD \perp AC,$$

$$\therefore \widehat{AD} = \widehat{DC},$$



$$\therefore AD = DC,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle BCA,$$

$$\therefore AD = BC,$$

$$\therefore AD = DC = BC,$$

$$\therefore \angle AOD = \angle ABC = 60^\circ,$$

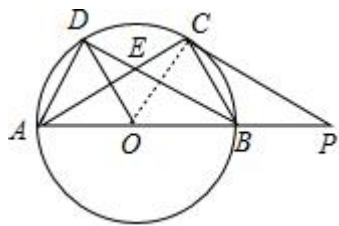
$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore AC = AB \cdot \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3};$$

(3) 证明: 如图, 连接 OC ,

$$\therefore BC = BP = 2$$

$$\therefore \angle BCP = \angle P,$$



$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCP = 30^\circ,$$

$$\because OC=OB, \angle ABC=60^{\circ},$$

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle OCB=60^{\circ},$$

$$\therefore \angle OCP=\angle OCB+\angle BCP=60^{\circ}+30^{\circ}=90^{\circ},$$

$$\therefore OC \perp PC,$$

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线.

24. 【解答】解: (1) 令: $y=x^2-2x=0$, 则 $x=0$ 或 2 , 即点 $B(2, 0)$,

$\because C_1, C_2: y=ax^2+bx$ 开口大小相同、方向相反, 则 $a=-1$,

则点 $A(4, 0)$, 将点 A 的坐标代入 C_2 的表达式得:

$$0=-16+4b, \text{ 解得: } b=4,$$

故抛物线 C_2 的解析式为: $y=-x^2+4x$;

(2) 联立 C_1, C_2 表达式并解得: $x=0$ 或 3 ,

故点 $C(3, 3)$,

作点 C 关于 C_1 对称轴的对称点 $C'(-1, 3)$,

连接 AC' 交函数 C_2 的对称轴与点 P ,

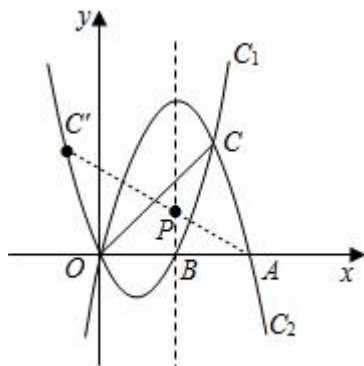


图1

此时 $PA+PC$ 的值最小为: 线段 AC' 的长度 $=\sqrt{(4+1)^2+3^2}=\sqrt{34}$;

(3) 直线 OC 的表达式为: $y=x$,

过点 M 作 y 轴的平行线交 OC 于点 H ,

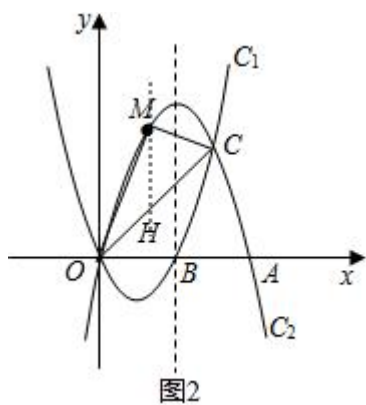


图2

设点 $M(x, -x^2+4x)$, 则点 $H(x, x)$,

$$\text{则 } S_{\triangle MOC} = \frac{1}{2} MH \times x_C = \frac{3}{2} (-x^2+4x-x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}$$

$$\because -\frac{3}{2} < 0, \text{ 故 } x = \frac{3}{2}$$

$$S_{\triangle MOC} \text{ 最大值为 } \frac{45}{8}.$$