

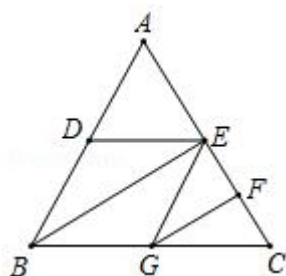
贵州省贵阳市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（以下每个小题均有 A、B、C、D 四个选项,其中只有一个选项正确,请用 2B 铅笔在答题卡相应位置作答,每题 3 分,共 30 分）

1. (3.00 分) 当 $x = -1$ 时, 代数式 $3x+1$ 的值是 ()

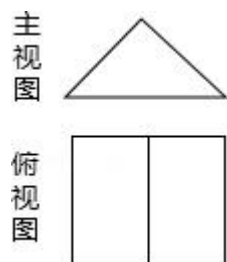
A. -1 B. -2 C. 4 D. -4

2. (3.00 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中有四条线段 DE, BE, EF, FG, 其中有一条线段是 $\triangle ABC$ 的中线, 则该线段是 ()



A. 线段 DE B. 线段 BE C. 线段 EF D. 线段 FG

3. (3.00 分) 如图是一个几何体的主视图和俯视图, 则这个几何体是 ()



A. 三棱柱 B. 正方体 C. 三棱锥 D. 长方体

4. (3.00 分) 在“生命安全”主题教育活动中, 为了解甲、乙、丙、丁四所学校学生对生命安全知识掌握情况, 小丽制定了如下方案, 你认为最合理的是 ()

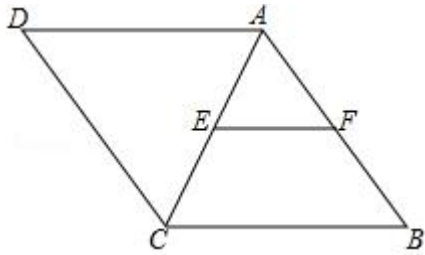
A. 抽取乙校初二年级学生进行调查

B. 在丙校随机抽取 600 名学生进行调查

C. 随机抽取 150 名老师进行调查

D. 在四个学校各随机抽取 150 名学生进行调查

5. (3.00 分) 如图, 在菱形 ABCD 中, E 是 AC 的中点, $EF \parallel CB$, 交 AB 于点 F, 如果 $EF=3$, 那么菱形 ABCD 的周长为 ()



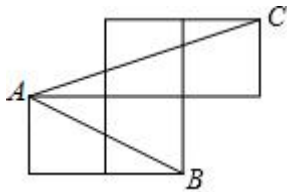
A. 24 B. 18 C. 12 D. 9

6. (3.00 分) 如图，数轴上有三个点 A、B、C，若点 A、B 表示的数互为相反数，则图中点 C 对应的数是 ()



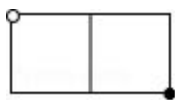
A. -2 B. 0 C. 1 D. 4

7. (3.00 分) 如图，A、B、C 是小正方形的顶点，且每个小正方形的边长为 1，则 $\tan \angle BAC$ 的值为 ()



A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

8. (3.00 分) 如图，小颖在围棋盘上两个格子的格点上任意摆放黑、白两个棋子，且两个棋子不在同一条网格线上，其中，恰好摆放成如图所示位置的概率是 ()

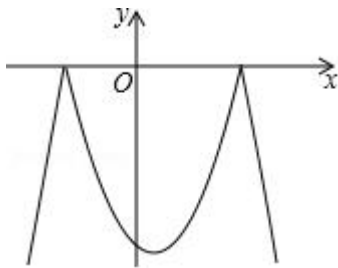


A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{5}$

9. (3.00 分) 一次函数 $y=kx-1$ 的图象经过点 P，且 y 的值随 x 值的增大而增大，则点 P 的坐标可以为 ()

A. (-5, 3) B. (1, -3) C. (2, 2) D. (5, -1)

10. (3.00 分) 已知二次函数 $y=-x^2+x+6$ 及一次函数 $y=-x+m$ ，将该二次函数在 x 轴上方的图象沿 x 轴翻折到 x 轴下方，图象的其余部分不变，得到一个新函数 (如图所示)，请你在图中画出这个新图象，当直线 $y=-x+m$ 与新图象有 4 个交点时，m 的取值范围是 ()

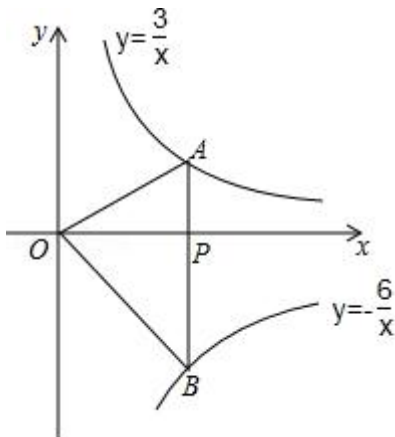


- A. $-\frac{25}{4} < m < 3$ B. $-\frac{25}{4} < m < 2$ C. $-2 < m < 3$ D. $-6 < m < -2$

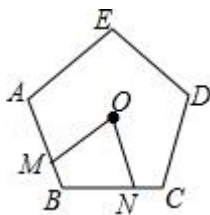
二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

11. (4.00 分) 某班 50 名学生在 2018 年适应性考试中, 数学成绩在 100~110 分这个分数段的频率为 0.2, 则该班在这个分数段的学生为_____人.

12. (4.00 分) 如图, 过 x 轴上任意一点 P 作 y 轴的平行线, 分别与反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$), $y = -\frac{6}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于 A 点和 B 点, 若 C 为 y 轴任意一点. 连接 AB 、 BC , 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.



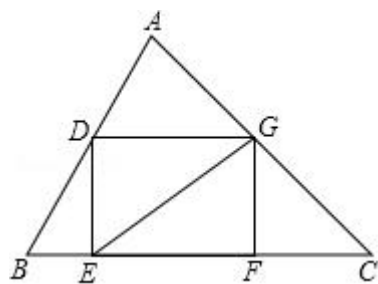
13. (4.00 分) 如图, 点 M 、 N 分别是正五边形 $ABCDE$ 的两边 AB 、 BC 上的点. 且 $AM=BN$, 点 O 是正五边形的中心, 则 $\angle MON$ 的度数是_____度.



14. (4.00 分) 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5-3x \geq -1 \\ a-x < 0 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是_____.

15. (4.00 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=6$, BC 边上的高为 4, 在 $\triangle ABC$ 的内部作一个矩形

EFGH, 使 EF 在 BC 边上, 另外两个顶点分别在 AB、AC 边上, 则对角线 EG 长的最小值为_____.



三、解答题(本大题 10 个小题, 共 100 分)

16. (10.00 分) 在 6.26 国际禁毒日到来之际, 贵阳市教育局为了普及禁毒知识, 提高禁毒意识, 举办了“关爱生命, 拒绝毒品”的知识竞赛. 某校初一、初二年级分别有 300 人, 现从中各随机抽取 20 名同学的测试成绩进行调查分析, 成绩如下:

初一:	68	88	100	100	79	94	89	85	100	88
	100	90	98	97	77	94	96	100	92	67
初二:	69	97	91	69	98	100	99	100	90	100
	99	69	97	100	99	94	79	99	98	79

(1) 根据上述数据, 将下列表格补充完成.

整理、描述数据:

分数段	$60 \leq x \leq 69$	$70 \leq x \leq 79$	$80 \leq x \leq 89$	$90 \leq x \leq 100$
初一人数	2	2	4	12
初二人数	2	2	1	15

分析数据: 样本数据的平均数、中位数、满分率如表:

年级	平均数	中位数	满分率
初一	90.1	93	25%
初二	92.8	_____	20%

得出结论:

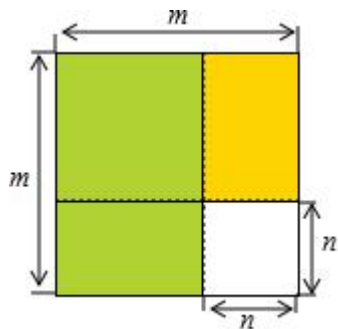
(2) 估计该校初一、初二年级学生在这次测试成绩中可以得到满分的人数共_____人;

(3) 你认为哪个年级掌握禁毒知识的总体水平较好, 说明理由.

17. (8.00 分) 如图, 将边长为 m 的正方形纸板沿虚线剪成两个小正方形和两个矩形, 拿掉边长为 n 的小正方形纸板后, 将剩下的三块拼成新的矩形.

(1) 用含 m 或 n 的代数式表示拼成矩形的周长；

(2) $m=7$, $n=4$, 求拼成矩形的面积.



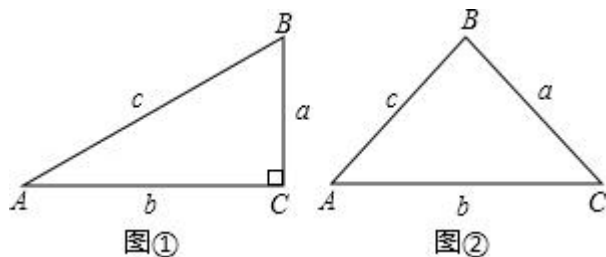
18. (8.00 分) 如图①, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 以下是小亮探究 $\frac{a}{\sin A}$ 与 $\frac{b}{\sin B}$ 之间关系的方法:

$$\because \sin A = \frac{a}{c}, \sin B = \frac{b}{c}$$

$$\therefore c = \frac{a}{\sin A}, c = \frac{b}{\sin B}$$

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

根据你掌握的三角函数知识, 在图②的锐角 $\triangle ABC$ 中, 探究 $\frac{a}{\sin A}$ 、 $\frac{b}{\sin B}$ 、 $\frac{c}{\sin C}$ 之间的关系, 并写出探究过程.



19. (10.00 分) 某青春党支部在精准扶贫活动中, 给结对帮扶的贫困家庭赠送甲、乙两种树苗让其栽种. 已知乙种树苗的价格比甲种树苗贵 10 元, 用 480 元购买乙种树苗的棵数恰好与用 360 元购买甲种树苗的棵数相同.

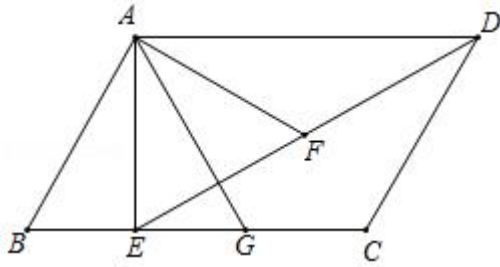
(1) 求甲、乙两种树苗每棵的价格各是多少元?

(2) 在实际帮扶中, 他们决定再次购买甲、乙两种树苗共 50 棵, 此时, 甲种树苗的售价比第一次购买时降低了 10%, 乙种树苗的售价不变, 如果再次购买两种树苗的总费用不超过 1500 元, 那么他们最多可购买多少棵乙种树苗?

20. (10.00 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AE 是 BC 边上的高, 点 F 是 DE 的中点, AB 与 AG 关于 AE 对称, AE 与 AF 关于 AG 对称.

(1) 求证: $\triangle AEF$ 是等边三角形;

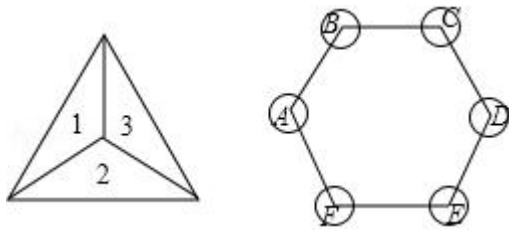
(2) 若 $AB=2$, 求 $\triangle AFD$ 的面积.



21. (10.00 分) 图①是一枚质地均匀的正四面体形状的骰子, 每个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 图②是一个正六边形棋盘, 现通过掷骰子的方式玩跳棋游戏, 规则是: 将这枚骰子掷出后, 看骰子向上三个面 (除底面外) 的数字之和是几, 就从图②中的 A 点开始沿着顺时针方向连续跳动几个顶点, 第二次从第一次的终点处开始, 按第一次的方法跳动.

(1) 达机掷一次骰子, 则棋子跳动到点 C 处的概率是_____

(2) 随机掷两次骰子, 用画树状图或列表的方法, 求棋子最终跳动到点 C 处的概率.



22. (10.00 分) 六盘水市梅花山国际滑雪自建成以来, 吸引大批滑雪爱好者, 一滑雪者从山坡滑下, 测得滑行距离 y (单位: cm) 与滑行时间 x (单位: s) 之间的关系可以近似的用二次函数来表示.

滑行时间 x/s	0	1	2	3	...
滑行距离 y/cm	0	4	12	24	...

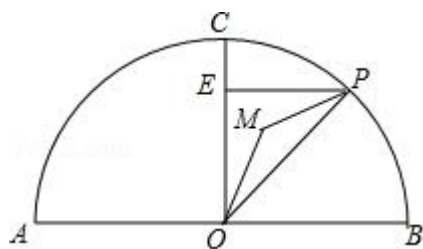
(1) 根据表中数据求出二次函数的表达式. 现测量出滑雪者的出发点与终点的距离大约 800m, 他需要多少时间才能到达终点?

(2) 将得到的二次函数图象补充完整后, 向左平移 2 个单位, 再向上平移 5 个单位, 求平移后的函数表达式.

23. (10.00 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 且 $AB=4$, 点 C 在半圆上, $OC \perp AB$, 垂足为点 O , P 为半圆上任意一点, 过 P 点作 $PE \perp OC$ 于点 E , 设 $\triangle OPE$ 的内心为 M , 连接 OM 、 PM .

(1) 求 $\angle OMP$ 的度数;

(2) 当点 P 在半圆上从点 B 运动到点 A 时, 求内心 M 所经过的路径长.

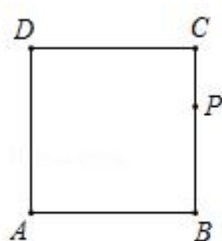


24. (12.00 分) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=2$, $AD=\sqrt{3}$, P 是 BC 边上的一点, 且 $BP=2CP$.

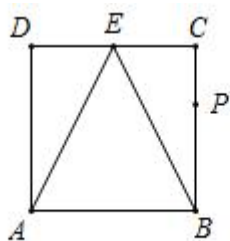
(1) 用尺规在图①中作出 CD 边上的中点 E, 连接 AE、BE (保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 如图②, 在 (1) 的条件下, 判断 EB 是否平分 $\angle AEC$, 并说明理由;

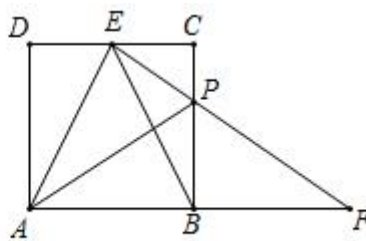
(3) 如图③, 在 (2) 的条件下, 连接 EP 并延长交 AB 的延长线于点 F, 连接 AP, 不添加辅助线, $\triangle PFB$ 能否由都经过 P 点的两次变换与 $\triangle PAE$ 组成一个等腰三角形? 如果能, 说明理由, 并写出两种方法 (指出对称轴、旋转中心、旋转方向和平移距离)



图①



图②



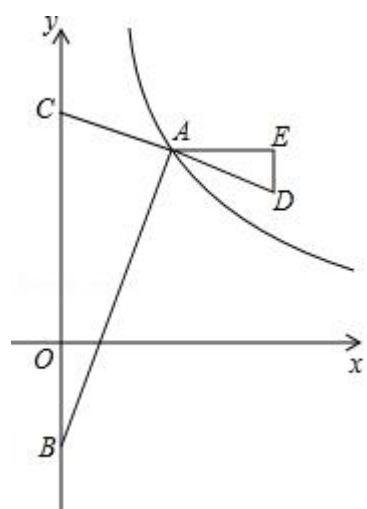
图③

25. (12.00 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 是反比例函数 $y=\frac{m^3-m^2}{x}$ ($x>0$, $m>1$) 图象上一点, 点 A 的横坐标为 m , 点 B $(0, -m)$ 是 y 轴负半轴上的一点, 连接 AB, $AC \perp AB$, 交 y 轴于点 C, 延长 CA 到点 D, 使得 $AD=AC$, 过点 A 作 AE 平行于 x 轴, 过点 D 作 y 轴平行线交 AE 于点 E.

(1) 当 $m=3$ 时, 求点 A 的坐标;

(2) $DE=$ _____, 设点 D 的坐标为 (x, y) , 求 y 关于 x 的函数关系式和自变量的取值范围;

(3) 连接 BD, 过点 A 作 BD 的平行线, 与 (2) 中的函数图象交于点 F, 当 m 为何值时, 以 A、B、D、F 为顶点的四边形是平行四边形?



参考答案与试题解析

一、选择题（以下每个小题均有 A、B、C、D 四个选项,其中只有一个选项正确,请用 2B 铅笔在答题卡相应位置作答,每题 3 分,共 30 分）

1. (3.00 分) 当 $x = -1$ 时, 代数式 $3x+1$ 的值是 ()

A. -1 B. -2 C. 4 D. -4

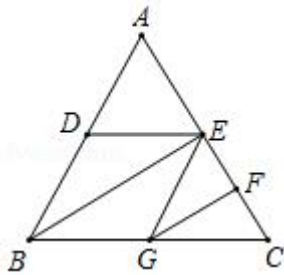
【分析】把 x 的值代入解答即可.

【解答】解: 把 $x = -1$ 代入 $3x+1 = -3+1 = -2$,

故选: B.

【点评】此题考查了代数式求值, 熟练掌握运算是解本题的关键.

2. (3.00 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中有四条线段 DE, BE, EF, FG, 其中有一条线段是 $\triangle ABC$ 的中线, 则该线段是 ()



A. 线段 DE B. 线段 BE C. 线段 EF D. 线段 FG

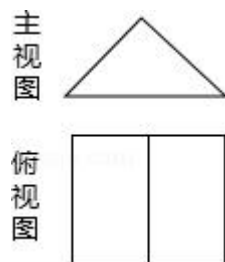
【分析】根据三角形一边的中点与此边所对顶点的连线叫做三角形的中线逐一判断即可得.

【解答】解: 根据三角形中线的定义知线段 BE 是 $\triangle ABC$ 的中线,

故选: B.

【点评】本题主要考查三角形的中线, 解题的关键是掌握三角形一边的中点与此边所对顶点的连线叫做三角形的中线.

3. (3.00 分) 如图是一个几何体的主视图和俯视图, 则这个几何体是 ()



A. 三棱柱 B. 正方体 C. 三棱锥 D. 长方体

【分析】根据三视图得出几何体为三棱柱即可.

【解答】解：由主视图和俯视图可得几何体为三棱柱，

故选：A.

【点评】本题考点是简单空间图形的三视图，考查根据作三视图的规则来作出三个视图的能力，三视图的投影规则是：“主视、俯视 长对正；主视、左视高平齐，左视、俯视 宽相等”. 三视图是高考的新增考点，不时出现在高考试题中，应予以重视.

4. (3.00 分) 在“生命安全”主题教育活动中，为了解甲、乙、丙、丁四所学校学生对生命安全知识掌握情况，小丽制定了如下方案，你认为最合理的是（ ）

- A. 抽取乙校初二年级学生进行调查
- B. 在丙校随机抽取 600 名学生进行调查
- C. 随机抽取 150 名老师进行调查
- D. 在四个学校各随机抽取 150 名学生进行调查

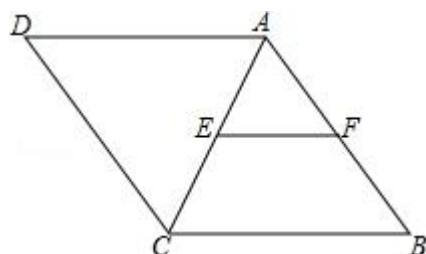
【分析】根据抽样调查的具体性和代表性解答即可.

【解答】解：为了解甲、乙、丙、丁四所学校学生对生命安全知识掌握情况，在四个学校各随机抽取 150 名学生进行调查最具有具体性和代表性，

故选：D.

【点评】此题考查抽样调查，关键是理解抽样调查的具体性和代表性.

5. (3.00 分) 如图，在菱形 ABCD 中，E 是 AC 的中点，EF//CB，交 AB 于点 F，如果 EF=3，那么菱形 ABCD 的周长为（ ）



- A. 24 B. 18 C. 12 D. 9

【分析】易得 BC 长为 EF 长的 2 倍，那么菱形 ABCD 的周长=4BC 问题得解.

【解答】解：∵E 是 AC 中点，

$\because EF \parallel BC$, 交 AB 于点 F ,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore BC = 6,$$

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的周长是 $4 \times 6 = 24$.

故选: A.

【点评】 本题考查的是三角形中位线的性质及菱形的周长公式, 题目比较简单.

6. (3.00 分) 如图, 数轴上有三个点 A 、 B 、 C , 若点 A 、 B 表示的数互为相反数, 则图中点 C 对应的数是 ()



A. -2 B. 0 C. 1 D. 4

【分析】 首先确定原点位置, 进而可得 C 点对应的数.

【解答】 解: $\because$ 点 A 、 B 表示的数互为相反数,

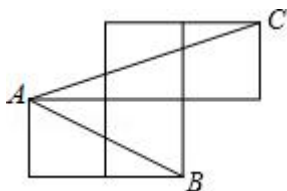
$\therefore$ 原点在线段 AB 的中点处,

$\therefore$ 点 C 对应的数是 1,

故选: C.

【点评】 此题主要考查了数轴, 关键是正确确定原点位置.

7. (3.00 分) 如图, A 、 B 、 C 是小正方形的顶点, 且每个小正方形的边长为 1, 则 $\tan \angle BAC$ 的值为 ()



A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

【分析】 连接 BC , 由网格求出 AB , BC , AC 的长, 利用勾股定理的逆定理得到 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 即可求出所求.

【解答】 解: 连接 BC ,

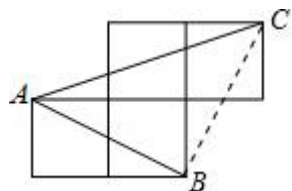
由网格可得 $AB=BC=\sqrt{5}$, $AC=\sqrt{10}$, 即 $AB^2+BC^2=AC^2$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore \angle BAC=45^\circ$,

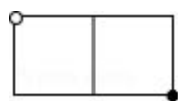
则 $\tan \angle BAC=1$,

故选: B.



【点评】 此题考查了锐角三角函数的定义, 解直角三角形, 以及勾股定理, 熟练掌握勾股定理是解本题的关键.

8. (3.00 分) 如图, 小颖在围棋盘上两个格子的格点上任意摆放黑、白两个棋子, 且两个棋子不在同一条网格线上, 其中, 恰好摆放成如图所示位置的概率是 ()



A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{5}$

【分析】 先找出符合的所有情况, 再得出选项即可.

【解答】 解: 恰好摆放成如图所示位置的概率是 $\frac{4-2}{10} = \frac{2}{5}$,

故选: D.

【点评】 本题考查了列表法与树形图法, 能找出符合的所有情况是解此题的关键.

9. (3.00 分) 一次函数 $y=kx-1$ 的图象经过点 P, 且 y 的值随 x 值的增大而增大, 则点 P 的坐标可以为 ()

A. $(-5, 3)$ B. $(1, -3)$ C. $(2, 2)$ D. $(5, -1)$

【分析】 根据函数图象的性质判断系数 $k > 0$, 则该函数图象经过第一、三象限, 由函数图象与 y 轴交于负半轴, 则该函数图象经过第一、三、四象限, 由此得到结论.

【解答】 解: $\because$ 一次函数 $y=kx-1$ 的图象的 y 的值随 x 值的增大而增大,

$\therefore k > 0$,

A、把点 $(-5, 3)$ 代入 $y=kx-1$ 得到: $k=-\frac{4}{5}<0$, 不符合题意;

B、把点 $(1, -3)$ 代入 $y=kx-1$ 得到: $k=-2<0$, 不符合题意;

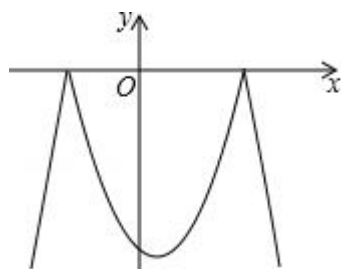
C、把点 $(2, 2)$ 代入 $y=kx-1$ 得到: $k=\frac{3}{2}>0$, 符合题意;

D、把点 $(5, -1)$ 代入 $y=kx-1$ 得到: $k=0$, 不符合题意;

故选: C.

【点评】 考查了一次函数图象上点的坐标特征, 一次函数的性质, 根据题意求得 $k>0$ 是解题的关键.

10. (3.00 分) 已知二次函数 $y=-x^2+x+6$ 及一次函数 $y=-x+m$, 将该二次函数在 x 轴上方的图象沿 x 轴翻折到 x 轴下方, 图象的其余部分不变, 得到一个新函数 (如图所示), 请你在图中画出这个新图象, 当直线 $y=-x+m$ 与新图象有 4 个交点时, m 的取值范围是 ()



A. $-\frac{25}{4}<m<3$ B. $-\frac{25}{4}<m<2$ C. $-2<m<3$ D. $-6<m<-2$

【分析】 如图, 解方程 $-x^2+x+6=0$ 得 $A(-2, 0)$, $B(3, 0)$, 再利用折叠的性质求出折叠部分的解析式为 $y=(x+2)(x-3)$, 即 $y=x^2-x-6$ ($-2\leq x\leq 3$), 然后求出直线 $y=-x+m$ 经过点 $A(-2, 0)$ 时 m 的值和当直线 $y=-x+m$ 与抛物线 $y=x^2-x-6$ ($-2\leq x\leq 3$) 有唯一公共点时 m 的值, 从而得到当直线 $y=-x+m$ 与新图象有 4 个交点时, m 的取值范围.

【解答】 解: 如图, 当 $y=0$ 时, $-x^2+x+6=0$, 解得 $x_1=-2$, $x_2=3$, 则 $A(-2, 0)$, $B(3, 0)$, 将该二次函数在 x 轴上方的图象沿 x 轴翻折到 x 轴下方的部分图象的解析式为 $y=(x+2)(x-3)$,

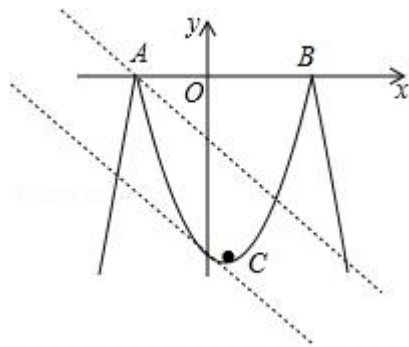
即 $y=x^2-x-6$ ($-2\leq x\leq 3$),

当直线 $y=-x+m$ 经过点 $A(-2, 0)$ 时, $2+m=0$, 解得 $m=-2$;

当直线 $y=-x+m$ 与抛物线 $y=x^2-x-6$ ($-2\leq x\leq 3$) 有唯一公共点时, 方程 $x^2-x-6=-x+m$ 有相等的实数解, 解得 $m=-6$,

所以当直线 $y=-x+m$ 与新图象有 4 个交点时, m 的取值范围为 $-6<m<-2$.

故选：D.



【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点：把求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标问题转化为解关于 x 的一元二次方程. 也考查了二次函数图象与几何变换.

二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

11. (4.00 分) 某班 50 名学生在 2018 年适应性考试中, 数学成绩在 100~110 分这个分数段的频率为 0.2, 则该班在这个分数段的学生为 10 人.

【分析】 频率是指每个对象出现的次数与总次数的比值 (或者百分比), 即频率=频数÷数据总数, 进而得出即可.

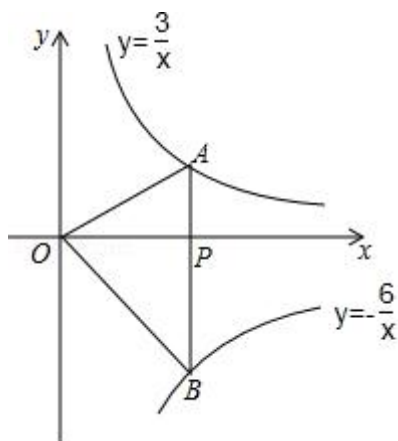
【解答】 解: $\because$ 频数=总数 $\times$ 频率,

$\therefore$ 可得此分数段的人数为: $50 \times 0.2=10$.

故答案为: 10.

【点评】 此题主要考查了频数与频率, 利用频率求法得出是解题关键.

12. (4.00 分) 如图, 过 x 轴上任意一点 P 作 y 轴的平行线, 分别与反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ ($x>0$), $y=-\frac{6}{x}$ ($x>0$) 的图象交于 A 点和 B 点, 若 C 为 y 轴任意一点. 连接 AB 、 BC , 则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{9}{2}$.



【分析】设出点 P 坐标，分别表示点 A、B 坐标，表示 $\triangle ABC$ 面积.

【解答】解：设点 P 坐标为 $(a, 0)$

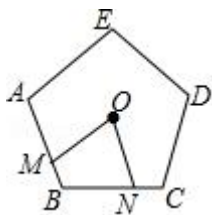
则点 A 坐标为 $(a, \frac{3}{a})$ ，B 点坐标为 $(a, -\frac{6}{a})$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle APO} + S_{\triangle OPB} = \frac{1}{2}AP \cdot OP + \frac{1}{2}BP \cdot OP = \frac{1}{2}a \cdot \frac{3}{a} + \frac{1}{2}a \cdot \frac{6}{a} = \frac{9}{2}$$

故答案为： $\frac{9}{2}$

【点评】本题考查反比例函数中比例系数 k 的几何意义，本题也可直接套用结论求解.

13. (4.00 分) 如图，点 M、N 分别是正五边形 ABCDE 的两边 AB、BC 上的点，且 $AM=BN$ ，点 O 是正五边形的中心，则 $\angle MON$ 的度数是 72 度.



【分析】连接 OA、OB、OC，根据正多边形的中心角的计算公式求出 $\angle AOB$ ，证明 $\triangle AOM \cong \triangle BON$ ，根据全等三角形的性质得到 $\angle BON = \angle AOM$ ，得到答案.

【解答】解：连接 OA、OB、OC，

$$\angle AOB = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ,$$

$$\because \angle AOB = \angle BOC, OA = OB, OB = OC,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBC,$$

在 $\triangle AOM$ 和 $\triangle BON$ 中，

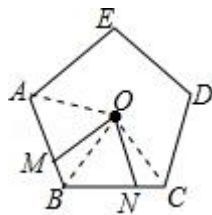
$$\begin{cases} OA=OB \\ \angle OAM=\angle OBN \\ AM=BN \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOM \cong \triangle BON$,

$\therefore \angle BON = \angle AOM$,

$\therefore \angle MON = \angle AOB = 72^\circ$,

故答案为: 72.



【点评】 本题考查的是正多边形和圆的有关计算, 掌握正多边形与圆的关系、全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

14. (4.00 分) 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5-3x \geq -1 \\ a-x < 0 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是 $a \geq 2$.

【分析】 先把 a 当作已知条件求出各不等式的解集, 再根据不等式组无解求出 a 的取值范围即可.

【解答】 解: $\begin{cases} 5-3x \geq -1 \text{ ①} \\ a-x < 0 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得: $x \leq 2$,

由②得: $x > a$,

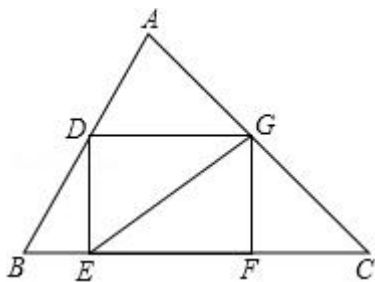
$\therefore$ 不等式组无解,

$\therefore a \geq 2$,

故答案为: $a \geq 2$.

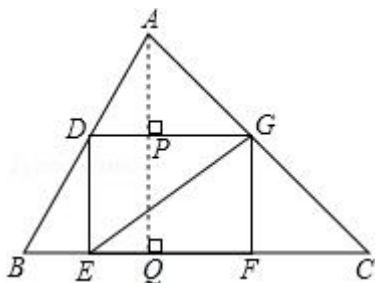
【点评】 此题主要考查了解一元一次不等式组, 关键是掌握解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小解没了.

15. (4.00 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=6$, BC 边上的高为 4, 在 $\triangle ABC$ 的内部作一个矩形 EFGH, 使 EF 在 BC 边上, 另外两个顶点分别在 AB、AC 边上, 则对角线 EG 长的最小值为 $\frac{12\sqrt{13}}{13}$.



【分析】作 $AQ \perp BC$ 于点 Q ，交 DG 于点 P ，设 $GF=PQ=x$ ，则 $AP=4-x$ ，证 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ 得 $\frac{AP}{AQ} = \frac{DG}{BC}$ ，据此知 $EF=DG=\frac{3}{2}(4-x)$ ，由 $EG=\sqrt{EF^2+GF^2}=\sqrt{\frac{13}{4}(x-\frac{16}{13})^2+\frac{144}{13}}$ 可得答案.

【解答】解：如图，作 $AQ \perp BC$ 于点 Q ，交 DG 于点 P ，



$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是矩形，

$\therefore AQ \perp DG$ ， $GF=PQ$ ，

设 $GF=PQ=x$ ，则 $AP=4-x$ ，

由 $DG \parallel BC$ 知 $\triangle ADG \sim \triangle ABC$ ，

$$\therefore \frac{AP}{AQ} = \frac{DG}{BC}, \text{ 即 } \frac{4-x}{4} = \frac{DG}{6},$$

$$\text{则 } EF=DG=\frac{3}{2}(4-x),$$

$$\begin{aligned} \therefore EG &= \sqrt{EF^2 + GF^2} \\ &= \sqrt{\frac{9}{4}(4-x)^2 + x^2} \\ &= \sqrt{\frac{13}{4}x^2 - 18x + 36} \\ &= \sqrt{\frac{13}{4}(x - \frac{16}{13})^2 + \frac{144}{13}}, \end{aligned}$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{16}{13} \text{ 时, } EG \text{ 取得最小值, 最小值为 } \frac{12\sqrt{13}}{13},$$

$$\text{故答案为: } \frac{12\sqrt{13}}{13}$$

【点评】本题主要考查相似三角形的判定与性质，解题的关键是掌握矩形的性质、相似三角

形的判定与性质及二次函数的性质及勾股定理.

三、解答题(本大题 10 个小题, 共 100 分)

16. (10.00 分) 在 6.26 国际禁毒日到来之际, 贵阳市教育局为了普及禁毒知识, 提高禁毒意识, 举办了“关爱生命, 拒绝毒品”的知识竞赛. 某校初一、初二年级分别有 300 人, 现从各随机抽取 20 名同学的测试成绩进行调查分析, 成绩如下:

初一:	68	88	100	100	79	94	89	85	100	88
	100	90	98	97	77	94	96	100	92	67
初二:	69	97	91	69	98	100	99	100	90	100
	99	69	97	100	99	94	79	99	98	79

(1) 根据上述数据, 将下列表格补充完成.

整理、描述数据:

分数段	$60 \leq x \leq 69$	$70 \leq x \leq 79$	$80 \leq x \leq 89$	$90 \leq x \leq 100$
初一人数	2	2	4	12
初二人数	2	2	1	15

分析数据: 样本数据的平均数、中位数、满分率如表:

年级	平均数	中位数	满分率
初一	90.1	93	25%
初二	92.8	<u>99</u>	20%

得出结论:

(2) 估计该校初一、初二年级学生在本测试成绩中可以得到满分的人数共 270 人;

(3) 你认为哪个年级掌握禁毒知识的总体水平较好, 说明理由.

【分析】 (1) 根据中位数的定义求解可得;

(2) 用初一、初二的总人数乘以其满分率之和即可得;

(3) 根据平均数和中位数的意义解答可得.

【解答】 解: (1) 由题意知初二年级的中位数在 $90 \leq x \leq 100$ 分数段中,

将 $90 \leq x \leq 100$ 的分数从小到大排列为 90、91、94、97、97、98、98、99、99、99、99、100、100、100、100,

所以初二年级成绩的中位数为 99 分,

补全表格如下：

年级	平均教	中位教	满分率
初一	90.1	93	25%
初二	92.8	99	20%

(2) 估计该校初一、初二年级学生在本次测试成绩中可以得到满分的人数共 $600 \times (25\%+20\%) = 270$ 人，

故答案为：270；

(3) 初二年级掌握禁毒知识的总体水平较好，

$\therefore$ 初二年级的平均成绩比初一高，说明初二年级平均水平高，且初二年级成绩的中位数比初一大，说明初二年级的得高分人数多于初一，

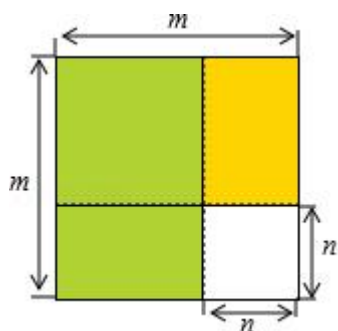
$\therefore$ 初二年级掌握禁毒知识的总体水平较好.

【点评】 本题主要考查频数分布表，解题的关键是熟练掌握数据的整理、样本估计总体思想的运用、平均数和中位数的意义.

17. (8.00 分) 如图，将边长为 m 的正方形纸板沿虚线剪成两个小正方形和两个矩形，拿掉边长为 n 的小正方形纸板后，将剩下的三块拼成新的矩形.

(1) 用含 m 或 n 的代数式表示拼成矩形的周长；

(2) $m=7$, $n=4$ ，求拼成矩形的面积.



【分析】 (1) 根据题意和矩形的性质列出代数式解答即可.

(2) 把 $m=7$, $n=4$ 代入矩形的长与宽中，再利用矩形的面积公式解答即可.

【解答】 解：(1) 矩形的长为： $m - n$ ，

矩形的宽为： $m+n$ ，

矩形的周长为： $4m$ ；

(2) 矩形的面积为 $(m+n)(m-n)$,

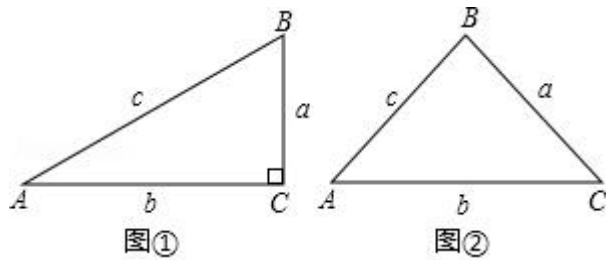
把 $m=7$, $n=4$ 代入 $(m+n)(m-n)=11 \times 3=33$.

【点评】此题考查列代数式问题, 关键是根据题意和矩形的性质列出代数式解答.

18. (8.00 分) 如图①, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 以下是小亮探究 $\frac{a}{\sin A}$ 与 $\frac{b}{\sin B}$ 之间关系的方法:

$$\begin{aligned}\therefore \sin A &= \frac{a}{c}, \quad \sin B = \frac{b}{c} \\ \therefore c &= \frac{a}{\sin A}, \quad c = \frac{b}{\sin B} \\ \therefore \frac{a}{\sin A} &= \frac{b}{\sin B}\end{aligned}$$

根据你掌握的三角函数知识, 在图②的锐角 $\triangle ABC$ 中, 探究 $\frac{a}{\sin A}$ 、 $\frac{b}{\sin B}$ 、 $\frac{c}{\sin C}$ 之间的关系, 并写出探究过程.



【分析】三式相等, 理由为: 过 A 作 $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, 在直角三角形 ABD 中, 利用锐角三角函数定义表示出 AD, 在直角三角形 ADC 中, 利用锐角三角函数定义表示出 AD, 两者相等即可得证.

【解答】解: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, 理由为:

过 A 作 $AD \perp BC$, $BE \perp AC$,

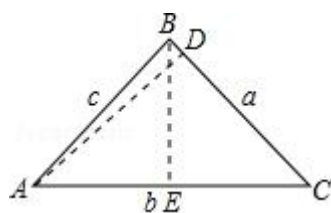
在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\sin B = \frac{AD}{c}$, 即 $AD = c \sin B$,

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\sin C = \frac{AD}{b}$, 即 $AD = b \sin C$,

$$\therefore c \sin B = b \sin C, \text{ 即 } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C},$$

同理可得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$,

$$\text{则 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$



【点评】此题考查了解直角三角形，熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

19. (10.00 分) 某青春党支部在精准扶贫活动中，给结对帮扶的贫困家庭赠送甲、乙两种树苗让其栽种. 已知乙种树苗的价格比甲种树苗贵 10 元，用 480 元购买乙种树苗的棵数恰好与用 360 元购买甲种树苗的棵数相同.

(1) 求甲、乙两种树苗每棵的价格各是多少元？

(2) 在实际帮扶中，他们决定再次购买甲、乙两种树苗共 50 棵，此时，甲种树苗的售价比第一次购买时降低了 10%，乙种树苗的售价不变，如果再次购买两种树苗的总费用不超过 1500 元，那么他们最多可购买多少棵乙种树苗？

【分析】(1) 可设甲种树苗每棵的价格是 x 元，则乙种树苗每棵的价格是 $(x+10)$ 元，根据等量关系：用 480 元购买乙种树苗的棵数恰好与用 360 元购买甲种树苗的棵数相同，列出方程求解即可；

(2) 可设他们可购买 y 棵乙种树苗，根据不等关系：再次购买两种树苗的总费用不超过 1500 元，列出不等式求解即可.

【解答】解：(1) 设甲种树苗每棵的价格是 x 元，则乙种树苗每棵的价格是 $(x+10)$ 元，依题意有

$$\frac{480}{x+10} = \frac{360}{x},$$

解得： $x=30$.

经检验， $x=30$ 是原方程的解，

$$x+10=30+10=40.$$

答：甲种树苗每棵的价格是 30 元，乙种树苗每棵的价格是 40 元.

(2) 设他们可购买 y 棵乙种树苗，依题意有

$$30 \times (1 - 10\%) (50 - y) + 40y \leq 1500,$$

$$\text{解得 } y \leq 11\frac{7}{13},$$

$\because y$ 为整数，

$\therefore y$ 最大为 11.

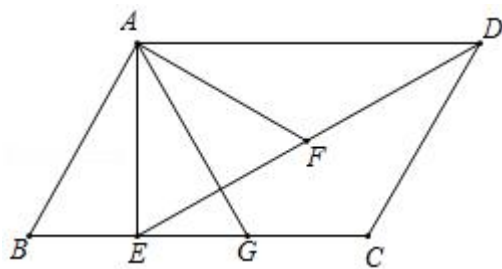
答：他们最多可购买 11 棵乙种树苗.

【点评】考查了分式方程的应用，分析题意，找到合适的等量关系和不等关系是解决问题的关键

20. (10.00 分) 如图，在平行四边形 ABCD 中，AE 是 BC 边上的高，点 F 是 DE 的中点，AB 与 AG 关于 AE 对称，AE 与 AF 关于 AG 对称.

(1) 求证： $\triangle AEF$ 是等边三角形；

(2) 若 $AB=2$ ，求 $\triangle AFD$ 的面积.



【分析】(1) 先根据轴对称性质及 $BC \parallel AD$ 证 $\triangle ADE$ 为直角三角形，由 F 是 AD 中点知 $AF=EF$ ，再结合 AE 与 AF 关于 AG 对称知 $AE=AF$ ，即可得证；

(2) 由 $\triangle AEF$ 是等边三角形且 AB 与 AG 关于 AE 对称、AE 与 AF 关于 AG 对称知 $\angle EAG=30^\circ$ ，据此由 $AB=2$ 知 $AE=AF=DF=\sqrt{3}$ 、 $AH=\frac{3}{2}$ ，从而得出答案.

【解答】解：(1) $\because$ AB 与 AG 关于 AE 对称，

$\therefore AE \perp BC$ ，

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore AE \perp AD$ ，即 $\angle DAE=90^\circ$ ，

$\because$ 点 F 是 DE 的中点，即 AF 是 $Rt\triangle ADE$ 的中线，

$\therefore AF=EF=DF$ ，

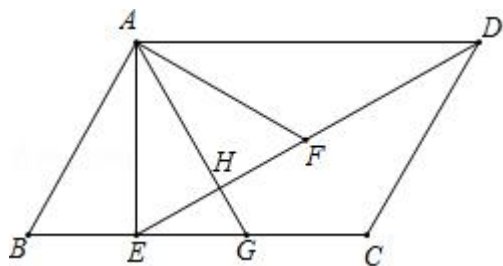
$\because$ AE 与 AF 关于 AG 对称，

$\therefore AE=AF$ ，

则 $AE=AF=EF$ ，

$\therefore \triangle AEF$ 是等边三角形；

(2) 记 AG、EF 交点为 H，



$\because \triangle AEF$ 是等边三角形，且 AE 与 AF 关于 AG 对称，

$\therefore \angle EAG = 30^\circ$ ， $AG \perp EF$ ，

$\because AB$ 与 AG 关于 AE 对称，

$\therefore \angle BAE = \angle GAE = 30^\circ$ ， $\angle AEB = 90^\circ$ ，

$\because AB = 2$ ，

$\therefore BE = 1$ 、 $DF = AF = AE = \sqrt{3}$ ，

则 $EH = \frac{1}{2}AE = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 、 $AH = \frac{3}{2}$ ，

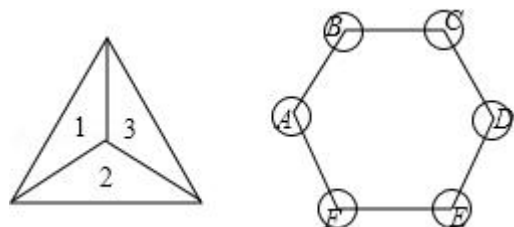
$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ 。

【点评】 本题主要考查含 30° 角的直角三角形，解题的关键是掌握直角三角形有关的性质、等边三角形的判定与性质、轴对称的性质及平行四边形的性质等知识点。

21. (10.00 分) 图①是一枚质地均匀的正四面体形状的骰子，每个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4，图②是一个正六边形棋盘，现通过掷骰子的方式玩跳棋游戏，规则是：将这枚骰子掷出后，看骰子向上三个面（除底面外）的数字之和是几，就从图②中的 A 点开始沿着顺时针方向连续跳动几个顶点，第二次从第一次的终点处开始，按第一次的方法跳动。

(1) 达机掷一次骰子，则棋子跳动到点 C 处的概率是 $\frac{1}{4}$ 。

(2) 随机掷两次骰子，用画树状图或列表的方法，求棋子最终跳动到点 C 处的概率。



【分析】 (1) 和为 8 时，可以到达点 C，根据概率公式计算即可；

(2) 利用列表法统计即可；

【解答】解：（1）随机掷一次骰子，则棋子跳动到点 C 处的概率是 $\frac{1}{4}$ ，

故答案为： $\frac{1}{4}$ ；

（2）

(a, b)	9	8	7	6
9	(9, 9)	(8, 9)	(7, 9)	(6, 9)
8	(9, 8)	(8, 8)	(7, 8)	(6, 8)
7	(9, 7)	(8, 7)	(7, 7)	(6, 7)
6	(9, 6)	(8, 6)	(7, 6)	(6, 6)

共有 16 种可能，和为 14 可以到达点 C，有 3 种情形，所以棋子最终跳动到点 C 处的概率为 $\frac{3}{16}$ 。

【点评】本题考查列表法与树状图，概率公式等知识，如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ 。

22. (10.00 分) 六盘水市梅花山国际滑雪自建成以来，吸引大批滑雪爱好者，一滑雪者从山坡滑下，测得滑行距离 y （单位：cm）与滑行时间 x （单位：s）之间的关系可以近似的用二次函数来表示。

滑行时间 x/s	0	1	2	3	...
滑行距离 y/cm	0	4	12	24	...

（1）根据表中数据求出二次函数的表达式。现测量出滑雪者的出发点与终点的距离大约 800m，他需要多少时间才能到达终点？

（2）将得到的二次函数图象补充完整后，向左平移 2 个单位，再向上平移 5 个单位，求平移后的函数表达式。

【分析】（1）利用待定系数法求出函数解析式，再求出 $y=80000$ 时 x 的值即可得；

（2）根据“上加下减，左加右减”的原则进行解答即可。

【解答】解：（1） $\because$ 该抛物线过点 $(0, 0)$ ，

∴ 设抛物线解析式为 $y=ax^2+bx$,

将 (1, 4)、(2, 12) 代入, 得:

$$\begin{cases} a+b=4 \\ 4a+2b=12 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases},$

所以抛物线的解析式为 $y=2x^2+2x$,

当 $y=80000$ 时, $2x^2+2x=80000$,

解得: $x=199.500625$ (负值舍去),

即他需要 199.500625s 才能到达终点;

$$(2) \because y=2x^2+2x=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2},$$

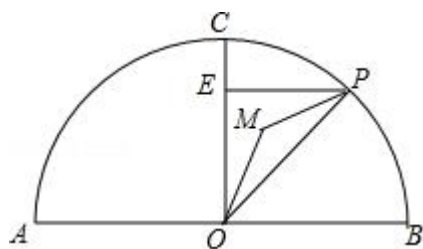
∴ 向左平移 2 个单位, 再向上平移 5 个单位后函数解析式为 $y=2\left(x+2+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+5=2\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$.

【点评】 本题主要考查二次函数的应用, 解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式及函数图象平移的规律.

23. (10.00 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 且 $AB=4$, 点 C 在半圆上, $OC \perp AB$, 垂足为点 O, P 为半圆上任意一点, 过 P 点作 $PE \perp OC$ 于点 E, 设 $\triangle OPE$ 的内心为 M, 连接 OM、PM.

(1) 求 $\angle OMP$ 的度数;

(2) 当点 P 在半圆上从点 B 运动到点 A 时, 求内心 M 所经过的路径长.



【分析】 (1) 先判断出 $\angle MOP = \angle MOC$, $\angle MPO = \angle MPE$, 再用三角形的内角和定理即可得出结论;

(2) 分两种情况, 当点 M 在扇形 BOC 和扇形 AOC 内, 先求出 $\angle CMO = 135^\circ$, 进而判断出点 M 的轨迹, 再求出 $\angle CO'C = 90^\circ$, 最后用弧长公式即可得出结论.

【解答】 解:

(1) $\because \triangle OPE$ 的内心为 M ,

$$\therefore \angle MOP = \angle MOC, \quad \angle MPO = \angle MPE,$$

$$\therefore \angle PMO = 180^\circ - \angle MPO - \angle MOP = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle EOP + \angle OPE),$$

$$\because PE \perp OC, \text{ 即 } \angle PEO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PMO = 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle EOP + \angle OPE) = 180^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - 90^\circ) = 135^\circ,$$

(2) 如图, $\because OP = OC, OM = OM$,

$$\text{而 } \angle MOP = \angle MOC,$$

$$\therefore \triangle OPM \cong \triangle OCM,$$

$$\therefore \angle CMO = \angle PMO = 135^\circ,$$

所以点 M 在以 OC 为弦, 并且所对的圆周角为 135° 的两段劣弧上 ($\widehat{OMC}$ 和 $\widehat{ONC}$);

点 M 在扇形 BOC 内时,

过 C, M, O 三点作 $\odot O'$, 连 $O'C, O'O$,

在优弧 CO 取点 D , 连 DA, DO ,

$$\therefore \angle CMO = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle CDO = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ,$$

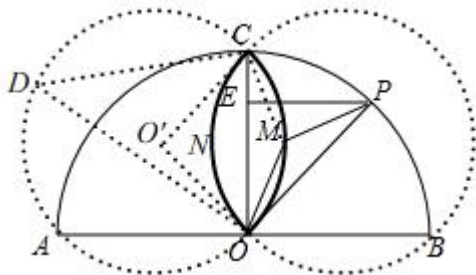
$$\therefore \angle CO'O = 90^\circ, \text{ 而 } OA = 4\text{cm},$$

$$\therefore O'O = \frac{\sqrt{2}}{2} OC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{弧 } OMC \text{ 的长} = \frac{90\pi \times 2\sqrt{2}}{180} = \sqrt{2}\pi \text{ (cm)},$$

同理: 点 M 在扇形 AOC 内时, 同①的方法得, 弧 ONC 的长为 $\sqrt{2}\pi \text{ cm}$,

所以内心 M 所经过的路径长为 $2 \times \sqrt{2}\pi = 2\sqrt{2}\pi \text{ cm}$.



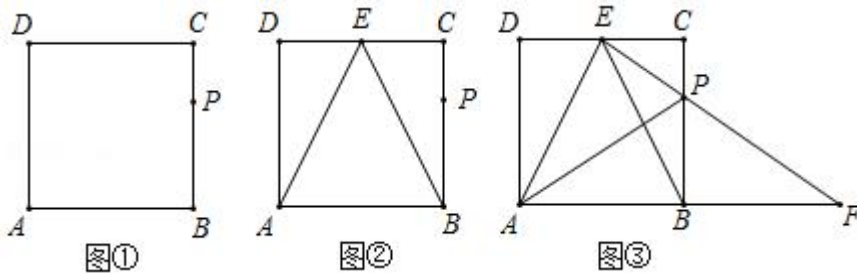
【点评】 本题考查了弧长的计算公式: $l = \frac{n\pi R}{180}$, 其中 l 表示弧长, n 表示弧所对的圆心角的

度数. 同时考查了三角形内心的性质、三角形全等的判定与性质、圆周角定理和圆的内接四

边形的性质，解题的关键是正确寻找点 I 的运动轨迹，属于中考选择题中的压轴题.

24. (12.00 分) 如图，在矩形 ABCD 中， $AB=2$ ， $AD=\sqrt{3}$ ，P 是 BC 边上的一点，且 $BP=2CP$.

- (1) 用尺规在图①中作出 CD 边上的中点 E，连接 AE、BE (保留作图痕迹，不写作法)；
- (2) 如图②，在 (1) 的条件下，判断 EB 是否平分 $\angle AEC$ ，并说明理由；
- (3) 如图③，在 (2) 的条件下，连接 EP 并延长交 AB 的延长线于点 F，连接 AP，不添加辅助线， $\triangle PFB$ 能否由都经过 P 点的两次变换与 $\triangle PAE$ 组成一个等腰三角形？如果能，说明理由，并写出两种方法 (指出对称轴、旋转中心、旋转方向和平移距离)



【分析】 (1) 根据作线段的垂直平分线的方法作图即可得出结论；

(2) 先求出 $DE=CE=1$ ，进而判断出 $\triangle ADE \cong \triangle BCE$ ，得出 $\angle AED = \angle BEC$ ，再用锐角三角函数求出 $\angle AED$ ，即可得出结论；

(3) 先判断出 $\triangle AEP \cong \triangle FBP$ ，即可得出结论.

【解答】 解：(1) 依题意作出图形如图①所示，

(2) EB 是平分 $\angle AEC$ ，理由：

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形，

$\therefore \angle C = \angle D = 90^\circ$ ， $CD = AB = 2$ ， $BC = AD = \sqrt{3}$ ，

$\because$ 点 E 是 CD 的中点，

$\therefore DE = CE = \frac{1}{2}CD = 1$ ，

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BCE$ 中，
$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle C = \angle D = 90^\circ \\ DE = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BCE$ ，

$\therefore \angle AED = \angle BEC$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中， $AD = \sqrt{3}$ ， $DE = 1$ ，

$$\therefore \tan \angle AED = \frac{AD}{DE} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle AED = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle AED = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 180^\circ - \angle AED - \angle BEC = 60^\circ = \angle BEC,$$

$\therefore$ BE 平分 $\angle AEC$;

$$(3) \because BP = 2CP, BC = \sqrt{3},$$

$$\therefore CP = \frac{\sqrt{3}}{3}, BP = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{在 Rt} \triangle CEP \text{ 中, } \tan \angle CEP = \frac{CP}{CE} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle CEP = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BEP = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AEP = 90^\circ,$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle F = \angle CEP = 30^\circ,$$

$$\text{在 Rt} \triangle ABP \text{ 中, } \tan \angle BAP = \frac{BP}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle PAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EAP = 30^\circ = \angle F = \angle PAB,$$

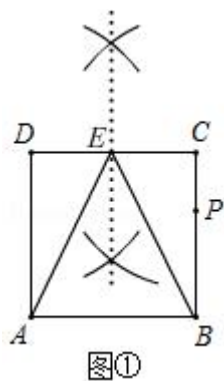
$$\because CB \perp AF,$$

$$\therefore AP = FP,$$

$$\therefore \triangle AEP \cong \triangle FBP,$$

$\therefore \triangle PFB$ 能由都经过 P 点的两次变换与 $\triangle PAE$ 组成一个等腰三角形,

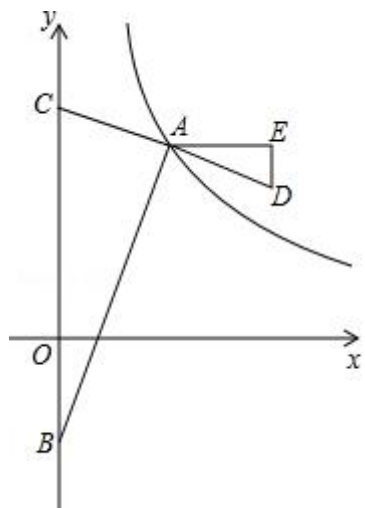
变换的方法为: 将 $\triangle BPF$ 绕点 B 顺时针旋转 120° 和 $\triangle EPA$ 重合, ①沿 PF 折叠, ②沿 AE 折叠.



【点评】此题是四边形综合题，主要考查了矩形的性质，全等三角形的判定和性质，锐角三角函数，图形的变换，判断出 $\triangle AEP \cong \triangle FBP$ 是解本题的关键.

25. (12.00 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 是反比例函数 $y = \frac{m^3 - m^2}{x}$ ($x > 0$, $m > 1$) 图象上一点，点 B (0, -m) 是 y 轴负半轴上的一点，连接 AB, $AC \perp AB$, 交 y 轴于点 C, 延长 CA 到点 D, 使得 $AD = AC$, 过点 A 作 AE 平行于 x 轴，过点 D 作 y 轴平行线交 AE 于点 E.

- (1) 当 $m=3$ 时，求点 A 的坐标；
- (2) $DE = \underline{\quad 1 \quad}$ ，设点 D 的坐标为 (x, y)，求 y 关于 x 的函数关系式和自变量的取值范围；
- (3) 连接 BD，过点 A 作 BD 的平行线，与 (2) 中的函数图象交于点 F，当 m 为何值时，以 A、B、D、F 为顶点的四边形是平行四边形？



【分析】(1) 根据题意代入 m 值；

(2) 利用 $ED \parallel y$ 轴， $AD = AC$ 构造全等三角形将求 DE 转化为求 FC，再利用三角形相似求出 FC；用 m 表示 D 点坐标，利用代入消元法得到 y 与 x 函数关系.

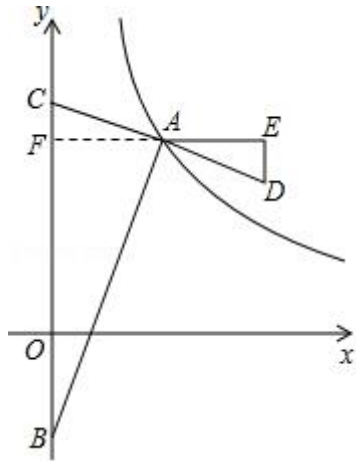
(3) 数值上线段中点坐标等于端点坐标的平均数，坐标系中同样可得线段中点横纵坐标分别是端点横纵坐标的平均数，利用此方法表示出 F 点坐标代入 (2) 中函数关系式即可.

【解答】 解: (1) 当 $m=3$ 时, $y=\frac{27-9}{x}=\frac{18}{x}$

$\therefore$ 当 $x=3$ 时, $y=6$

$\therefore$ 点 A 坐标为 (3, 6)

(2) 如图



延长 EA 交 y 轴于点 F

$\because DE \parallel x$ 轴

$\therefore \angle FCA = \angle EDA, \angle CFA = \angle DEA$

$\because AD = AC$

$\therefore \triangle FCA \cong \triangle EDA$

$\therefore DE = CF$

$\because A(m, m^2 - m), B(0, -m)$

$\therefore BF = m^2 - m - (-m) = m^2, AF = m$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle CAB$ 中, $AF \perp x$ 轴

$\therefore \triangle AFC \sim \triangle BFA$

$\therefore AF^2 = CF \cdot BF$

$\therefore m^2 = CF \cdot m^2$

$\therefore CF = 1$

$\therefore DE = 1$

故答案为: 1

由上面步骤可知

点 E 坐标为 $(2m, m^2 - m)$

$\therefore$ 点 D 坐标为 $(2m, m^2 - m - 1)$

$\therefore x=2m$

$y=m^2 - m - 1$

$\therefore$ 把 $m=\frac{1}{2}x$ 代入 $y=m^2 - m - 1$

$\therefore y=\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$

$x > 2$

(3) 由题意可知, $AF \parallel BD$

当 AD、BF 为平行四边形对角线时,

由平行四边形对角线互相平分可得 A、D 和 B、F 的横坐标、纵坐标之和分别相等

设点 F 坐标为 (a, b)

$\therefore a+0=m+2m$

$b+(-m)=m^2 - m + m^2 - m - 1$

$\therefore a=3m, b=2m^2 - m - 1$

代入 $y=\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 1$

$2m^2 - m - 1 = \frac{1}{4} \times (3m)^2 - \frac{1}{2} \times 3m - 1$

解得 $m_1=2, m_2=0$ (舍去)

当 FD、AB 为平行四边形对角线时,

同理设点 F 坐标为 (a, b)

则 $a=-m, b=1-m$, 则 F 点在 y 轴左侧, 由 (2) 可知, 点 D 所在图象不能在 y 轴左侧

$\therefore$ 此情况不存在

綜上当 $m=2$ 时, 以 A、B、D、F 为顶点的四边形是平行四边形.

【点评】 本题为代数几何综合题, 考查了三角形的全等、相似、平行四边形判定及用字母表示坐标等基本数学知识, 利用了数形结合和分类讨论的数学思想.