

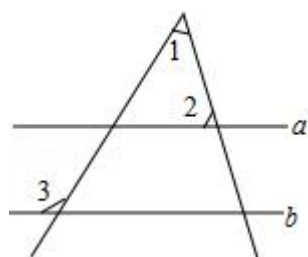
2016 年贵州省黔东南州中考数学试卷

一、选择题（每个小题 4 分，10 个小题共 40 分）

1.（4 分）-2 的相反数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2.（4 分）如图，直线 $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 55^\circ$ ，则 $\angle 3$ 等于（ ）

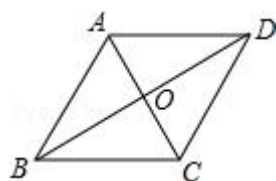


- A. 85° B. 95° C. 105° D. 115°

3.（4 分）已知一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两根分别为 m 、 n ，则 $m+n$ 的值为（ ）

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

4.（4 分）如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，若 $AB = 2$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，则 BD 的长为（ ）



- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

5.（4 分）小明在某商店购买商品 A 、 B 共两次，这两次购买商品 A 、 B 的数量和费用如表：

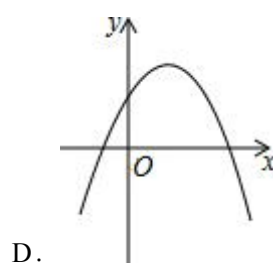
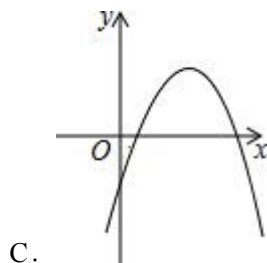
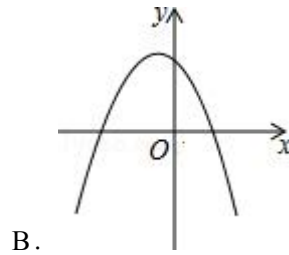
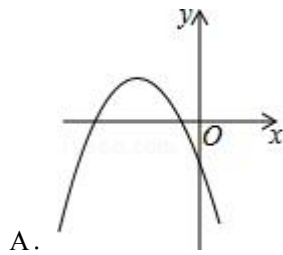
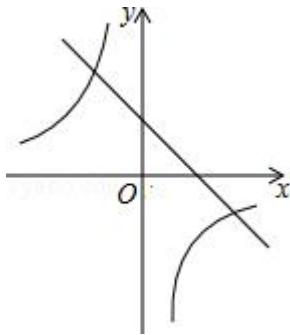
	购买商品 A 的数量 (个)	购买商品 B 的数量 (个)	购买总费用(元)
第一次购物	4	3	93
第二次购物	6	6	162

若小明需要购买 3 个商品 A 和 2 个商品 B ，则她要花费（ ）

- A. 64 元 B. 65 元 C. 66 元 D. 67 元

6.（4 分）已知一次函数 $y_1 = ax + c$ 和反比例函数 $y_2 = \frac{b}{x}$ 的图象如图所示，则二次函数 $y_3 =$

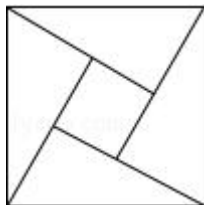
$ax^2 + bx + c$ 的大致图象是（ ）



7. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x > a \\ x < 3 \end{cases}$ 的整数解有三个, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $-1 \leq a < 0$ B. $-1 < a \leq 0$ C. $-1 \leq a \leq 0$ D. $-1 < a < 0$

8. (4分) 2002年8月在北京召开的国际数学家大会会徽取材于我国古代数学家赵爽的弦图, 它是由四个全等的直角三角形和中间的小正方形拼成的大正方形, 如图所示, 如果大正方形的面积是13, 小正方形的面积为1, 直角三角形的较短直角边长为 a , 较长直角边长为 b , 那么 $(a+b)^2$ 的值为 ()



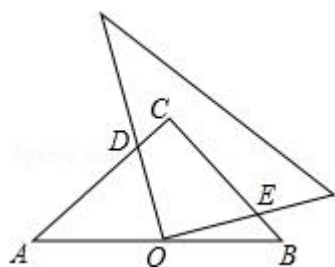
- A. 13 B. 19 C. 25 D. 169

9. (4分) 将一个棱长为1的正方体水平放于桌面 (始终保持正方体的一个面落在桌面上), 则该正方体正视图面积的最大值为 ()

- A. 2 B. $\sqrt{2}+1$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

10. (4分) 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 O 是 AB 的中点, 且 $AB = \sqrt{6}$, 将

一块直角三角板的直角顶点放在点 O 处，始终保持该直角三角板的两直角边分别与 AC 、 BC 相交，交点分别为 D 、 E ，则 $CD+CE=$ ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{6}$

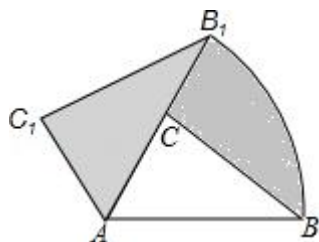
二、填空题（每个小题 4 分，6 个小题共 24 分）

11. (4 分) $\tan 60^\circ =$ _____.

12. (4 分) 分解因式: $x^3 - x^2 - 20x =$ _____.

13. (4 分) 在一个不透明的箱子中装有 4 件同型号的产品，其中合格品 3 件、不合格品 1 件，现在从这 4 件产品中随机抽取 2 件检测，则抽到的都是合格品的概率是_____.

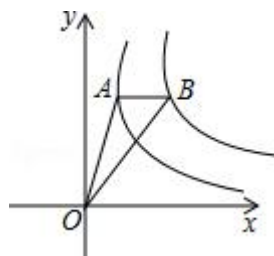
14. (4 分) 如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle BAC = 50^\circ$ ， $AC = 2$ ， $AB = 3$ ，现将 $\triangle ACB$ 绕点 A 逆时针旋转 50° 得到 $\triangle AC_1B_1$ ，则阴影部分的面积为_____.



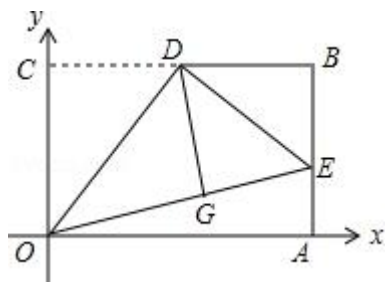
15. (4 分) 如图，点 A 是反比例函数 $y_1 = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 图象上一点，过点 A 作 x 轴的平行线，

交反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 B ，连接 OA 、 OB ，若 $\triangle OAB$ 的面积为 2，则 k

的值为_____.



16. (4 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $OABC$ 的边 OA 、 OC 分别在 x 轴和 y 轴上， $OC = 3$ ， $OA = 2\sqrt{6}$ ， D 是 BC 的中点，将 $\triangle OCD$ 沿直线 OD 折叠后得到 $\triangle OGD$ ，延长 OG 交 AB 于点 E ，连接 DE ，则点 G 的坐标为_____.



三、解答题（8 个小题，共 86 分）

17.（8 分）计算： $(\frac{1}{2})^{-2} + (\pi - 3.14)^0 - |\sqrt{3} - 2| - 2\cos 30^\circ$.

18.（10 分）先化简： $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} \div \frac{x+1}{x} \cdot (x - \frac{1}{x})$ ，然后 x 在 $-1, 0, 1, 2$ 四个数中选一个

你认为合适的数代入求值.

19.（8 分）解方程： $\frac{x+1}{x-1} + \frac{4}{1-x^2} = 1$.

20.（12 分）黔东南州某中学为了解本校学生平均每天的课外学习实践情况，随机抽取部分学生进行问卷调查，并将调查结果分为 A, B, C, D 四个等级，设学习时间为 t （小时）， $A: t < 1$ ， $B: 1 \leq t < 1.5$ ， $C: 1.5 \leq t < 2$ ， $D: t \geq 2$ ，根据调查结果绘制了如图所示的两幅不完整的统计图. 请你根据图中信息解答下列问题：

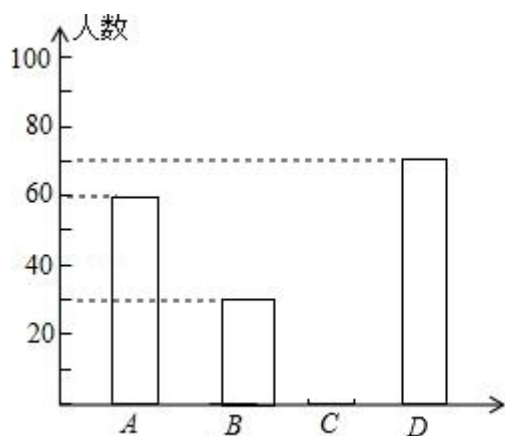


图1

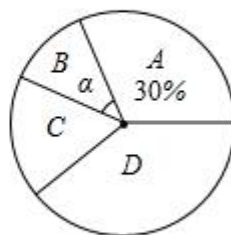
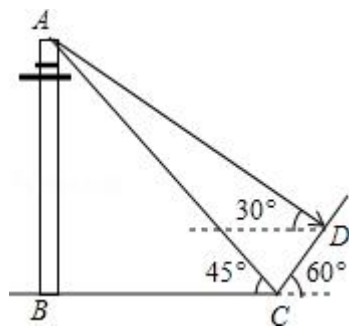


图2

- (1) 本次抽样调查共抽取了多少名学生？并将条形统计图补充完整；
- (2) 本次抽样调查中，学习时间的中位数落在哪个等级内？
- (3) 表示 B 等级的扇形圆心角 α 的度数是多少？
- (4) 在此次问卷调查中，甲班有 2 人平均每天课外学习时间超过 2 小时，乙班有 3 人平均每天课外学习时间超过 2 小时，若从这 5 人中任选 2 人去参加座谈，试用列表或化树状图的方法求选出的 2 人来自不同班级的概率。

21. (10 分) 黔东南州某校吴老师组织九(1)班同学开展数学活动，带领同学们测量学校附近一电线杆的高。已知电线杆直立于地面上，某天在太阳光的照射下，电线杆的影子(折线 BCD)恰好落在水平地面和斜坡上，在 D 处测得电线杆顶端 A 的仰角为 30° ，在 C 处测得电线杆顶端 A 得仰角为 45° ，斜坡与地面成 60° 角， $CD = 4m$ ，请你根据这些数据求电线杆的高(AB)。

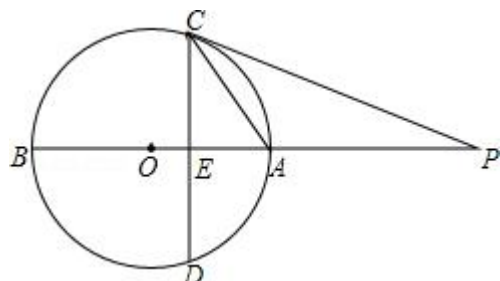
(结果精确到 $1m$ ，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$)



22. (12 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 在 BA 的延长线上, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 E , 且 $PC^2 = PE \cdot PO$.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $OE:EA = 1:2$, $PA = 6$, 求 $\odot O$ 的半径.



23. (12 分) 凯里市某文具店某种型号的计算器每只进价 12 元, 售价 20 元, 多买优惠, 优惠方法是: 凡是一次买 10 只以上的, 每多买一只, 所买的全部计算器每只就降价 0.1 元, 例如: 某人买 18 只计算器, 于是每只降价 $0.1 \times (18 - 10) = 0.8$ (元), 因此所买的 18 只计算器都按每只 19.2 元的价格购买, 但是每只计算器的最低售价为 16 元.

(1) 求一次至少购买多少只计算器, 才能以最低价购买?

(2) 求写出该文具店一次销售 x ($x > 10$) 只时, 所获利润 y (元) 与 x (只) 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

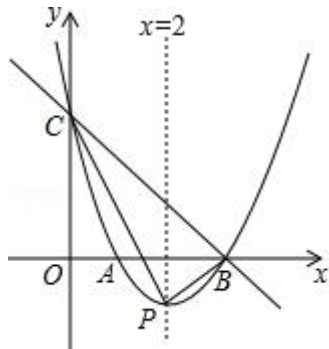
(3) 一天, 甲顾客购买了 46 只, 乙顾客购买了 50 只, 店主发现卖 46 只赚的钱反而比卖 50 只赚的钱多, 请你说明发生这一现象的原因; 当 $10 < x \leq 50$ 时, 为了获得最大利润, 店家一次应卖多少只? 这时的售价是多少?

24. (14分) 如图, 直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 B 、 C , 经过 B 、 C 两点的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的另一个交点为 A , 顶点为 P , 且对称轴为直线 $x = 2$.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 连接 PB 、 PC , 求 $\triangle PBC$ 的面积;

(3) 连接 AC , 在 x 轴上是否存在一点 Q , 使得以点 P , B , Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年贵州省黔东南州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每个小题 4 分，10 个小题共 40 分）

1.（4 分）-2 的相反数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【考点】14：相反数.

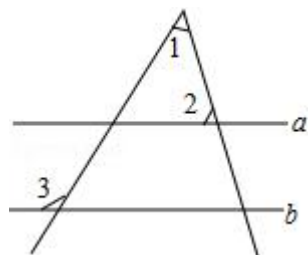
【分析】根据相反数的意义，只有符号不同的数为相反数.

【解答】解：根据相反数的定义，-2 的相反数是 2.

故选：A.

【点评】本题考查了相反数的意义，注意掌握只有符号不同的数为相反数，0 的相反数是 0.

2.（4 分）如图，直线 $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 55^\circ$ ，则 $\angle 3$ 等于（ ）



- A. 85° B. 95° C. 105° D. 115°

【考点】JA：平行线的性质.

【分析】根据平行线的性质得出 $\angle 4 = \angle 3$ ，然后根据三角形外角的性质即可求得 $\angle 3$ 的度数.

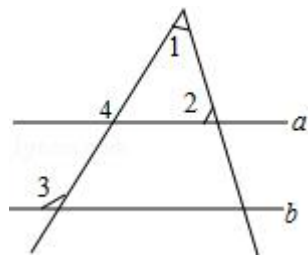
【解答】解： $\because$ 直线 $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 4 = \angle 3,$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle 2 = 95^\circ.$$

故选：B.



【点评】本题考查了平行线的性质和三角形外角的性质，熟练掌握性质定理是解题的关键.

3. (4分) 已知一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两根分别为 m 、 n ，则 $m+n$ 的值为 ()

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

【考点】AB: 根与系数的关系.

【分析】根据一元二次方程的系数结合根与系数的关系即可得出 $m+n$ 的值，由此即可得出结论.

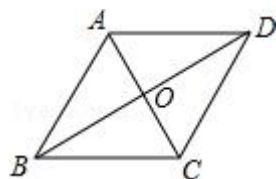
【解答】解：∵ 方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两根分别为 m 、 n ,

$$\therefore m+n = -\frac{b}{a} = 2.$$

故选：D.

【点评】本题考查了根与系数的关系，解题的关键是找出 $m+n=2$. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，利用根与系数的关系找出两根之和与两根之积是关键.

4. (4分) 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，若 $AB=2$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，则 BD 的长为 ()



A. 2

B. 3

C. $\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{3}$

【考点】L8: 菱形的性质.

【分析】首先根据菱形的性质知 AC 垂直平分 BD ，再证出 $\triangle ABC$ 是正三角形，由三角函数求出 BO ，即可求出 BD 的长.

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 菱形，

$$\therefore AC \perp BD, BD = 2BO,$$

$$\because \angle ABC = 60^\circ,$$

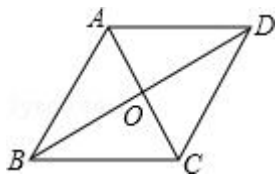
$$\therefore \triangle ABC \text{ 是正三角形},$$

$$\therefore \angle BAO = 60^\circ,$$

$$\therefore BO = \sin 60^\circ \cdot AB = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore BD = 2\sqrt{3}.$$

故选：D.



【点评】本题主要考查解直角三角形和菱形的性质的知识点，解答本题的关键是熟记菱形的对角线垂直平分，本题难度一般．

5.（4分）小明在某商店购买商品A、B共两次，这两次购买商品A、B的数量和费用如表：

	购买商品A的数量 (个)	购买商品B的数量 (个)	购买总费用(元)
第一次购物	4	3	93
第二次购物	6	6	162

若小明需要购买3个商品A和2个商品B，则她要花费（ ）

- A. 64元 B. 65元 C. 66元 D. 67元

【考点】9A：二元一次方程组的应用．

【分析】设商品A的标价为x元，商品B的标价为y元，由题意得等量关系：①4个A的花费+3个B的花费=93元；②6个A的花费+6个B的花费=162元，根据等量关系列出方程组，再解即可．

【解答】解：设商品A的标价为x元，商品B的标价为y元，

根据题意，得
$$\begin{cases} 4x+3y=93 \\ 6x+6y=162 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=12 \\ y=15 \end{cases}$$

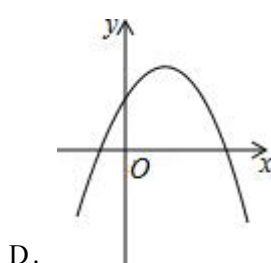
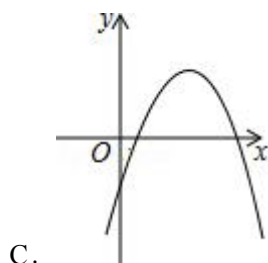
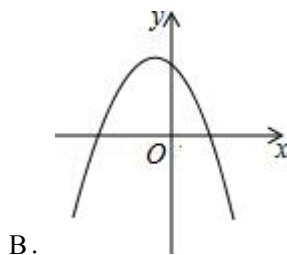
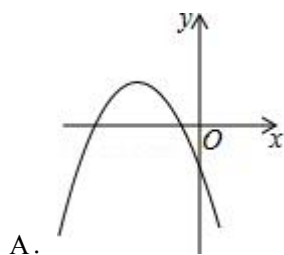
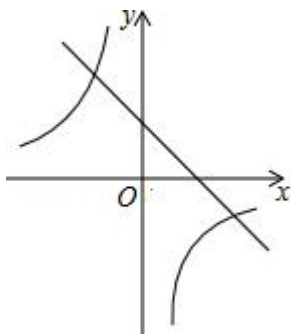
答：商品A的标价为12元，商品B的标价为15元；

所以 $3 \times 12 + 2 \times 15 = 66$ 元，

故选：C．

【点评】此题主要考查了二元一次方程组的应用，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，设出未知数，列出方程组．

6.（4分）已知一次函数 $y_1 = ax+c$ 和反比例函数 $y_2 = \frac{b}{x}$ 的图象如图所示，则二次函数 $y_3 = ax^2+bx+c$ 的大致图象是（ ）



【考点】 F3：一次函数的图象；G2：反比例函数的图象；H2：二次函数的图象．

【分析】 根据一次函数与反比例函数图象找出 a 、 b 、 c 的正负，再根据抛物线的对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$ ，找出二次函数对称轴在 y 轴左侧，比对四个选项的函数图象即可得出结论．

【解答】 解：∵一次函数 $y_1 = ax + c$ 图象过第一、二、四象限，

$$\therefore a < 0, c > 0,$$

∴二次函数 $y_3 = ax^2 + bx + c$ 开口向下，与 y 轴交点在 x 轴上方；

∵反比例函数 $y_2 = \frac{b}{x}$ 的图象在第二、四象限，

$$\therefore b < 0,$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} < 0,$$

∴二次函数 $y_3 = ax^2 + bx + c$ 对称轴在 y 轴左侧．

满足上述条件的函数图象只有 B 选项．

故选：B．

【点评】 本题考查了一次函数的图象、反比例函数的图象以及二次函数的图象，解题的关键是根据一次函数与反比例函数的图象找出 a 、 b 、 c 的正负．本题属于基础题，难度不大，

熟悉函数图象与系数的关系是解题的关键.

7. (4分) 不等式组 $\begin{cases} x > a \\ x < 3 \end{cases}$ 的整数解有三个, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $-1 \leq a < 0$ B. $-1 < a \leq 0$ C. $-1 \leq a \leq 0$ D. $-1 < a < 0$

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解.

【专题】11: 计算题; 524: 一元一次不等式(组)及应用.

【分析】根据不等式组的整数解有三个, 确定出 a 的范围即可.

【解答】解: 不等式组 $\begin{cases} x > a \\ x < 3 \end{cases}$ 的解集为 $a < x < 3$,

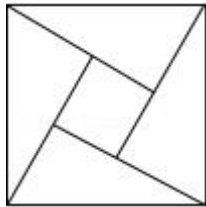
由不等式组的整数解有三个, 即 $x = 0, 1, 2$, 得到 $-1 \leq a < 0$,

故选: A.

【点评】此题考查了一元一次不等式组的整数解, 表示出不等式组的解集是解本题的关键.

8. (4分) 2002年8月在北京召开的国际数学家大会会徽取材于我国古代数学家赵爽的弦图,

它是由四个全等的直角三角形和中间的小正方形拼成的大正方形, 如图所示, 如果大正方形的面积是 13, 小正方形的面积为 1, 直角三角形的较短直角边长为 a , 较长直角边长为 b , 那么 $(a+b)^2$ 的值为 ()



- A. 13 B. 19 C. 25 D. 169

【考点】KR: 勾股定理的证明.

【专题】37: 数学建模思想; 48: 构造法; 554: 等腰三角形与直角三角形.

【分析】根据题意, 结合图形求出 ab 与 a^2+b^2 的值, 原式利用完全平方公式化简后代入计算即可求出值.

【解答】解: 根据题意得: $c^2 = a^2 + b^2 = 13$, $4 \times \frac{1}{2}ab = 13 - 1 = 12$, 即 $2ab = 12$,

则 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 13 + 12 = 25$,

故选: C.

【点评】此题考查了勾股定理的证明, 利用了数形结合的思想, 熟练掌握勾股定理是解本题的关键.

9. (4分) 将一个棱长为1的正方体水平放于桌面(始终保持正方体的一个面落在桌面上), 则该正方体正视图面积的最大值为()

- A. 2 B. $\sqrt{2}+1$ C. $\sqrt{2}$ D. 1

【考点】U1: 简单几何体的三视图.

【分析】先求得正方体的一个面的上的对角线的长度, 然后可求得正方体视图面积的最大值.

【解答】解: 正方体正视图为正方形或矩形.

$\because$ 正方体的棱长为1,

$\therefore$ 边长为1.

$\therefore$ 每个面的对角线的长为 $=\sqrt{2}$.

$\therefore$ 正方体的正视图(矩形)的长的最大值为 $\sqrt{2}$.

$\because$ 始终保持正方体的一个面落在桌面上,

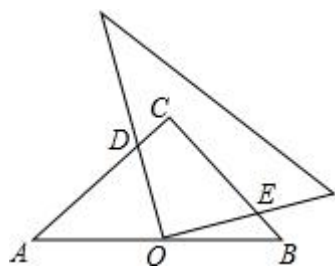
$\therefore$ 正视图(矩形)的宽为1.

$\therefore$ 最大值面积 $=1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$.

故选: C.

【点评】本题主要考查的是正方体的正视图, 判断出正方体的正视图的形状是解题的关键.

10. (4分) 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 O 是 AB 的中点, 且 $AB = \sqrt{6}$, 将一块直角三角板的直角顶点放在点 O 处, 始终保持该直角三角板的两直角边分别与 AC 、 BC 相交, 交点分别为 D 、 E , 则 $CD+CE =$ ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{6}$

【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; KW: 等腰直角三角形.

【分析】连接 OC 构建全等三角形, 证明 $\triangle ODC \cong \triangle OEB$, 得 $DC = BE$; 把 $CD+CE$ 转化到同一条线段上, 即求 BC 的长; 通过等腰直角 $\triangle ABC$ 中斜边 AB 的长就可以求出 $BC = \sqrt{3}$, 则 $CD+CE = BC = \sqrt{3}$.

【解答】解: 连接 OC ,

$\because$ 等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{6}$,

$$\therefore \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \cos \angle B = \frac{BC}{AB},$$

$$\therefore BC = \sqrt{6} \times \cos 45^\circ = \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3},$$

$\because$ 点 O 是 AB 的中点,

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AB = OB, OC \perp AB,$$

$$\therefore \angle COB = 90^\circ,$$

$$\because \angle DOC + \angle COE = 90^\circ, \angle COE + \angle EOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOC = \angle EOB,$$

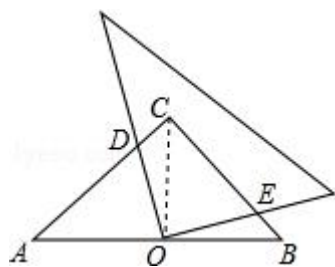
同理得 $\angle ACO = \angle B$,

$$\therefore \triangle ODC \cong \triangle OEB,$$

$$\therefore DC = BE,$$

$$\therefore CD + CE = BE + CE = BC = \sqrt{3},$$

故选: B .



【点评】 本题考查了全等三角形和等腰直角三角形的性质和判定, 对于求线段的和或差时, 想办法把线段利用相等关系放到同一条线段中去, 再计算和或差; 本题是利用三角形全等将 CD 转化为 BE , 使问题得以解决.

二、填空题 (每个小题 4 分, 6 个小题共 24 分)

11. (4 分) $\tan 60^\circ = \underline{\sqrt{3}}.$

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 根据特殊角的三角函数值直接得出答案即可.

【解答】 解: $\tan 60^\circ$ 的值为 $\sqrt{3}$.

故答案为: $\sqrt{3}$.

【点评】 本题考查的是特殊角的三角函数值, 熟记各特殊角的三角函数值是解答此题的关键.

12. (4 分) 分解因式: $x^3 - x^2 - 20x = \underline{x(x+4)(x-5)}.$

【考点】53：因式分解－提公因式法；57：因式分解－十字相乘法等．

【分析】先提取公因式，再利用十字相乘法把原式因式分解即可．

【解答】解：原式 $= x(x^2 - x - 20)$

$$= x(x+4)(x-5).$$

故答案为： $x(x+4)(x-5)$ ．

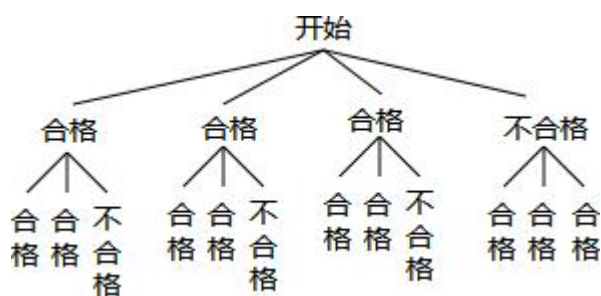
【点评】本题考查的是因式分解，熟知利用十字相乘法因式分解是解答此题的关键．

13.（4分）在一个不透明的箱子中装有4件同型号的产品，其中合格品3件、不合格品1件，现在从这4件产品中随机抽取2件检测，则抽到的都是合格品的概率是 $\frac{1}{2}$ ．

【考点】X6：列表法与树状图法．

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与抽到的都是合格品的情况，再利用概率公式求解即可求得答案．

【解答】解：画树状图得：



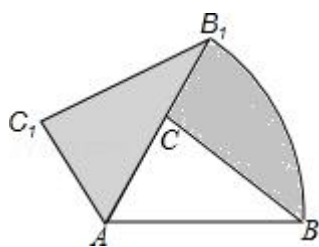
∴共有12种等可能的结果，抽到的都是合格品的有6种情况，

∴抽到的都是合格品的概率是： $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ．

故答案为： $\frac{1}{2}$ ．

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率．此题属于不放回实验．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比．

14.（4分）如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle BAC = 50^\circ$ ， $AC = 2$ ， $AB = 3$ ，现将 $\triangle ACB$ 绕点A逆时针旋转 50° 得到 $\triangle AC_1B_1$ ，则阴影部分的面积为 $\frac{5}{4}\pi$ ．



【考点】R2：旋转的性质．

【分析】根据旋转的性质可知 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AB_1C_1}$ ，由此可得 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}ABB_1}$ ，根据扇形面积公式即可得出结论。

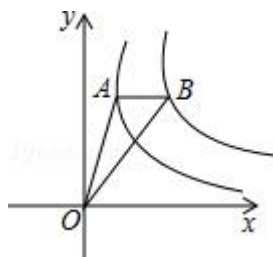
【解答】解：∵ $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AB_1C_1}$ ，

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}ABB_1} = \frac{50}{360} \pi AB^2 = \frac{5}{4} \pi.$$

故答案为： $\frac{5}{4} \pi$ 。

【点评】本题考查了旋转的性质以及扇形的面积公式，解题的关键是找出 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}ABB_1}$ 。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据旋转的性质找出阴影部分的面积等于扇形的面积是关键。

15. (4分) 如图，点 A 是反比例函数 $y_1 = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 图象上一点，过点 A 作 x 轴的平行线，交反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 B ，连接 OA 、 OB ，若 $\triangle OAB$ 的面积为 2，则 k 的值为 5。



【考点】G5：反比例函数系数 k 的几何意义。

【专题】11：计算题；534：反比例函数及其应用。

【分析】延长 BA ，与 y 轴交于点 C ，由 AB 与 x 轴平行，得到 BC 垂直于 y 轴，利用反比例函数 k 的几何意义表示出三角形 AOC 与三角形 BOC 面积，由三角形 BOC 面积减去三角形 AOC 面积表示出三角形 AOB 面积，将已知三角形 AOB 面积代入求出 k 的值即可。

【解答】解：延长 BA ，与 y 轴交于点 C ，

∵ $AB \parallel x$ 轴，

∴ $BC \perp y$ 轴，

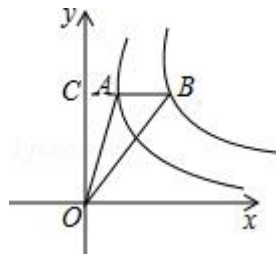
∵ A 是反比例函数 $y_1 = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 图象上一点， B 为反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上的点，

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}, S_{\triangle BOC} = \frac{k}{2},$$

$$\because S_{\triangle AOB} = 2, \text{ 即 } \frac{k}{2} - \frac{1}{2} = 2,$$

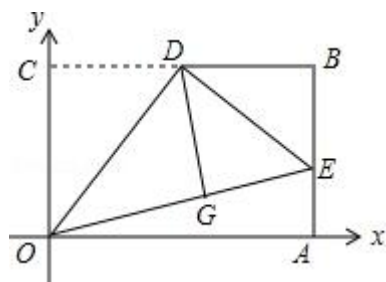
解得: $k = 5$,

故答案为: 5



【点评】 此题考查了反比例函数 k 的几何意义, 熟练掌握反比例函数 k 的几何意义是解本题的关键.

16. (4分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的边 OA 、 OC 分别在 x 轴和 y 轴上, $OC = 3$, $OA = 2\sqrt{6}$, D 是 BC 的中点, 将 $\triangle OCD$ 沿直线 OD 折叠后得到 $\triangle OGD$, 延长 OG 交 AB 于点 E , 连接 DE , 则点 G 的坐标为 $(\frac{6\sqrt{6}}{5}, \frac{3}{5})$.



【考点】 D5: 坐标与图形性质; LB: 矩形的性质; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 过点 G 作 $GF \perp OA$ 于点 F , 根据全等直角三角形的判定定理 (HL) 证出 $\text{Rt}\triangle DGE \cong \text{Rt}\triangle DBE$, 从而得出 $BE = GE$, 根据勾股定理可列出关于 AE 长度的方程, 解方程可得出 AE 的长度, 再根据平行线的性质即可得出比例关系 $\frac{OF}{OA} = \frac{GF}{EA} = \frac{OG}{OE}$, 代入数据即可求出点 G 的坐标.

【解答】 解: 过点 G 作 $GF \perp OA$ 于点 F , 如图所示.

$\because$ 点 D 为 BC 的中点,

$\therefore DC = DB = DG$,

$\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形,

$\therefore AB = OC$, $OA = BC$, $\angle C = \angle OGD = \angle ABC = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle DGE$ 和 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中, $\begin{cases} DB=DG \\ DE=DE \end{cases}$,

$\therefore \text{Rt}\triangle DGE \cong \text{Rt}\triangle DBE$ (HL),

注意：负指数为正指数的倒数；任何非 0 数的 0 次幂等于 1；二次根式的化简是根号下不能含有分母和能开方的数.

18. (10 分) 先化简： $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} \div \frac{x+1}{x} \cdot (x-\frac{1}{x})$ ，然后 x 在 $-1, 0, 1, 2$ 四个数中选一个

你认为合适的数代入求值.

【考点】 6D：分式的化简求值.

【分析】 利用分解因式、完全平方公式以及通分法化简原分式，再分析给定的数据中使原分式有意义的 x 的值，将其代入化简后的算式中即可得出结论.

【解答】 解：原式 $= \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x}$,

$$= \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x},$$
$$= x+1.$$

$\because$ 在 $-1, 0, 1, 2$ 四个数中，使原式有意义的值只有 2，

$\therefore$ 当 $x=2$ 时，原式 $= 2+1=3$.

【点评】 本题考查了分式的化简求值，解题的关键是将原分式化简成 $x+1$. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，先将原分式化简，再代入数据求值.

19. (8 分) 解方程： $\frac{x+1}{x-1} + \frac{4}{1-x^2} = 1$.

【考点】 B3：解分式方程.

【分析】 观察可得最简公分母是 $(x-1)(x+1)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

【解答】 解：方程的两边同乘 $(x-1)(x+1)$ ，得

$$(x+1)^2 - 4 = (x-1)(x+1), \text{ 解得 } x=1.$$

检验：把 $x=1$ 代入 $(x-1)(x+1)=0$.

所以原方程的无解.

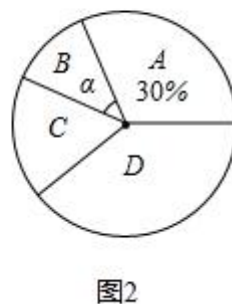
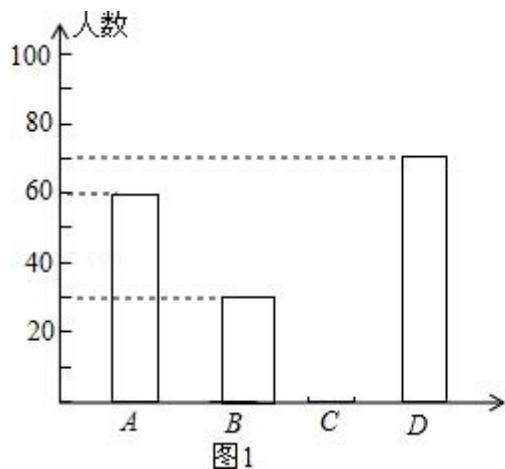
【点评】 本题考查解分式方程的能力，注意：

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意要验根.

20. (12 分) 黔东南州某中学为了解本校学生平均每天的课外学习实践情况，随机抽取部分学生进行问卷调查，并将调查结果分为 A, B, C, D 四个等级，设学习时间为 t (小时)，

$A: t < 1$, $B: 1 \leq t < 1.5$, $C: 1.5 \leq t < 2$, $D: t \geq 2$, 根据调查结果绘制了如图所示的两幅不完整的统计图. 请你根据图中信息解答下列问题:



- (1) 本次抽样调查共抽取了多少名学生? 并将条形统计图补充完整;
- (2) 本次抽样调查中, 学习时间的中位数落在哪个等级内?
- (3) 表示 B 等级的扇形圆心角 α 的度数是多少?
- (4) 在此次问卷调查中, 甲班有 2 人平均每天课外学习时间超过 2 小时, 乙班有 3 人平均每天课外学习时间超过 2 小时, 若从这 5 人中任选 2 人去参加座谈, 试用列表或化树状图的方法求选出的 2 人来自不同班级的概率.

【考点】 VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图; W4: 中位数; X6: 列表法与树状图法.

【分析】 (1) 根据 B 类的人数和所占的百分比即可求出总数; 求出 C 的人数从而补全统计图;

(2) 根据中位数定义: 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数可得答案;

(3) 用 B 的人数除以总人数再乘以 360° , 即可得到圆心角 α 的度数;

(4) 先设甲班学生为 A_1, A_2 , 乙班学生为 B_1, B_2, B_3 根据题意画出树形图, 再根据概率公式列式计算即可.

【解答】 解: (1) 共调查的中学生数是: $60 \div 30\% = 200$ (人),

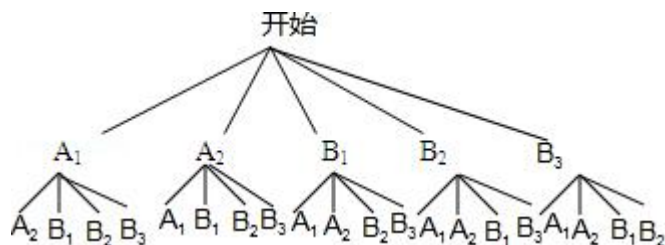
C 类的人数是: $200 - 60 - 30 - 70 = 40$ (人),

如图 1:

(2) 本次抽样调查中, 学习时间的中位数落在 C 等级内;

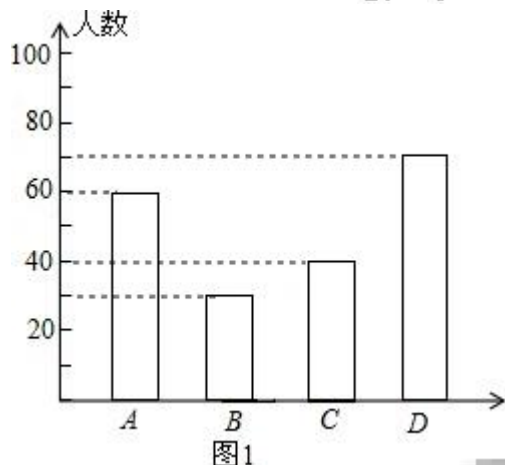
(3) 根据题意得： $\alpha = \frac{30}{200} \times 360^\circ = 54^\circ$,

(4) 设甲班学生为 A_1, A_2 , 乙班学生为 B_1, B_2, B_3 ,



一共有 20 种等可能结果，其中 2 人来自不同班级共有 12 种，

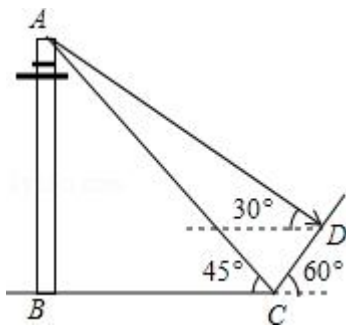
$$\therefore P(2 \text{ 人来自不同班级}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}.$$



【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

21. (10 分) 黔东南州某校吴老师组织九(1)班同学开展数学活动，带领同学们测量学校附近一电线杆的高．已知电线杆直立于地面上，某天在太阳光的照射下，电线杆的影子(折线 BCD)恰好落在水平地面和斜坡上，在 D 处测得电线杆顶端 A 的仰角为 30° ，在 C 处测得电线杆顶端 A 得仰角为 45° ，斜坡与地面成 60° 角， $CD = 4m$ ，请你根据这些数据求电线杆的高 (AB)．

(结果精确到 $1m$ ，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$)



【考点】 TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题；TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【分析】 延长 AD 交 BC 的延长线于 G ，作 $DH \perp BG$ 于 H ，由三角函数求出 CH 、 DH 的长，得出 CG ，设 $AB = xm$ ，根据正切的定义求出 BG ，得出方程，解方程即可.

【解答】 解：延长 AD 交 BC 的延长线于 G ，作 $DH \perp BG$ 于 H ，如图所示：

在 $\text{Rt}\triangle DHC$ 中， $\angle DCH = 60^\circ$ ， $CD = 4$ ，

则 $CH = CD \cdot \cos \angle DCH = 4 \times \cos 60^\circ = 2$ ， $DH = CD \cdot \sin \angle DCH = 4 \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ ，

$\because DH \perp BG$ ， $\angle G = 30^\circ$ ，

$$\therefore HG = \frac{DH}{\tan \angle G} = \frac{2\sqrt{3}}{\tan 30^\circ} = 6,$$

$$\therefore CG = CH + HG = 2 + 6 = 8,$$

设 $AB = xm$ ，

$\because AB \perp BG$ ， $\angle G = 30^\circ$ ， $\angle BCA = 45^\circ$ ，

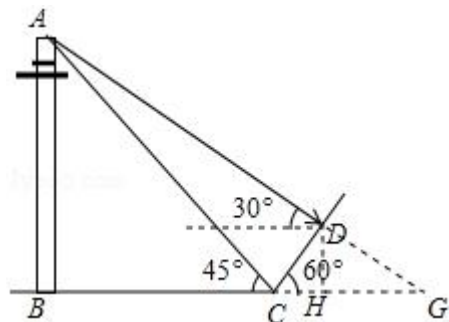
$$\therefore BC = x, BG = \frac{AB}{\tan \angle G} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x,$$

$$\because BG - BC = CG,$$

$$\therefore \sqrt{3}x - x = 8,$$

解得： $x \approx 11$ (m)；

答：电线杆的高为 11m.



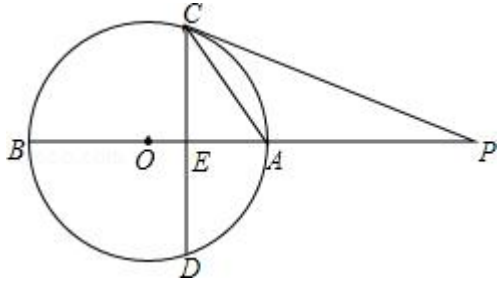
【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，掌握仰角俯角的概念、熟记锐

角三角函数的定义是解题的关键.

22. (12分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 在 BA 的延长线上, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 E , 且 $PC^2 = PE \cdot PO$.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $OE:EA = 1:2$, $PA = 6$, 求 $\odot O$ 的半径.



【考点】M2: 垂径定理; MD: 切线的判定; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】14: 证明题.

【分析】(1) 连结 OC , 如图, 由 $PC^2 = PE \cdot PO$ 和公共角可判断 $\triangle PCE \sim \triangle POC$, 则 $\angle PEC = \angle PCO = 90^\circ$, 然后根据切线的判定定理可判断 PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 设 $OE = x$, 则 $EA = 2x$, $OA = OC = 3x$, 证明 $\triangle OCE \sim \triangle OPC$, 利用相似比可表示出 OP , 则可列方程 $3x+6 = 9x$, 然后解出 x 即可得到 $\odot O$ 的半径.

【解答】(1) 证明: 连结 OC , 如图,

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle PEC = 90^\circ,$$

$$\because PC^2 = PE \cdot PO,$$

$$\therefore PC:PO = PE:PC,$$

$$\text{而 } \angle CPE = \angle OPC,$$

$$\therefore \triangle PCE \sim \triangle POC,$$

$$\therefore \angle PEC = \angle PCO = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \perp PC,$$

$$\therefore PC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

(2) 解: 设 $OE = x$, 则 $EA = 2x$, $OA = OC = 3x$,

$$\because \angle COE = \angle POC, \angle OEC = \angle OCP,$$

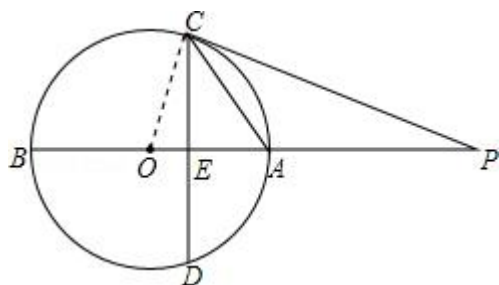
$$\therefore \triangle OCE \sim \triangle OPC,$$

$$\therefore OC:OP = OE:OC, \text{ 即 } 3x:OP = x:3x, \text{ 解得 } OP = 9x,$$

$$\therefore 3x+6=9x, \text{ 解得 } x=1,$$

$$\therefore OC=3,$$

即 $\odot O$ 的半径为3.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质：在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用．也考查了切线的判定方法．

23. (12分) 凯里市某文具店某种型号的计算器每只进价12元，售价20元，多买优惠，优惠方法是：凡是一次买10只以上的，每多买一只，所买的全部计算器每只就降价0.1元，例如：某人买18只计算器，于是每只降价 $0.1 \times (18 - 10) = 0.8$ （元），因此所买的18只计算器都按每只19.2元的价格购买，但是每只计算器的最低售价为16元．

(1) 求一次至少购买多少只计算器，才能以最低价购买？

(2) 求写出该文具店一次销售 x ($x > 10$) 只时，所获利润 y (元) 与 x (只) 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(3) 一天，甲顾客购买了46只，乙顾客购买了50只，店主发现卖46只赚的钱反而比卖50只赚的钱多，请你说明发生这一现象的原因；当 $10 < x \leq 50$ 时，为了获得最大利润，店家一次应卖多少只？这时的售价是多少？

【考点】 HE：二次函数的应用．

【分析】 (1) 设一次购买 x 只，由于凡是一次买10只以上的，每多买一只，所买的全部计算器每只就降低0.10元，而最低价为每只16元，因此得到 $20 - 0.1(x - 10) = 16$ ，解方程即可求解；

(2) 由于根据(1)得到 $x \leq 50$ ，又一次销售 x ($x > 10$) 只，因此得到自变量 x 的取值范围，然后根据已知条件可以得到 y 与 x 的函数关系式；

(3) 首先把函数变为 $y = -0.1x^2 + 9x = -0.1(x - 45)^2 + 202.5$ ，然后可以得到函数的增减性，再结合已知条件即可解决问题．

【解答】 解：(1) 设一次购买 x 只，

则 $20 - 0.1(x - 10) = 16$,

解得: $x = 50$.

答: 一次至少买 50 只, 才能以最低价购买;

(2) 当 $10 < x \leq 50$ 时,

$$y = [20 - 0.1(x - 10) - 12]x = -0.1x^2 + 9x,$$

$$\text{当 } x > 50 \text{ 时, } y = (16 - 12)x = 4x;$$

$$\text{综上所述: } y = \begin{cases} -0.1x^2 + 9x & (10 < x \leq 50) \\ 4x & (x > 50) \end{cases};$$

$$(3) y = -0.1x^2 + 9x = -0.1(x - 45)^2 + 202.5,$$

①当 $10 < x \leq 45$ 时, y 随 x 的增大而增大, 即当卖的只数越多时, 利润更大.

②当 $45 < x \leq 50$ 时, y 随 x 的增大而减小, 即当卖的只数越多时, 利润变小.

$$\text{且当 } x = 46 \text{ 时, } y_1 = 202.4,$$

$$\text{当 } x = 50 \text{ 时, } y_2 = 200.$$

$$y_1 > y_2.$$

即出现了卖 46 只赚的钱比卖 50 只赚的钱多的现象.

当 $x = 45$ 时, 最低售价为 $20 - 0.1(45 - 10) = 16.5$ (元), 此时利润最大.

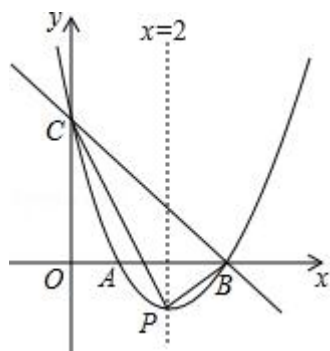
【点评】 本题考查了二次函数的应用. 最大销售利润的问题常利用函数的增减性来解答, 我们首先要吃透题意, 确定变量, 建立函数模型, 然后结合实际选择最优方案. 其中应该注意应该在自变量的取值范围内求最大值 (或最小值), 也就是说二次函数的最值不一定在 $x = -\frac{b}{2a}$ 时取得.

24. (14 分) 如图, 直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 B 、 C , 经过 B 、 C 两点的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的另一个交点为 A , 顶点为 P , 且对称轴为直线 $x = 2$.

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 连接 PB 、 PC , 求 $\triangle PBC$ 的面积;

(3) 连接 AC , 在 x 轴上是否存在一点 Q , 使得以点 P , B , Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】HF：二次函数综合题．

【分析】（1）根据二次函数的对称性，已知对称轴的解析式以及 B 点的坐标，即可求出 A 的坐标，利用抛物线过 A 、 B 、 C 三点，可用待定系数法来求函数的解析式

（2）首先利用各点坐标得 $\triangle PBC$ 是直角三角形，进而得出答案；

（3）本题要先根据抛物线的解析式求出顶点 P 的坐标，然后求出 BP 的长，进而分情况进行讨论：

①当 $\frac{BQ}{BC} = \frac{PB}{AB}$ ， $\angle PBQ = \angle ABC = 45^\circ$ 时，根据 A 、 B 的坐标可求出 AB 的长，根据 B 、 C 的坐标可求出 BC 的长，已经求出了 PB 的长度，那么可根据比例关系式得出 BQ 的长，即可得出 Q 的坐标．

②当 $\frac{QB}{AB} = \frac{PB}{CB}$ ， $\angle QBP = \angle ABC = 45^\circ$ 时，可参照①的方法求出 Q 的坐标．

③当 Q 在 B 点右侧，即可得出 $\angle PBQ \neq \angle BAC$ ，因此此种情况是不成立的，综上所述即可得出符合条件的 Q 的坐标．

【解答】解：（1） $\because$ 直线 $y = -x+3$ 与 x 轴相交于点 B ，

$\therefore$ 当 $y=0$ 时， $x=3$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(3, 0)$ ，

$\because y = -x+3$ 过点 C ，易知 $C(0, 3)$ ，

$\therefore c=3$ ．

又 $\because$ 抛物线过 x 轴上的 A 、 B 两点，且对称轴为 $x=2$ ，

根据抛物线的对称性，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(1, 0)$ ．

又 $\because$ 抛物线 $y = ax^2+bx+c$ 过点 $A(1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} a+b+3=0 \\ 9a+3b+3=0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases}$$

$\therefore$ 该抛物线的解析式为: $y = x^2 - 4x + 3$;

(2) 如图 1, $\because y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$,

又 $\because B(3, 0), C(0, 3)$,

$$\therefore PC = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}, \quad PB = \sqrt{(3-2)^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2},$$

$$\text{又} \because PB^2 + BC^2 = 2 + 18 = 20, \quad PC^2 = 20,$$

$$\therefore PB^2 + BC^2 = PC^2,$$

$\therefore \triangle PBC$ 是直角三角形, $\angle PBC = 90^\circ$,

$$\therefore S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} PB \cdot BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 3;$$

(3) 如图 2, 由 $y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$, 得 $P(2, -1)$,

设抛物线的对称轴交 x 轴于点 M ,

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle PBM$ 中, $PM = MB = 1$,

$$\therefore \angle PBM = 45^\circ, \quad PB = \sqrt{2}.$$

由点 $B(3, 0), C(0, 3)$ 易得 $OB = OC = 3$, 在等腰直角三角形 OBC 中, $\angle ABC = 45^\circ$,

由勾股定理, 得 $BC = 3\sqrt{2}$.

假设在 x 轴上存在点 Q , 使得以点 P, B, Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似.

$$\textcircled{1} \text{ 当 } \frac{BQ}{BC} = \frac{PB}{AB}, \quad \angle PBQ = \angle ABC = 45^\circ \text{ 时, } \triangle PBQ \sim \triangle ABC.$$

$$\text{即 } \frac{BQ}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

解得: $BQ = 3$,

又 $\because BO = 3$,

$\therefore$ 点 Q 与点 O 重合,

$\therefore Q_1$ 的坐标是 $(0, 0)$.

$$\textcircled{2} \text{ 当 } \frac{QB}{AB} = \frac{PB}{CB}, \quad \angle QBP = \angle ABC = 45^\circ \text{ 时, } \triangle QBP \sim \triangle ABC.$$

$$\text{即 } \frac{QB}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}},$$

解得： $QB = \frac{2}{3}$.

$\because OB = 3$,

$\therefore OQ = OB - QB = 3 - \frac{2}{3}$,

$\therefore Q_2$ 的坐标是 $(\frac{7}{3}, 0)$.

③当 Q 在 B 点右侧，

则 $\angle PBQ = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ ， $\angle BAC < 135^\circ$ ，

故 $\angle PBQ \neq \angle BAC$.

则点 Q 不可能在 B 点右侧的 x 轴上，

综上所述，在 x 轴上存在两点 $Q_1(0, 0)$ ， $Q_2(\frac{7}{3}, 0)$ ，

能使得以点 P ， B ， Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似.

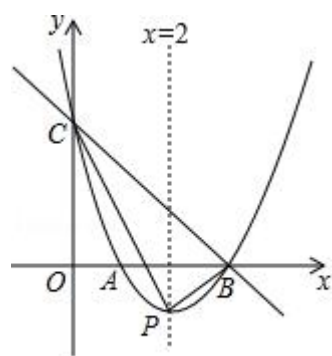


图1

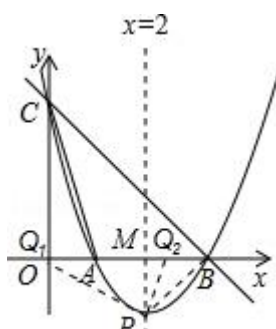


图2

【点评】 本题主要考查待定系数法、方程、函数及三角形相似等知识，也考查了综合运用数学知识、分析问题、解决问题的能力以及数形结合、分类讨论的思想，正确运用分类讨论是解题关键.