

2017 年贵州省黔南州中考数学试卷

一、选择题（共 13 小题，每小题 4 分，满分 52 分）

1. (4 分) 2017 的相反数是 ()

- A. -2017 B. 2017 C. $-\frac{1}{2017}$ D. $\frac{1}{2017}$

2. (4 分) 下列计算正确的是 ()

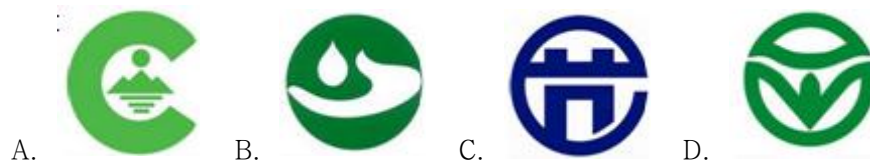
- A. $\sqrt[3]{64}=8$ B. $(x+3)^2=x^2+9$ C. $(ab^3)^2=ab^6$ D. $(\pi-3.14)^0=1$

3. (4 分) 如图，建筑工人砌墙时，经常在两个墙脚的位置分别插一根木桩，然后拉一条直的参照线，其运用到的数学原理是 ()



- A. 两点之间，线段最短 B. 两点确定一条直线
C. 垂线段最短 D. 过一点有且只有一条直线和已知直线平行

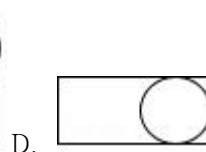
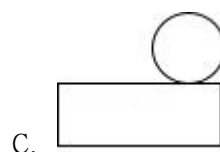
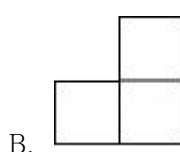
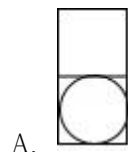
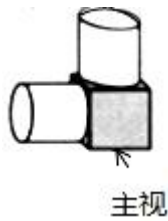
4. (4 分) 下面四个图形分别是低碳、节水、节能和绿色食品标志，在这四个标志中，是轴对称图形的是 ()



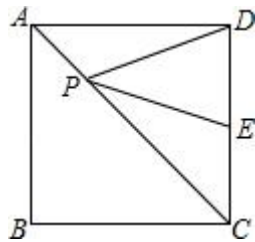
5. (4 分) 2017 年春节黄金周期间，受旅行发展大会宣传效应的影响，都匀毛尖茶、平塘大射电、罗间高原千岛湖、三都水族文化、荔波世界自然遗产等，吸引了大批国内外游客，黔南州旅游接待人次和收入实现双增长，据统计，全州共接待游客 4138900 人次，比上年同期增长 58.79%，将 4138900 用科学记数法表示为 ()

- A. 41.389×10^5 B. 4.1389×10^5 C. 4.1389×10^6 D. 0.41389×10^6

6. (4 分) 我国古代数学家利用“牟合方盖”找到了球体体积的计算方法.“牟合方盖”是由两个圆柱分别从纵横两个方向嵌入一个正方体时两圆柱公共部分形成的几何体,如图所示的几何体是可以形成“牟合方盖”的一种模型,它的主视图是 ()



7. (4分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB=9$ ，点 E 在 CD 边上，且 $DE=2CE$ ，点 P 是对角线 AC 上的一个动点，则 $PE+PD$ 的最小值是 ()



- A. $3\sqrt{10}$ B. $10\sqrt{3}$ C. 9 D. $9\sqrt{2}$

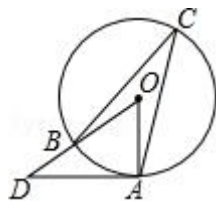
8. (4分) 如果一个正多边形的内角和等于外角和 2 倍，则这个正多边形是 ()

- A. 正方形 B. 正五边形 C. 正六边形 D. 正八边形

9. (4分) 下列调查中，适宜采用全面调查（普查）方式的是 ()

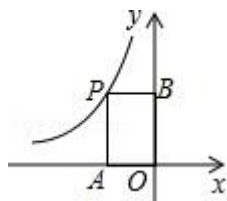
- A. 了解我国民众对乐天集团“萨德事件”的看法
B. 了解湖南卫视《人们的名义》反腐剧的收视率
C. 调查我校某班学生喜欢上数学课的情况
D. 调查某类烟花爆竹燃放的安全情况

10. (4分) 如图，已知直线 AD 是 $\odot O$ 的切线，点 A 为切点， OD 交 $\odot O$ 于点 B ，点 C 在 $\odot O$ 上，且 $\angle ODA=36^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



- A. 54° B. 36° C. 30° D. 27°

11. (4分) 反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ ($x < 0$) 如图所示，则矩形 $OAPB$ 的面积是 ()

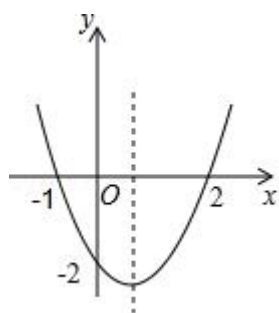


- A. 3 B. -3 C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

12. (4分) “一带一路”国际合作高峰论坛于2017年5月14日至15日在北京举行，在论坛召开之际，福田欧辉陆续向缅甸仰光公交公司应付1000台清洁能源公交车，以2017客车海外出口第一大单的成绩，创下了客车行业出口之最，同时，这也是在国家“一带一路”战略下，福田欧辉代表“中国制造”走出去的成果，预计到2019年，福田公司将向海外出口清洁能源公交车达到3000台，设平均每年的出口增长率为 x ，可列方程为（ ）

- A. $1000(1+x\%)^2=3000$ B. $1000(1-x\%)^2=3000$
C. $1000(1+x)^2=3000$ D. $1000(1-x)^2=3000$

13. (4分) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，以下结论：① $abc>0$ ；② $4ac<b^2$ ；③ $2a+b>0$ ；④其顶点坐标为 $(\frac{1}{2}, -2)$ ；⑤当 $x<\frac{1}{2}$ 时， y 随 x 的增大而减小；⑥ $a+b+c>0$ 正确的有（ ）

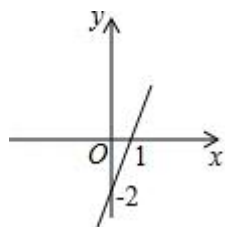


- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

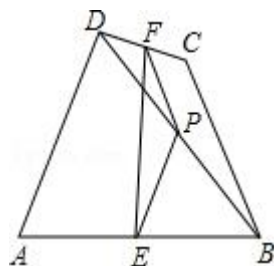
二、填空题 (共6小题，每小题4分，满分24分)

14. (4分) 因式分解： $2x^2-8=$ _____.

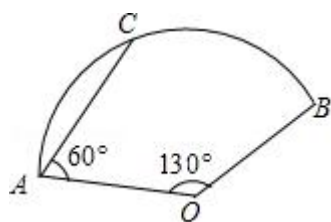
15. (4分) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示，则不等式 $kx+b<0$ 的解集为_____.



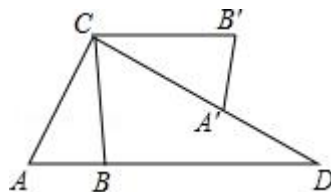
16. (4分) 如图，在四边形ABCD中，P是对角线BD的中点，E、F分别是AB、CD的中点， $AD=BC$ ， $\angle FPE=100^\circ$ ，则 $\angle PFE$ 的度数是_____.



17. (4分) 如图, 在扇形 AOB 中, AC 为弦, $\angle AOB=130^\circ$, $\angle CAO=60^\circ$, $OA=6$, 则 BC 的长为_____.



18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $AC=6$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转得到 $\triangle A_1B_1C$, 使 $CB_1 \parallel AD$, 分别延长 AB、 CA_1 相交于点 D, 则线段 BD 的长为_____.



19. (4分) 杨辉三角, 又称贾宪三角, 是二项式系数在三角形中的一种几何排列, 如图, 观察下面的杨辉三角:

1		$(a+b)^1 = 1a + 1b$				
1	1					
1	2	1	$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$			
1	3	3	1	$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$		
1	4	6	4	1	$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$	
1	5	10	10	5	1	

按照前面的规律, 则 $(a+b)^5 =$ _____.

三、解答题（共 7 小题，满分 74 分）

20. (10 分) (1) 计算: $|\sqrt{3} - 1| + (-1)^{2017} + 4\sin 60^\circ + \sqrt{4}$.

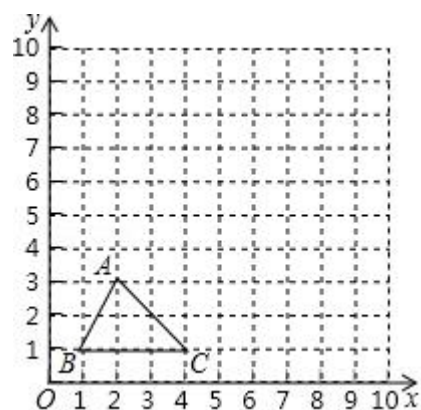
(2) 先化简再求值: $\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right) \div \frac{2y}{x-y}$, 其中 x 、 y 满足 $|x-1| + (y+2)^2 = 0$.

21. (10 分) 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, 给出了格点三角形 ABC (顶点是网格线的交点)

(1) 先将 $\triangle ABC$ 竖直向上平移 5 个单位, 再水平向右平移 4 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕 B_1 点顺时针旋转 90° , 得 $\triangle A_2B_1C_2$, 请画出 $\triangle A_2B_1C_2$;

(3) 求线段 B_1C_1 变换到 B_1C_2 的过程中扫过区域的面积.

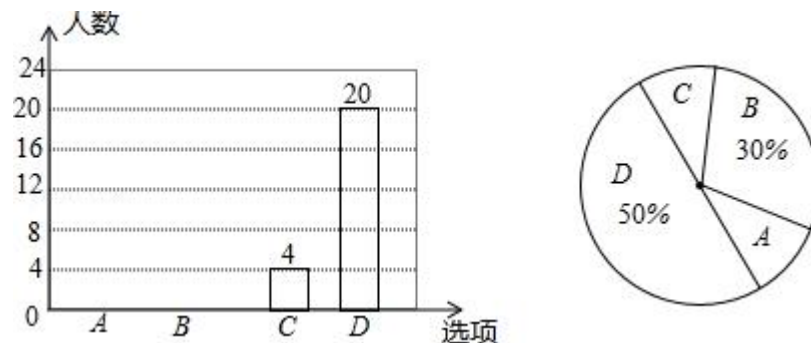


22. (10 分) 全面二孩政策于 2016 年 1 月 1 日正式实施, 黔南州某中学对八年级部分学生进行了随机问卷调查, 其中一个问题“你爸妈如果给你添一个弟弟 (或妹妹), 你的态度是什么?” 共有如下四个选项 (要求仅选择一个选项):

A. 非常愿意 B. 愿意 C. 不愿意 D. 无所谓

如图是根据调查结果绘制的两幅不完整的统计图, 请结合图中信息解答以下问题:

- (1) 试问本次问卷调查一共调查了多少名学生? 并补全条形统计图;
- (2) 若该年级共有 450 名学生, 请你估计全年级可能有多少名学生支持 (即态度为“非常愿意”和“愿意”) 爸妈给自己添一个弟弟 (或妹妹)?
- (3) 在年级活动课上, 老师决定从本次调查回答“不愿意”的同学中随机选取 2 名同学来谈谈他们的想法, 而本次调查回答“不愿意”的这些同学中只有一名男同学, 请用画树状图或列表的方法求选取到两名同学中刚好有这位男同学的概率.



23. (10 分) 阅读材料:

一般地, 当 α 、 β 为任意角时, $\tan(\alpha + \beta)$ 与 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值可以用下面的公式求得:

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}.$$

$$\text{例如: } \tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3}.$$

根据以上材料, 解决下列问题:

(1) 求 $\tan 75^\circ$ 的值;

(2) 都匀文峰塔, 原名文笔塔, 始建于明代万历年间, 系五层木塔, 文峰塔的木塔年久倾毁, 仅存塔基, 1983 年, 人民政府拨款维修文峰塔, 成为今天的七层六面实心石塔 (图 1), 小华想用所学知识来测量该铁搭的高度, 如图 2, 已知小华站在离塔底中心 A 处 5.7 米的 C 处, 测得塔顶的仰角为 75° , 小华的眼睛离地面的距离 DC 为 1.72 米, 请帮助小华求出文峰塔 AB 的高度. (精确到 1 米, 参考数据 $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{2} \approx 1.414$)



图1



图2

24. (10 分) 2016 年 12 月 29 日至 31 日, 黔南州第十届旅游产业发展大会在“中国长寿之乡”——罗甸县举行, 从中寻找到商机的人不断涌现, 促成了罗甸农民工返乡创业热潮, 某“火龙果”经营户有 A、B 两种“火龙果”促销, 若买 2 件 A 种“火龙果”和 1 件 B 种“火龙果”, 共需 120 元; 若买 3 件 A 种“火龙果”和 2 件 B 种“火龙果”, 共需 205 元.

(1) 设 A, B 两种“火龙果”每件售价分别为 a 元、 b 元, 求 a 、 b 的值;

(2) B 种“火龙果”每件的成本是 40 元, 根据市场调查: 若按 (1) 中求出的单价销售, 该“火龙果”经营户每天销售 B 种“火龙果”100 件; 若销售单价每上涨 1 元, B 种“火龙果”每天的销售量就减少 5 件.

①求每天 B 种“火龙果”的销售利润 y (元) 与销售单价 (x) 元之间的函数关系?

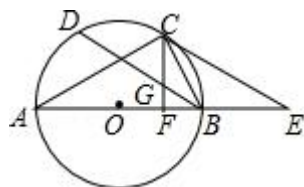
②求销售单价为多少元时, B 种“火龙果”每天的销售利润最大, 最大利润是多少?

25. (12 分) 如图所示, 以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径作 $\odot O$, 点 C 在 $\odot O$ 上, BD 是 $\odot O$ 的弦, $\angle A = \angle CBD$, 过点 C 作 $CF \perp AB$ 于点 F , 交 BD 于点 G , 过 C 作 $CE \parallel BD$ 交 AB 的延长线于点 E .

(1) 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $CG = BG$;

(3) 若 $\angle DBA = 30^\circ$, $CG = 4$, 求 BE 的长.

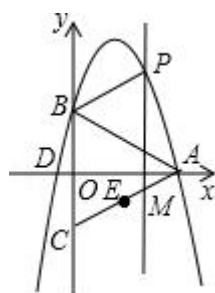


26. (12 分) 如图, 已知直角坐标系中, A、B、D 三点的坐标分别为 A (8, 0), B (0, 4), D (-1, 0), 点 C 与点 B 关于 x 轴对称, 连接 AB、AC.

(1) 求过 A、B、D 三点的抛物线的解析式;

(2) 有一动点 E 从原点 O 出发, 以每秒 2 个单位的速度向右运动, 过点 E 作 x 轴的垂线, 交抛物线于点 P, 交线段 CA 于点 M, 连接 PA、PB, 设点 E 运动的时间为 t ($0 < t < 4$) 秒, 求四边形 PBCA 的面积 S 与 t 的函数关系式, 并求出四边形 PBCA 的最大面积;

(3) 抛物线的对称轴上是否存在一点 H, 使得 $\triangle ABH$ 是直角三角形? 若存在, 请直接写出点 H 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2017 年贵州省黔南州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 13 小题，每小题 4 分，满分 52 分）

1. (4 分) (2017•黔南州) 2017 的相反数是 ()

- A. -2017 B. 2017 C. $-\frac{1}{2017}$ D. $\frac{1}{2017}$

【考点】14: 相反数.

【分析】根据相反数特性: 若 a , b 互为相反数, 则 $a+b=0$ 即可解题.

【解答】解: $\because 2017+(-2017)=0$,

$\therefore 2017$ 的相反数是 (-2017) ,

故选 A.

【点评】本题考查了相反数之和为 0 的特性, 熟练掌握相反数特性是解题的关键.

2. (4 分) (2017•黔南州) 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt[3]{64}=8$ B. $(x+3)^2=x^2+9$ C. $(ab^3)^2=ab^6$ D. $(\pi-3.14)^0=1$

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方; 24: 立方根; 4C: 完全平方公式; 6E: 零指数幂.

【分析】A、根据立方根的定义解答;

B、根据完全平方公式解答;

C、根据积的乘方和幂乘方解答;

D、根据非零数的 0 次方解答.

【解答】解: A、 $\sqrt[3]{64}=4 \neq 8$, 故本选项错误;

B、 $(x+3)^2=x^2+6x+9 \neq x^2+9$, 故本选项错误;

C、 $(ab^3)^2=a^2b^6=ab^6$, 故本选项错误;

D、 $\because \pi-3.14 \neq 0$, $\therefore (\pi-3.14)^0=1$, 故本选项正确;

故选 D.

【点评】本题考查了立方根、积的乘方和幂的乘方、完全平方公式、0 指数幂, 综合性较强, 要细心.

3. (4 分) (2017•黔南州) 如图, 建筑工人砌墙时, 经常在两个墙脚的位置分别插一根木桩, 然后拉一条直的参照线, 其运用到的数学原理是 ()



A. 两点之间, 线段最短

B. 两点确定一条直线

C. 垂线段最短

D. 过一点有且只有一条直线和已知直线平行

【考点】IB: 直线的性质: 两点确定一条直线; IC: 线段的性质: 两点之间线段最短; J4:

垂线段最短；JA：平行线的性质.

【分析】直接利用直线的性质分析得出答案.

【解答】解：建筑工人砌墙时，经常在两个墙脚的位置分别插一根木桩，然后拉一条直的参照线，

这种做法运用到的数学原理是：两点确定一条直线.

故选：B.

【点评】此题主要考查了直线的性质，正确把握直线的性质联系实际生活是解题关键.

4. (4分) (2017•黔南州) 下面四个图形分别是低碳、节水、节能和绿色食品标志，在这四个标志中，是轴对称图形的是 ()



【考点】P3：轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析.

【解答】解：A、不是轴对称图形，故此选项错误；

B、不是轴对称图形，故此选项错误；

C、不是轴对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，故此选项正确；

故选：D.

【点评】此题主要考查了轴对称图形，判断轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

5. (4分) (2017•黔南州) 2017年春节黄金周期间，受旅行发展大会宣传效应的影响，都匀毛尖茶、平塘大射电、罗间高原千岛湖、三都水族文化、荔波世界自然遗产等，吸引了大批国内外游客，黔南州旅游接待人次和收入实现双增长，据统计，全州共接待游客 4138900 人次，比上年同期增长 58.79%，将 4138900 用科学记数法表示为 ()

A. 41.389×10^5 B. 4.1389×10^5 C. 4.1389×10^6 D. 0.41389×10^6

【考点】1E：科学记数法—表示较大的数.

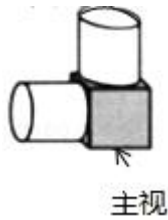
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 4138900 用科学记数法表示为： 4.1389×10^6 .

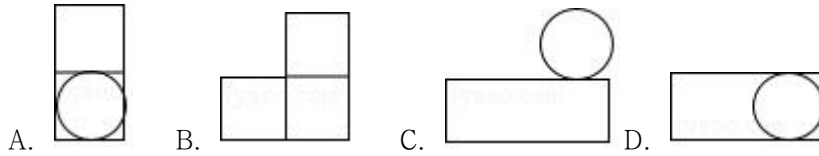
故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

6. (4分) (2017•黔南州) 我国古代数学家利用“牟合方盖”找到了球体体积的计算方法.“牟合方盖”是由两个圆柱分别从纵横两个方向嵌入一个正方体时两圆柱公共部分形成的几何体，如图所示的几何体是可以形成“牟合方盖”的一种模型，它的主视图是 ()



主视



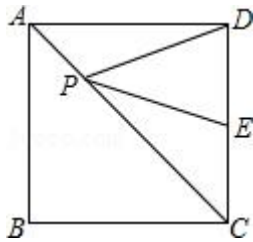
【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】根据主视图的定义, 得出圆柱以及立方体的摆放即可得出主视图为 3 个正方形组合体, 进而得出答案即可.

【解答】解: 利用圆柱直径等于立方体边长, 得出此时摆放, 圆柱主视图是正方形, 得出圆柱以及立方体的摆放的主视图为两列, 左边一个正方形, 右边两个正方形, 故选: B.

【点评】此题主要考查了几何体的三视图; 掌握主视图是从几何体正面看得到的平面图形是解决本题的关键.

7. (4 分) (2017•黔南州) 如图, 在正方形 ABCD 中, AB=9, 点 E 在 CD 边上, 且 DE=2CE, 点 P 是对角线 AC 上的一个动点, 则 PE+PD 的最小值是 ()



- A. $3\sqrt{10}$ B. $10\sqrt{3}$ C. 9 D. $9\sqrt{2}$

【考点】PA: 轴对称 - 最短路线问题; LE: 正方形的性质.

【分析】由于点 B 与 D 关于 AC 对称, 所以连接 BE, 与 AC 的交点即为 P 点. 此时 PE+PD=BE 最小, 而 BE 是直角△CBE 的斜边, 利用勾股定理即可得出结果.

【解答】解: 如图, 连接 BE, 设 BE 与 AC 交于点 P',

∵ 四边形 ABCD 是正方形,

∴ 点 B 与 D 关于 AC 对称,

∴ P' D = P' B,

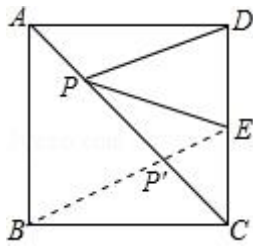
∴ P' D + P' E = P' B + P' E = BE 最小.

即 P 在 AC 与 BE 的交点上时, PD+PE 最小, 为 BE 的长度.

∵ 直角△CBE 中, $\angle BCE = 90^\circ$, BC=9, $CE = \frac{1}{3}CD = 3$,

∴ $BE = \sqrt{9^2 + 3^2} = 3\sqrt{10}$.

故选 A.



【点评】此题考查了轴对称——最短路线问题，正方形的性质，要灵活运用对称性解决此类问题．找出P点位置是解题的关键．

8. (4分) (2017•黔南州) 如果一个正多边形的内角和等于外角和2倍，则这个正多边形是 ()

A. 正方形 B. 正五边形 C. 正六边形 D. 正八边形

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】设这个多边形的边数为n. 根据题意列出方程即可解决问题.

【解答】解: 设这个多边形的边数为n.

由题意 $(n-2) \cdot 180^\circ = 2 \times 360^\circ$,

解得 $n=6$,

答: 这个多边形是正六边形.

故选 C.

【点评】本题考查多边形的内角和、外角和等知识，解题的关键是学会构建方程解决问题.

9. (4分) (2017•黔南州) 下列调查中，适宜采用全面调查（普查）方式的是 ()

- A. 了解我国民众对乐天集团“萨德事件”的看法
- B. 了解湖南卫视《人们的名义》反腐剧的收视率
- C. 调查我校某班学生喜欢上数学课的情况
- D. 调查某类烟花爆竹燃放的安全情况

【考点】V2: 全面调查与抽样调查.

【分析】根据普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似判断即可.

【解答】解: A、了解我国民众对乐天集团“萨德事件”的看法调查范围广适合抽样调查，故 A 不符合题意；

B、了解湖南卫视《人们的名义》反腐剧的收视率调查范围广适合抽样调查，故 B 不符合题意；

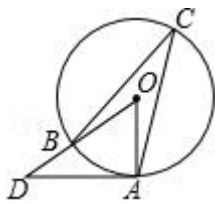
C、调查我校某班学生喜欢上数学课的情况适合普查，故 C 符合题意；

D、调查某类烟花爆竹燃放的安全情况调查具有破坏性适合抽样调查，故 D 不符合题意；

故选: C.

【点评】本题考查的是抽样调查和全面调查，选择普查还是抽样调查要根据所要考察的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查.

10. (4分) (2017•黔南州) 如图，已知直线AD是⊙O的切线，点A为切点，OD交⊙O于点B，点C在⊙O上，且 $\angle ODA=36^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



A. 54° B. 36° C. 30° D. 27°

【考点】MC：切线的性质.

【分析】由 AD 为圆 O 的切线，利用切线的性质得到 OA 与 AD 垂直，在直角三角形 OAD 中，由直角三角形的两锐角互余，根据 $\angle ODA$ 的度数求出 $\angle AOD$ 的度数，再利用同弧所对的圆心角等于所对圆周角的 2 倍即可求出 $\angle ACB$ 的度数.

【解答】解： $\because$ AD 为圆 O 的切线，

$\therefore AD \perp OA$ ，即 $\angle OAD = 90^\circ$ ，

$\because \angle ODA = 36^\circ$ ，

$\therefore \angle AOD = 54^\circ$ ，

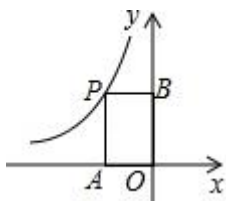
$\because \angle AOD$ 与 $\angle ACB$ 都对 $\overset{\frown}{AB}$ ，

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOD = 27^\circ$.

故选 D.

【点评】此题考查了切线的性质，以及圆周角定理，熟练掌握切线的性质是解本题的关键.

11. (4 分) (2017•黔南州) 反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ ($x < 0$) 如图所示，则矩形 OAPB 的面积是 ()



A. 3 B. -3 C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

【考点】G5：反比例函数系数 k 的几何意义.

【分析】可设出点 P 的坐标，则可表示出矩形 OAPB 的面积.

【解答】解：

$\because$ 点 P 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ ($x < 0$) 的图象上，

$\therefore$ 可设 P $(x, -\frac{3}{x})$ ，

$\therefore OA = -x$ ， $PA = -\frac{3}{x}$ ，

$$\therefore S_{\text{矩形 OAPB}} = OA \cdot PA = -x \cdot \left(-\frac{3}{x}\right) = 3,$$

故选 A.

【点评】 本题主要考查反比例函数上点的坐标特征，利用 P 点坐标表示出矩形 OABPB 的面积是解题的关键.

12. (4 分) (2017•黔南州) “一带一路”国际合作高峰论坛于 2017 年 5 月 14 日至 15 日在北京举行，在论坛召开之际，福田欧辉陆续向缅甸仰光公交公司应付 1000 台清洁能源公交车，以 2017 客车海外出口第一大单的成绩，创下了客车行业出口之最，同时，这也是在国家“一带一路”战略下，福田欧辉代表“中国制造”走出去的成果，预计到 2019 年，福田公司将向海外出口清洁能源公交车达到 3000 台，设平均每年的出口增长率为 x ，可列方程为 ()

A. $1000(1+x\%)^2=3000$ B. $1000(1-x\%)^2=3000$

C. $1000(1+x)^2=3000$ D. $1000(1-x)^2=3000$

【考点】 AC: 由实际问题抽象出一元二次方程.

【分析】 根据题意得出 2018 年的台数为 $1000(1+x)$ 台，2019 年为 $1000(1+x)^2$ 台，列出方程即可.

【解答】 解：根据题意：2019 年为 $1000(1+x)^2$ 台.

则 $1000(1+x)^2=3000$;

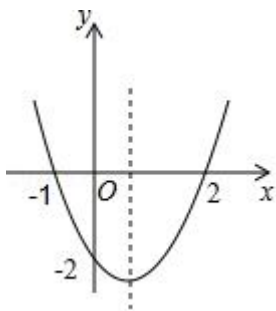
故选：C.

【点评】 此题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，即一元二次方程解答有关平均增长率问题. 对于平均增长率问题，在理解的基础上，可归结为 $a(1+x)^2=b$ ($a < b$)；平均降低率问题，在理解的基础上，可归结为 $a(1-x)^2=b$ ($a > b$).

13. (4 分) (2017•黔南州) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，以下结论：① $abc > 0$ ；

② $4ac < b^2$ ；③ $2a+b > 0$ ；④ 其顶点坐标为 $\left(\frac{1}{2}, -2\right)$ ；⑤ 当 $x < \frac{1}{2}$ 时， y 随 x 的增大而减小；

⑥ $a+b+c > 0$ 正确的有 ()



A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

【考点】 H4: 二次函数图象与系数的关系.

【分析】 根据二次函数的性质和二次函数的图象可以判断题目中各个小题的结论是否成立，从而可以解答本题.

【解答】 解：由图象可知，

抛物线开口向上，则 $a > 0$ ，顶点在 y 轴右侧，则 $b < 0$ ，与 y 轴交于负半轴，则 $c < 0$ ，

$\therefore abc > 0$ ，故①正确，

函数图象与 x 轴有两个不同的交点, 则 $b^2 - 4ac > 0$, 即 $4ac < b^2$, 故②正确,

由图象可知, $-\frac{b}{2a} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$, 则 $2b = -2a$, $2a+b = -b > 0$, 故③正确,

由抛物线过点 $(-1, 0)$, $(0, -2)$, $(2, 0)$, 可得,

$$\begin{cases} a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c = 0 \\ c = -2 \\ a \times 2^2 + 2b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{得} \begin{cases} a = 1 \\ b = -1, \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\therefore y = x^2 - x - 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4},$$

$\therefore$ 顶点坐标是 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$, 故④错误,

$\therefore$ 当 $x < \frac{1}{2}$ 时, y 随 x 的增大而减小, 故⑤正确,

当 $x=1$ 时, $y=a+b+c < 0$, 故⑥错误,

由上可得, 正确是①②③⑤,

故选 B.

【点评】 本题考查二次函数图象与系数的关系, 解答本题的关键是明确二次函数的性质, 利用数形结合的思想解答.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

14. (4 分) (2017•黔南州) 因式分解: $2x^2 - 8 = \underline{2(x+2)(x-2)}$.

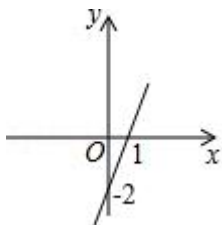
【考点】 53: 因式分解 - 提公因式法.

【分析】 观察原式, 找到公因式 2, 提出即可得出答案.

【解答】 解: $2x^2 - 8 = 2(x+2)(x-2)$.

【点评】 本题考查提公因式法分解因式, 是基础题.

15. (4 分) (2017•黔南州) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示, 则不等式 $kx+b < 0$ 的解集为 $\underline{x < 1}$.



【考点】 FD: 一次函数与一元一次不等式.

【分析】 根据一次函数与一元一次不等式的关系即可求出答案.

【解答】 解: $\because y=kx+b$, $kx+b < 0$

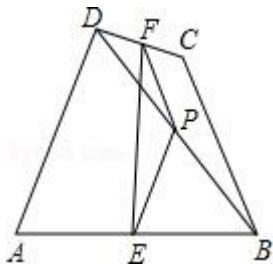
$\therefore y < 0$,

由图象可知: $x < 1$

故答案为: $x < 1$

【点评】本题考查一次函数与一元一次不等式，解题的关键是正确理解一次函数与一元一次不等式的关系，本题属于基础题型.

16. (4分) (2017•黔南州) 如图，在四边形 ABCD 中，P 是对角线 BD 的中点，E、F 分别是 AB、CD 的中点，AD=BC， $\angle FPE=100^\circ$ ，则 $\angle PFE$ 的度数是 40° .



【考点】KX: 三角形中位线定理.

【分析】根据三角形中位线定理得到 $EP=\frac{1}{2}AD$ ， $FP=\frac{1}{2}BC$ ，得到 $PE=PF$ ，根据等腰三角形的性质、三角形内角和定理计算即可.

【解答】解：∵P 是对角线 BD 的中点，E 是 AB 的中点，

$$\therefore EP=\frac{1}{2}AD,$$

$$\text{同理, } FP=\frac{1}{2}BC,$$

$$\because AD=BC,$$

$$\therefore PE=PF,$$

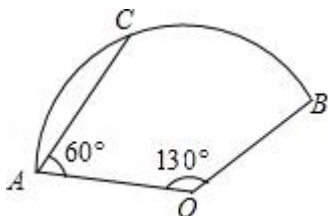
$$\because \angle FPE=100^\circ,$$

$$\therefore \angle PFE=40^\circ,$$

故答案为： 40° .

【点评】本题考查的是三角形中位线定理的应用，掌握三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半是解题的关键.

17. (4分) (2017•黔南州) 如图，在扇形 AOB 中，AC 为弦， $\angle AOB=130^\circ$ ， $\angle CAO=60^\circ$ ，OA=6，则 $\widehat{BC}$ 的长为 $\frac{7}{3}\pi$.



【考点】MN: 弧长的计算.

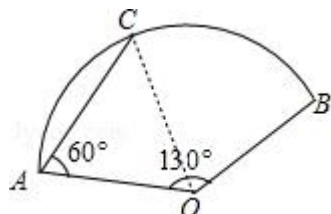
【分析】连接 OC，如图，利用等腰三角形的性质和三角形内角和可计算出 $\angle AOC=60^\circ$ ，则 $\angle BOC=70^\circ$ ，然后根据弧长公式计算 $\widehat{BC}$ 的长.

【解答】解：连接 OC，如图，

$$\because OA=OC,$$

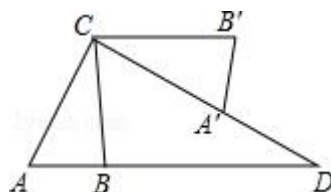
$$\begin{aligned}\therefore \angle OCA &= \angle CAO = 60^\circ, \\ \therefore \angle AOC &= 60^\circ, \\ \therefore \angle BOC &= 130^\circ - 60^\circ = 70^\circ, \\ \therefore \text{BC的长} &= \frac{70 \cdot \pi \cdot 6}{180} = \frac{7}{3} \pi.\end{aligned}$$

故答案为 $\frac{7}{3} \pi$.



【点评】 本题考查了弧长的计算：圆周长公式： $C=2\pi R$ ；弧长公式： $l=\frac{n \cdot \pi \cdot R}{180}$ （弧长为 l ，圆心角度数为 n ，圆的半径为 R ），在弧长的计算公式中， n 是表示 1° 的圆心角的倍数， n 和 180 都不要带单位.

18. (4 分) (2017•黔南州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AC=6$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转得到 $\triangle A_1B_1C$ ，使 $CB_1 \parallel AD$ ，分别延长 AB 、 CA_1 相交于点 D ，则线段 BD 的长为 9.



【考点】 R2：旋转的性质；J9：平行线的判定.

【分析】 利用平行线的性质以及旋转的性质得出 $\triangle CAD \sim \triangle B'A'C$ ，再利用相似三角形的性质得出 AD 的长，进而得出 BD 的长.

【解答】 解： $\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C$ ，
 $\therefore AC=CA' = 6$ ， $AB=B'A' = 3$ ， $\angle A = \angle CA'B'$ ，
 $\therefore CB' \parallel AB$ ，
 $\therefore \angle B'CA' = \angle D$ ，
 $\therefore \triangle CAD \sim \triangle B'A'C$ ，
 $\therefore \frac{CA}{A'B'} = \frac{AD}{A'C}$ ，
 $\therefore \frac{6}{3} = \frac{AD}{6}$ ，

解得 $AD=12$ ，

$\therefore BD=AD-AB=12-3=9$.

故答案为：9.

【点评】 此题主要考查了旋转的性质以及相似三角形的判定与性质等知识，得出 $\triangle CAD \sim \triangle B'A'C$ 是解题关键.

19. (4 分) (2017•黔南州) 杨辉三角，又称贾宪三角，是二项式系数在三角形中的一种几

何排列，如图，观察下面的杨辉三角：

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 1 & & & & \\
 & 1 & & 1 & & & \\
 & 1 & & 2 & & 1 & \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\
 1 & & 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (a+b)^1 = 1a + 1b \\
 (a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2 \\
 (a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3 \\
 (a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4 \\
 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

按照前面的规律，则 $(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$.

【考点】4C：完全平方公式.

【分析】观察图形，找出二项式系数与杨辉三角之间的关系，即可得出 $(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$ ，此题得解.

【解答】解：观察图形，可知： $(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$.

故答案为： $1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$.

【点评】本题考查了完全平方公式以及规律型中数字的变化，观察图形，找出二项式系数与杨辉三角之间的关系是解题的关键.

三、解答题（共 7 小题，满分 74 分）

20. (10 分) (2017•黔南州) (1) 计算： $|\sqrt{3} - 1| + (-1)^{2017} + 4\sin 60^\circ + \sqrt{4}$.

(2) 先化简再求值： $\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right) \div \frac{2y}{x-y}$ ，其中 x 、 y 满足 $|x-1| + (y+2)^2 = 0$.

【考点】6D：分式的化简求值；16：非负数的性质：绝对值；1F：非负数的性质：偶次方；2C：实数的运算；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】(1) 根据绝对值、乘方、三角函数、平方根的定义解答；

(2) 先将括号内通分，再将除法转化为乘法解答.

【解答】解：(1) 原式 $= \sqrt{3} - 1 - 1 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = 3\sqrt{3}$ ；

(2) $\because x$ 、 y 满足 $|x-1| + (y+2)^2 = 0$,

$\therefore x-1=0$, $y+2=0$,

$\therefore x=1$, $y=-2$.

原式 $= \frac{x+y-x+y}{(x-y)(x+y)} \times \frac{x-y}{2y}$

$= \frac{1}{x+y}$,

当 $x=1$, $y=-2$ 时，原式 $= \frac{1}{1-2} = -1$.

【点评】(1) 本题考查了绝对值、乘方、三角函数、平方根，熟悉定义是解题的关键；

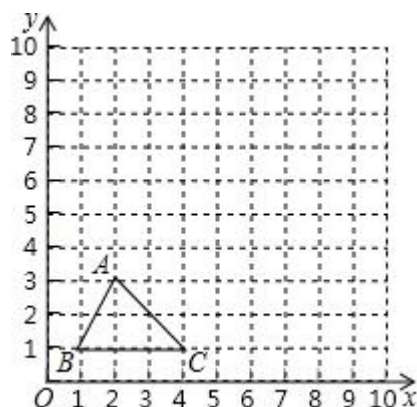
(2) 本题考查了分式的化简求值，熟悉约分、通分是解题的关键.

21. (10 分) (2017•黔南州) 如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给出了格点三角形 ABC（顶点是网格线的交点）

(1) 先将 $\triangle ABC$ 竖直向上平移 5 个单位，再水平向右平移 4 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕 B_1 点顺时针旋转 90° ，得 $\triangle A_2B_1C_2$ ，请画出 $\triangle A_2B_1C_2$ ；

(3) 求线段 B_1C_1 变换到 B_1C_2 的过程中扫过区域的面积.



【考点】R8: 作图 – 旋转变换; MO: 扇形面积的计算; Q4: 作图 – 平移变换.

【分析】(1) 直接利用平移的性质得出对应点位置进而得出答案;

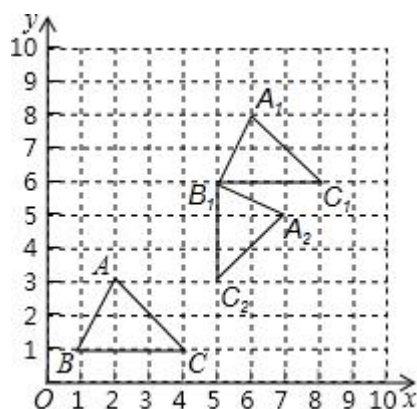
(2) 直接利用旋转的性质进而得出对应点位置, 进而得出答案;

(3) 首先得出圆心角以及半径, 再利用扇形面积公式直接计算得出答案.

【解答】解: (1) 如图所示: $\triangle A_1B_1C_1$, 即为所求;

(2) 如图所示: $\triangle A_2B_1C_2$, 即为所求;

(3) 线段 B_1C_1 变换到 B_1C_2 的过程中扫过区域的面积为: $\frac{90\pi \times 3^2}{360} = \frac{9}{4}\pi$.



【点评】此题主要考查了平移变换以及旋转变换和扇形面积求法, 正确得出对应点位置是解题关键.

22. (10 分) (2017•黔南州) 全面二孩政策于 2016 年 1 月 1 日正式实施, 黔南州某中学对八年级部分学生进行了随机问卷调查, 其中一个问题“你爸妈如果给你添一个弟弟(或妹妹), 你的态度是什么?” 共有如下四个选项 (要求仅选择一个选项):

A. 非常愿意 B. 愿意 C. 不愿意 D. 无所谓

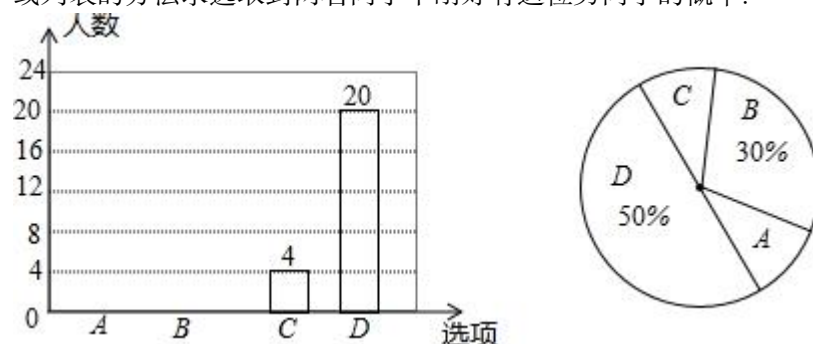
如图是根据调查结果绘制的两幅不完整的统计图, 请结合图中信息解答以下问题:

(1) 试问本次问卷调查一共调查了多少名学生? 并补全条形统计图;

(2) 若该年级共有 450 名学生, 请你估计全年级可能有多少名学生支持 (即态度为“非常愿意”和“愿意”) 爸妈给自己添一个弟弟 (或妹妹)?

(3) 在年级活动课上, 老师决定从本次调查回答“不愿意”的同学中随机选取 2 名同学来

谈谈他们的想法，而本次调查回答“不愿意”的这些同学中只有一名男同学，请用画树状图或列表的方法求选取到两名同学中刚好有这位男同学的概率.



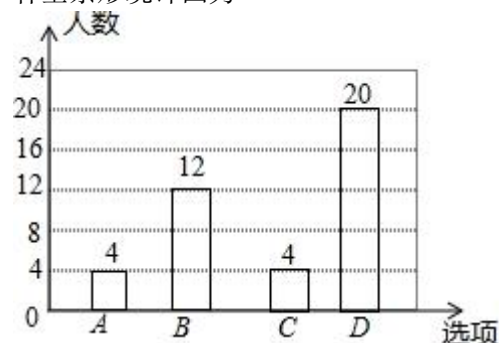
【考点】 X6: 列表法与树状图法; V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图.

【分析】 (1) 用选 D 的人数除以它所占的百分比即可得到调查的总人数，再用总人数乘以选 B 所占的百分比得到选 B 的人数，然后用总人数分别减去选 B、C、D 的人数得到选 A 的人数，再补全条形统计图;

(2) 利用样本估计总体，用 450 乘以样本中选 A 和选 B 所占的百分比可估计全年级支持的学生数;

(3) “非常愿意”的四名同学分别用 1、2、3、4 表示，其中 1 表示男同学，画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出选取到两名同学中刚好有这位男同学的结果数，然后根据概率公式计算.

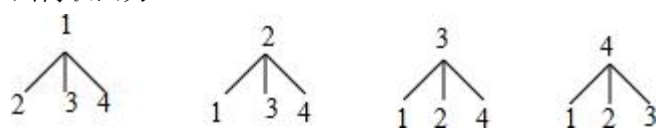
【解答】 解: (1) $20 \div 50\% = 40$ (名),
所以本次问卷调查一共调查了 40 名学生,
选 B 的人数 $= 40 \times 30\% = 12$ (人),
选 A 的人数 $= 40 - 12 - 20 - 4 = 4$ (人)
补全条形统计图为:



$$(2) 450 \times \frac{4 + 12}{40} = 180,$$

所以估计全年级可能有 180 名学生支持;

(3) “非常愿意”的四名同学分别用 1、2、3、4 表示，其中 1 表示男同学，画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数，其中选取到两名同学中刚好有这位男同学的结果数为 6，

$$\text{所以选取到两名同学中刚好有这位男同学的概率} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率，也考查了统计图。

23. (10 分) (2017•黔南州) 阅读材料：

一般地，当 α 、 β 为任意角时， $\tan(\alpha + \beta)$ 与 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值可以用下面的公式求得：

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta}.$$

例如： $\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ)$

$$= \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} = \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3}.$$

根据以上材料，解决下列问题：

(1) 求 $\tan 75^\circ$ 的值；

(2) 都匀文峰塔，原名文笔塔，始建于明代万历年间，系五层木塔，文峰塔の木塔年久倾毁，仅存塔基，1983 年，人民政府拨款维修文峰塔，成为今天的七层六面实心石塔（图 1），小华想用所学知识来测量该铁搭的高度，如图 2，已知小华站在离塔底中心 A 处 5.7 米的 C 处，测得塔顶的仰角为 75° ，小华的眼睛离地面的距离 DC 为 1.72 米，请帮助小华求出文峰塔 AB 的高度。（精确到 1 米，参考数据 $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ）



图1



图2

【考点】 TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题。

【分析】 (1) 利用题中的公式和特殊角的三角函数值计算 75° 的正切值；

(2) 如图 2，先在 $Rt\triangle BDE$ 中利用正切的定义计算出 BE ，然后计算 $BE + AE$ 即可。

【解答】 解：(1) $\tan 75^\circ = \tan(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = 2 + \sqrt{3}$ ；

(2) 如图 2, 易得 $DE=CA=5.7$, $AE=CD=1.72$,

在 $Rt\triangle BDE$ 中, $\therefore \tan \angle BDE = \frac{BE}{DE}$,

$$\therefore BE = DE \tan 75^\circ = 5.7 \times (2 + \sqrt{3}) \approx 21.2724,$$

$$\therefore AB = BE + AE = 21.2724 + 1.72 \approx 23 \text{ (m)}.$$

答: 文峰塔 AB 的高度约为 23m.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角: 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 当图形中没有直角三角形时, 要通过作高或垂线构造直角三角形, 另当问题以一个实际问题的形式给出时, 要善于读懂题意, 把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

24. (10 分) (2017•黔南州) 2016 年 12 月 29 日至 31 日, 黔南州第十届旅游产业发展大会在“中国长寿之乡”——罗甸县举行, 从中寻找到商机的人不断涌现, 促成了罗甸农民工返乡创业热潮, 某“火龙果”经营户有 A、B 两种“火龙果”促销, 若买 2 件 A 种“火龙果”和 1 件 B 种“火龙果”, 共需 120 元; 若买 3 件 A 种“火龙果”和 2 件 B 种“火龙果”, 共需 205 元.

(1) 设 A, B 两种“火龙果”每件售价分别为 a 元、b 元, 求 a、b 的值;

(2) B 种“火龙果”每件的成本是 40 元, 根据市场调查: 若按 (1) 中求出的单价销售, 该“火龙果”经营户每天销售 B 种“火龙果”100 件; 若销售单价每上涨 1 元, B 种“火龙果”每天的销售量就减少 5 件.

①求每天 B 种“火龙果”的销售利润 y (元) 与销售单价 (x) 元之间的函数关系?

②求销售单价为多少元时, B 种“火龙果”每天的销售利润最大, 最大利润是多少?

【考点】 HE: 二次函数的应用; 9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】 (1) 根据题意列方程组即可得到结论;

(2) ①由题意列出 y 与 x 之间的关系式即可;

②利用配方法, 根据二次函数的性质解答即可;

【解答】 解: (1) 根据题意得:

$$\begin{cases} 2a + b = 120 \\ 3a + 2b = 205 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = 35 \\ b = 50 \end{cases}$$

(2) ①由题意得: $y = (x - 40) [100 - 5(x - 50)]$

$$\therefore y = -5x^2 + 550x - 14000,$$

$$\text{②} \therefore y = -5x^2 + 550x - 14000 = -5(x - 55)^2 + 1125,$$

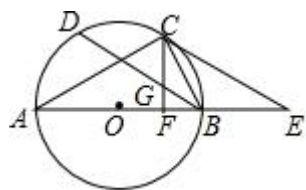
$$\therefore \text{当 } x = 55 \text{ 时, } y_{\text{最大}} = 1125,$$

$\therefore$ 销售单价为 55 元时, B 商品每天的销售利润最大, 最大利润是 1125 元.

【点评】 此题主要考查了二次函数的应用以及用配方法求出最大值, 准确分析题意, 列出 y 与 x 之间的二次函数关系式是解题关键.

25. (12 分) (2017•黔南州) 如图所示, 以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径作 $\odot O$, 点 C 在 $\odot O$ 上, BD 是 $\odot O$ 的弦, $\angle A = \angle CBD$, 过点 C 作 $CF \perp AB$ 于点 F, 交 BD 于点 G, 过 C 作 $CE \parallel BD$ 交 AB 的延长线于点 E.

- (1) 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;
 (2) 求证: $CG=BG$;
 (3) 若 $\angle DBA=30^\circ$, $CG=4$, 求 BE 的长.



【考点】 ME: 切线的判定与性质; KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理.

【分析】 (1) 连接 OC, 先证得 $BC=DC$, 根据垂径定理得到 $OC \perp BD$, 根据 $CE \parallel BD$ 推出 $OC \perp CE$, 即可得到结论;

(2) 根据圆周角定理得出 $\angle ACB=90^\circ$, 然后根据同角的余角相等得出 $\angle A=\angle BCF$, 即可证得 $\angle BCF=\angle CBD$, 根据同角对等边即可证得结论;

(3) 连接 AD, 根据圆周角定理得出 $\angle ADB=90^\circ$, 即可求得 $\angle BAD=60^\circ$, 根据圆周角定理得出 $\angle DAC=\angle BAC=30^\circ$, 解直角三角形求得 $\frac{BC}{AC}=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$, 然后根据三角形相似和等腰三角形的判定即可求得 BE 的值.

【解答】 (1) 证明: 连接 OC,

$$\because \angle A=\angle CBD,$$

$$\therefore BC=DC,$$

$$\therefore OC \perp BD,$$

$$\because CE \parallel BD,$$

$$\therefore OC \perp CE,$$

$$\therefore CE \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 证明: $\because AB$ 为直径,

$$\therefore \angle ACB=90^\circ,$$

$$\because CF \perp AB,$$

$$\therefore \angle ACB=\angle CFB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle CBF,$$

$$\therefore \angle A=\angle BCF,$$

$$\because \angle A=\angle CBD,$$

$$\therefore \angle BCF=\angle CBD,$$

$$\therefore CG=BG;$$

(3) 解: 连接 AD,

$$\because AB \text{ 为直径},$$

$$\therefore \angle ADB=90^\circ,$$

$$\because \angle DBA=30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD=60^\circ,$$

$$\therefore BC=DC,$$

【分析】(1) 由于 A (8, 0), D (-1, 0), 故设过 A、B、D 三点的抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-8)$, 将 B (0, 4) 代入即可求得 a, 进而求得抛物线的解析式为;

(2) 四边形 PBCA 可看作 $\triangle ABC$ 、 $\triangle PBA$ 两部分; $\triangle ABC$ 的面积是定值, 关键是求出 $\triangle PBA$ 的面积表达式; 若设直线 l 与直线 AB 的交点为 Q, 先用 t 表示出线段 PQ 的长, 而 $\triangle PAB$ 的面积可由 $(\frac{1}{2}PQ \cdot OA)$ 求得, 在求出 S、t 的函数关系式后, 由函数的性质可求得 S 的最大值;

(3) 根据已知条件得到 $\angle HAB < 90^\circ$, ①当 $\angle ABH=90^\circ$ 时, 求得直线 AB: $y=-\frac{1}{2}x+4$, 直线 BH: $y=2x+4$, 于是得到 $H(\frac{7}{2}, 11)$, ②当 $\angle AHB=90^\circ$ 时, 过 B 作 $BN \perp$ 对称轴于 N, 则

$BN=\frac{7}{2}$, $AG=\frac{9}{2}$, 设对称轴交 x 轴于 G, 根据相似三角形的性质得到 $HN=\frac{4+\sqrt{79}}{2}$ (负值舍去),

于是得到 $H(\frac{7}{2}, \frac{12+\sqrt{79}}{2})$.

【解答】解: (1) $\because A(8, 0), D(-1, 0)$, 设过 A、B、D 三点的抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-8)$, 将 B (0, 4) 代入得 $-8a=4$, $\therefore a=-\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{2}(x+1)(x-8)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{2}x+4$;

(2) $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AO \perp BC$, 则 $OB=OC=4$, $\therefore C(0, -4)$.

由 A (8, 0)、B (0, 4), 得: 直线 AB: $y=-\frac{1}{2}x+4$;

依题意, 知: $OE=2t$, 即 $E(2t, 0)$;

$\therefore P(2t, -2t^2+7t+4)$ 、 $Q(2t, -t+4)$, $PQ=(-2t^2+7t+4)-(-t+4)=-2t^2+8t$;

$S=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2} \times 8 \times 8+\frac{1}{2} \times (-2t^2+8t) \times 8=-8t^2+32t+32=-8(t-2)^2+64$;

$\therefore$ 当 $t=2$ 时, S 有最大值, 且最大值为 64;

(3) 存在,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为: $x=\frac{-1+8}{2}=\frac{7}{2}$,

$\therefore$ 直线 $x=\frac{7}{2}$ 垂直 x 轴,

$\therefore \angle HAB < 90^\circ$,

①当 $\angle ABH=90^\circ$ 时, 由 A (8, 0)、B (0, 4), 得: 直线 AB: $y=-\frac{1}{2}x+4$,

所以, 直线 BH 可设为: $y=2x+h$, 代入 B (0, 4), 得:

$h=4$

$\therefore$ 直线 BH: $y=2x+4$, 当 $x=\frac{7}{2}$ 时, $y=11$,

