

2017 年贵州省遵义市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

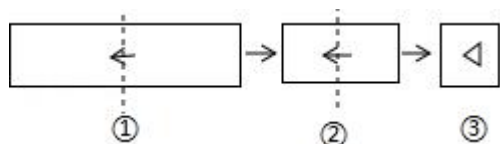
1. (3 分) -3 的相反数是 ()

- A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. (3 分) 2017 年遵义市固定资产总投资计划为 2580 亿元, 将 2580 亿元用科学记数法表示为 ()

- A. 2.58×10^{11} B. 2.58×10^{12} C. 2.58×10^{13} D. 2.58×10^{14}

3. (3 分) 把一张长方形纸片按如图①, 图②的方式从右向左连续对折两次后得到图③, 再在图③中挖去一个如图所示的三角形小孔, 则重新展开后得到的图形是 ()



- A. B. C. D.

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

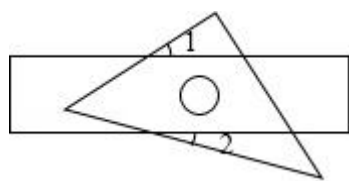
- A. $2a^5 - 3a^5 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $a^7 \div a^5 = a^2$ D. $(a^2b)^3 = a^5b^3$

5. (3 分) 我市连续 7 天的最高气温为: 28° , 27° , 30° , 33° , 30° , 30° , 32° , 这组数据的平均数和众数分别是 ()

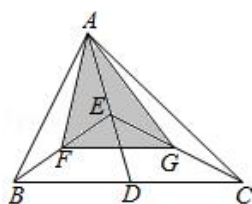
- A. 28° , 30° B. 30° , 28° C. 31° , 30° D. 30° , 30°

6. (3 分) 把一块等腰直角三角尺和直尺如图放置, 如果 $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

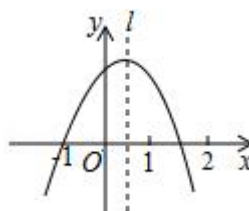
- A. 45° B. 30° C. 20° D. 15°



第 6 题图



第 10 题图



第 11 题图

7. (3 分) 不等式 $6 - 4x \geq 3x - 8$ 的非负整数解为 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

8. (3 分) 已知圆锥的底面积为 $9\pi \text{ cm}^2$, 母线长为 6cm, 则圆锥的侧面积是 ()

- A. $18\pi \text{ cm}^2$ B. $27\pi \text{ cm}^2$ C. 18 cm^2 D. 27 cm^2

9. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围为

()

- A. $m \leq \frac{9}{4}$ B. $m < \frac{9}{4}$ C. $m \leq \frac{4}{9}$ D. $m < \frac{4}{9}$

10. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 的面积是 12, 点 D, E, F, G 分别是 BC, AD, BE, CE 的中点, 则 $\triangle AFG$ 的面积是 ()

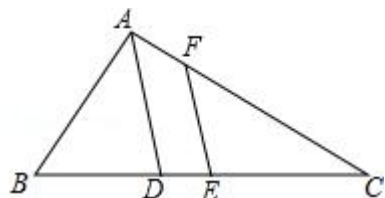
- A. 4.5 B. 5 C. 5.5 D. 6

11. (3分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(-1, 0)$, 对称轴 l 如图所示, 则下列结论:

① $abc > 0$; ② $a - b + c = 0$; ③ $2a + c < 0$; ④ $a + b < 0$, 其中所有正确的结论是 ()

- A. ①③ B. ②③ C. ②④ D. ②③④

12. (3分) 如图, $\triangle ABC$ 中, E 是 BC 中点, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, $EF \parallel AD$ 交 AC 于 F. 若 $AB = 11$, $AC = 15$, 则 FC 的长为 ()



- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

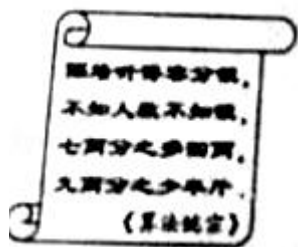
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

13. (4分) 计算: $\sqrt{8} + \sqrt{2} =$ _____.

14. (4分) 一个正多边形的一个外角为 30° , 则它的内角和为_____.

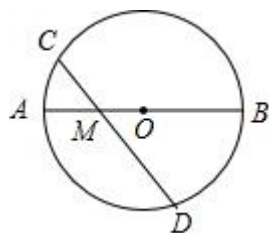
15. (4分) 按一定规律排列的一列数依次为: $\frac{2}{3}, 1, \frac{8}{7}, \frac{11}{9}, \frac{14}{11}, \frac{17}{13}, \dots$, 按此规律, 这列数中的第 100 个数是_____.

16. (4分) 明代数学家程大位的《算法统宗》中有这样一个问题 (如图), 其大意为: 有一群人分银子, 如果每人分七两, 则剩余四两; 如果每人分九两, 则还差八两, 请问: 所分的银子共有_____两. (注: 明代时 1 斤 = 16 两, 故有“半斤八两”这个成语)

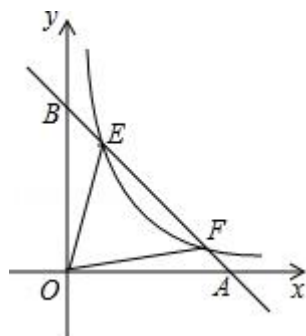


17. (4分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 4$, 点 M 是 OA 的中点, 过点 M 的直线与 $\odot O$ 交

于 C, D 两点. 若 $\angle CMA=45^\circ$, 则弦 CD 的长为_____.



18. (4分) 如图, 点 E, F 在函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上, 直线 EF 分别与 x 轴、y 轴交于点 A、B, 且 BE: BF=1: 3, 则 $\triangle EOF$ 的面积是_____.



三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 90 分)

19. (6分) 计算: $1-2\sqrt{3}+(4-\pi)^0-\sqrt{12}+(-1)^{-2017}$.

20. (8分) 化简分式: $(\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}-\frac{3}{x-2})\div\frac{x-3}{x^2-4}$, 并从 1, 2, 3, 4 这四个数中取一个合适的数作为 x 的值代入求值.

21. (8分) 学校召集留守儿童过端午节, 桌上摆有甲、乙两盘粽子, 每盘中盛有白粽 2 个, 豆沙粽 1 个, 肉粽 1 个 (粽子外观完全一样).

(1) 小明从甲盘中任取一个粽子, 取到豆沙粽的概率是_____;

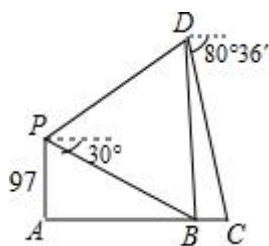
(2) 小明在甲盘和乙盘中先后各取了一个粽子, 请用树状图或列表法求小明恰好取到两个白粽子的概率.

22. (10分) 乌江高铁大桥是高铁渝黔线的一项重要工程, 由主桥 AB 和引桥 BC 两部分组成 (如图所示), 建造前工程师用以下方式做了测量: 无人机在 A 处正上方 97m 处的 P 点, 测得 B 处的俯角为 30° (当时 C 处被小山体阻挡无法观测), 无人机飞行到 B 处正上方的 D 处时能看到 C 处, 此时测得 C 处俯角为 $80^\circ 36'$.

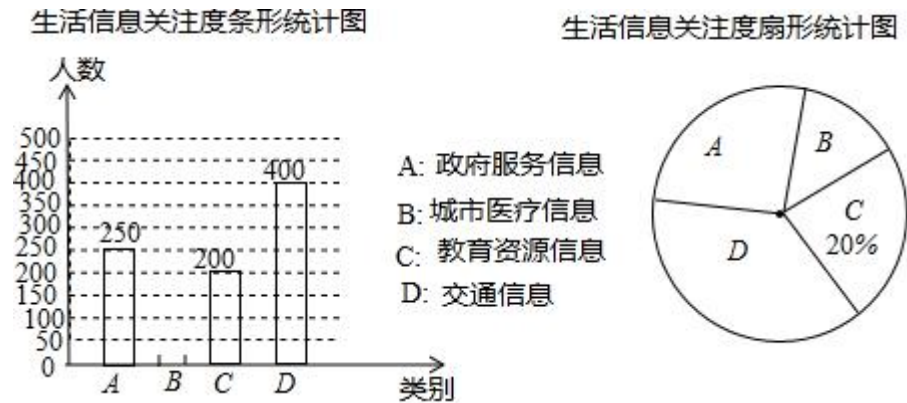
(1) 求主桥 AB 的长度;

(2) 若两观察点 P、D 的连线与水平方向的夹角为 30° , 求引桥 BC 的长.

(长度均精确到 1m, 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sin 80^\circ 36' \approx 0.987$, $\cos 80^\circ 36' \approx 0.163$, $\tan 80^\circ 36' \approx 6.06$)



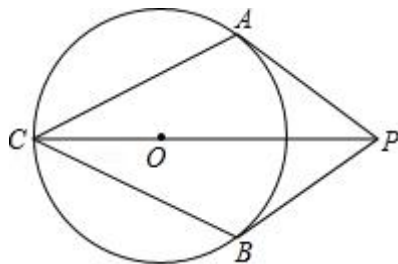
23. (10 分) 贵州省是我国首个大数据综合试验区, 大数据在推动经济发展、改善公共服务等方面日益显示出巨大的价值, 为创建大数据应用示范城市, 我市某机构针对市民最关心的四类生活信息进行了民意调查 (被调查者每人限选一项), 下面是部分四类生活信息关注度统计图表, 请根据图中提供的信息解答下列问题:



- (1) 本次参与调查的人数有_____人;
- (2) 关注城市医疗信息的有_____人, 并补全条形统计图;
- (3) 扇形统计图中, D 部分的圆心角是_____度;
- (4) 说一条你从统计图中获取的信息.

24. (10 分) 如图, PA、PB 是 $\odot O$ 的切线, A、B 为切点, $\angle APB=60^\circ$, 连接 PO 并延长与 $\odot O$ 交于 C 点, 连接 AC, BC.

- (1) 求证: 四边形 ACBP 是菱形;
- (2) 若 $\odot O$ 半径为 1, 求菱形 ACBP 的面积.



25. (12 分) 为厉行节能减排, 倡导绿色出行, 今年 3 月以来, “共享单车” (俗称“小黄车”) 公益活动登陆我市中心城区, 某公司拟在甲、乙两个街道社区投放一批“小黄车”, 这批自行车包括 A、B 两种不同款型, 请回答下列问题:

问题 1: 单价

该公司早期在甲街区进行了试点投放, 共投放 A、B 两型自行车各 50 辆, 投放成本共计 7500 元, 其中 B 型车的成本单价比 A 型车高 10 元, A、B 两型自行车的单价各是多少?

问题 2: 投放方式

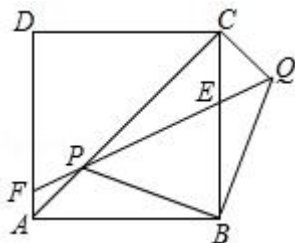
该公司决定采取如下投放方式: 甲街区每 1000 人投放 a 辆“小黄车”, 乙街区每 1000 人投放 $\frac{8a+240}{a}$ 辆“小黄车”, 按照这种投放方式, 甲街区共投放 1500 辆, 乙街区共投放 1200 辆, 如果两个街区共有 15 万人, 试求 a 的值.

26. (12 分) 边长为 $2\sqrt{2}$ 的正方形 ABCD 中, P 是对角线 AC 上的一个动点 (点 P 与 A、C 不重合), 连接 BP, 将 BP 绕点 B 顺时针旋转 90° 到 BQ, 连接 QP, QP 与 BC 交于点 E, QP 延长线与 AD (或 AD 延长线) 交于点 F.

(1) 连接 CQ, 证明: $CQ=AP$;

(2) 设 $AP=x$, $CE=y$, 试写出 y 关于 x 的函数关系式, 并求当 x 为何值时, $CE=\frac{3}{8}BC$;

(3) 猜想 PF 与 EQ 的数量关系, 并证明你的结论.



27. (14 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx-a-b$ ($a<0$, a 、 b 为常数) 与 x 轴交于 A 、 C 两点, 与 y 轴交于 B 点, 直线 AB 的函数关系式为 $y=\frac{8}{9}x+\frac{16}{3}$.

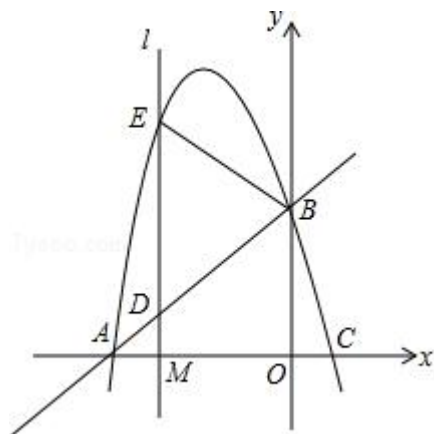
(1) 求该抛物线的函数关系式与 C 点坐标;

(2) 已知点 $M(m, 0)$ 是线段 OA 上的一个动点, 过点 M 作 x 轴的垂线 l 分别与直线 AB 和抛物线交于 D 、 E 两点, 当 m 为何值时, $\triangle BDE$ 恰好是以 DE 为底边的等腰三角形?

(3) 在 (2) 问条件下, 当 $\triangle BDE$ 恰好是以 DE 为底边的等腰三角形时, 动点 M 相应位置记为点 M' , 将 OM' 绕原点 O 顺时针旋转得到 ON (旋转角在 0° 到 90° 之间);

i: 探究: 线段 OB 上是否存在定点 P (P 不与 O 、 B 重合), 无论 ON 如何旋转, $\frac{NP}{NB}$ 始终保持不变, 若存在, 试求出 P 点坐标; 若不存在, 请说明理由;

ii: 试求出此旋转过程中, $(NA+\frac{3}{4}NB)$ 的最小值.



2017 年贵州省遵义市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) (2017•遵义) -3 的相反数是 ()

- A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

【分析】依据相反数的定义解答即可.

【解答】解: -3 的相反数是 3 .

故选: B.

【点评】本题主要考查的是相反数的定义, 掌握相反数的定义是解题的关键.

2. (3 分) (2017•遵义) 2017 年遵义市固定资产投资计划为 2580 亿元, 将 2580 亿元用科学记数法表示为 ()

- A. 2.58×10^{11} B. 2.58×10^{12} C. 2.58×10^{13} D. 2.58×10^{14}

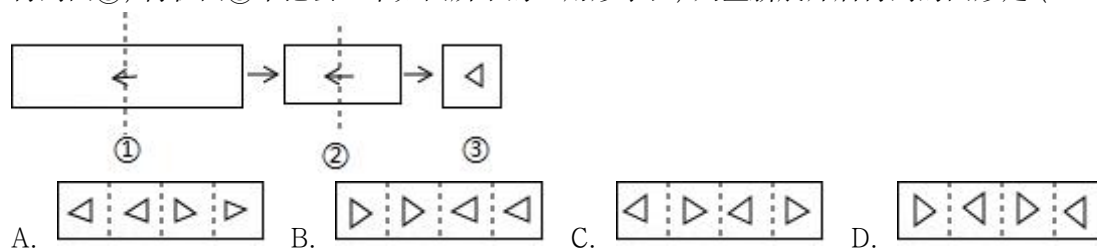
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 2580 亿用科学记数法表示为: 2.58×10^{11} .

故选: A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2017•遵义) 把一张长方形纸片按如图①, 图②的方式从右向左连续对折两次后得到图③, 再在图③中挖去一个如图所示的三角形小孔, 则重新展开后得到的图形是 ()



【分析】解答该类剪纸问题, 通过自己动手操作即可得出答案.

【解答】解: 重新展开后得到的图形是 C,

故选 C.

【点评】本题主要考查了剪纸问题, 培养学生的动手能力及空间想象能力. 对于此类问题, 学生只要亲自动手操作, 答案就会很直观地呈现.

4. (3 分) (2017•遵义) 下列运算正确的是 ()

- A. $2a^5 - 3a^5 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $a^7 \div a^5 = a^2$ D. $(a^2b)^3 = a^5b^3$

【分析】根据合并同类项、同底数幂的乘法以及幂的乘方与积的乘方的计算法则进行解答.

【解答】解: A、原式 $= -a^5$, 故本选项错误;

B、原式 $= a^5$, 故本选项错误;

C、原式 $= a^2$, 故本选项正确;

D、原式= a^6b^3 ，故本选项错误；

故选：C.

【点评】本题综合考查了合并同类项、同底数幂的乘除法以及幂的乘方与积的乘方，属于基础题.

5. (3分) (2017•遵义) 我市连续7天的最高气温为： 28° ， 27° ， 30° ， 33° ， 30° ， 30° ， 32° ，这组数据的平均数和众数分别是（ ）

A. 28° ， 30° B. 30° ， 28° C. 31° ， 30° D. 30° ， 30°

【分析】根据平均数和众数的定义及计算公式分别进行解答，即可求出答案.

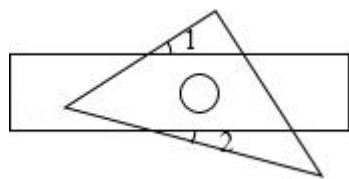
【解答】解：数据 28° ， 27° ， 30° ， 33° ， 30° ， 30° ， 32° 的平均数是 $(28+27+30+33+30+30+32) \div 7=30$ ，

30 出现了 3 次，出现的次数最多，则众数是 30 ；

故选 D.

【点评】此题考查了平均数和众数，平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数，众数是一组数据中出现次数最多的数，难度不大.

6. (3分) (2017•遵义) 把一块等腰直角三角尺和直尺如图放置，如果 $\angle 1=30^{\circ}$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



A. 45° B. 30° C. 20° D. 15°

【分析】先根据平行线的性质，可得 $\angle 4$ 的度数，再根据三角形外角性质，即可得到 $\angle 2$ 的度数.

【解答】解： $\because \angle 1=30^{\circ}$ ，

$\therefore \angle 3=90^{\circ}-30^{\circ}=60^{\circ}$ ，

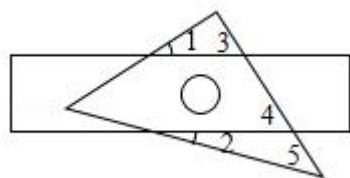
$\because$ 直尺的对边平行，

$\therefore \angle 4=\angle 3=60^{\circ}$ ，

又 $\because \angle 4=\angle 2+\angle 5$ ， $\angle 5=45^{\circ}$ ，

$\therefore \angle 2=60^{\circ}-45^{\circ}=15^{\circ}$ ，

故选：D.



【点评】本题主要考查了平行线的性质以及三角形外角性质的运用，解题时注意：两直线平行，同位角相等.

7. (3分) (2017•遵义) 不等式 $6-4x \geq 3x-8$ 的非负整数解为（ ）

A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

【分析】首先利用不等式的基本性质解不等式，再从不等式的解集中找出适合条件的非负整

数即可.

【解答】解: 移项得, $-4x - 3x \geq -8 - 6$,

合并同类项得, $-7x \geq -14$,

系数化为 1 得, $x \leq 2$.

故其非负整数解为: 0, 1, 2, 共 3 个.

故选 B.

【点评】本题考查了一元一次不等式的整数解, 正确解不等式, 求出解集是解答本题的关键. 解不等式应根据不等式的基本性质.

8. (3 分) (2017•遵义) 已知圆锥的底面积为 $9\pi \text{ cm}^2$, 母线长为 6cm, 则圆锥的侧面积是 ()

A. $18\pi \text{ cm}^2$ B. $27\pi \text{ cm}^2$ C. 18 cm^2 D. 27 cm^2

【分析】首先根据圆锥的底面积求得圆锥的底面半径, 然后代入公式求得圆锥的侧面积即可.

【解答】解: $\because$ 圆锥的底面积为 $9\pi \text{ cm}^2$,

$\therefore$ 圆锥的底面半径为 3,

$\because$ 母线长为 6cm,

$\therefore$ 侧面积为 $3 \times 6\pi = 18\pi \text{ cm}^2$,

故选 A;

【点评】本题考查了圆锥的计算, 解题的关键是了解圆锥的侧面积的计算方法, 难度不大.

9. (3 分) (2017•遵义) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围为 ()

A. $m \leq \frac{9}{4}$ B. $m < \frac{9}{4}$ C. $m \leq \frac{4}{9}$ D. $m < \frac{4}{9}$

【分析】利用判别式的意义得到 $\Delta = 3^2 - 4m > 0$, 然后解不等式即可.

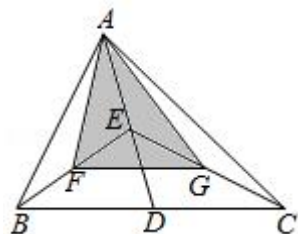
【解答】解: 根据题意得 $\Delta = 3^2 - 4m > 0$,

解得 $m < \frac{9}{4}$.

故选 B.

【点评】本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

10. (3 分) (2017•遵义) 如图, $\triangle ABC$ 的面积是 12, 点 D, E, F, G 分别是 BC, AD, BE, CE 的中点, 则 $\triangle AFG$ 的面积是 ()



A. 4.5 B. 5 C. 5.5 D. 6

【分析】根据中线的性质, 可得 $\triangle AEF$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times \triangle ABE$ 的面积 $= \frac{1}{4} \times \triangle ABD$ 的面积 $= \frac{1}{8} \times$

$\triangle ABC$ 的面积 $= \frac{3}{2}$, $\triangle AEG$ 的面积 $= \frac{3}{2}$, 根据三角形中位线的性质可得 $\triangle EFG$ 的面积 $= \frac{1}{4} \times \triangle BCE$ 的面积 $= \frac{3}{2}$, 进而得到 $\triangle AFG$ 的面积.

【解答】 解: $\because$ 点 D, E, F, G 分别是 BC, AD, BE, CE 的中点,
 $\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, BE 是 $\triangle ABD$ 的中线, CF 是 $\triangle ACD$ 的中线, AF 是 $\triangle ABE$ 的中线,
 AG 是 $\triangle ACE$ 的中线,

$\therefore \triangle AEF$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times \triangle ABE$ 的面积 $= \frac{1}{4} \times \triangle ABD$ 的面积 $= \frac{1}{8} \times \triangle ABC$ 的面积 $= \frac{3}{2}$,

同理可得 $\triangle AEG$ 的面积 $= \frac{3}{2}$,

$\triangle BCE$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times \triangle ABC$ 的面积 $= 6$,

又 $\because FG$ 是 $\triangle BCE$ 的中位线,

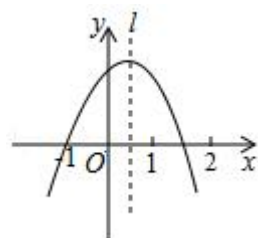
$\therefore \triangle EFG$ 的面积 $= \frac{1}{4} \times \triangle BCE$ 的面积 $= \frac{3}{2}$,

$\therefore \triangle AFG$ 的面积 $= \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2}$,

故选: A.

【点评】 本题主要考查了三角形的面积, 解决问题的关键是掌握: 三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分.

11. (3分) (2017•遵义) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $(-1, 0)$, 对称轴 l 如图所示, 则下列结论: ① $abc > 0$; ② $a - b + c = 0$; ③ $2a + c < 0$; ④ $a + b < 0$, 其中所有正确的结论是 ()



A. ①③ B. ②③ C. ②④ D. ②③④

【分析】 ①根据开口向下得出 $a < 0$, 根据对称轴在 y 轴右侧, 得出 $b > 0$, 根据图象与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上, 得出 $c > 0$, 从而得出 $abc < 0$, 进而判断①错误;

②由抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $(-1, 0)$, 即可判断②正确;

③由图可知, $x=2$ 时, $y < 0$, 即 $4a+2b+c < 0$, 把 $b=a+c$ 代入即可判断③正确;

④由图可知, $x=2$ 时, $y < 0$, 即 $4a+2b+c < 0$, 把 $c=b-a$ 代入即可判断④正确.

【解答】 解: ① $\because$ 二次函数图象的开口向下,

$\therefore a < 0$,

$\because$ 二次函数图象的对称轴在 y 轴右侧,

$\therefore -\frac{b}{2a} > 0$,

$\therefore b > 0$,

$\because$ 二次函数的图象与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上,

$\therefore c > 0$,

$\therefore abc < 0$, 故①错误;

② $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $(-1, 0)$,

$\therefore a - b + c = 0$, 故②正确;

③ $\because a - b + c = 0$, $\therefore b = a + c$.

由图可知, $x = 2$ 时, $y < 0$, 即 $4a + 2b + c < 0$,

$\therefore 4a + 2(a + c) + c < 0$,

$\therefore 6a + 3c < 0$, $\therefore 2a + c < 0$, 故③正确;

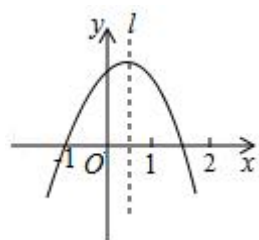
④ $\because a - b + c = 0$, $\therefore c = b - a$.

由图可知, $x = 2$ 时, $y < 0$, 即 $4a + 2b + c < 0$,

$\therefore 4a + 2b + b - a < 0$,

$\therefore 3a + 3b < 0$, $\therefore a + b < 0$, 故④正确.

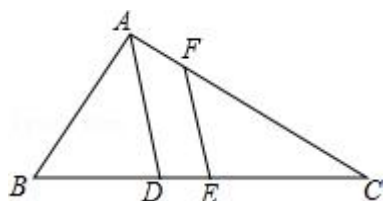
故选 D.



【点评】 本题考查了二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的性质:

①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小. 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; $|a|$ 还可以决定开口大小, $|a|$ 越大开口就越小. ②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置. 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异) ③常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点. 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$. ④抛物线与 x 轴交点个数. $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

12. (3 分) (2017·遵义) 如图, $\triangle ABC$ 中, E 是 BC 中点, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, $EF \parallel AD$ 交 AC 于 F . 若 $AB = 11$, $AC = 15$, 则 FC 的长为 ()



A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

【分析】 (方法一) 根据角平分线的性质即可得出 $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{11}{15}$, 结合 E 是 BC 中点, 即可得出 $\frac{CE}{CD} = \frac{13}{15}$, 由 $EF \parallel AD$ 即可得出 $\frac{CF}{CA} = \frac{CE}{CD} = \frac{13}{15}$, 进而可得出 $CF = \frac{13}{15}CA = 13$, 此题得解.

(方法二) 过点 B 作 $BM \parallel AD$ 交 CA 的延长线于点 M , 则 $\triangle ABM$ 为等腰三角形 ($AM = AB$), 由点 E 为线段 BC 的中点可得出 EF 为 $\triangle CBM$ 的中位线, 进而可得出 $FC = \frac{1}{2}CM$, 代入 $CM = CA + AM = CA + AB$ 即可得出结论.

【解答】 解: (方法一) $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $AB = 11$, $AC = 15$,

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{11}{15}.$$

$\therefore E$ 是 BC 中点,

$$\therefore \frac{CE}{CD} = \frac{\frac{11+15}{2}}{15} = \frac{13}{15}.$$

$\therefore EF \parallel AD$,

$$\therefore \frac{CF}{CA} = \frac{CE}{CD} = \frac{13}{15},$$

$$\therefore CF = \frac{13}{15}CA = 13.$$

(方法二) 过点 B 作 $BM \parallel AD$ 交 CA 的延长线于点 M , 如图所示.

$\therefore BM \parallel AD$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$\therefore \angle M = \angle CAD = \angle BAD = \angle ABM$,

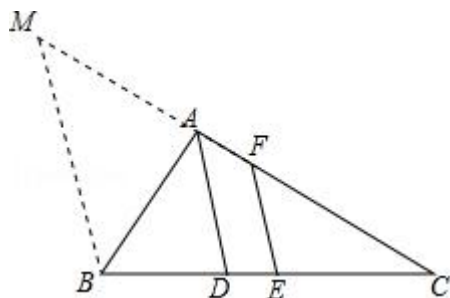
$\therefore AM = AB$.

$\therefore E$ 是 BC 中点, $BM \parallel AD$,

$\therefore EF$ 为 $\triangle CBM$ 的中位线,

$$\therefore FC = \frac{1}{2}CM = \frac{1}{2}(CA + AM) = \frac{1}{2}(15 + 11) = 13.$$

故选 C.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质、角平分线的性质、线段的中点以及平行线的性质, 根据角平分线的性质结合线段的中点, 找出 $\frac{CE}{CD} = \frac{13}{15}$ 是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

13. (4 分) (2017•遵义) 计算: $\sqrt{8} + \sqrt{2} = \underline{3\sqrt{2}}$.

【分析】 先进行二次根式的化简, 然后合并.

【解答】 解: $\sqrt{8} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2}$
 $= 3\sqrt{2}$.

故答案为: $3\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查了二次根式的加减法, 解答本题的关键是掌握二次根式的化简与合并.

14. (4 分) (2017•遵义) 一个正多边形的一个外角为 30° , 则它的内角和为 $\underline{1800^\circ}$.

【分析】 先利用多边形的外角和等于 360 度计算出多边形的边数, 然后根据多边形的内角和公式计算.

【解答】解：这个正多边形的边数为 $\frac{360^\circ}{30^\circ}=12$,

所以这个正多边形的内角和为 $(12-2) \times 180^\circ=1800^\circ$.

故答案为 1800° .

【点评】本题考查了多边形内角与外角：多边形内角和定理为 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$) 且 n 为整数)；多边形的外角和等于 360° 度.

15. (4分) (2017•遵义) 按一定规律排列的一列数依次为: $\frac{2}{3}, 1, \frac{8}{7}, \frac{11}{9}, \frac{14}{11}, \frac{17}{13}, \dots$,

按此规律, 这列数中的第 100 个数是 $\frac{299}{201}$.

【分析】根据按一定规律排列的一列数依次为: $\frac{2}{3}, \frac{5}{5}, \frac{8}{7}, \frac{11}{9}, \frac{14}{11}, \frac{17}{13}, \dots$, 可得第 n 个数为 $\frac{3n-1}{2n+1}$, 据此可得第 100 个数.

【解答】解: 按一定规律排列的一列数依次为: $\frac{2}{3}, \frac{5}{5}, \frac{8}{7}, \frac{11}{9}, \frac{14}{11}, \frac{17}{13}, \dots$,

按此规律, 第 n 个数为 $\frac{3n-1}{2n+1}$,

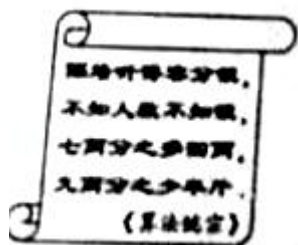
$\therefore$ 当 $n=100$ 时, $\frac{3n-1}{2n+1} = \frac{299}{201}$,

即这列数中的第 100 个数是 $\frac{299}{201}$,

故答案为: $\frac{299}{201}$.

【点评】本题考查了数字变化类问题, 解决问题的关键是找出变化规律, 认真观察、仔细思考, 善用联想是解决这类问题的方法.

16. (4分) (2017•遵义) 明代数学家程大位的《算法统宗》中有这样一个问题 (如图), 其大意为: 有一群人分银子, 如果每人分七两, 则剩余四两; 如果每人分九两, 则还差八两, 请问: 所分的银子共有 46 两. (注: 明代时 1 斤=16 两, 故有“半斤八两”这个成语)



【分析】可设有 x 人, 根据有一群人分银子, 如果每人分七两, 则剩余四两; 如果每人分九两, 则还差八两, 根据所分的银子的总两数相等可列出方程, 求解即可.

【解答】解: 设有 x 人, 依题意有

$$7x+4=9x-8,$$

解得 $x=6$,

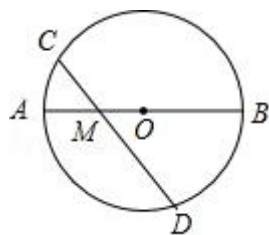
$$7x+4=42+4=46.$$

答：所分的银子共有 46 两.

故答案为：46.

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目中所分的银子的总两数相等的等量关系列出方程，再求解.

17. (4 分) (2017•遵义) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AB=4，点 M 是 OA 的中点，过点 M 的直线与 $\odot O$ 交于 C，D 两点. 若 $\angle CMA=45^\circ$ ，则弦 CD 的长为 $\sqrt{14}$.



【分析】连接 OD，作 $OE \perp CD$ 于 E，由垂径定理得出 $CE=DE$ ，证明 $\triangle OEM$ 是等腰直角三角形，由勾股定理得出 $OE=\frac{\sqrt{2}}{2}OM=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，在 $Rt\triangle ODE$ 中，由勾股定理求出 $DE=\frac{\sqrt{14}}{2}$ ，得出 $CD=2DE=\sqrt{14}$ 即可.

【解答】解：连接 OD，作 $OE \perp CD$ 于 E，如图所示：

则 $CE=DE$ ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， $AB=4$ ，点 M 是 OA 的中点，

$\therefore OD=OA=2$ ， $OM=1$ ，

$\because \angle OME=\angle CMA=45^\circ$ ，

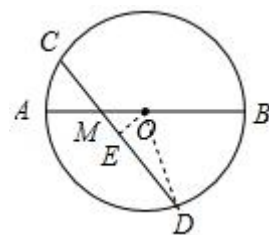
$\therefore \triangle OEM$ 是等腰直角三角形，

$\therefore OE=\frac{\sqrt{2}}{2}OM=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

在 $Rt\triangle ODE$ 中，由勾股定理得： $DE=\sqrt{2^2-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{\sqrt{14}}{2}$ ，

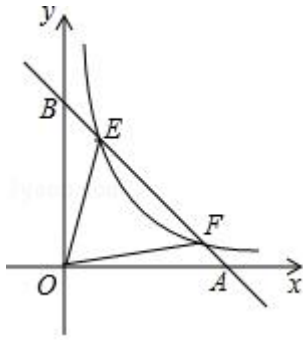
$\therefore CD=2DE=\sqrt{14}$ ；

故答案为： $\sqrt{14}$.



【点评】本题考查了垂径定理、勾股定理、等腰直角三角形的判定与性质；熟练掌握垂径定理，由勾股定理求出 DE 是解决问题的关键.

18. (4 分) (2017•遵义) 如图，点 E，F 在函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上，直线 EF 分别与 x 轴、y 轴交于点 A、B，且 $BE:BF=1:3$ ，则 $\triangle EOF$ 的面积是 $\frac{8}{3}$.



【分析】证明 $\triangle BPE \sim \triangle BHF$ ，利用相似比可得 $HF=4PE$ ，根据反比例函数图象上点的坐标特征，设E点坐标为 $(t, \frac{2}{t})$ ，则F点的坐标为 $(3t, \frac{2}{3t})$ ，由于 $S_{\triangle OEF} + S_{\triangle OFD} = S_{\triangle OEC} + S_{\text{梯形ECDF}}$ ， $S_{\triangle OFD} = S_{\triangle OEC} = 1$ ，所以 $S_{\triangle OEF} = S_{\text{梯形ECDF}}$ ，然后根据梯形面积公式计算即可。

【解答】解：作 $EP \perp y$ 轴于P， $EC \perp x$ 轴于C， $FD \perp x$ 轴于D， $FH \perp y$ 轴于H，如图所示：

$\because EP \perp y$ 轴， $FH \perp y$ 轴，

$\therefore EP \parallel FH$ ，

$\therefore \triangle BPE \sim \triangle BHF$ ，

$\therefore \frac{PE}{HF} = \frac{BE}{BF} = \frac{1}{3}$ ，即 $HF=3PE$ ，

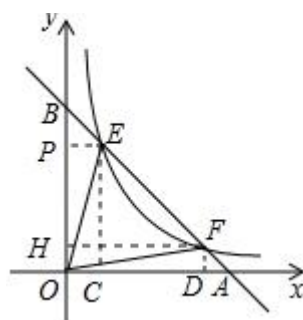
设E点坐标为 $(t, \frac{2}{t})$ ，则F点的坐标为 $(3t, \frac{2}{3t})$ ，

$\therefore S_{\triangle OEF} + S_{\triangle OFD} = S_{\triangle OEC} + S_{\text{梯形ECDF}}$ ，

而 $S_{\triangle OFD} = S_{\triangle OEC} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ ，

$\therefore S_{\triangle OEF} = S_{\text{梯形ECDF}} = \frac{1}{2} (\frac{2}{3t} + \frac{2}{t}) (3t - t) = \frac{8}{3}$ ；

故答案为： $\frac{8}{3}$ 。



【点评】本题考查了反比例函数的几何意义、相似三角形的判定与性质；掌握反比例函数图象上点的坐标特征、反比例函数的比例系数的几何意义，证明三角形相似是解决问题的关键。

三、解答题（本大题共9小题，共90分）

19. (6分) (2017•遵义) 计算： $|-2\sqrt{3}| + (4 - \pi)^0 - \sqrt{12} + (-1)^{-2017}$ 。

【分析】首先计算乘方、开方，然后从左向右依次计算，求出算式的值是多少即可。

【解答】解： $|-2\sqrt{3}| + (4 - \pi)^0 - \sqrt{12} + (-1)^{-2017}$
 $= 2\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} - 1$

=0

【点评】此题主要考查了实数的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

20. (8分) (2017•遵义) 化简分式: $(\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4} - \frac{3}{x-2}) \div \frac{x-3}{x^2-4}$, 并从 1, 2, 3, 4 这四个数中取一个合适的数作为 x 的值代入求值.

【分析】利用分式的运算，先对分式化简单，再选择使分式有意义的数代入求值即可.

【解答】解:

$$\begin{aligned}& (\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4} - \frac{3}{x-2}) \div \frac{x-3}{x^2-4} \\&= (\frac{x(x-2)}{(x-2)^2} - \frac{3}{x-2}) \div \frac{x-3}{x^2-4} \\&= (\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x-2}) \div \frac{x-3}{x^2-4} \\&= \frac{x-3}{x-2} \times \frac{(x+2)(x-2)}{x-3} \\&= x+2,\end{aligned}$$

$$\because x^2-4 \neq 0, x-3 \neq 0,$$

$$\therefore x \neq 2 \text{ 且 } x \neq -2 \text{ 且 } x \neq 3,$$

$$\therefore \text{可取 } x=1 \text{ 代入, 原式}=3.$$

【点评】本题主要考查分式的化简求值，熟悉掌握分式的运算法则是解题的关键，注意分式有意义的条件.

21. (8分) (2017•遵义) 学校召集留守儿童过端午节，桌上摆有甲、乙两盘粽子，每盘中盛有白粽 2 个，豆沙粽 1 个，肉粽 1 个 (粽子外观完全一样).

(1) 小明从甲盘中任取一个粽子，取到豆沙粽的概率是 $\frac{1}{4}$;

(2) 小明在甲盘和乙盘中先后各取了一个粽子，请用树状图或列表法求小明恰好取到两个白粽子的概率.

【分析】(1) 由甲盘中一共有 4 个粽子，其中豆沙粽子只有 1 个，根据概率公式求解可得;

(2) 根据题意画出树状图，由树状图得出一共有 16 种等可能结果，其中恰好取到两个白粽子有 4 种结果，根据概率公式求解可得.

【解答】解: (1) $\because$ 甲盘中一共有 4 个粽子，其中豆沙粽子只有 1 个，

$\therefore$ 小明从甲盘中任取一个粽子，取到豆沙粽的概率是 $\frac{1}{4}$,

故答案为: $\frac{1}{4}$;

(2) 画树状图如下:



由树状图可知，一共有 16 种等可能结果，其中恰好取到两个白粽子有 4 种结果，

$\therefore$ 小明恰好取到两个白粽子的概率为 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

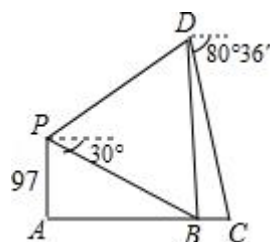
【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 注意列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

22. (10 分) (2017•遵义) 乌江高铁大桥是快铁渝黔线的一项重要工程，由主桥 AB 和引桥 BC 两部分组成 (如图所示)，建造前工程师用以下方式做了测量：无人机在 A 处正上方 97m 处的 P 点，测得 B 处的俯角为 30° (当时 C 处被小山体阻挡无法观测)，无人机飞行到 B 处正上方的 D 处时能看到 C 处，此时测得 C 处俯角为 $80^\circ 36'$.

(1) 求主桥 AB 的长度；

(2) 若两观察点 P、D 的连线与水平方向的夹角为 30° ，求引桥 BC 的长.

(长度均精确到 1m, 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sin 80^\circ 36' \approx 0.987$, $\cos 80^\circ 36' \approx 0.163$, $\tan 80^\circ 36' \approx 6.06$)



【分析】 (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中，由 $AB = \frac{AP}{\tan \angle ABP}$ 可得答案；

(2) 由 $\angle ABP = 30^\circ$ 、 $AP = 97$ 知 $PB = 2PA = 194$ ，再证 $\triangle PBD$ 是等边三角形得 $DB = PB = 194\text{m}$ ，根据 $BC = \frac{DB}{\tan \angle C}$ 可得答案.

【解答】 解：(1) 由题意知 $\angle ABP = 30^\circ$ 、 $AP = 97$ ，

$$\therefore AB = \frac{AP}{\tan \angle ABP} = \frac{97}{\tan 30^\circ} = \frac{97}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 97\sqrt{3} \approx 168\text{m},$$

答：主桥 AB 的长度约为 168m；

(2) $\because \angle ABP = 30^\circ$ 、 $AP = 97$ ，

$$\therefore PB = 2PA = 194,$$

又 $\because \angle DBC = \angle DBA = 90^\circ$ 、 $\angle PBA = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle DBP = \angle DPB = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle PBD$ 是等边三角形，

$$\therefore DB = PB = 194,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\because \angle C = 80^\circ 36'$ ，

$$\therefore BC = \frac{DB}{\tan \angle C} = \frac{194}{\tan 80^\circ 36'} \approx 32,$$

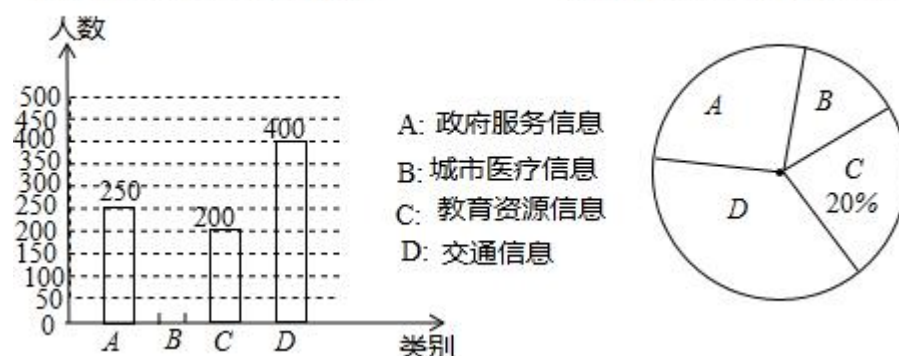
答：引桥 BC 的长约为 32m.

【点评】 本题主要考查解直角三角形的应用－仰角俯角问题，熟练掌握仰角俯角的定义和三角函数的定义是解题的关键.

23. (10 分) (2017•遵义) 贵州省是我国首个大数据综合试验区，大数据在推动经济发展、改善公共服务等方面日益显示出巨大的价值，为创建大数据应用示范城市，我市某机构针对市民最关心的四类生活信息进行了民意调查（被调查者每人限选一项），下面是部分四类生活信息关注度统计图表，请根据图中提供的信息解答下列问题：

生活信息关注度条形统计图

生活信息关注度扇形统计图



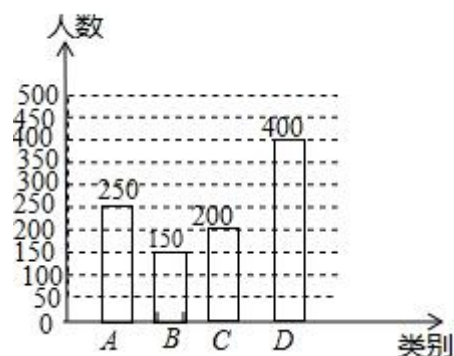
- (1) 本次参与调查的人数有 1000 人；
- (2) 关注城市医疗信息的有 150 人，并补全条形统计图；
- (3) 扇形统计图中，D 部分的圆心角是 144 度；
- (4) 说一条你从统计图中获取的信息.

【分析】 (1) 由 C 类别人数占总人数的 20% 即可得出答案；
 (2) 根据各类别人数之和等于总人数可得 B 类别的人数；
 (3) 用 360° 乘以 D 类别人数占总人数的比例可得答案；
 (4) 根据条形图或扇形图得出合理信息即可.

【解答】 解：(1) 本次参与调查的人数有 $200 \div 20\% = 1000$ (人)，
 故答案为：1000；

- (2) 关注城市医疗信息的有 $1000 - (250 + 200 + 400) = 150$ 人，补全条形统计图如下：

生活信息关注度条形统计图



故答案为：150；

(3) 扇形统计图中, D 部分的圆心角是 $360^{\circ} \times \frac{400}{1000} = 144^{\circ}$,

故答案为: 144;

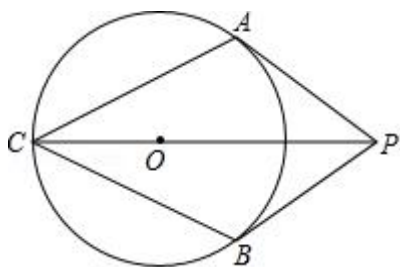
(4) 由条形统计图可知, 市民关注交通信息的人数最多.

【点评】 本题考查了条形统计图, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

24. (10 分) (2017•遵义) 如图, PA、PB 是 $\odot O$ 的切线, A、B 为切点, $\angle APB = 60^{\circ}$, 连接 PO 并延长与 $\odot O$ 交于 C 点, 连接 AC, BC.

(1) 求证: 四边形 ACBP 是菱形;

(2) 若 $\odot O$ 半径为 1, 求菱形 ACBP 的面积.



【分析】 (1) 连接 AO, BO, 根据 PA、PB 是 $\odot O$ 的切线, 得到 $\angle OAP = \angle OBP = 90^{\circ}$, $PA = PB$, $\angle APO = \angle BPO = \frac{1}{2} \angle APB = 30^{\circ}$, 由三角形的内角和得到 $\angle AOP = 60^{\circ}$, 根据三角形外角的性质得到 $\angle ACO = 30^{\circ}$, 得到 $AC = AP$, 同理 $BC = PB$, 于是得到结论;

(2) 连接 AB 交 PC 于 D, 根据菱形的性质得到 $AD \perp PC$, 解直角三角形即可得到结论.

【解答】 解: (1) 连接 AO, BO,

$\because$ PA、PB 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^{\circ}, PA = PB, \angle APO = \angle BPO = \frac{1}{2} \angle APB = 30^{\circ},$$

$$\therefore \angle AOP = 60^{\circ},$$

$$\therefore OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle OCA,$$

$$\therefore \angle AOP = \angle CAO + \angle ACO,$$

$$\therefore \angle ACO = 30^{\circ},$$

$$\therefore \angle ACO = \angle APO,$$

$$\therefore AC = AP,$$

同理 $BC = PB$,

$$\therefore AC = BC = BP = AP,$$

$\therefore$ 四边形 ACBP 是菱形;

(2) 连接 AB 交 PC 于 D,

$$\therefore AD \perp PC,$$

$$\therefore OA = 1, \angle AOP = 60^{\circ},$$

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{2} OA = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

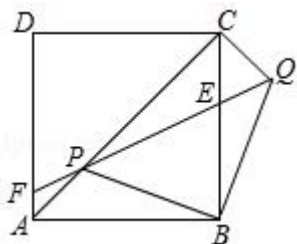
用题一定要审清题意，找相等关系是着眼点，要学会分析题意，提高理解能力.

26. (12分) (2017•遵义) 边长为 $2\sqrt{2}$ 的正方形 ABCD 中, P 是对角线 AC 上的一个动点 (点 P 与 A、C 不重合), 连接 BP, 将 BP 绕点 B 顺时针旋转 90° 到 BQ, 连接 QP, QP 与 BC 交于点 E, QP 延长线与 AD (或 AD 延长线) 交于点 F.

(1) 连接 CQ, 证明: $CQ=AP$;

(2) 设 $AP=x$, $CE=y$, 试写出 y 关于 x 的函数关系式, 并求当 x 为何值时, $CE=\frac{3}{8}BC$;

(3) 猜想 PF 与 EQ 的数量关系, 并证明你的结论.



【分析】(1) 证出 $\angle ABP=\angle CBQ$, 由 SAS 证明 $\triangle BAP\cong\triangle BCQ$ 可得结论;

(2) 如图 1 证明 $\triangle APB\sim\triangle CEP$, 列比例式可得 y 与 x 的关系式, 根据 $CE=\frac{3}{8}BC$ 计算 CE 的长, 即 y 的长, 代入关系式解方程可得 x 的值;

(3) 如图 3, 作辅助线, 构建全等三角形, 证明 $\triangle PGB\cong\triangle QEB$, 得 $EQ=PG$, 由 F、A、G、P 四点共圆,

得 $\angle FGP=\angle FAP=45^\circ$, 所以 $\triangle FPG$ 是等腰直角三角形, 可得结论.

如图 4, 当 F 在 AD 的延长线上时, 同理可得结论.

【解答】(1) 证明: 如图 1, $\because$ 线段 BP 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到线段 BQ,

$\therefore BP=BQ$, $\angle PBQ=90^\circ$.

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore BA=BC$, $\angle ABC=90^\circ$.

$\therefore \angle ABC=\angle PBQ$.

$\therefore \angle ABC-\angle PBC=\angle PBQ-\angle PBC$, 即 $\angle ABP=\angle CBQ$.

在 $\triangle BAP$ 和 $\triangle BCQ$ 中,

$$\therefore \begin{cases} BA=BC \\ \angle ABP=\angle CBQ, \\ BP=BQ \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAP\cong\triangle BCQ$ (SAS).

$\therefore CQ=AP$;

(2) 解: 如图 1, $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BAD=45^\circ$, $\angle BCA=\frac{1}{2}\angle BCD=45^\circ$,

$\therefore \angle APB+\angle ABP=180^\circ-45^\circ=135^\circ$,

$\therefore DC=AD=2\sqrt{2}$,

由勾股定理得: $AC=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4$,

$\therefore AP=x$,

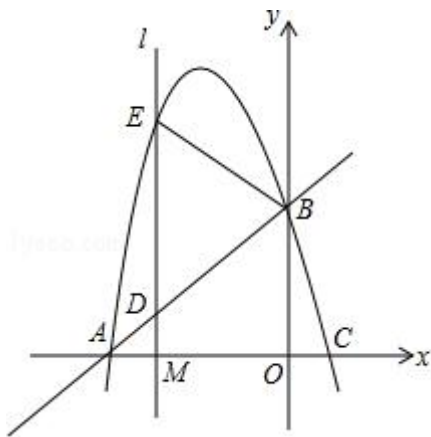
$$\begin{aligned}
&\therefore PC=4-x, \\
&\because \triangle PBQ \text{ 是等腰直角三角形}, \\
&\therefore \angle BPQ=45^\circ, \\
&\therefore \angle APB+\angle CPQ=180^\circ-45^\circ=135^\circ, \\
&\therefore \angle CPQ=\angle ABP, \\
&\because \angle BAC=\angle ACB=45^\circ, \\
&\therefore \triangle APB \sim \triangle CEP, \\
&\therefore \frac{AP}{CE}=\frac{AB}{CP}, \\
&\therefore \frac{x}{y}=\frac{2\sqrt{2}}{4-x}, \\
&\therefore y=\frac{1}{2\sqrt{2}}x(4-x)=-\frac{\sqrt{2}}{4}x^2+\sqrt{2}x \quad (0 < x < 4), \\
&\text{由 } CE=\frac{3}{8}BC=\frac{3}{8}\times 2\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}, \\
&\therefore y=-\frac{\sqrt{2}}{4}x^2+\sqrt{2}x=\frac{3\sqrt{2}}{4}, \\
&x^2-4x+3=0, \\
&(x-3)(x-1)=0, \\
&x=3 \text{ 或 } 1, \\
&\therefore \text{当 } x=3 \text{ 或 } 1 \text{ 时, } CE=\frac{3}{8}BC;
\end{aligned}$$

(3) 解: 结论: $PF=EQ$, 理由是:

如图 3, 当 F 在边 AD 上时, 过 P 作 $PG \perp FQ$, 交 AB 于 G , 则 $\angle GPF=90^\circ$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle BPQ=45^\circ, \\
&\therefore \angle GPB=45^\circ, \\
&\therefore \angle GPB=\angle PQB=45^\circ, \\
&\because PB=BQ, \quad \angle ABP=\angle CBQ, \\
&\therefore \triangle PGB \cong \triangle QEB, \\
&\therefore EQ=PG, \\
&\because \angle BAD=90^\circ, \\
&\therefore F、A、G、P \text{ 四点共圆}, \\
&\text{连接 } FG, \\
&\therefore \angle FGP=\angle FAP=45^\circ, \\
&\therefore \triangle FPG \text{ 是等腰直角三角形}, \\
&\therefore PF=PG, \\
&\therefore PF=EQ.
\end{aligned}$$

当 F 在 AD 的延长线上时, 如图 4, 同理可得: $PF=PG=EQ$.



【分析】(1) 根据已知条件得到 $B(0, \frac{16}{3})$, $A(-6, 0)$, 解方程组得到抛物线的函数关

系式为: $y = -\frac{8}{9}x^2 - \frac{40}{9}x + \frac{16}{3}$, 于是得到 $C(1, 0)$;

(2) 由点 $M(m, 0)$, 过点 M 作 x 轴的垂线 l 分别与直线 AB 和抛物线交于 D 、 E 两点, 得到 $D(m, \frac{8}{9}m + \frac{16}{3})$, 当 DE 为底时, 作 $BG \perp DE$ 于 G , 根据等腰三角形的性质得到 $EG = GD = \frac{1}{2}ED$, $GM = OB = \frac{16}{3}$, 列方程即可得到结论;

(3) i: 根据已知条件得到 $ON = OM' = 4$, $OB = \frac{16}{3}$, 由 $\angle NOP = \angle BON$, 特殊的当 $\triangle NOP \sim \triangle BON$ 时, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{OP}{ON} = \frac{NP}{NB} = \frac{ON}{OB} = \frac{3}{4}$, 于是得到结论;

ii: 根据题意得到 N 在以 O 为圆心, 4 为半径的半圆上, 由 (i) 知, $\frac{NP}{NB} = \frac{OP}{ON} = \frac{3}{4}$, 得到 $NP = \frac{3}{4}NB$, 于是得到 $(NA + \frac{3}{4}NB)$ 的最小值 $= NA + NP$, 此时 N , A , P 三点共线, 根据勾股定理得到结论.

【解答】解: (1) 在 $y = \frac{8}{9}x + \frac{16}{3}$ 中, 令 $x=0$, 则 $y = \frac{16}{3}$, 令 $y=0$, 则 $x = -6$,

$\therefore B(0, \frac{16}{3})$, $A(-6, 0)$,

把 $B(0, \frac{16}{3})$, $A(-6, 0)$ 代入 $y = ax^2 + bx - a - b$ 得 $\begin{cases} 36a - 6b - a - b = 0 \\ -a - b = \frac{16}{3} \end{cases}$,

$$\therefore \begin{cases} a = -\frac{8}{9} \\ b = -\frac{40}{9} \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的函数关系式为: $y = -\frac{8}{9}x^2 - \frac{40}{9}x + \frac{16}{3}$,

令 $y=0$, 则 $-\frac{8}{9}x^2 - \frac{40}{9}x + \frac{16}{3} = 0$,

$$\therefore x_1 = -6, x_2 = 1,$$

$$\therefore C(1, 0);$$

(2) $\because$ 点 $M(m, 0)$, 过点 M 作 x 轴的垂线 l 分别与直线 AB 和抛物线交于 D 、 E 两点,

$$\therefore D\left(m, \frac{8}{9}m + \frac{16}{3}\right), \text{ 当 } DE \text{ 为底时,}$$

$$\text{作 } BG \perp DE \text{ 于 } G, \text{ 则 } EG = GD = \frac{1}{2}ED, GM = OB = \frac{16}{3},$$

$$\therefore DM + DG = GM = OB,$$

$$\therefore \frac{8}{9}m + \frac{16}{3} + \frac{1}{2} \left(-\frac{8}{9}m^2 - \frac{40}{9}m + \frac{16}{3} - \frac{8}{9}m - \frac{16}{3} \right) = \frac{16}{3},$$

解得: $m_1 = -4, m_2 = 0$ (不合题意, 舍去),

$\therefore$ 当 $m = -4$ 时, $\triangle BDE$ 恰好是以 DE 为底边的等腰三角形;

(3) i: 存在,

$$\therefore ON = OM' = 4, OB = \frac{16}{3},$$

$$\therefore \angle NOP = \angle BON,$$

$$\therefore \text{当 } \triangle NOP \sim \triangle BON \text{ 时, } \frac{OP}{ON} = \frac{NP}{NB} = \frac{ON}{OB} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{NP}{NB} \text{ 不变,}$$

$$\text{即 } OP = \frac{3}{4}ON = \frac{3}{4} \times 4 = 3,$$

$$\therefore P(0, 3)$$

$$\text{ii: } \because N \text{ 在以 } O \text{ 为圆心, } 4 \text{ 为半径的半圆上, 由 (i) 知, } \frac{NP}{NB} = \frac{OP}{ON} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore NP = \frac{3}{4}NB,$$

$$\therefore (NA + \frac{3}{4}NB) \text{ 的最小值} = NA + NP,$$

$\therefore$ 此时 N, A, P 三点共线,

$$\therefore (NA + \frac{3}{4}NB) \text{ 的最小值} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}.$$

