

贵州省铜仁市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题：(本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分) 本题每小题均有 A、B、C、D 4 个备选答案，其中只有一个是正确的，请你将正确答案的序号填涂在相应的答题卡上

1. (4.00 分) 9 的平方根是 ()

A. 3 B. -3 C. 3 和 -3 D. 81

2. (4.00 分) 习近平总书记提出了未来五年“精准扶贫”的战略构想，意味着每年要减贫约 11700000 人，将数据 11700000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.17×10^7 B. 11.7×10^6 C. 0.117×10^7 D. 1.17×10^8

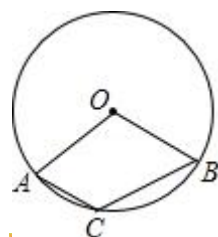
3. (4.00 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解为 ()

A. $x_1 = -1, x_2 = 3$ B. $x_1 = 1, x_2 = -3$ C. $x_1 = 1, x_2 = 3$ D. $x_1 = -1, x_2 = -3$

4. (4.00 分) 掷一枚均匀的骰子，骰子的 6 个面上分别刻有 1、2、3、4、5、6 点，则点数为奇数的概率是 ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

5. (4.00 分) 如图，已知圆心角 $\angle AOB = 110^\circ$ ，则圆周角 $\angle ACB =$ ()



A. 55° B. 110° C. 120° D. 125°

6. (4.00 分) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，相似比为 2，且 $\triangle ABC$ 的面积为 16，则 $\triangle DEF$ 的面积为 ()

A. 32 B. 8 C. 4 D. 16

7. (4.00 分) 如果一个多边形的内角和是外角和的 3 倍，则这个多边形的边数是 ()

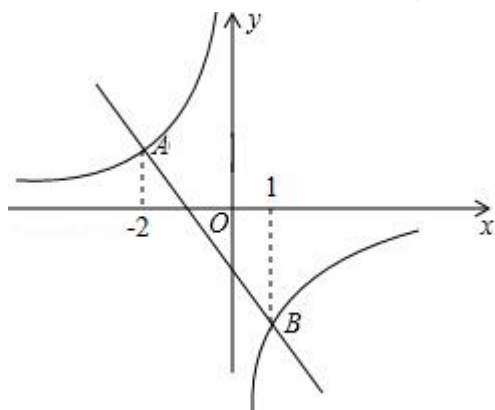
A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

8. (4.00 分) 在同一平面内，设 a、b、c 是三条互相平行的直线，已知 a 与 b 的距离为 4cm，b 与 c 的距离为 1cm，则 a 与 c 的距离为 ()

A. 1cm B. 3cm C. 5cm 或 3cm D. 1cm 或 3cm

9. (4.00 分) 如图，已知一次函数 $y = ax + b$ 和反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 A $(-2, y_1)$ 、B

(1, y_2) 两点, 则不等式 $ax+b < \frac{k}{x}$ 的解集为 ()



A. $x < -2$ 或 $0 < x < 1$ B. $x < -2$ C. $0 < x < 1$ D. $-2 < x < 0$ 或 $x > 1$

10. (4.00 分) 计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9900}$ 的值为 ()

A. $\frac{1}{100}$ B. $\frac{99}{100}$ C. $\frac{1}{99}$ D. $\frac{100}{99}$

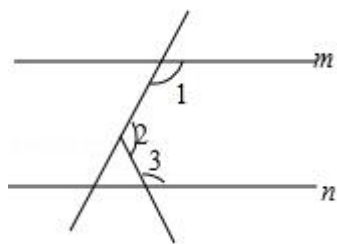
二、填空题: (本大题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. (4.00 分) 分式方程 $\frac{3x-1}{x+2} = 4$ 的解是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. (4.00 分) 因式分解: $a^3 - ab^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. (4.00 分) 一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x+5 > 3 \\ 3x-2 < 4x \end{cases}$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

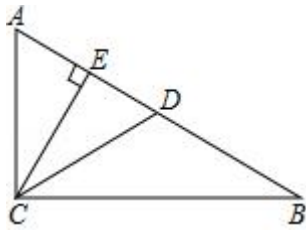
14. (4.00 分) 如图, $m \parallel n$, $\angle 1 = 110^\circ$, $\angle 2 = 100^\circ$, 则 $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



15. (4.00 分) 小米的爸爸为了了解她的数学成绩情况, 现从中随机抽取他的三次数学考试成绩, 分别是 87, 93, 90, 则三次数学成绩的方差是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. (4.00 分) 定义新运算: $a \circ b = a^2 + b$, 例如 $3 \circ 2 = 3^2 + 2 = 11$, 已知 $4 \circ x = 20$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. (4.00 分) 在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D、E 是边 AB 上两点, 且 CE 所在直线垂直平分线段 AD, CD 平分 $\angle BCE$, $BC = 2\sqrt{3}$, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.



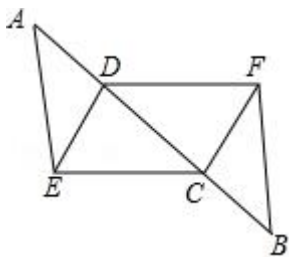
18. (4.00 分) 已知在平面直角坐标系中有两点 A (0, 1), B (-1, 0), 动点 P 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上运动, 当线段 PA 与线段 PB 之差的绝对值最大时, 点 P 的坐标为_____.

三、简答题: (本大题共 4 个小题, 第 19 题每小题 10 分, 第 20、21、22 题每小题 10 分, 共 40 分, 要有解题的主要过程)

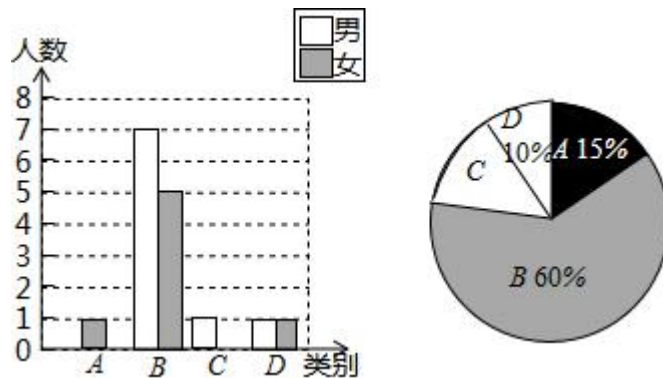
19. (10.00 分) (1) 计算: $\sqrt[3]{8} - 4\cos 60^\circ - (\pi - 3.14)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

(2) 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x}$, 其中 $x = 2$.

20. (10.00 分) 已知: 如图, 点 A、D、C、B 在同一条直线上, AD=BC, AE=BF, CE=DF, 求证: AE//BF.



21. (10.00 分) 张老师为了了解班级学生完成数学课前预习的具体情况, 对本班部分学生进行了为期半个月的跟踪调查. 他将调查结果分为四类: A: 很好; B: 较好; C: 一般; D: 较差, 并将调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图, 请你根据统计图解答下列问题:

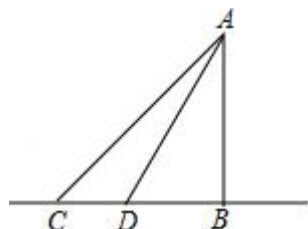


(1) 请计算出 A 类男生和 C 类女生的人数, 并将条形统计图补充完整.

(2) 为了共同进步, 张老师想从被调查的 A 类和 D 类学生中各随机抽取一位同学进行 “一

帮一” 互助学习，请用画树状图或列表的方法求出所选两位同学恰好是一男一女同学的概率.

22. (10.00 分) 如图，有一铁塔 AB，为了测量其高度，在水平面选取 C，D 两点，在点 C 处测得 A 的仰角为 45° ，距点 C 的 10 米 D 处测得 A 的仰角为 60° ，且 C、D、B 在同一水平直线上，求铁塔 AB 的高度 (结果精确到 0.1 米， $\sqrt{3} \approx 1.732$)



四、(本大题满分 12 分)

23. (12.00 分) 学校准备购进一批甲、乙两种办公桌若干张，并且每买 1 张办公桌必须买 2 把椅子，椅子每把 100 元，若学校购进 20 张甲种办公桌和 15 张乙种办公桌共花费 24000 元；购买 10 张甲种办公桌比购买 5 张乙种办公桌多花费 2000 元.

(1) 求甲、乙两种办公桌每张各多少元？

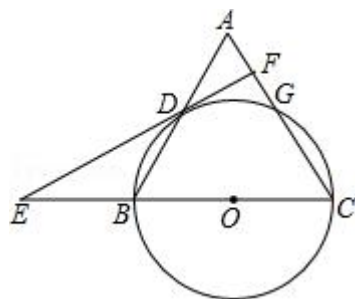
(2) 若学校购买甲乙两种办公桌共 40 张，且甲种办公桌数量不多于乙种办公桌数量的 3 倍，请你给出一种费用最少的方案，并求出该方案所需费用.

五、(本大题满分 12 分)

24. (12.00 分) 如图，在三角形 ABC 中，AB=6，AC=BC=5，以 BC 为直径作 $\odot O$ 交 AB 于点 D，交 AC 于点 G，直线 DF 是 $\odot O$ 的切线，D 为切点，交 CB 的延长线于点 E.

(1) 求证：DF $\perp$ AC；

(2) 求 $\tan \angle E$ 的值.



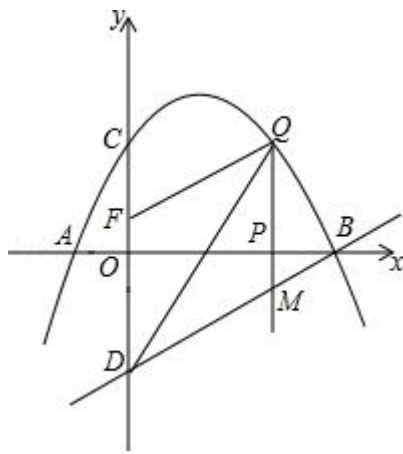
六、(本大题满分 14 分)

25. (14.00 分) 如图，已知抛物线经过点 A (-1, 0), B (4, 0), C (0, 2) 三点，点 D 与点 C 关于 x 轴对称，点 P 是 x 轴上的一个动点，设点 P 的坐标为 (m, 0)，过点 P 做 x 轴的垂线 l 交抛物线于点 Q，交直线于点 M.

(1) 求该抛物线所表示的二次函数的表达式；

(2) 已知点 F (0, $\frac{1}{2}$), 当点 P 在 x 轴上运动时，试求 m 为何值时，四边形 DMQF 是平行四边形？

(3) 点 P 在线段 AB 运动过程中，是否存在点 Q，使得以点 B、Q、M 为顶点的三角形与 $\triangle BOD$ 相似？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.



参考答案与试题解析

一、选择题：(本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分) 本题每小题均有 A、B、C、D 4 个备选答案，其中只有一个是正确的，请你将正确答案的序号填涂在相应的答题卡上

1. (4.00 分) 9 的平方根是 ()

A. 3 B. -3 C. 3 和 -3 D. 81

【分析】依据平方根的定义求解即可.

【解答】解：9 的平方根是 ± 3 ,

故选：C.

2. (4.00 分) 习近平总书记提出了未来五年“精准扶贫”的战略构想，意味着每年要减贫约 11700000 人，将数据 11700000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.17×10^7 B. 11.7×10^6 C. 0.117×10^7 D. 1.17×10^8

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解：11700000 = 1.17×10^7 .

故选：A.

3. (4.00 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解为. ()

A. $x_1 = -1$, $x_2 = 3$ B. $x_1 = 1$, $x_2 = -3$ C. $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ D. $x_1 = -1$, $x_2 = -3$

【分析】利用因式分解法求出已知方程的解.

【解答】解： $x^2 - 4x + 3 = 0$,

分解因式得：(x - 1)(x - 3) = 0,

解得： $x_1 = 1$, $x_2 = 3$,

故选：C.

4. (4.00 分) 掷一枚均匀的骰子，骰子的 6 个面上分别刻有 1、2、3、4、5、6 点，则点数为奇数的概率是 ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

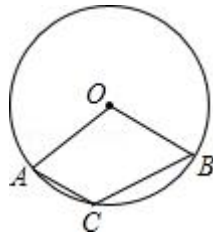
【分析】根据题意和题目中的数据可以求得点数为奇数的概率.

【解答】解：由题意可得，

点数为奇数的概率是： $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$,

故选：C.

5. (4.00 分) 如图，已知圆心角 $\angle AOB=110^\circ$ ，则圆周角 $\angle ACB=$ ()



A. 55° B. 110° C. 120° D. 125°

【分析】根据圆周角定理进行求解. 一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半.

【解答】解：根据圆周角定理，得

$$\angle ACB = \frac{1}{2} (360^\circ - \angle AOB) = \frac{1}{2} \times 250^\circ = 125^\circ.$$

故选：D.

6. (4.00 分) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，相似比为2，且 $\triangle ABC$ 的面积为16，则 $\triangle DEF$ 的面积为 ()

A. 32 B. 8 C. 4 D. 16

【分析】由 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，相似比为2，根据相似三角形的面积的比等于相似比的平方，即可得 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为4，又由 $\triangle ABC$ 的面积为16，即可求得 $\triangle DEF$ 的面积.

【解答】解： $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，相似比为2，

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为4，

$\because \triangle ABC$ 的面积为16，

$$\therefore \triangle DEF \text{ 的面积为：} 16 \times \frac{1}{4} = 4.$$

故选：C.

7. (4.00 分) 如果一个多边形的内角和是外角和的3倍，则这个多边形的边数是 ()

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

【分析】根据多边形的内角和公式及外角的特征计算.

【解答】解：多边形的外角和是 360° ，根据题意得：

$$180^\circ \cdot (n-2) = 3 \times 360^\circ$$

解得 $n=8$.

故选：A.

8. (4.00 分) 在同一平面内，设 a 、 b 、 c 是三条互相平行的直线，已知 a 与 b 的距离为 4cm， b 与 c 的距离为 1cm，则 a 与 c 的距离为 ()

A. 1cm B. 3cm C. 5cm 或 3cm D. 1cm 或 3cm

【分析】分类讨论：当直线 c 在 a 、 b 之间或直线 c 不在 a 、 b 之间，然后利用平行线间的距离的意义分别求解.

【解答】解：当直线 c 在 a 、 b 之间时，

$\because a$ 、 b 、 c 是三条平行直线，

而 a 与 b 的距离为 4cm， b 与 c 的距离为 1cm，

$\therefore a$ 与 c 的距离 $= 4 - 1 = 3$ (cm)；

当直线 c 不在 a 、 b 之间时，

$\because a$ 、 b 、 c 是三条平行直线，

而 a 与 b 的距离为 4cm， b 与 c 的距离为 1cm，

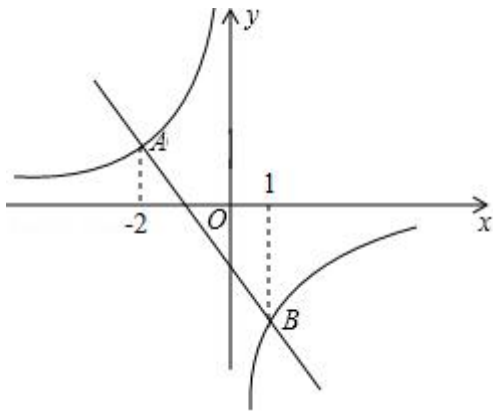
$\therefore a$ 与 c 的距离 $= 4 + 1 = 5$ (cm)，

综上所述， a 与 c 的距离为 3cm 或 5cm.

故选：C.

9. (4.00 分) 如图，已知一次函数 $y=ax+b$ 和反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于 A $(-2, y_1)$ 、B

$(1, y_2)$ 两点，则不等式 $ax+b < \frac{k}{x}$ 的解集为 ()



A. $x < -2$ 或 $0 < x < 1$ B. $x < -2$ C. $0 < x < 1$ D. $-2 < x < 0$ 或 $x > 1$

【分析】根据一次函数图象与反比例函数图象的上下位置关系结合交点坐标，即可得出不等式的解集.

【解答】解：观察函数图象，发现：当 $-2 < x < 0$ 或 $x > 1$ 时，一次函数图象在反比例函数图象的下方，

∴ 不等式 $ax+b < \frac{k}{x}$ 的解集是 $-2 < x < 0$ 或 $x > 1$.

故选：D.

10. (4.00 分) 计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{9900}$ 的值为 ()

A. $\frac{1}{100}$ B. $\frac{99}{100}$ C. $\frac{1}{99}$ D. $\frac{100}{99}$

【分析】直接利用分数的性质将原式变形进而得出答案.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} \\ &= 1 - \frac{1}{100} \\ &= \frac{99}{100}. \end{aligned}$$

故选：B.

二、填空题：(本大题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分)

11. (4.00 分) 分式方程 $\frac{3x-1}{x+2} = 4$ 的解是 $x = \underline{-9}$.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到

分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $3x - 1 = 4x + 8$,

解得: $x = -9$,

经检验 $x = -9$ 是分式方程的解,

故答案为: -9

12. (4.00 分) 因式分解: $a^3 - ab^2 = \underline{a(a+b)(a-b)}$.

【分析】观察原式 $a^3 - ab^2$, 找到公因式 a , 提出公因式后发现 $a^2 - b^2$ 是平方差公式, 利用平方差公式继续分解可得.

【解答】解: $a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a+b)(a-b)$.

13. (4.00 分) 一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x+5 > 3 \\ 3x-2 < 4x \end{cases}$ 的解集为 $\underline{x > -1}$.

【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集, 再求出它们的公共部分即可.

【解答】解: $\begin{cases} 2x+5 > 3 \text{ ①} \\ 3x-2 < 4x \text{ ②} \end{cases}$,

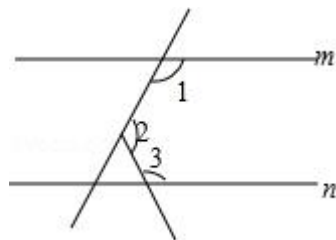
由①得: $x > -1$,

由②得: $x > -2$,

所以不等式组的解集为: $x > -1$.

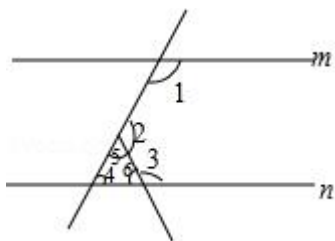
故答案为 $x > -1$.

14. (4.00 分) 如图, $m \parallel n$, $\angle 1 = 110^\circ$, $\angle 2 = 100^\circ$, 则 $\angle 3 = \underline{150}^\circ$.



【分析】两直线平行, 同旁内角互补, 然后根据三角形内角和为 180° 即可解答.

【解答】解: 如图,



$$\because m \parallel n, \angle 1 = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 70^\circ,$$

$$\because \angle 2 = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle 5 = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle 6 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 6 = 150^\circ,$$

故答案为：150.

15. (4.00 分) 小米的爸爸为了了解她的数学成绩情况，现从中随机抽取他的三次数学考试成绩，分别是 87，93，90，则三次数学成绩的方差是 6.

【分析】 根据题目中的数据可以求得相应的平均数，从而可以求得相应的方差，本题得以解决.

【解答】 解： $\bar{x} = \frac{87+93+90}{3} = 90,$

$$\therefore s^2 = \frac{(87-90)^2 + (93-90)^2 + (90-90)^2}{3} = 6,$$

故答案为：6.

16. (4.00 分) 定义新运算： $a \circ b = a^2 + b$ ，例如 $3 \circ 2 = 3^2 + 2 = 11$ ，已知 $4 \circ x = 20$ ，则 $x =$ 4.

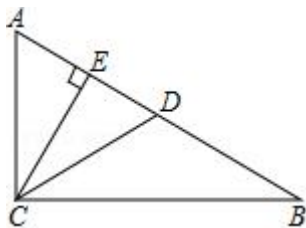
【分析】 根据新运算的定义，可得出关于 x 的一元一次方程，解之即可得出 x 的值.

【解答】 解： $\because 4 \circ x = 4^2 + x = 20,$

$$\therefore x = 4.$$

故答案为：4.

17. (4.00 分) 在直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 、 E 是边 AB 上两点，且 CE 所在直线垂直平分线段 AD ， CD 平分 $\angle BCE$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，则 $AB =$ 4.



【分析】由 CE 所在直线垂直平分线段 AD 可得出 CE 平分 $\angle ACD$ ，进而可得出 $\angle ACE = \angle DCE$ ，由 CD 平分 $\angle BCE$ 利用角平分线的性质可得出 $\angle DCE = \angle DCB$ ，结合 $\angle ACB = 90^\circ$ 可求出 $\angle ACE$ 、 $\angle A$ 的度数，再利用余弦的定义结合特殊角的三角函数值，即可求出 AB 的长度。

【解答】解： $\because$ CE 所在直线垂直平分线段 AD，

$\therefore$ CE 平分 $\angle ACD$ ，

$\therefore \angle ACE = \angle DCE$ 。

$\because$ CD 平分 $\angle BCE$ ，

$\therefore \angle DCE = \angle DCB$ 。

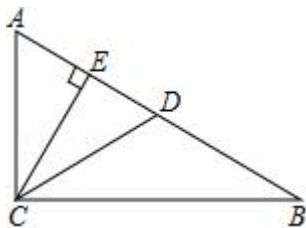
$\because \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACE = \frac{1}{3} \angle ACB = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore AB = \frac{BC}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4$ 。

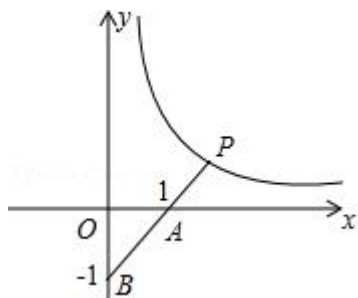
故答案为：4。



18. (4.00 分) 已知在平面直角坐标系中有两点 A (0, 1)，B (-1, 0)，动点 P 在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上运动，当线段 PA 与线段 PB 之差的绝对值最大时，点 P 的坐标为 (-1, -2) 或 (2, 1)。

【分析】由三角形三边关系知 $|PA - PB| \leq AB$ 知直线 AB 与双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 的交点即为所求点 P，据此先求出直线 AB 解析式，继而联立反比例函数解析式求得点 P 的坐标。

【解答】解：如图，



设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$,

将 A (1, 0)、B (0, -1) 代入, 得:

$$\begin{cases} k+b=0 \\ b=-1 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k=1 \\ b=-1 \end{cases},$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=x-1$,

直线 AB 与双曲线 $y=\frac{2}{x}$ 的交点即为所求点 P, 此时 $|PA-PB|=AB$, 即线段 PA 与线段 PB 之差的绝对值取得最大值,

$$\text{由 } \begin{cases} y=x-1 \\ y=\frac{2}{x} \end{cases} \text{ 可得 } \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-1, -2)$ 或 $(2, 1)$,

故答案为: $(-1, -2)$ 或 $(2, 1)$.

三、简答题: (本大题共 4 个小题, 第 19 题每小题 10 分, 第 20、21、22 题每小题 10 分, 共 40 分, 要有解题的主要过程)

19. (10.00 分) (1) 计算: $\sqrt[3]{8} - 4\cos 60^\circ - (\pi - 3.14)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

(2) 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x}$, 其中 $x=2$.

【分析】 (1) 先计算立方根、代入三角函数值、计算零指数幂和负整数指数幂, 再分别计算乘法和加减运算可得;

(2) 先根据分式混合运算顺序和运算法则化简原式, 再将 x 的值代入计算可得.

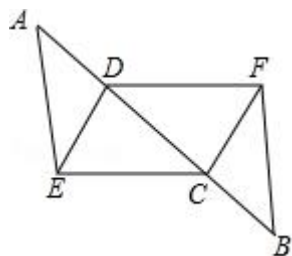
【解答】 解: (1) 原式 $= 2 - 4 \times \frac{1}{2} - 1 - 2$

$$= 2 - 2 - 1 - 2$$

$$= -3;$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 原式} &= \left(\frac{x}{x} - \frac{1}{x} \right) \div \frac{(x-1)^2}{x} \\
 &= \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x^2}{(x-1)^2} \\
 &= \frac{x}{x-1}, \\
 \text{当 } x=2 \text{ 时, 原式} &= \frac{2}{2-1} = 2.
 \end{aligned}$$

20. (10.00 分) 已知: 如图, 点 A、D、C、B 在同一条直线上, AD=BC, AE=BF, CE=DF, 求证: AE//BF.



【分析】可证明 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$, 得出 $\angle A = \angle B$, 即可得出 AE//BF;

【解答】证明: $\because AD=BC, \therefore AC=BD$,

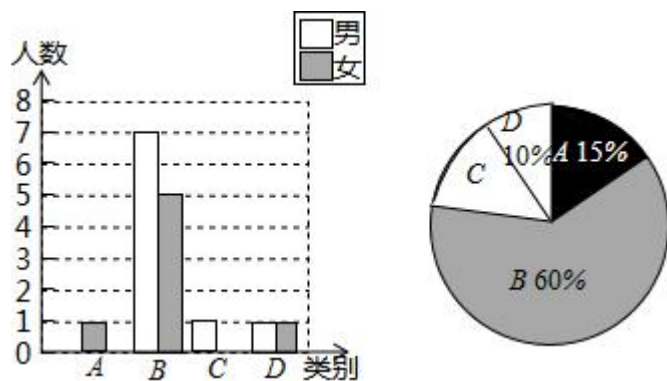
在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle BDF$ 中,
$$\begin{cases} AC=BD \\ AE=BF, \\ CE=DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BDF$ (SSS)

$\therefore \angle A = \angle B$,

$\therefore AE \parallel BF$;

21. (10.00 分) 张老师为了了解班级学生完成数学课前预习的具体情况, 对本班部分学生进行了为期半个月的跟踪调查. 他将调查结果分为四类: A: 很好; B: 较好; C: 一般; D: 较差, 并将调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图, 请你根据统计图解答下列问题:



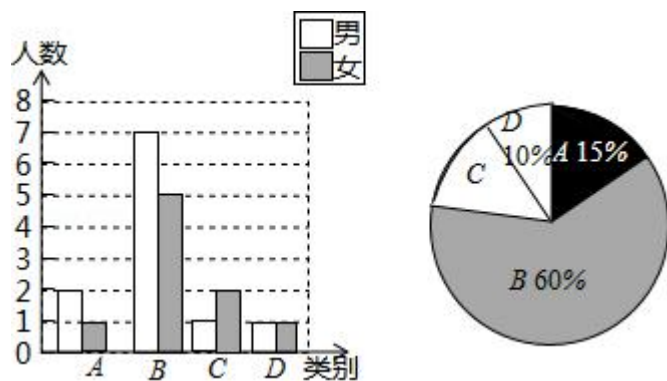
(1) 请计算出 A 类男生和 C 类女生的人数，并将条形统计图补充完整.

(2) 为了共同进步，张老师想从被调查的 A 类和 D 类学生中各随机抽取一位同学进行“一帮一”互助学习，请用画树状图或列表的方法求出所选两位同学恰好是一男一女同学的概率.

【分析】 (1) 由 B 类人数及其所占百分比求得总人数，再用总人数分别乘以 A、C 类别对应百分比求得其人数，据此结合条形图进一步得出答案；

(2) 画树状图列出所有等可能结果，从中找到所选两位同学恰好是一男一女同学的结果数，利用概率公式求解可得.

【解答】 解：(1) $\because$ 被调查的总人数为 $(7+5) \div 60\% = 20$ 人，
 $\therefore$ A 类别人数为 $20 \times 15\% = 3$ 人、C 类别人数为 $20 \times (1 - 15\% - 60\% - 10\%) = 3$ ，
 则 A 类男生人数为 $3 - 1 = 2$ 、C 类女生人数为 $3 - 1 = 2$ ，
 补全图形如下：

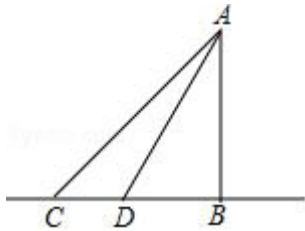


(2) 画树状图得：



∴共有 6 种等可能的结果，所选两位同学恰好是一位男同学和一位女同学的有 3 种情况，
 ∴所选两位同学恰好是一男一女同学的概率为 $\frac{1}{2}$.

22. (10.00 分) 如图，有一铁塔 AB，为了测量其高度，在水平面选取 C，D 两点，在点 C 处测得 A 的仰角为 45° ，距点 C 的 10 米 D 处测得 A 的仰角为 60° ，且 C、D、B 在同一水平直线上，求铁塔 AB 的高度 (结果精确到 0.1 米， $\sqrt{3} \approx 1.732$)



【分析】 根据 AB 和 $\angle ADB$ 、AB 和 $\angle ACB$ 可以求得 DB、CB 的长度，根据 $CD = CB - DB$ 可以求出 AB 的长度，即可解题.

【解答】 解：在 $Rt\triangle ADB$ 中， $DB = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}AB$,

$Rt\triangle ACB$ 中， $CB = \frac{AB}{\tan 45^\circ} = AB$,

∴ $CD = CB - DB$,

$$\therefore AB = \frac{CD}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} \approx 23.7 \text{ (米)}$$

答：电视塔 AB 的高度约 23.7 米.

四、(本大题满分 12 分)

23. (12.00 分) 学校准备购进一批甲、乙两种办公桌若干张，并且每买 1 张办公桌必须买 2 把椅子，椅子每把 100 元，若学校购进 20 张甲种办公桌和 15 张乙种办公桌共花费 24000 元；购买 10 张甲种办公桌比购买 5 张乙种办公桌多花费 2000 元.

(1) 求甲、乙两种办公桌每张各多少元？

(2) 若学校购买甲乙两种办公桌共 40 张，且甲种办公桌数量不多于乙种办公桌数量的 3 倍，请你给出一种费用最少的方案，并求出该方案所需费用.

【分析】 (1) 设甲种办公桌每张 x 元，乙种办公桌每张 y 元，根据“甲种桌子总钱数+乙种桌子总钱数+所有椅子的钱数=24000、10 把甲种桌子钱数 - 5 把乙种桌子钱数+多出 5 张桌子对应椅子的钱数=2000”列方程组求解可得；

(2) 设甲种办公桌购买 a 张, 则购买乙种办公桌 $(40 - a)$ 张, 购买的总费用为 y , 根据“总费用=甲种桌子总钱数+乙种桌子总钱数+所有椅子的总钱数”得出函数解析式, 再由“甲种办公桌数量不多于乙种办公桌数量的 3 倍”得出自变量 a 的取值范围, 继而利用一次函数的性质求解可得.

【解答】解: (1) 设甲种办公桌每张 x 元, 乙种办公桌每张 y 元,

根据题意, 得:
$$\begin{cases} 20x + 15y + 7000 = 24000 \\ 10x - 5y + 1000 = 2000 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases},$$

答: 甲种办公桌每张 400 元, 乙种办公桌每张 600 元;

(2) 设甲种办公桌购买 a 张, 则购买乙种办公桌 $(40 - a)$ 张, 购买的总费用为 y ,

则 $y = 400a + 600(40 - a) + 2 \times 40 \times 100$

$= -200a + 32000$,

$\therefore a \leq 3(40 - a)$,

$\therefore a \leq 30$,

$\therefore -200 < 0$,

$\therefore y$ 随 a 的增大而减小,

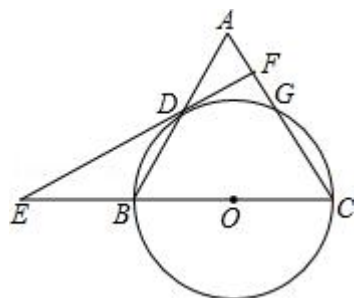
$\therefore$ 当 $a = 30$ 时, y 取得最小值, 最小值为 26000 元.

五、(本大题满分 12 分)

24. (12.00 分) 如图, 在三角形 ABC 中, $AB = 6$, $AC = BC = 5$, 以 BC 为直径作 $\odot O$ 交 AB 于点 D , 交 AC 于点 G , 直线 DF 是 $\odot O$ 的切线, D 为切点, 交 CB 的延长线于点 E .

(1) 求证: $DF \perp AC$;

(2) 求 $\tan \angle E$ 的值.



【分析】(1) 连接 OC , CD , 根据圆周角定理得 $\angle BDC = 90^\circ$, 由等腰三角形三线合一的性质

质得：D 为 AB 的中点，所以 OD 是中位线，由三角形中位线性质得：OD//AC，根据切线的性质可得结论；

(2) 如图，连接 BG，先证明 EF//BG，则 $\angle CBG = \angle E$ ，求 $\angle CBG$ 的正切即可.

【解答】 (1) 证明：如图，连接 OC，CD，

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$ ，

$\therefore CD \perp AB$ ，

$\therefore AC = BC$ ，

$\therefore AD = BD$ ，

$\therefore OB = OC$ ，

$\therefore OD$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线

$\therefore OD \parallel AC$ ，

$\because DF$ 为 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OD \perp DF$ ，

$\therefore DF \perp AC$ ；

(2) 解：如图，连接 BG，

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BGC = 90^\circ$ ，

$\because \angle EFC = 90^\circ = \angle BGC$ ，

$\therefore EF \parallel BG$ ，

$\therefore \angle CBG = \angle E$ ，

Rt $\triangle BDC$ 中， $\because BD = 3$ ， $BC = 5$ ，

$\therefore CD = 4$ ，

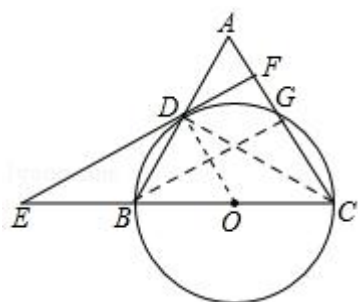
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} AC \cdot BG,$$

$$6 \times 4 = 5BG,$$

$$BG = \frac{24}{5},$$

$$\text{由勾股定理得：} CG = \sqrt{5^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{7}{5},$$

$$\therefore \tan \angle CBG = \tan \angle E = \frac{CG}{BG} = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{24}{5}} = \frac{7}{24}.$$



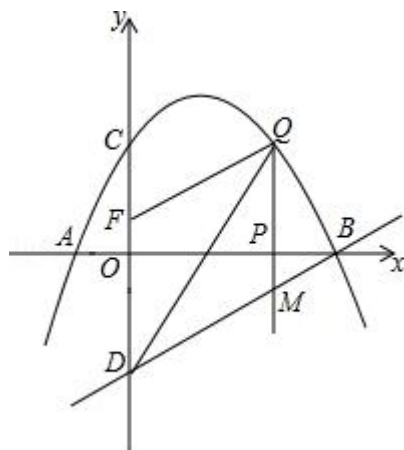
六、(本大题满分 14 分)

25. (14.00 分) 如图, 已知抛物线经过点 A (-1, 0), B (4, 0), C (0, 2) 三点, 点 D 与点 C 关于 x 轴对称, 点 P 是 x 轴上的一个动点, 设点 P 的坐标为 (m, 0), 过点 P 做 x 轴的垂线 l 交抛物线于点 Q, 交直线于点 M.

(1) 求该抛物线所表示的二次函数的表达式;

(2) 已知点 F (0, $\frac{1}{2}$), 当点 P 在 x 轴上运动时, 试求 m 为何值时, 四边形 DMQF 是平行四边形?

(3) 点 P 在线段 AB 运动过程中, 是否存在点 Q, 使得以点 B、Q、M 为顶点的三角形与 $\triangle BOD$ 相似? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】 (1) 待定系数法求解可得;

(2) 先利用待定系数法求出直线 BD 解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - 2$, 则 Q (m, $-\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2$), M (m, $\frac{1}{2}m - 2$), 由 $QM \parallel DF$ 且四边形 DMQF 是平行四边形知 $QM = DF$, 据此列出关于 m 的方程,

解之可得;

(3) 易知 $\angle ODB = \angle QMB$, 故分① $\angle DOB = \angle MBQ = 90^\circ$, 利用 $\triangle DOB \sim \triangle MBQ$ 得 $\frac{DO}{OB} = \frac{MB}{BQ} = \frac{1}{2}$,

再证 $\triangle MBQ \sim \triangle BPQ$ 得 $\frac{BM}{BQ} = \frac{BP}{PQ}$, 即 $\frac{1}{2} = \frac{4-m}{-\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2}$, 解之即可得此时 m 的值; ② $\angle$

$BQM = 90^\circ$, 此时点 Q 与点 A 重合, $\triangle BOD \sim \triangle BQM'$, 易得点 Q 坐标.

【解答】 解: (1) 由抛物线过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 可设解析式为 $y = a(x+1)(x-4)$,
将点 $C(0, 2)$ 代入, 得: $-4a = 2$,

解得: $a = -\frac{1}{2}$,

则抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{2}(x+1)(x-4) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$;

(2) 由题意知点 D 坐标为 $(0, -2)$,

设直线 BD 解析式为 $y = kx + b$,

将 $B(4, 0)$ 、 $D(0, -2)$ 代入, 得: $\begin{cases} 4k + b = 0 \\ b = -2 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 BD 解析式为 $y = \frac{1}{2}x - 2$,

$\because QM \perp x$ 轴, $P(m, 0)$,

$\therefore Q(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2)$ 、 $M(m, \frac{1}{2}m - 2)$,

则 $QM = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2 - (\frac{1}{2}m - 2) = -\frac{1}{2}m^2 + m + 4$,

$\therefore F(0, \frac{1}{2})$ 、 $D(0, -2)$,

$\therefore DF = \frac{5}{2}$,

$\therefore QM \parallel DF$,

$\therefore$ 当 $-\frac{1}{2}m^2 + m + 4 = \frac{5}{2}$ 时, 四边形 $DMQF$ 是平行四边形,

解得: $m = -1$ (舍) 或 $m = 3$,

即 $m = 3$ 时, 四边形 $DMQF$ 是平行四边形;

$$\therefore \angle ODB = \angle QMB,$$

①当 $\angle DOB = \angle MBQ = 90^\circ$ 时, $\triangle DOB \sim \triangle MBQ$,

$$\therefore \angle MBQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MBP + \angle PBQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MPB = \angle BPQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MBP + \angle BMP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle \text{BMP} = \angle \text{PBQ},$$

$$\therefore \triangle MBQ \sim \triangle BPQ,$$

解得: $m_1=3$ 、 $m_2=4$,

$\therefore m=3$, 点 Q 的坐标为 $(3, 2)$;

此时 $m = -1$, 点 Q 的坐标为 $(-1, 0)$;

21