

2019 年贵州省毕节市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分．每小题只有一个正确选项）

1. (3 分) 下列四个数中，2019 的相反数是 ()

- A. -2019 B. $\frac{1}{2019}$ C. $-\frac{1}{2019}$ D. 2019^0

2. (3 分) 举世瞩目的港珠澳大桥于 2018 年 10 月 24 日正式开通营运，它是迄今为止世界上最长的跨海大桥，全长约 55000 米．55000 这个数用科学记数法可表示为 ()

- A. 5.5×10^3 B. 55×10^3 C. 0.55×10^5 D. 5.5×10^4

3. (3 分) 由下面正方体的平面展开图可知，原正方体“中”字所在面的对面的汉字是 ()



- A. 国 B. 的 C. 中 D. 梦

4. (3 分) 在一次爱心义卖活动中，某中学九年级 6 个班捐献的义卖金额（单位：元）分别为 800、820、930、860、820、850，这组数据的众数和中位数分别是 ()

- A. 820, 850 B. 820, 930 C. 930, 835 D. 820, 835

5. (3 分) 下列四个运算中，只有一个是正确的．这个正确运算的序号是 ()

① $3^0 + 3^{-1} = -3$; ② $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$; ③ $(2a^2)^3 = 8a^5$; ④ $-a^8 \div a^4 = -a^4$.

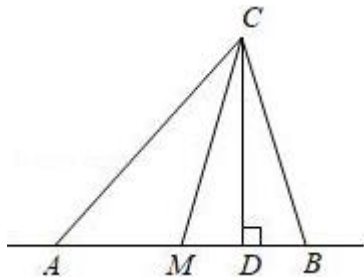
- A. ① B. ② C. ③ D. ④

6. (3 分) 观察下列图案，既是轴对称图形又是中心对称图形的共有 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

7. (3 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， CD 是 AB 边上的高， CM 是 AB 边上的中线，点 C 到边 AB 所在直线的距离是 ()

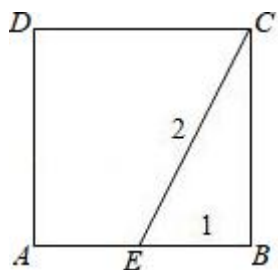


- A. 线段 CA 的长度 B. 线段 CM 的长度

C. 线段 CD 的长度

D. 线段 CB 的长度

8. (3分) 如图, 点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 AB 上, 若 $EB = 1$, $EC = 2$, 那么正方形 $ABCD$ 的面积为 ()



A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. $\sqrt{5}$

D. 5

9. (3分) 如果 $3ab^2 \diamond \diamond^{-1}$ 与 $9ab^{\diamond \diamond + 1}$ 是同类项, 那么 m 等于 ()

A. 2

B. 1

C. -1

D. 0

10. (3分) 下面摆放的图案, 从第二个起, 每个都是前一个按顺时针方向旋转 90° 得到, 第 2019 个图案中箭头的指向是 ()



A. 上方

B. 右方

C. 下方

D. 左方

11. (3分) 已知一次函数 $\diamond \diamond = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 的图象经过一、三、四象限, 则下列结论正确的是 ()

A. $kb > 0$

B. $kb < 0$

C. $k + b > 0$

D. $k + b < 0$

12. (3分) 在下列长度的三条线段中, 不能组成三角形的是 ()

A. $2cm, 3cm, 4cm$

B. $3cm, 6cm, 6cm$

C. $2cm, 2cm, 6cm$

D. $5cm, 6cm, 7cm$

13. (3分) 若点 $A(-4, y_1)$ 、 $B(-2, y_2)$ 、 $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上,

则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 ()

A. $y_1 > y_2 > y_3$

B. $y_3 > y_2 > y_1$

C. $y_2 > y_1 > y_3$

D. $y_1 > y_3 > y_2$

14. (3分) 平行四边形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 是两条对角线, 现从以下四个关系① $AB = BC$; ② $AC = BD$; ③ $AC \perp BD$; ④ $AB \perp BC$ 中随机取出一个作为条件, 即可推出平行四边形 $ABCD$ 是菱形的概率为 ()

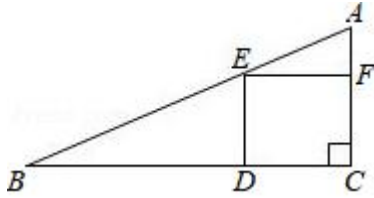
A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$

D. 1

15. (3分) 如图, 在一块斜边长 30cm 的直角三角形木板 ($\text{Rt}\triangle ACB$) 上截取一个正方形 $CDEF$, 点 D 在边 BC 上, 点 E 在斜边 AB 上, 点 F 在边 AC 上, 若 $AF:AC=1:3$, 则这块木板截取正方形 $CDEF$ 后, 剩余部分的面积为 ()

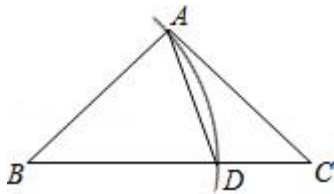


- A. 100cm^2 B. 150cm^2 C. 170cm^2 D. 200cm^2

二、填空题 (本大题 5 小题, 每题 5 分, 共 25 分)

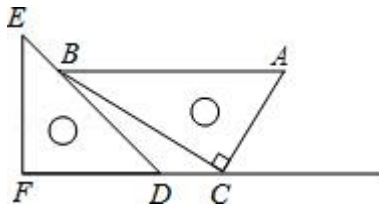
16. (5分) 分解因式: $x^4 - 16 = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. (5分) 如图, 以 $\triangle ABC$ 的顶点 B 为圆心, BA 长为半径画弧, 交 BC 边于点 D , 连接 AD . 若 $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 36^\circ$, 则 $\angle DAC$ 的大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

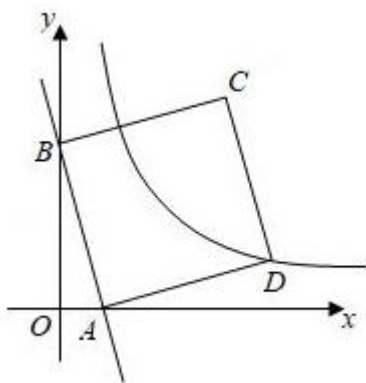


18. (5分) 某品牌旗舰店平日将某商品按进价提高 40% 后标价, 在某次电商购物节中, 为促进该商品, 按标价 8 折销售, 售价为 2240 元, 则这种商品的进价是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.

19. (5分) 三角板是我们学习数学的好帮手. 将一对直角三角板如图放置, 点 C 在 FD 的延长线上, 点 B 在 ED 上, $AB \parallel CF$, $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $AC = 10$, 则 CD 的长度是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



20. (5分) 如图, 在平面直角坐标中, 一次函数 $y = -4x + 4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点. 正方形 $ABCD$ 的顶点 C 、 D 在第一象限, 顶点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上. 若正方形 $ABCD$ 向左平移 n 个单位后, 顶点 C 恰好落在反比例函数的图象上, 则 n 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

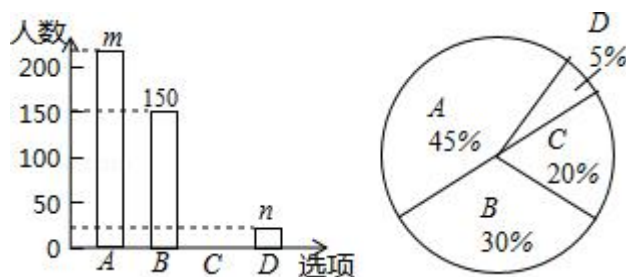


三、解答题（本大题 7 小题，各题分值见题号后，共 80 分）

21. (8 分) 计算: $|- \frac{1}{2}| + (-1)^{2019} + 2^{-1} - (2 - \sqrt{2})^0 + 2\cos 45^\circ$.

22. (8 分) 解方程: $1 - \frac{x-3}{2x+2} = \frac{3x}{x+1}$.

23. (10 分) 某地区在所有中学开展《老师,我想对你说》心灵信箱活动,为师生之间的沟通增设了一个书面交流的渠道.为了解两年来活动开展的情况,某课题组从全地区随机抽取部分中学生进行问卷调查.对“两年来,你通过心灵信箱给老师总共投递过封信?”这一调查项设有四个回答选项,选项 A: 没有投过;选项 B: 一封;选项 C: 两封;选项 D: 三封及以上.根据接受问卷调查学生的回答,统计出各选项的人数以及所占百分比,分别绘制成如下条形统计图和扇形统计图:



- (1) 此次抽样调查了_____名学生, 条形统计图中 $m =$ _____, $n =$ _____;
- (2) 请将条形统计图补全;
- (3) 接受问卷调查的学生在活动中投出的信件总数至少有_____封;
- (4) 全地区中学生共有 110000 名, 由此次调查估算, 在此项活动中, 全地区给老师投过信件的学生约有多少名?

24. (12分) 某山区不仅有美丽风光, 也有许多令人喜爱的土特产, 为实现脱贫奔小康, 某村组织村民加工包装土特产销售给游客, 以增加村民收入. 已知某种土特产每袋成本 10 元. 试销阶段每袋的销售价 x (元) 与该土特产的日销售量 y (袋) 之间的关系如表:

x (元)	15	20	30	...
y (袋)	25	20	10	...

若日销售量 y 是销售价 x 的一次函数, 试求:

- (1) 日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式;
- (2) 假设后续销售情况与试销阶段效果相同, 要使这种土特产每日销售的利润最大, 每袋的销售价应定为多少元? 每日销售的最大利润是多少元?

25. (12分) 某中学数学兴趣小组在一次课外学习与探究中遇到一些新的数学符号, 他们将其中某些材料摘录如下:

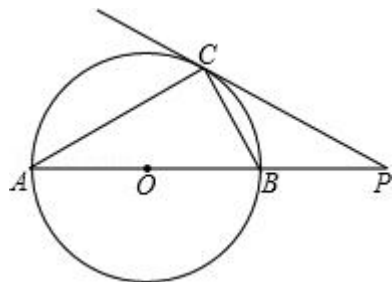
对于三个实数 a, b, c , 用 $M\{a, b, c\}$ 表示这三个数的平均数, 用 $\min\{a, b, c\}$ 表示这三个数中最小的数. 例如: $M\{1, 2, 9\} = \frac{1+2+9}{3} = 4$, $\min\{1, 2, -3\} = -3$, $\min\{3, 1, 1\} = 1$. 请结合上述材料, 解决下列问题:

- (1) ① $M\{(-2)^2, 2^2, -2^2\} = \underline{\hspace{2cm}}$; ② $\min\{\sin 30^\circ, \cos 60^\circ, \tan 45^\circ\} = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 若 $M\{-2x, x^2, 3\} = 2$, 求 x 的值;
- (3) 若 $\min\{3 - 2x, 1 + 3x, -5\} = -5$, 求 x 的取值范围.

26. (14 分) 如图, 点 P 在 $\odot O$ 外, PC 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点, 直线 PO 与 $\odot O$ 相交于点 A 、 B .

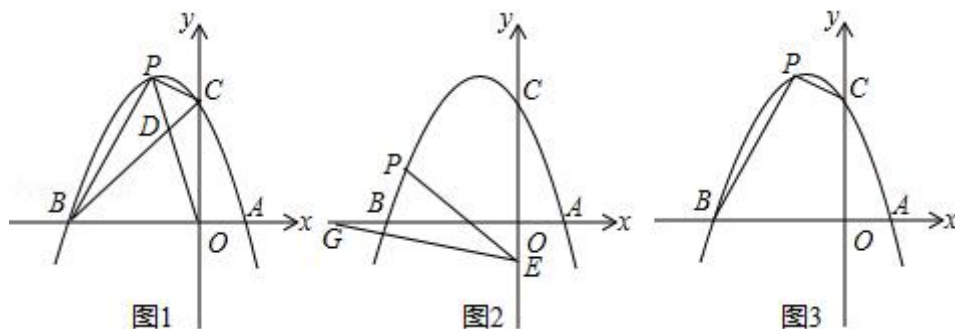
(1) 若 $\angle A = 30^\circ$, 求证: $PA = 3PB$;

(2) 小明发现, $\angle A$ 在一定范围内变化时, 始终有 $\angle BCP = \frac{1}{2}(90^\circ - \angle P)$ 成立. 请你写出推理过程.



27. (16 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(1, 0)$ 和点 $B(-3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 点 P 为第二象限内抛物线上的动点.

- (1) 抛物线的解析式为_____, 抛物线的顶点坐标为_____;
- (2) 如图 1, 连接 OP 交 BC 于点 D , 当 $S_{\triangle CPD} : S_{\triangle BPD} = 1 : 2$ 时, 请求出点 D 的坐标;
- (3) 如图 2, 点 E 的坐标为 $(0, -1)$, 点 G 为 x 轴负半轴上的一点, $\angle OGE = 15^\circ$, 连接 PE , 若 $\angle PEG = 2\angle OGE$, 请求出点 P 的坐标;
- (4) 如图 3, 是否存在点 P , 使四边形 $BOCP$ 的面积为 8? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2019 年贵州省毕节市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分．每小题只有一个正确选项）

1.（3 分）下列四个数中，2019 的相反数是（ ）

- A. -2019 B. $\frac{1}{2019}$ C. $-\frac{1}{2019}$ D. 2019^0

【分析】根据相反数的概念解答即可．

【解答】解：2019 的相反数是 -2019 ，

故选：A．

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号；一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0．

2.（3 分）举世瞩目的港珠澳大桥于 2018 年 10 月 24 日正式开通营运，它是迄今为止世界上最长的跨海大桥，全长约 55000 米．55000 这个数用科学记数法可表示为（ ）

- A. 5.5×10^3 B. 55×10^3 C. 0.55×10^5 D. 5.5×10^4

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数．

【解答】解：55000 这个数用科学记数法可表示为 5.5×10^4 ，

故选：D．

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3.（3 分）由下面正方体的平面展开图可知，原正方体“中”字所在面的对面的汉字是（ ）



- A. 国 B. 的 C. 中 D. 梦

【分析】正方体的展开图有 11 种情况，分析平面展开图的各种情况后再认真确定哪两个面的对面．

【解答】解：根据正方体相对的面的特点，“中”字所在的面的对面的汉字是“的”，

故选：B.

【点评】本题考查了正方体侧面展开图，熟记正方体侧面展开图对面和相邻的面是解题的关键.

4. (3分) 在一次爱心义卖活动中，某中学九年级6个班捐献的义卖金额(单位：元)分别为800、820、930、860、820、850，这组数据的众数和中位数分别是()

A. 820, 850 B. 820, 930 C. 930, 835 D. 820, 835

【分析】根据众数和中位数的定义求解可得.

【解答】解：将数据重新排列为800、820、820、850、860、930，

所以这组数据的众数为820、中位数为 $\frac{820+850}{2}=835$,

故选：D.

【点评】本题主要考查众数和中位数，求一组数据的众数的方法：找出频数最多的那个数据，若几个数据频数都是最多且相同，此时众数就是这多个数据. 将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

5. (3分) 下列四个运算中，只有一个是正确的. 这个正确运算的序号是()

① $3^0+3^{-1}=-3$; ② $\sqrt{5}-\sqrt{2}=\sqrt{3}$; ③ $(2a^2)^3=8a^5$; ④ $-a^8\div a^4=-a^4$.

A. ① B. ② C. ③ D. ④

【分析】直接利用负指数幂的性质以及二次根式的加减运算法则、积的乘方运算法则、同底数幂的除法运算法则分别化简得出答案.

【解答】解：① $3^0+3^{-1}=1\frac{1}{3}$ ，故此选项错误；

② $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ 无法计算，故此选项错误；

③ $(2a^2)^3=8a^6$ ，故此选项错误；

④ $-a^8\div a^4=-a^4$ ，正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了负指数幂的性质以及二次根式的加减运算、积的乘方运算、同底数幂的除法运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

6. (3分) 观察下列图案，既是轴对称图形又是中心对称图形的共有()



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

【解答】解：①不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

②是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确；

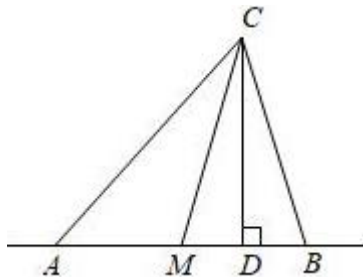
③是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确；

④是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确．

故选：B．

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

7. (3 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， CD 是 AB 边上的高， CM 是 AB 边上的中线，点 C 到边 AB 所在直线的距离是 ()



A. 线段 CA 的长度

B. 线段 CM 的长度

C. 线段 CD 的长度

D. 线段 CB 的长度

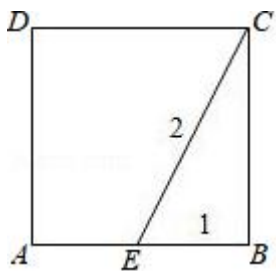
【分析】根据点 C 到边 AB 所在直线的距离是点 C 到直线 AB 的垂线段的长度可解．

【解答】解：点 C 到边 AB 所在直线的距离是点 C 到直线 AB 的垂线段的长度，而 CD 是点 C 到直线 AB 的垂线段，

故选：C．

【点评】本题考查的是点到直线的距离的定义，选项中都有长度二字，只要知道是垂线段就比较好解．

8. (3 分) 如图，点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 AB 上，若 $EB = 1$ ， $EC = 2$ ，那么正方形 $ABCD$ 的面积为 ()



- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt{5}$ D. 5

【分析】先根据正方形的性质得出 $\angle B = 90^\circ$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中，利用勾股定理得出 BC^2 ，即可得出正方形的面积．

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore BC^2 = EC^2 - EB^2 = 2^2 - 1^2 = 3,$$

$$\therefore \text{正方形 } ABCD \text{ 的面积} = BC^2 = 3.$$

故选：B．

【点评】本题考查了勾股定理：在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方．即如果直角三角形的两条直角边长分别是 a ， b ，斜边长为 c ，那么 $a^2 + b^2 = c^2$ ．也考查了正方形的性质．

9. (3 分) 如果 $3ab^{2m-1}$ 与 $9ab^{m+1}$ 是同类项，那么 m 等于 ()

- A. 2 B. 1 C. -1 D. 0

【分析】根据同类项的定义得出 m 的方程解答即可．

【解答】解：根据题意可得： $2m - 1 = m + 1$ ，

$$\text{解得：} m = 2,$$

故选：A．

【点评】此题考查同类项问题，关键是根据同类项的定义得出 m 的方程．

10. (3 分) 下面摆放的图案，从第二个起，每个都是前一个按顺时针方向旋转 90° 得到，第 2019 个图案中箭头的指向是 ()



- A. 上方 B. 右方 C. 下方 D. 左方

【分析】直接利用已知图案得出旋转规律进而得出答案．

【解答】解：如图所示：每旋转 4 次一周， $2019 \div 4 = 504 \cdots 3$ ，

则第 2019 个图案中箭头的指向与第 3 个图案方向一致，箭头的指向是下方．

故选：C．

【点评】此题主要考查了生活中的旋转现象，正确发现规律是解题关键．

11. (3 分) 已知一次函数 $y = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$) 的图象经过一、三、四象限, 则下列结论正确的是 ()

A. $kb > 0$ B. $kb < 0$ C. $k + b > 0$ D. $k + b < 0$

【分析】根据一次函数经过一、三、四象限, 可知 $k > 0, b < 0$, 即可求得答案;

【解答】解: $y = kx + b$ 的图象经过一、三、四象限,

$$\therefore k > 0, b < 0,$$

$$\therefore kb < 0;$$

故选: B.

【点评】本题考查一次函数的图象及性质; 熟练掌握函数图象及性质是解题的关键.

12. (3 分) 在下列长度的三条线段中, 不能组成三角形的是 ()

A. 2cm, 3cm, 4cm B. 3cm, 6cm, 6cm
C. 2cm, 2cm, 6cm D. 5cm, 6cm, 7cm

【分析】根据三角形任意两边的和大于第三边, 进行分析判断.

【解答】解: A、 $2+3 > 4$, 能组成三角形;

B、 $3+6 > 6$, 能组成三角形;

C、 $2+2 < 6$, 不能组成三角形;

D、 $5+6 > 7$, 能够组成三角形.

故选: C.

【点评】本题考查了能够组成三角形三边的条件. 注意: 用两条较短的线段相加, 如果大于最长那条就能够组成三角形.

13. (3 分) 若点 $A(-4, y_1)$ 、 $B(-2, y_2)$ 、 $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上,

则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_2 > y_1$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_1 > y_3 > y_2$

【分析】根据反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1, y_2, y_3 的值, 比较后即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 点 $A(-4, y_1)$ 、 $B(-2, y_2)$ 、 $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图

象上,

$$\therefore y_1 = -\frac{1}{-4} = \frac{1}{4}, y_2 = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}, y_3 = -\frac{1}{2},$$

$$\text{又} \because -\frac{1}{2} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2},$$

$$\therefore y_3 < y_1 < y_2.$$

故选: C.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 利用反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1 、 y_2 、 y_3 的值是解题的关键.

14. (3 分) 平行四边形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 是两条对角线, 现从以下四个关系① $AB = BC$; ② $AC = BD$; ③ $AC \perp BD$; ④ $AB \perp BC$ 中随机取出一个作为条件, 即可推出平行四边形 $ABCD$ 是菱形的概率为 ()

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$

D. 1

【分析】 菱形的判定: ①菱形定义: 一组邻边相等的平行四边形是菱形 (平行四边形 + 一组邻边相等 = 菱形); ②四条边都相等的四边形是菱形. ③对角线互相垂直的平行四边形是菱形 (或“对角线互相垂直平分的四边形是菱形”).

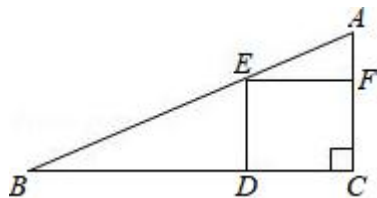
【解答】 解: 根据平行四边形的判定定理, 可推出平行四边形 $ABCD$ 是菱形的有①或③,

$$\text{概率为 } \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

故选: B.

【点评】 本题考查了菱形及概率, 熟练掌握菱形的判定定理是解题的关键.

15. (3 分) 如图, 在一块斜边长 30cm 的直角三角形木板 ($\text{Rt}\triangle ACB$) 上截取一个正方形 $CDEF$, 点 D 在边 BC 上, 点 E 在斜边 AB 上, 点 F 在边 AC 上, 若 $AF: AC = 1: 3$, 则这块木板截取正方形 $CDEF$ 后, 剩余部分的面积为 ()



A. 100cm^2

B. 150cm^2

C. 170cm^2

D. 200cm^2

【分析】 设 $AF = x$, 根据正方形的性质用 x 表示出 EF 、 CF , 证明 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$, 根据相似三角形的性质求出 BC , 根据勾股定理列式求出 x , 根据三角形的面积公式、正方形

的面积公式计算即可.

【解答】解: 设 $AF = x$, 则 $AC = 3x$,

$\because$ 四边形 $CDEF$ 为正方形,

$\therefore EF = CF = 2x$, $EF \parallel BC$,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{3},$$

$\therefore BC = 6x$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB^2 = AC^2 + BC^2$, 即 $30^2 = (3x)^2 + (6x)^2$,

解得, $x = 2\sqrt{5}$,

$\therefore AC = 6\sqrt{5}$, $BC = 12\sqrt{5}$,

$\therefore$ 剩余部分的面积 $= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{5} \times 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$,

故选: A.

【点评】 本题考查的是相似三角形的应用、正方形的性质, 掌握相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

二、填空题 (本大题 5 小题, 每题 5 分, 共 25 分)

16. (5 分) 分解因式: $x^4 - 16 = \underline{(x^2+4)(x+2)(x-2)}$.

【分析】 直接利用平方差公式分解因式得出答案.

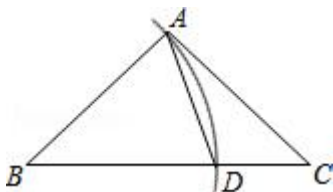
【解答】 解: $x^4 - 16 = (x^2+4)(x^2-4)$

$$= (x^2+4)(x+2)(x-2).$$

故答案为: $(x^2+4)(x+2)(x-2)$.

【点评】 此题主要考查了公式法分解因式, 正确运用公式是解题关键.

17. (5 分) 如图, 以 $\triangle ABC$ 的顶点 B 为圆心, BA 长为半径画弧, 交 BC 边于点 D , 连接 AD . 若 $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 36^\circ$, 则 $\angle DAC$ 的大小为 34 度.



【分析】 根据三角形的内角和得出 $\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 104^\circ$, 根据等腰三角形两底角相等得出 $\angle BAD = \angle ADB = (180^\circ - \angle B) \div 2 = 70^\circ$, 进而根据角的和差得出 $\angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 34^\circ$.

【解答】解：∵ $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 36^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 104^\circ$$

$$\because AB = BD$$

$$\therefore \angle BAD = \angle ADB = (180^\circ - \angle B) \div 2 = 70^\circ，$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 34^\circ$$

故答案为：34.

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，三角形内角和定理，掌握等边对等角是解题的关键.

18. (5分) 某品牌旗舰店平日将某商品按进价提高40%后标价，在某次电商购物节中，为促进该商品，按标价8折销售，售价为2240元，则这种商品的进价是 2000 元.

【分析】设这种商品的进价是 x 元，根据提价之后打八折，售价为2240元，列方程解答即可.

【解答】解：设这种商品的进价是 x 元，

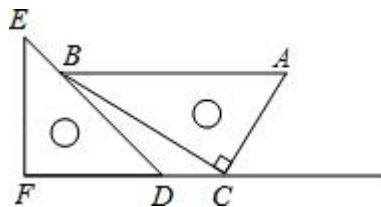
$$\text{由题意得，} (1+40\%)x \times 0.8 = 2240.$$

$$\text{解得：} x = 2000,$$

故答案为2000

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程解答.

19. (5分) 三角板是我们学习数学的好帮手. 将一对直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上，点 B 在 ED 上， $AB \parallel CF$ ， $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle E = 45^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $AC = 10$ ，则 CD 的长度是 $15 - 5\sqrt{3}$.



【分析】过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M ，根据题意可求出 BC 的长度，然后在 $\triangle EFD$ 中可求出 $\angle EDF = 45^\circ$ ，进而可得出答案.

【解答】解：过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M ，

$$\text{在} \triangle ACB \text{ 中，} \angle ACB = 90^\circ，\angle A = 60^\circ，AC = 10，$$

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ，BC = 10 \times \tan 60^\circ = 10\sqrt{3}，$$

$$\because AB \parallel CF,$$

$$\therefore BM = BC \times \sin 30^\circ = 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{3},$$

$$CM = BC \times \cos 30^\circ = 15,$$

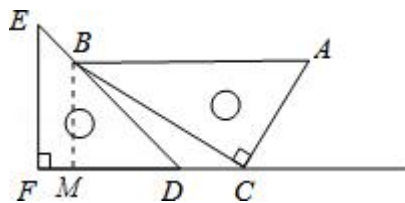
在 $\triangle EFD$ 中, $\angle F = 90^\circ$, $\angle E = 45^\circ$,

$$\therefore \angle EDF = 45^\circ,$$

$$\therefore MD = BM = 5\sqrt{3},$$

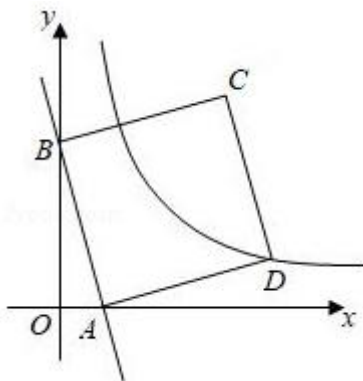
$$\therefore CD = CM - MD = 15 - 5\sqrt{3}.$$

故答案是: $15 - 5\sqrt{3}$.



【点评】 本题考查了解直角三角形的性质及平行线的性质, 难度较大, 解答此类题目的关键根据题意建立三角形利用所学的三角函数的关系进行解答.

20. (5 分) 如图, 在平面直角坐标中, 一次函数 $y = -4x + 4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点. 正方形 $ABCD$ 的顶点 C 、 D 在第一象限, 顶点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上. 若正方形 $ABCD$ 向左平移 n 个单位后, 顶点 C 恰好落在反比例函数的图象上, 则 n 的值是 3.



【分析】 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴过点 C 作 $CF \perp y$ 轴, 可证 $\triangle ABO \cong \triangle DAE$ (AAS), $\triangle CBF \cong \triangle BAO$ (AAS), 则可求 $D(5, 1)$, $C(4, 5)$, 确定函数解析式 $y = \frac{5}{x}$, C 向左移动 n 个单位后为 $(4 - n, 5)$, 进而求 n 的值;

【解答】 解: 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴, 过点 C 作 $CF \perp y$ 轴,

$$\because AB \perp AD,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle DAE,$$

$$\because AB = AD, \angle BOA = \angle DEA,$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle DAE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AE = BO, DE = OA,$$

易求 $A(1, 0), B(0, 4),$

$$\therefore D(5, 1),$$

$\because$ 顶点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$$\therefore k = 5,$$

$$\therefore y = \frac{5}{x},$$

易证 $\triangle CBF \cong \triangle BAO \text{ (AAS)},$

$$\therefore CF = 4, BF = 1,$$

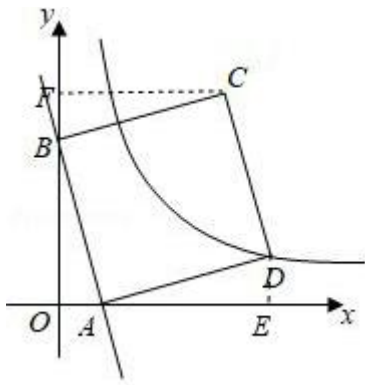
$$\therefore C(4, 5),$$

$\because C$ 向左移动 n 个单位后为 $(4 - n, 5),$

$$\therefore 5(4 - n) = 5,$$

$$\therefore n = 3,$$

故答案为 3;



【点评】 本题考查反比例函数的图象及性质，正方形的性质；熟练掌握反比例函数解析式的求法，灵活运用正方形的性质是解题的关键．

三、解答题（本大题 7 小题，各题分值见题号后，共 80 分）

21. (8 分) 计算： $|- \frac{1}{2}| + (-1)^{2019} + 2^{-1} - (2 - \sqrt{2})^0 + 2\cos 45^\circ$.

【分析】 直接利用零指数幂的性质、负指数幂的性质以及绝对值的性质、特殊角的三角函数值分别化简得出答案．

【解答】解：原式 $= \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2} - 1 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} - 1$

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键．

22. (8分) 解方程： $1 - \frac{x-3}{2x+2} = \frac{3x}{x+1}$.

【分析】观察可得最简公分母是 $2(x+1)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解．

【解答】解：去分母得，

$$2x+2 - (x-3) = 6x,$$

$$\therefore x+5 = 6x,$$

解得， $x = 1$

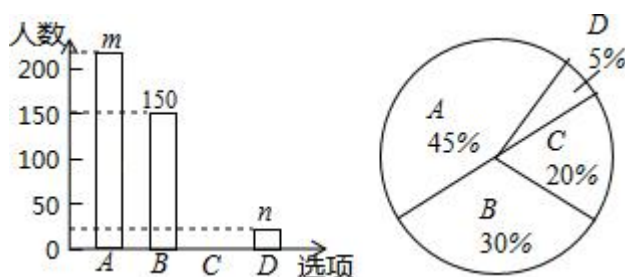
经检验： $x = 1$ 是原方程的解．

【点评】本题考查了分式方程的解法．

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解．

(2) 解分式方程一定注意要验根．

23. (10分) 某地区在所有中学开展《老师，我想对你说》心灵信箱活动，为师生之间的沟通增设了一个书面交流的渠道．为了解两年来活动开展的情况，某课题组从全地区随机抽取部分中学生进行问卷调查．对“两年来，你通过心灵信箱给老师总共投递过封信？”这一调查项设有四个回答选项，选项A：没有投过；选项B：一封；选项C：两封；选项D：三封及以上．根据接受问卷调查学生的回答，统计出各选项的人数以及所占百分比，分别绘制成如下条形统计图和扇形统计图：



(1) 此次抽样调查了 500 名学生，条形统计图中 $m =$ 225， $n =$ 25；

(2) 请将条形统计图补全；

(3) 接受问卷调查的学生在活动中投出的信件总数至少有 425 封；

(4) 全地区中学生共有 110000 名，由此次调查估算，在此项活动中，全地区给老师投过信件的学生约有多少名？

【分析】（1）由 B 选项人数及其所占百分比求得总人数，再用总人数乘以对应百分比可得 m 、 n 的值；

（2）先求出 C 选项的人数，继而可补全图形；

（3）各选项次数乘以对应人数，再求和即可得；

（4）利用样本估计总体思想求解可得．

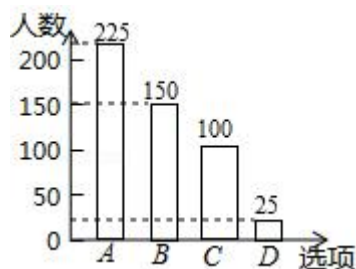
【解答】解：（1）此次调查的总人数为 $150 \div 30\% = 500$ （人），

则 $m = 500 \times 45\% = 225$ ， $n = 500 \times 5\% = 25$ ，

故答案为：500，225，25；

（2） C 选项人数为 $500 \times 20\% = 100$ （人），

补全图形如下：



（3） $1 \times 150 + 2 \times 100 + 3 \times 25 = 425$ ，

答：接受问卷调查的学生在活动中投出的信件总数至少有 425 封，

故答案为：425；

（4）由此次调查估算，在此项活动中，全地区给老师投过信件的学生约有 $110000 \times (1 - 45\%) = 60500$ （名）．

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

24.（12 分）某山区不仅有美丽风光，也有许多令人喜爱的土特产，为实现脱贫奔小康，某村组织村民加工包装土特产销售给游客，以增加村民收入．已知某种土特产每袋成本 10 元．试销阶段每袋的销售价 x （元）与该土特产的日销售量 y （袋）之间的关系如表：

x (元)	15	20	30	...
y (袋)	25	20	10	...

若日销售量 y 是销售价 x 的一次函数，试求：

(1) 日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式；

(2) 假设后续销售情况与试销阶段效果相同，要使这种土特产每日销售的利润最大，每袋的销售价应定为多少元？每日销售的最大利润是多少元？

【分析】(1) 根据表格中的数据，利用待定系数法，求出日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式即可

(2) 利用每件利润 $\times$ 总销量 = 总利润，进而求出二次函数最值即可．

【解答】解：

(1) 依题意，根据表格的数据，设日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式为 $y = kx + b$ 得

$$\begin{cases} 25 = 15k + b \\ 20 = 20k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 40 \end{cases}$$

故日销售量 y (袋) 与销售价 x (元) 的函数关系式为： $y = -x + 40$

(2) 依题意，设利润为 w 元，得

$$w = (x - 10)(-x + 40) = -x^2 + 50x + 400$$

$$\text{整理得 } w = -(x - 25)^2 + 225$$

$$\because -1 < 0$$

$\therefore$ 当 $x = 25$ 时， w 取得最大值，最大值为 225

故要使这种土特产每日销售的利润最大，每袋的销售价应定为 25 元，每日销售的最大利润是 225 元．

【点评】 本题考查了二次函数的性质在实际生活中的应用，根据每天的利润 = 一件的利润 $\times$ 销售件数，建立函数关系式，此题为数学建模题，借助二次函数解决实际问题．

25. (12 分) 某中学数学兴趣小组在一次课外学习与探究中遇到一些新的数学符号，他们将其中某些材料摘录如下：

对于三个实数 a, b, c ，用 $M\{a, b, c\}$ 表示这三个数的平均数，用 $\min\{a, b, c\}$ 表示这三个数中最小的数．例如： $M\{1, 2, 9\} = \frac{1+2+9}{3} = 4$ ， $\min\{1, 2, -3\} = -3$ ， $\min\{3, 1, 1\} = 1$ ．

请结合上述材料，解决下列问题：

$$(1) \textcircled{1} M\{(-2)^2, 2^2, -2^2\} = \frac{4}{3}; \quad \textcircled{2} \min\{\sin 30^\circ, \cos 60^\circ, \tan 45^\circ\} = \frac{1}{2};$$

(2) 若 $M\{-2x, x^2, 3\} = 2$, 求 x 的值;

(3) 若 $\min\{3-2x, 1+3x, -5\} = -5$, 求 x 的取值范围.

【分析】 (1) ①根据平均数的定义计算即可. ②求出三个数中的最小的数即可.

(2) 构建方程即可解决问题.

(3) 根据不等式解决问题即可.

【解答】 解: (1) ① $M\{(-2)^2, 2^2, -2^2\} = \frac{(-2)^2 + 2^2 - 2^2}{3} = \frac{4}{3};$

$$\textcircled{2} \min\{\sin 30^\circ, \cos 60^\circ, \tan 45^\circ\} = \frac{1}{2};$$

故答案为: $\frac{4}{3}; \frac{1}{2};$

$$(2) \because M\{-2x, x^2, 3\} = 2,$$

$$\therefore \frac{-2x + x^2 + 3}{3} = 2,$$

解得 $x = -1$ 或 3 ;

$$(3) \because \min\{3-2x, 1+3x, -5\} = -5,$$

$$\therefore \begin{cases} 3-2x \geq -5 \\ 1+3x \geq -5 \end{cases},$$

解得 $-2 \leq x \leq 4$.

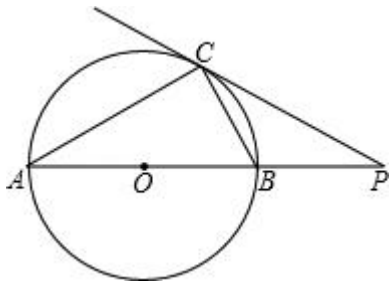
【点评】 本题考查不等式组, 平均数, 最小值等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 学会用转化的思想思考问题, 属于中考常考题型.

26. (14分) 如图, 点 P 在 $\odot O$ 外, PC 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点, 直线 PO 与 $\odot O$ 相交于点 A, B .

(1) 若 $\angle A = 30^\circ$, 求证: $PA = 3PB$;

(2) 小明发现, $\angle A$ 在一定范围内变化时, 始终有 $\angle BCP = \frac{1}{2}(90^\circ - \angle P)$ 成立. 请

你写出推理过程.



【分析】(1) 由 PC 为圆 O 的切线, 利用弦切角等于夹弧所对的圆周角得到 $\angle BCP = \angle A$, 由 $\angle A$ 的度数求出 $\angle BCP$ 的度数, 进而确定出 $\angle P$ 的度数, 再由 $PB = BC$, $AB = 2BC$, 等量代换确定出 PB 与 PA 的关系即可;

(2) 由三角形内角和定理及圆周角定理即可确定出两角的关系.

【解答】解: (1) $\because AB$ 是直径

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2BC$$

$\because PC$ 是 $\odot O$ 切线

$$\therefore \angle BCP = \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle P = 30^\circ,$$

$$\therefore PB = BC, BC = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore PA = 3PB$$

(2) $\because$ 点 P 在 $\odot O$ 外, PC 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点, 直线 PO 与 $\odot O$ 相交于点 A 、 B ,

$$\therefore \angle BCP = \angle A,$$

$$\because \angle A + \angle P + \angle ACB + \angle BCP = 180^\circ, \text{ 且 } \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BCP = 180^\circ - \angle P,$$

$$\therefore \angle BCP = \frac{1}{2}(90^\circ - \angle P)$$

【点评】本题考查了切线的性质, 内角和定理, 圆周角定理, 以及含 30° 直角三角形的性质, 熟练掌握性质及定理是解本题的关键.

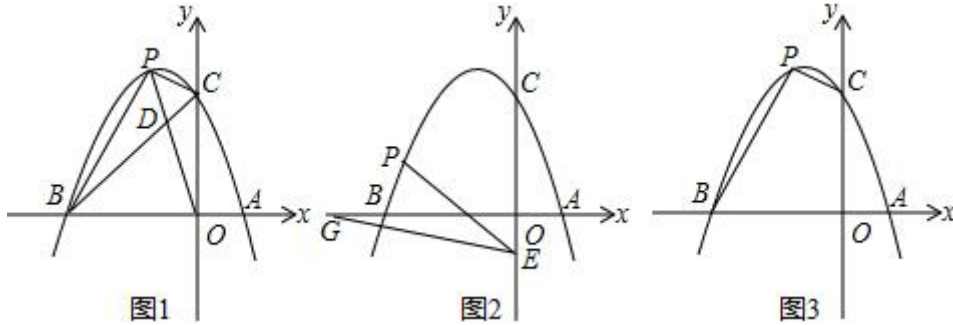
27. (16 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(1, 0)$ 和点 $B(-3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 点 P 为第二象限内抛物线上的动点.

(1) 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$, 抛物线的顶点坐标为 $(-1, 4)$;

(2) 如图 1, 连接 OP 交 BC 于点 D , 当 $S_{\triangle CPD} : S_{\triangle BPD} = 1 : 2$ 时, 请求出点 D 的坐标;

(3) 如图 2, 点 E 的坐标为 $(0, -1)$, 点 G 为 x 轴负半轴上的一点, $\angle OGE = 15^\circ$, 连接 PE , 若 $\angle PEG = 2\angle OGE$, 请求出点 P 的坐标;

(4) 如图 3, 是否存在点 P , 使四边形 $BOCP$ 的面积为 8? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】 (1) 函数的表达式为: $y = a(x-1)(x+3) = a(x^2+2x-3)$, 即可求解;

(2) $S_{\triangle CPD} : S_{\triangle BPD} = 1 : 2$, 则 $BD = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, 即可求解;

(3) $\angle OGE = 15^\circ$, $\angle PEG = 2\angle OGE = 30^\circ$, 则 $\angle OHE = 45^\circ$, 故 $OH = OE = 1$, 即可求解;

(4) 利用 $S_{\text{四边形}BOCP} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle PBC} = 8$, 即可求解.

【解答】 解: (1) 函数的表达式为: $y = a(x-1)(x+3) = a(x^2+2x-3)$,

即: $-3a = 3$, 解得: $a = -1$,

故抛物线的表达式为: $y = -x^2 - 2x + 3 \cdots \textcircled{1}$,

顶点坐标为 $(-1, 4)$;

(2) $\because OB = OC$,

$\therefore \angle CBO = 45^\circ$,

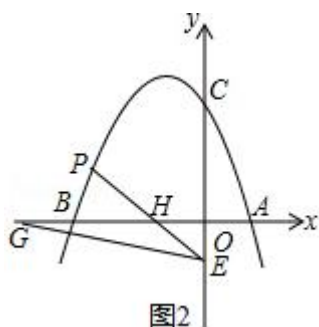
$\because S_{\triangle CPD} : S_{\triangle BPD} = 1 : 2$,

$\therefore BD = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$,

$y_D = BD \sin \angle CBO = 2$,

则点 $D(-1, 2)$;

(3) 如图 2, 设直线 PE 交 x 轴于点 H ,



$$\because \angle OGE = 15^\circ, \angle PEG = 2\angle OGE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OHE = 45^\circ,$$

$$\therefore OH = OE = 1,$$

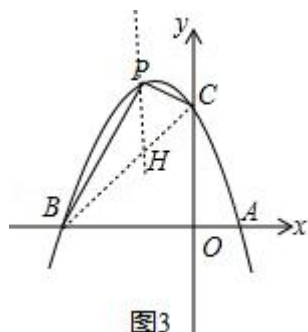
则直线 HE 的表达式为: $y = -x - 1 \cdots \textcircled{2}$,

$$\text{联立} \textcircled{1} \textcircled{2} \text{并解得: } x = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ (舍去正值),}$$

$$\text{故点 } P \left(\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}, \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \right);$$

(4) 不存在, 理由:

连接 BC , 过点 P 作 y 轴的平行线交 BC 于点 H ,



直线 BC 的表达式为: $y = x + 3$,

设点 $P(x, -x^2 - 2x + 3)$, 点 $H(x, x + 3)$,

$$\text{则 } S_{\text{四边形 } BOCP} = S_{\triangle OBC} + S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} (-x^2 - 2x + 3 - x - 3) \times 3 = 8,$$

$$\text{整理得: } 3x^2 + 9x + 7 = 0,$$

解得: $\Delta < 0$, 故方程无解,

则不存在满足条件的点 P .

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、一元二次方程应用、图象的面积计算等, 难度不大.