

2016 年贵阳市中考数学试卷(word 解析版)

一、选择题：以下每小题均有 A、B、C、D 四个选项，其中只有一个选项正确，请用 2B 铅笔在答题卡上填涂正确选项的字母框，每小题 3 分，共 30 分.

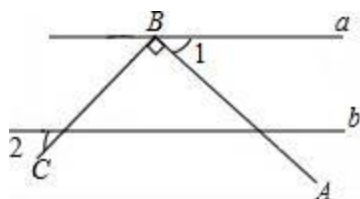
1. 下面的数中，与 -6 的和为 0 的数是 ()

- A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

2. 空气的密度为 0.00129g/cm^3 , 0.00129 这个数用科学记数法可表示为 ()

- A. 0.129×10^{-2} B. 1.29×10^{-2} C. 1.29×10^{-3} D. 12.9×10^{-1}

3. 如图，直线 $a \parallel b$ ，点 B 在直线 a 上， $AB \perp BC$ ，若 $\angle 1 = 38^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



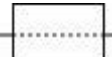
- A. 38° B. 52° C. 76° D. 142°

4. 2016 年 5 月，为保证“中国大数据产业峰会及中国电子商务创新发展峰会”在贵阳顺利召开，组委会决定从“神州专车”中抽调 200 辆车作为服务用车，其中帕萨特 60 辆、狮跑 40 辆、君越 80 辆、迈腾 20 辆，现随机地从这 200 辆车中抽取 1 辆作为开幕式用车，则抽中帕萨特的概率是 ()

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{2}{5}$

5. 如图是一个水平放置的圆柱形物体，中间有一细棒，则此几何体的俯视图是 ()

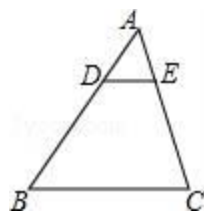


- A.  B.  C.  D. 

6. 2016 年 6 月 4 日 - 5 日贵州省第九届“贵青杯” - “乐韵华彩”全省中小学生器乐交流比赛在省青少年活动中心举行，有 45 支队参赛，他们参赛的成绩各不相同，要取前 23 名获奖，某代表队已经知道了自己的成绩，他们想知道自己是否获奖，只需再知道这 45 支队成绩的 ()

- A. 中位数 B. 平均数 C. 最高分 D. 方差

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ ， $BC = 12$ ，则 DE 的长是 ()

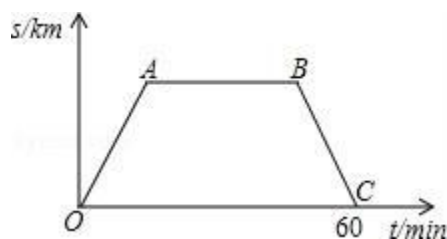


- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 小颖同学在手工制作中，把一个边长为 12cm 的等边三角形纸片贴到一个圆形的纸片上，若三角形的三个顶点恰好都在这个圆上，则圆的半径为 ()

A. $2\sqrt{3}\text{cm}$ B. $4\sqrt{3}\text{cm}$ C. $6\sqrt{3}\text{cm}$ D. $8\sqrt{3}\text{cm}$

9. 星期六早晨蕊蕊妈妈从家里出发去观山湖公园锻炼, 她连续、匀速走了 60min 后回家, 图中的折线段 OA - AB - BC 是她出发后所在位置离家的距离 s (km) 与行走时间 t (min) 之间的函数关系, 则下列图形中可以大致描述蕊蕊妈妈行走的路线是 ()



10. 若 m 、 n ($n < m$) 是关于 x 的一元二次方程 $1 - (x - a)(x - b) = 0$ 的两个根, 且 $b < a$, 则 m , n , b , a 的大小关系是 ()

A. $m < ab < n$ B. $a < m < n < b$ C. $b < n < m < a$ D. $n < b < a < m$

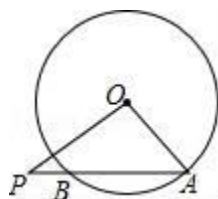
二、填空题: 每小题 4 分, 共 20 分

11. 不等式组 $\begin{cases} 3x - 2 < 1 \\ 4x < 8 \end{cases}$ 的解集为_____.

12. 现有 50 张大小、质地及背面图案均相同的《西游记》任务卡片, 正面朝下放置在桌面上, 从中随机抽取一张并记下卡片正面所绘人物的名字后原样放回, 洗匀后再抽. 通过多次试验后, 发现抽到绘有孙悟空这个人物卡片的频率约为 0.3. 估计这些卡片中绘有孙悟空这个人物卡片的张数约为_____.

13. 已知点 $M(1, a)$ 和点 $N(2, b)$ 是一次函数 $y = -2x + 1$ 图象上的两点, 则 a 与 b 的大小关系是_____.

14. 如图, 已知 $\odot O$ 的半径为 6cm, 弦 AB 的长为 8cm, P 是 AB 延长线上一点, $BP = 2\text{cm}$, 则 $\tan \angle OPA$ 的值是_____.



15. 已知 $\triangle ABC$, $\angle BAC = 45^\circ$, $AB = 8$, 要使满足条件的 $\triangle ABC$ 唯一确定, 那么 BC 边长度 x 的取值范围为_____.

三、解答题: 本大题 10 小题, 共 100 分.

16. 先化简, 再求值: $\frac{2}{a-1} - \frac{a+1}{a^2-2a+1} \div \frac{a+1}{a-1}$, 其中 $a = \sqrt{2} + 1$.

17. 教室里有 4 排日光灯, 每排灯各由一个开关控制, 但灯的排数序号与开关序号不一定对应, 其中控制第二排灯的开关已坏 (闭合开关时灯也不亮).

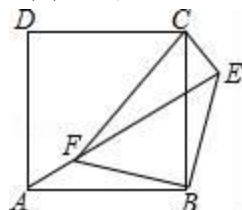
(1) 将 4 个开关都闭合时, 教室里所有灯都亮起的概率是_____;

(2) 在 4 个开关都闭合的情况下, 不知情的雷老师准备做光学实验, 由于灯光太强, 他需要关掉部分灯, 于是随机将 4 个开关中的 2 个断开, 请用列表或画树状图的方法, 求恰好关掉第一排与第三排灯的概率.

18. 如图, 点 E 正方形 ABCD 外一点, 点 F 是线段 AE 上一点, $\triangle EBF$ 是等腰直角三角形, 其中 $\angle EBF=90^\circ$, 连接 CE、CF.

(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle CBE$;

(2) 判断 $\triangle CEF$ 的形状, 并说明理由.



19. 某校为了解该校九年级学生 2016 年适应性考试数学成绩, 现从九年级学生中随机抽取部分学生的适应性考试数学成绩, 按 A, B, C, D 四个等级进行统计, 并将统计结果绘制成如图所示不完整的统计图, 请根据统计图中的信息解答下列问题:

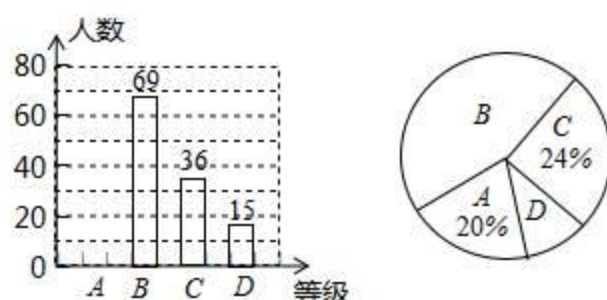
(说明: A 等级: 135 分 - 150 分 B 等级: 120 分 - 135 分, C 等级: 90 分 - 120 分, D 等级: 0 分 - 90 分)

(1) 此次抽查的学生人数为_____;

(2) 把条形统计图和扇形统计图补充完整;

(3) 若该校九年级有学生 1200 人, 请估计在这次适应性考试中数学成绩达到 120 分 (包含 120 分) 以上的学生人数.

2016年适应性考试数学成绩 条形统计图 2016年适应性考试数学成绩 扇形统计图

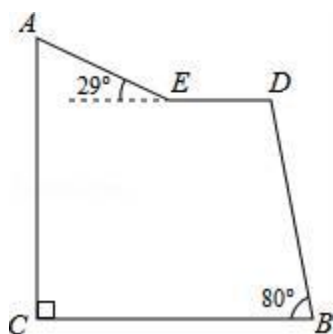


20. 为加强中小学生安全和禁毒教育, 某校组织了“防溺水、交通安全、禁毒”知识竞赛, 为奖励在竞赛中表现优异的班级, 学校准备从体育用品商场一次性购买若干个足球和篮球 (每个足球的价格相同, 每个篮球的价格相同), 购买 1 个足球和 1 个篮球共需 159 元; 足球单价是篮球单价的 2 倍少 9 元.

(1) 求足球和篮球的单价各是多少元?

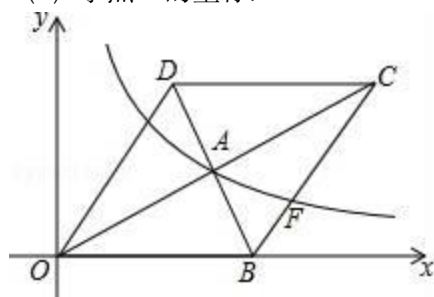
(2) 根据学校实际情况, 需一次性购买足球和篮球共 20 个, 但要求购买足球和篮球的总费用不超过 1550 元, 学校最多可以购买多少个足球?

21. “蘑菇石”是我省著名自然保护区梵净山的标志, 小明从山脚 B 点先乘坐缆车到达观景平台 DE 观景, 然后再沿着坡脚为 29° 的斜坡由 E 点步行到达“蘑菇石”A 点, “蘑菇石”A 点到水平面 BC 的垂直距离为 1790m. 如图, $DE \parallel BC$, $BD=1700m$, $\angle DBC=80^\circ$, 求斜坡 AE 的长度. (结果精确到 0.1m)



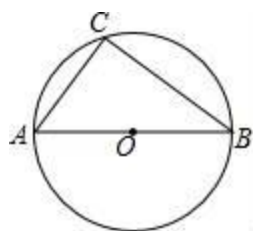
22. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OBCD$ 的边 OB 在 x 轴上，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过菱形对角线的交点 A ，且与边 BC 交于点 F ，点 A 的坐标为 $(4, 2)$ 。

- (1) 求反比例函数的表达式；
- (2) 求点 F 的坐标。



23. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AB=8$ 。

- (1) 利用尺规，作 $\angle CAB$ 的平分线，交 $\odot O$ 于点 D ；(保留作图痕迹，不写作法)
- (2) 在 (1) 的条件下，连接 CD ， OD ，若 $AC=CD$ ，求 $\angle B$ 的度数；
- (3) 在 (2) 的条件下， OD 交 BC 于点 E ，求由线段 ED ， BE ， $\widehat{BD}$ 所围成区域的面积。(其中 $\widehat{BD}$ 表示劣弧，结果保留 π 和根号)



24. (1) 阅读理解：

如图①，在 $\triangle ABC$ 中，若 $AB=10$ ， $AC=6$ ，求 BC 边上的中线 AD 的取值范围。

解决此问题可以用如下方法：延长 AD 到点 E 使 $DE=AD$ ，再连接 BE (或将 $\triangle ACD$ 绕着点 D 逆时针旋转 180° 得到 $\triangle EBD$)，把 AB 、 AC ， $2AD$ 集中在 $\triangle ABE$ 中，利用三角形三边的关系即可判断。

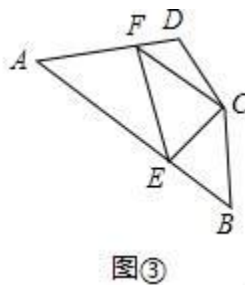
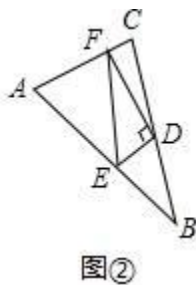
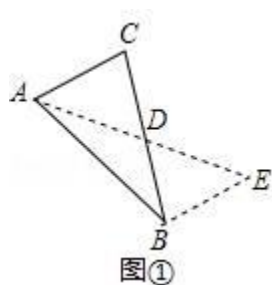
中线 AD 的取值范围是_____；

(2) 问题解决：

如图②，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 边上的中点， $DE \perp DF$ 于点 D ， DE 交 AB 于点 E ， DF 交 AC 于点 F ，连接 EF ，求证： $BE+CF > EF$ ；

(3) 问题拓展：

如图③，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle B + \angle D = 180^\circ$ ， $CB = CD$ ， $\angle BCD = 140^\circ$ ，以为顶点作一个 70° 角，角的两边分别交 AB ， AD 于 E 、 F 两点，连接 EF ，探索线段 BE ， DF ， EF 之间的数量关系，并加以证明。



25. 如图，直线 $y = 5x + 5$ 交 x 轴于点 A ，交 y 轴于点 C ，过 A ， C 两点的二次函数 $y = ax^2 + 4x + c$ 的图象交 x 轴于另一点 B 。

(1) 求二次函数的表达式；

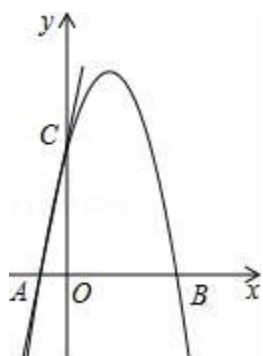
(2) 连接 BC ，点 N 是线段 BC 上的动点，作 $ND \perp x$ 轴交二次函数的图象于点 D ，求线段 ND 长度的最大值；

(3) 若点 H 为二次函数 $y = ax^2 + 4x + c$ 图象的顶点，点 $M(4, m)$ 是该二次函数图象上一点，在 x 轴、 y 轴上分别找点 F ， E ，使四边形 $HEFM$ 的周长最小，求出点 F ， E 的坐标。

温馨提示：在直角坐标系中，若点 P ， Q 的坐标分别为 $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ ，

当 PQ 平行 x 轴时，线段 PQ 的长度可由公式 $PQ = |x_1 - x_2|$ 求出；

当 PQ 平行 y 轴时，线段 PQ 的长度可由公式 $PQ = |y_1 - y_2|$ 求出。



2016 年贵州省贵阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：以下每小题均有 A、B、C、D 四个选项，其中只有一个选项正确，请用 2B 铅笔在答题卡上填涂正确选项的字母框，每小题 3 分，共 30 分.

1. 下面的数中，与 -6 的和为 0 的数是 ()

- A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

【考点】相反数.

【分析】根据两个互为相反数的数相加得 0 ，即可得出答案.

【解答】解：与 -6 的和为 0 的是 -6 的相反数 6 .

故选 A.

2. 空气的密度为 0.00129g/cm^3 ， 0.00129 这个数用科学记数法可表示为 ()

- A. 0.129×10^{-2} B. 1.29×10^{-2} C. 1.29×10^{-3} D. 12.9×10^{-1}

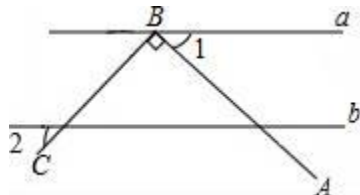
【考点】科学记数法—表示较小的数.

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： 0.00129 这个数用科学记数法可表示为 1.29×10^{-3} .

故选：C.

3. 如图，直线 $a \parallel b$ ，点 B 在直线 a 上， $AB \perp BC$ ，若 $\angle 1 = 38^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 38° B. 52° C. 76° D. 142°

【考点】平行线的性质.

【分析】由平角的定义求出 $\angle MBC$ 的度数，再由平行线的性质得出 $\angle 2 = \angle MBC = 52^\circ$ 即可.

【解答】解：如图所示：

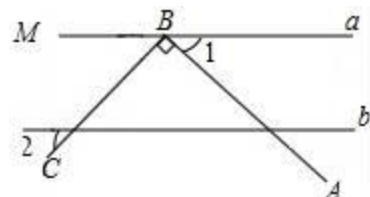
$\because AB \perp BC$ ， $\angle 1 = 38^\circ$ ，

$\therefore \angle MBC = 180^\circ - 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$ ，

$\because a \parallel b$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle MBC = 52^\circ$ ；

故选：B.



4. 2016 年 5 月，为保证“中国大数据产业峰会及中国电子商务创新发展峰会”在贵阳顺利召开，组委会决定从“神州专车”中抽调 200 辆车作为服务用车，其中帕萨特 60 辆、狮跑 40 辆、君越 80 辆、迈腾 20 辆，现随机地从这 200 辆车中抽取 1 辆作为开幕式用车，则抽中帕萨特的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{2}{5}$

【考点】概率公式.

【分析】直接根据概率公式即可得出结论.

【解答】解：∵共有 200 辆车，其中帕萨特 60 辆，

∴随机地从这 200 辆车中抽取 1 辆作为开幕式用车，则抽中帕萨特的概率 $= \frac{60}{200} = \frac{3}{10}$.

故选 C.

5. 如图是一个水平放置的圆柱形物体，中间有一细棒，则此几何体的俯视图是（ ）



- A. B. C. D.

【考点】简单组合体的三视图.

【分析】找到从上面看所得到的图形即可.

【解答】解：从上边看时，圆柱是一个矩形，中间的木棒是虚线，

故选：C.

6. 2016 年 6 月 4 日 - 5 日贵州省第九届“贵青杯” - “乐韵华彩”全省中小学生器乐交流比赛在省青少年活动中心举行，有 45 支队参赛，他们参赛的成绩各不相同，要取前 23 名获奖，某代表队已经知道了自己的成绩，他们想知道自己是否获奖，只需再知道这 45 支队成绩的（ ）

- A. 中位数 B. 平均数 C. 最高分 D. 方差

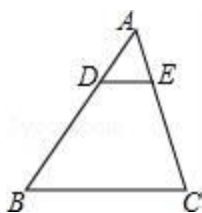
【考点】统计量的选择.

【分析】由于有 45 名同学参加全省中小学生器乐交流比赛，要取前 23 名获奖，故应考虑中位数的大小.

【解答】解：共有 45 名学生参加预赛，全省中小学生器乐交流比赛，要取前 23 名获奖，所以某代表队已经知道了自己的成绩是否进入前 23 名. 我们把所有同学的成绩按大小顺序排列，第 23 名的成绩是这组数据的中位数，此代表队知道这组数据的中位数，才能知道自己是否获奖.

故选：A.

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$ ， $BC = 12$ ，则 DE 的长是（ ）



A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】根据 $DE \parallel BC$, 得到 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 得出对应边成比例, 即可求 DE 的长.

【解答】解: $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{3},$$

$\because BC = 12$,

$$\therefore DE = \frac{1}{3}BC = 4.$$

故选: B.

8. 小颖同学在手工制作中, 把一个边长为 12cm 的等边三角形纸片贴到一个圆形的纸片上, 若三角形的三个顶点恰好都在这个圆上, 则圆的半径为 ()

A. $2\sqrt{3}$ cm B. $4\sqrt{3}$ cm C. $6\sqrt{3}$ cm D. $8\sqrt{3}$ cm

【考点】三角形的外接圆与外心; 等边三角形的性质.

【分析】作等边三角形任意两条边上的高, 交点即为圆心, 将等边三角形的边长用含半径的代数式表示出来, 列出方程进行即可解决问题.

【解答】解: 过点 A 作 BC 边上的垂线交 BC 于点 D, 过点 B 作 AC 边上的垂线交 AD 于点 O, 则 O 为圆心.

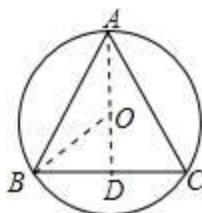
设 $\odot O$ 的半径为 R, 由等边三角形的性质知: $\angle OBC = 30^\circ$, $OB = R$.

$$\therefore BD = \cos \angle OBC \times OB = \frac{\sqrt{3}}{2}R, \quad BC = 2BD = \sqrt{3}R.$$

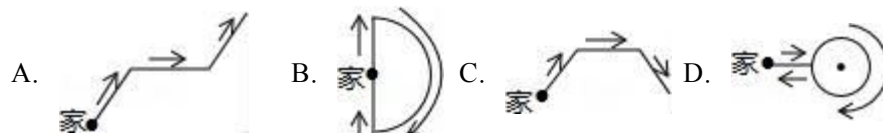
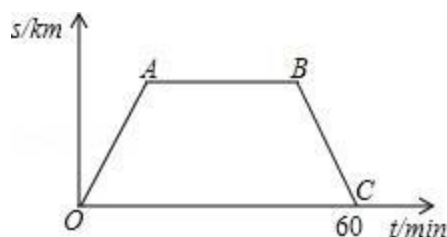
$\because BC = 12$,

$$\therefore R = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}.$$

故选 B.



9. 星期六早晨蕊蕊妈妈从家里出发去观山湖公园锻炼, 她连续、匀速走了 60min 后回家, 图中的折线段 OA - AB - BC 是她出发后所在位置离家的距离 s (km) 与行走时间 t (min) 之间的函数关系, 则下列图形中可以大致描述蕊蕊妈妈行走的路线是 ()



【考点】函数的图象.

【分析】根据给定 s 关于 t 的函数图象，分析 AB 段可得出该段时间蕊蕊妈妈绕以家为圆心的圆弧进行运动，由此即可得出结论.

【解答】解：观察 s 关于 t 的函数图象，发现：

在图象 AB 段，该时间段蕊蕊妈妈离家的距离相等，即绕以家为圆心的圆弧进行运动，
 $\therefore$ 可以大致描述蕊蕊妈妈行走的路线是 B .

故选 B .

10. 若 m 、 n ($n < m$) 是关于 x 的一元二次方程 $1 - (x - a)(x - b) = 0$ 的两个根，且 $b < a$ ，则 m ， n ， b ， a 的大小关系是

()

A. $m < ab < n$ B. $a < m < n < b$ C. $b < n < m < a$ D. $n < b < a < m$

【考点】抛物线与 x 轴的交点.

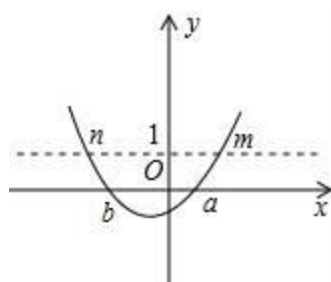
【分析】利用图象法，画出抛物线 $y = (x - a)(x - b)$ 与直线 $y = 1$ ，即可解决问题.

【解答】解：如图抛物线 $y = (x - a)(x - b)$ 与 x 轴交于点 $(a, 0)$ ， $(b, 0)$ ，

抛物线与直线 $y = 1$ 的交点为 $(n, 1)$ ， $(m, 1)$ ，

由图象可知， $n < b < a < m$.

故选 D .



二、填空题：每小题 4 分，共 20 分

11. 不等式组 $\begin{cases} 3x - 2 < 1 \\ 4x < 8 \end{cases}$ 的解集为 $x < 1$.

【考点】解一元一次不等式组.

【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】解： $\begin{cases} 3x - 2 < 1 \text{ ①} \\ 4x < 8 \text{ ②} \end{cases}$ ，由①得， $x < 1$ ，由②得， $x < 2$ ，

故不等式组的解集为: $x < 1$.

故答案为: $x < 1$.

12. 现有 50 张大小、质地及背面图案均相同的《西游记》任务卡片, 正面朝下放置在桌面上, 从中随机抽取一张并记下卡片正面所绘人物的名字后原样放回, 洗匀后再抽. 通过多次试验后, 发现抽到绘有孙悟空这个人物卡片的频率约为 0.3. 估计这些卡片中绘有孙悟空这个人物卡片的张数约为 15.

【考点】利用频率估计概率.

【分析】利用频率估计概率得到抽到绘有孙悟空这个人物卡片的概率为 0.3, 则根据概率公式可计算出这些卡片中绘有孙悟空这个人物的卡片张数, 于是可估计出这些卡片中绘有孙悟空这个人物的卡片张数.

【解答】解: 因为通过多次试验后, 发现抽到绘有孙悟空这个人物卡片的频率约为 0.3, 所以估计抽到绘有孙悟空这个人物卡片的概率为 0.3,

则这些卡片中绘有孙悟空这个人物的卡片张数 $= 0.3 \times 50 = 15$ (张).

所以估计这些卡片中绘有孙悟空这个人物的卡片张数约为 15 张.

故答案为 15.

13. 已知点 M (1, a) 和点 N (2, b) 是一次函数 $y = -2x + 1$ 图象上的两点, 则 a 与 b 的大小关系是 $a > b$.

【考点】一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】根据一次函数的一次项系数结合一次函数的性质, 即可得出该一次函数的单调性, 由此即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 一次函数 $y = -2x + 1$ 中 $k = -2$,

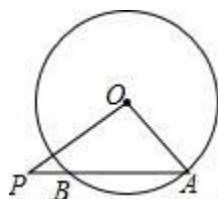
$\therefore$ 该函数中 y 随着 x 的增大而减小,

$\because 1 < 2$,

$\therefore a > b$.

故答案为: $a > b$.

14. 如图, 已知 $\odot O$ 的半径为 6cm, 弦 AB 的长为 8cm, P 是 AB 延长线上一点, BP=2cm, 则 $\tan \angle OPA$ 的值是 $\frac{\sqrt{5}}{3}$.



【考点】垂径定理; 解直角三角形.

【分析】作 $OM \perp AB$ 于 M, 由垂径定理得出 $AM = BM = \frac{1}{2}AB = 4$ cm, 由勾股定理求出 OM, 再由三角函数的定义即可得出结果.

【解答】解: 作 $OM \perp AB$ 于 M, 如图所示:

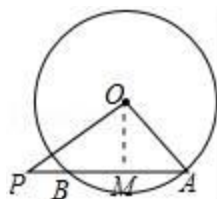
则 $AM = BM = \frac{1}{2}AB = 4$ cm,

$\therefore OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$ (cm),

$$\therefore PM=PB+BM=6\text{cm},$$

$$\therefore \tan \angle OPA = \frac{OM}{PM} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3};$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}}{3}$.



15. 已知 $\triangle ABC$, $\angle BAC=45^\circ$, $AB=8$, 要使满足条件的 $\triangle ABC$ 唯一确定, 那么 BC 边长度 x 的取值范围为 $x=4\sqrt{2}$ 或 $x \geq 8$.

【考点】 全等三角形的判定; 等腰直角三角形.

【分析】 分析: 过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D , 则 $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形; 再延长 AD 到 E 点, 使 $DE=AD$, 再分别讨论点 C 的位置即可.

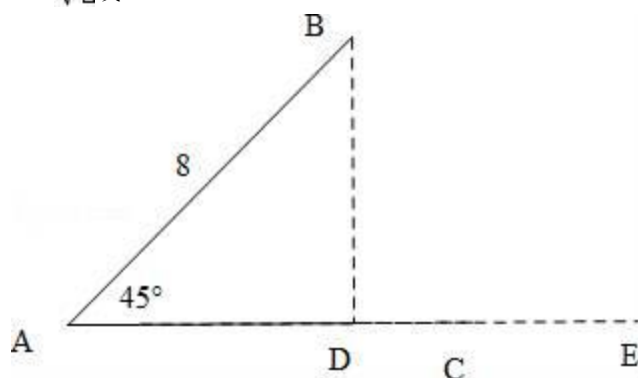
【解答】 解: 过 B 点作 $BD \perp AC$ 于 D 点, 则 $\triangle ABD$ 是等腰三角形; 再延长 AD 到 E , 使 $DE=AD$,

①当点 C 和点 D 重合时, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $BC=4\sqrt{2}$, 这个三角形是唯一确定的;

②当点 C 和点 E 重合时, $\triangle ABC$ 也是等腰三角形, $BC=8$, 这个三角形也是唯一确定的;

③当点 C 在线段 AE 的延长线上时, 即 x 大于 BE , 也就是 $x > 8$, 这时, $\triangle ABC$ 也是唯一确定的;

综上所述, $\angle BAC=45^\circ$, $AB=8$, 要使 $\triangle ABC$ 唯一确定, 那么 BC 的长度 x 满足的条件是: $x=4\sqrt{2}$ 或 $x \geq 8$



三、解答题: 本大题 10 小题, 共 100 分.

16. 先化简, 再求值: $\frac{2}{a-1} - \frac{a+1}{a^2-2a+1} \div \frac{a+1}{a-1}$, 其中 $a=\sqrt{2}+1$.

【考点】 分式的化简求值.

【分析】 原式第二项利用除法法则变形, 约分后两项利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果, 把 a 的值代入计算即可求出值.

【解答】 解: 原式 $= \frac{2}{a-1} - \frac{a+1}{(a-1)^2} \cdot \frac{a-1}{a+1} = \frac{2}{a-1} - \frac{1}{a-1} = \frac{1}{a-1}$,

当 $a=\sqrt{2}+1$ 时, 原式 $=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

17. 教室里有 4 排日光灯, 每排灯各由一个开关控制, 但灯的排数序号与开关序号不一定对应, 其中控制第二排灯的开关已坏 (闭合开关时灯也不亮).

(1) 将 4 个开关都闭合时, 教室里所有灯都亮起的概率是 0;

(2) 在 4 个开关都闭合的情况下, 不知情的雷老师准备做光学实验, 由于灯光太强, 他需要关掉部分灯, 于是随机将 4 个开关中的 2 个断开, 请用列表或画树状图的方法, 求恰好关掉第一排与第三排灯的概率.

【考点】列表法与树状图法.

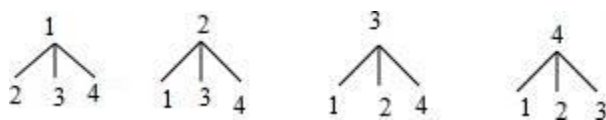
【分析】(1) 由于控制第二排灯的开关已坏, 所以所有灯都亮起为不可能事件;

(2) 用 1、2、3、4 分别表示第一排、第二排、第三排和第四排灯, 画树状图展示所有 12 种等可能的结果数, 再找出关掉第一排与第三排灯的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】解: (1) 因为控制第二排灯的开关已坏 (闭合开关时灯也不亮, 所以将 4 个开关都闭合时, 所以教室里所有灯都亮起的概率是 0;

故答案为 0;

(2) 用 1、2、3、4 分别表示第一排、第二排、第三排和第四排灯, 画树状图为:



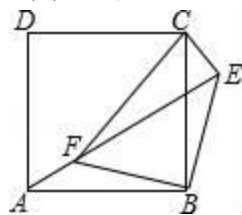
共有 12 种等可能的结果数, 其中恰好关掉第一排与第三排灯的结果数为 2,

所以恰好关掉第一排与第三排灯的概率 $=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

18. 如图, 点 E 正方形 ABCD 外一点, 点 F 是线段 AE 上一点, $\triangle EBF$ 是等腰直角三角形, 其中 $\angle EBF=90^\circ$, 连接 CE、CF.

(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle CBE$;

(2) 判断 $\triangle CEF$ 的形状, 并说明理由.



【考点】正方形的性质; 全等三角形的判定与性质; 等腰直角三角形.

【分析】(1) 由四边形 ABCD 是正方形可得出 $AB=CB$, $\angle ABC=90^\circ$, 再由 $\triangle EBF$ 是等腰直角三角形可得出 $BE=BF$, 通过角的计算可得出 $\angle ABF=\angle CBE$, 利用全等三角形的判定定理 SAS 即可证出 $\triangle ABF \cong \triangle CBE$;

(2) 根据 $\triangle EBF$ 是等腰直角三角形可得出 $\angle BFE=\angle FEB$, 通过角的计算可得出 $\angle AFB=135^\circ$, 再根据全等三角形的性质可得出 $\angle CEB=\angle AFB=135^\circ$, 通过角的计算即可得出 $\angle CEF=90^\circ$, 从而得出 $\triangle CEF$ 是直角三角形.

【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore AB=CB$, $\angle ABC=90^\circ$,

$\because \triangle EBF$ 是等腰直角三角形, 其中 $\angle EBF=90^\circ$,

$\therefore BE=BF$,
 $\therefore \angle ABC - \angle CBF = \angle EBF - \angle CBF$,
 $\therefore \angle ABF = \angle CBE$.

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CBE$ 中, 有 $\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABF=\angle CBE \\ BF=BE \end{cases}$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBE$ (SAS).

(2) 解: $\triangle CEF$ 是直角三角形. 理由如下:

$\because \triangle EBF$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle BFE = \angle FEB = 45^\circ$,

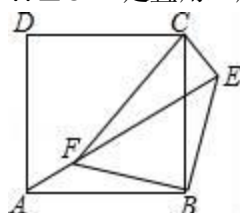
$\therefore \angle AFB = 180^\circ - \angle BFE = 135^\circ$,

又 $\because \triangle ABF \cong \triangle CBE$,

$\therefore \angle CEB = \angle AFB = 135^\circ$,

$\therefore \angle CEF = \angle CEB - \angle FEB = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CEF$ 是直角三角形.



19. 某校为了解该校九年级学生 2016 年适应性考试数学成绩, 现从九年级学生中随机抽取部分学生的适应性考试数学成绩, 按 A, B, C, D 四个等级进行统计, 并将统计结果绘制成如图所示不完整的统计图, 请根据统计图中的信息解答下列问题:

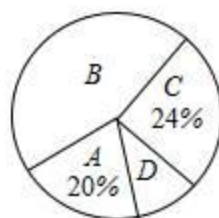
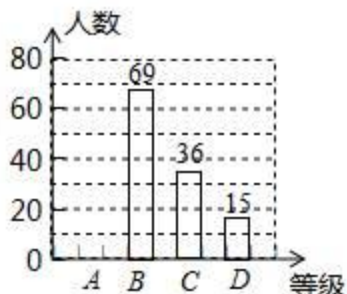
(说明: A 等级: 135 分 - 150 分 B 等级: 120 分 - 135 分, C 等级: 90 分 - 120 分, D 等级: 0 分 - 90 分)

(1) 此次抽查的学生人数为 150;

(2) 把条形统计图和扇形统计图补充完整;

(3) 若该校九年级有学生 1200 人, 请估计在这次适应性考试中数学成绩达到 120 分 (包含 120 分) 以上的学生人数.

2016 年适应性考试数学成绩 条形统计图 2016 年适应性考试数学成绩 扇形统计图



【考点】 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

【分析】 (1) 根据统计图可知, C 等级有 36 人, 占调查人数的 24%, 从而可以得到本次抽查的学生数;

(2) 根据 (1) 中求得的抽查人数可以求得 A 等级的学生数, B 等级和 D 等级占的百分比, 从而可以将统计图补充完整;

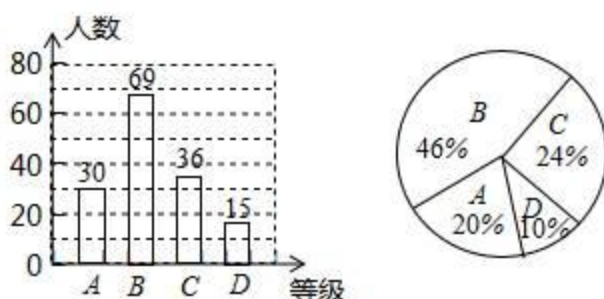
(3) 根据统计图中的数据可以估计这次适应性考试中数学成绩达到 120 分（包含 120 分）以上的学生人数.

【解答】解：(1) 由题意可得，
此次抽查的学生有： $36 \div 24\% = 150$ （人），
故答案为：150；

(2) A 等级的学生数是： $150 \times 20\% = 30$ ，
B 等级占的百分比是： $69 \div 150 \times 100\% = 46\%$ ，
D 等级占的百分比是： $15 \div 150 \times 100\% = 10\%$ ，
故补全的条形统计图和扇形统计图如右图所示，

(3) $1200 \times (46\% + 20\%) = 792$ （人），
即这次适应性考试中数学成绩达到 120 分（包含 120 分）以上的学生有 792 人. 1111

2016年适应性考试数学成绩 2016年适应性考试数学成绩
条形统计图 扇形统计图



20. 为加强中小学生安全和禁毒教育，某校组织了“防溺水、交通安全、禁毒”知识竞赛，为奖励在竞赛中表现优异的班级，学校准备从体育用品商场一次性购买若干个足球和篮球（每个足球的价格相同，每个篮球的价格相同），购买 1 个足球和 1 个篮球共需 159 元；足球单价是篮球单价的 2 倍少 9 元.

(1) 求足球和篮球的单价各是多少元？

(2) 根据学校实际情况，需一次性购买足球和篮球共 20 个，但要求购买足球和篮球的总费用不超过 1550 元，学校最多可以购买多少个足球？

【考点】一元一次不等式的应用；二元一次方程组的应用.

【分析】(1) 设一个足球的单价 x 元、一个篮球的单价为 y 元，根据：①1 个足球费用+1 个篮球费用=159 元，②足球单价是篮球单价的 2 倍少 9 元，据此列方程组求解即可；

(2) 设买足球 m 个，则买篮球 $(20 - m)$ 个，根据购买足球和篮球的总费用不超过 1550 元建立不等式求出其解即可.

【解答】解：(1) 设一个足球的单价 x 元、一个篮球的单价为 y 元，根据题意得

$$\begin{cases} x+y=159 \\ x=2y-9 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=103 \\ y=56 \end{cases}$$

答：一个足球的单价 103 元、一个篮球的单价 56 元；

(2) 设可买足球 m 个，则买篮球 $(20 - m)$ 个，根据题意得：
 $103m + 56(20 - m) \leq 1550$,

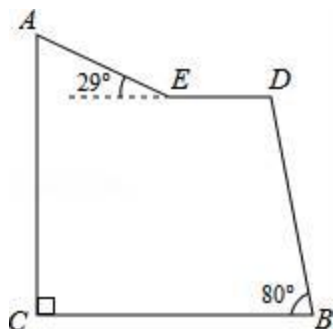
解得: $m \leq 9\frac{7}{47}$,

$\therefore m$ 为整数,

$\therefore m$ 最大取 9

答: 学校最多可以买 9 个足球.

21. “蘑菇石”是我省著名自然保护区梵净山的标志, 小明从山脚 B 点先乘坐缆车到达观景平台 DE 观景, 然后再沿着坡脚为 29° 的斜坡由 E 点步行到达“蘑菇石”A 点, “蘑菇石”A 点到水平面 BC 的垂直距离为 1790m. 如图, $DE \parallel BC$, $BD=1700\text{m}$, $\angle DBC=80^\circ$, 求斜坡 AE 的长度. (结果精确到 0.1m)



【考点】解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

【分析】首先过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F, 延长 DE 交 AC 于点 M, 进而表示出 AM, DF 的

长, 再利用 $AE = \frac{AM}{\sin 29^\circ}$, 求出答案.

【解答】解: 过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F, 延长 DE 交 AC 于点 M,
由题意可得: $EM \perp AC$, $DF = MC$, $\angle AEM = 29^\circ$,

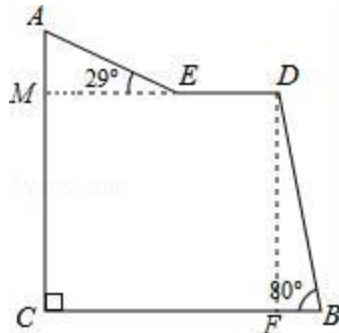
在 $\text{Rt}\triangle DFB$ 中, $\sin 80^\circ = \frac{DF}{BD}$, 则 $DF = BD \cdot \sin 80^\circ$,

$$AM = AC - CM = 1790 - 1700 \cdot \sin 80^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AME$ 中, $\sin 29^\circ = \frac{AM}{AE}$,

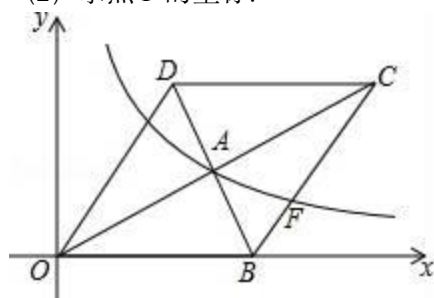
$$\text{故 } AE = \frac{AM}{\sin 29^\circ} = \frac{1790 - 1700 \cdot \sin 80^\circ}{\sin 29^\circ} \approx 238.9 \text{ (m)},$$

答: 斜坡 AE 的长度约为 238.9m.



22. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 OBCD 的边 OB 在 x 轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过菱形对角线的交点 A, 且与边 BC 交于点 F, 点 A 的坐标为 (4, 2).

- (1) 求反比例函数的表达式;
 (2) 求点 F 的坐标.



【考点】 待定系数法求反比例函数解析式; 反比例函数图象上点的坐标特征; 菱形的性质.

【分析】 (1) 将点 A 的坐标代入到反比例函数的一般形式后求得 k 值即可确定函数的解析式;

(2) 过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于点 M, 过点 C 作 $CN \perp x$ 轴于点 N, 首先求得点 B 的坐标, 然后求得直线 BC 的解析式, 求得直线和抛物线的交点坐标即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A, A 点的坐标为 (4, 2),

$$\therefore k = 2 \times 4 = 8,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{8}{x};$$

(2) 过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于点 M, 过点 C 作 $CN \perp x$ 轴于点 N,

由题意可知, $CN = 2AM = 4$, $ON = 2OM = 8$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 C (8, 4),

设 $OB = x$, 则 $BC = x$, $BN = 8 - x$,

在 $Rt\triangle CNB$ 中, $x^2 - (8 - x)^2 = 4^2$,

解得: $x = 5$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 B (5, 0),

设直线 BC 的函数表达式为 $y = ax + b$, 直线 BC 过点 B (5, 0), C (8, 4),

$$\therefore \begin{cases} 5a + b = 0 \\ 8a + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = \frac{4}{3} \\ b = -\frac{20}{3} \end{cases},$$

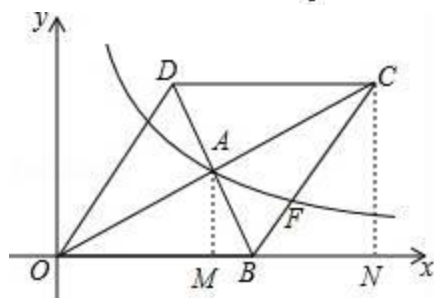
$$\therefore \text{直线 BC 的解析式为 } y = \frac{4}{3}x - \frac{20}{3},$$

$$\text{根据题意得方程组 } \begin{cases} y = \frac{4}{3}x - \frac{20}{3} \\ y = \frac{8}{x} \end{cases},$$

$$\text{解此方程组得: } \begin{cases} x = 6 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -1 \\ y = -8 \end{cases}$$

$\therefore$ 点 F 在第一象限,

∴ 点 F 的坐标为 $F(6, \frac{4}{3})$.

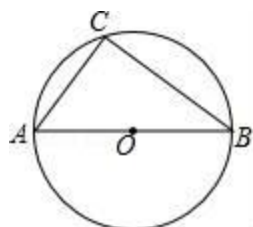


23. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB=8$.

(1) 利用尺规, 作 $\angle CAB$ 的平分线, 交 $\odot O$ 于点 D ; (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 在 (1) 的条件下, 连接 CD , OD , 若 $AC=CD$, 求 $\angle B$ 的度数;

(3) 在 (2) 的条件下, OD 交 BC 于点 E , 求由线段 ED , BE , $\widehat{BD}$ 所围成区域的面积. (其中 $\widehat{BD}$ 表示劣弧, 结果保留 π 和根号)



【考点】 圆的综合题.

【分析】 (1) 由角平分线的基本作图即可得出结果;

(2) 由等腰三角形的性质和圆周角定理得出 $\angle CAD = \angle B$, 再由角平分线得出 $\angle CAD = \angle DAB = \angle B$, 由圆周角定理得出 $\angle ACB = 90^\circ$, 得出 $\angle CAB + \angle B = 90^\circ$, 即可求出 $\angle B$ 的度数;

(3) 证出 $\angle OEB = 90^\circ$, 在 $Rt\triangle OEB$ 中, 求出 $OE = \frac{1}{2}OB = 2$, 由勾股定理求出 BE , 再由三角形的面积公式和扇形面积公式求出 $\triangle OEB$ 的面积 $= \frac{1}{2}OE \cdot BE = 2\sqrt{3}$, 扇形 BOD 的面积 $= \frac{8\pi}{3}$, 所求图形的面积 $=$ 扇形面积 $- \triangle OEB$ 的面积, 即可得出结果.

【解答】 解: (1) 如图 1 所示, AP 即为所求的 $\angle CAB$ 的平分线;

(2) 如图 2 所示:

∵ $AC=CD$,

∴ $\angle CAD = \angle ADC$,

又 ∵ $\angle ADC = \angle B$,

∴ $\angle CAD = \angle B$,

∵ AD 平分 $\angle CAB$,

∴ $\angle CAD = \angle DAB = \angle B$,

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径,

∴ $\angle ACB = 90^\circ$,

∴ $\angle CAB + \angle B = 90^\circ$,

∴ $3\angle B = 90^\circ$,

∴ $\angle B = 30^\circ$;

(3) 由 (2) 得: $\angle CAD = \angle BAD$, $\angle DAB = 30^\circ$,

又 $\because \angle DOB = 2\angle DAB$,

$\therefore \angle BOD = 60^\circ$,

$\therefore \angle OEB = 90^\circ$,

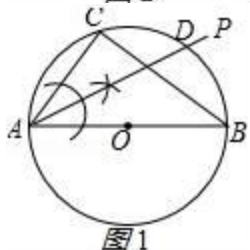
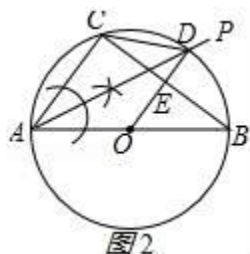
在 $\text{Rt}\triangle OEB$ 中, $OB = \frac{1}{2}AB = 4$,

$\therefore OE = \frac{1}{2}OB = 2$,

$\therefore BE = \sqrt{OB^2 - OE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$,

$\therefore \triangle OEB$ 的面积 $= \frac{1}{2}OE \cdot BE = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$, 扇形 BOD 的面积 $= \frac{60\pi \cdot 4^2}{360} = \frac{8\pi}{3}$,

$\therefore$ 线段 ED , BE , $\widehat{BD}$ 所围成区域的面积 $= \frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$.



24. (1) 阅读理解:

如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=10$, $AC=6$, 求 BC 边上的中线 AD 的取值范围.

解决此问题可以用如下方法: 延长 AD 到点 E 使 $DE=AD$, 再连接 BE (或将 $\triangle ACD$ 绕着点 D 逆时针旋转 180° 得到 $\triangle EBD$), 把 AB , AC , $2AD$ 集中在 $\triangle ABE$ 中, 利用三角形三边的关系即可判断.

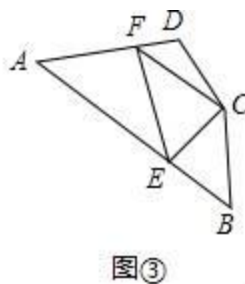
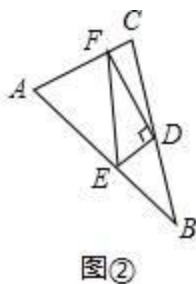
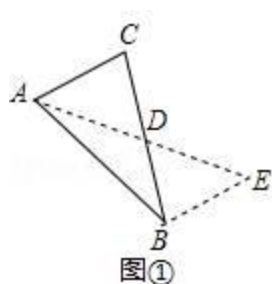
中线 AD 的取值范围是 $2 < AD < 8$;

(2) 问题解决:

如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上的中点, $DE \perp DF$ 于点 D , DE 交 AB 于点 E , DF 交 AC 于点 F , 连接 EF , 求证: $BE + CF > EF$;

(3) 问题拓展:

如图③, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B + \angle D = 180^\circ$, $CB = CD$, $\angle BCD = 140^\circ$, 以 C 为顶点作一个 70° 角, 角的两边分别交 AB , AD 于 E , F 两点, 连接 EF , 探索线段 BE , DF , EF 之间的数量关系, 并加以证明.



【考点】三角形综合题.

【分析】(1) 延长 AD 至 E, 使 $DE=AD$, 由 SAS 证明 $\triangle ACD \cong \triangle EBD$, 得出 $BE=AC=6$, 在 $\triangle ABE$ 中, 由三角形的三边关系求出 AE 的取值范围, 即可得出 AD 的取值范围;

(2) 延长 FD 至点 M, 使 $DM=DF$, 连接 BM、EM, 同 (1) 得 $\triangle BMD \cong \triangle CFD$, 得出 $BM=CF$, 由线段垂直平分线的性质得出 $EM=EF$, 在 $\triangle BME$ 中, 由三角形的三边关系得出 $BE+BM > EM$ 即可得出结论;

(3) 延长 AB 至点 N, 使 $BN=DF$, 连接 CN, 证出 $\angle NBC = \angle D$, 由 SAS 证明 $\triangle NBC \cong \triangle FDC$, 得出 $CN=CF$, $\angle NCB = \angle FCD$, 证出 $\angle ECN = 70^\circ = \angle ECF$, 再由 SAS 证明 $\triangle NCE \cong \triangle FCE$, 得出 $EN=EF$, 即可得出结论.

【解答】(1) 解: 延长 AD 至 E, 使 $DE=AD$, 连接 BE, 如图①所示:

$\because AD$ 是 BC 边上的中线,

$\therefore BD=CD$,

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle CDA$ 中,
$$\begin{cases} BD=CD \\ \angle BDE = \angle CDA \\ DE=AD \end{cases},$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDA$ (SAS),

$\therefore BE=AC=6$,

在 $\triangle ABE$ 中, 由三角形的三边关系得: $AB - BE < AE < AB + BE$,

$\therefore 10 - 6 < AE < 10 + 6$, 即 $4 < AE < 16$,

$\therefore 2 < AD < 8$;

故答案为: $2 < AD < 8$;

(2) 证明: 延长 FD 至点 M, 使 $DM=DF$, 连接 BM、EM, 如图②所示:

同 (1) 得: $\triangle BMD \cong \triangle CFD$ (SAS),

$\therefore BM=CF$,

$\because DE \perp DF$, $DM=DF$,

$\therefore EM=EF$,

在 $\triangle BME$ 中, 由三角形的三边关系得: $BE+BM > EM$,

$\therefore BE+CF > EF$;

(3) 解: $BE+DF=EF$; 理由如下:

延长 AB 至点 N, 使 $BN=DF$, 连接 CN, 如图 3 所示:

$\because \angle ABC + \angle D = 180^\circ$, $\angle NBC + \angle ABC = 180^\circ$,

$\therefore \angle NBC = \angle D$,

在 $\triangle NBC$ 和 $\triangle FDC$ 中,
$$\begin{cases} BN=DF \\ \angle NBC = \angle D \\ BC=DC \end{cases},$$

$\therefore \triangle NBC \cong \triangle FDC$ (SAS),

$\therefore CN=CF$, $\angle NCB = \angle FCD$,

$$\therefore \angle BCD = 140^\circ, \angle ECF = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle FCD = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle ECN = 70^\circ = \angle ECF,$$

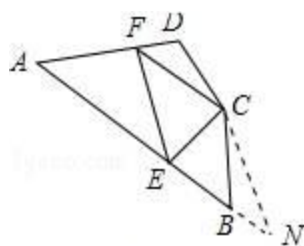
$$\text{在 } \triangle NCE \text{ 和 } \triangle FCE \text{ 中, } \begin{cases} CN = CF \\ \angle ECN = \angle ECF \\ CE = CE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle NCE \cong \triangle FCE \text{ (SAS)},$$

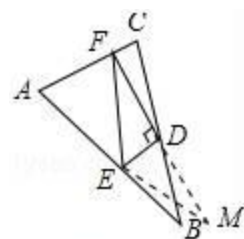
$$\therefore EN = EF,$$

$$\therefore BE + BN = EN,$$

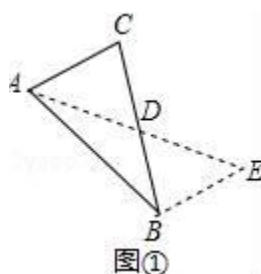
$$\therefore BE + DF = EF.$$



图③



图②



图①

25. 如图, 直线 $y = 5x + 5$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 C , 过 A, C 两点的二次函数 $y = ax^2 + 4x + c$ 的图象交 x 轴于另一点 B .

(1) 求二次函数的表达式;

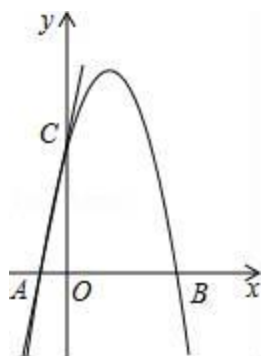
(2) 连接 BC , 点 N 是线段 BC 上的动点, 作 $ND \perp x$ 轴交二次函数的图象于点 D , 求线段 ND 长度的最大值;

(3) 若点 H 为二次函数 $y = ax^2 + 4x + c$ 图象的顶点, 点 $M(4, m)$ 是该二次函数图象上一点, 在 x 轴、 y 轴上分别找点 F, E , 使四边形 $HEFM$ 的周长最小, 求出点 F, E 的坐标.

温馨提示: 在直角坐标系中, 若点 P, Q 的坐标分别为 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$,

当 PQ 平行 x 轴时, 线段 PQ 的长度可由公式 $PQ = |x_1 - x_2|$ 求出;

当 PQ 平行 y 轴时, 线段 PQ 的长度可由公式 $PQ = |y_1 - y_2|$ 求出.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 先根据坐标轴上点的坐标特征由一次函数的表达式求出 A, C 两点的坐标, 再根据待定系数法可求二次函数的表达式;

(2) 根据坐标轴上点的坐标特征由二次函数的表达式求出 B 点的坐标, 根据待定系数法可求一次函数 BC 的表达式, 设 ND 的长为 d, N 点的横坐标为 n, 则 N 点的纵坐标为 $-n+5$, D 点的坐标为 D (n, $-n^2+4n+5$), 根据两点间的距离公式和二次函数的最值计算可求线段 ND 长度的最大值;

(3) 由题意可得二次函数的顶点坐标为 H (2, 9), 点 M 的坐标为 M (4, 5), 作点 H (2, 9) 关于 y 轴的对称点 H_1 , 可得点 H_1 的坐标, 作点 M (4, 5) 关于 x 轴的对称点 M_1 , 可得点 M_1 的坐标, 连结 H_1M_1 分别交 x 轴于点 F, y 轴于点 E, 可得 H_1M_1+HM 的长度是四边形 HEFM 的最小周长, 再根据待定系数法可求直线 H_1M_1 解析式, 根据坐标轴上点的坐标特征可求点 F、E 的坐标.

【解答】解: (1) $\because$ 直线 $y=5x+5$ 交 x 轴于点 A, 交 y 轴于点 C,

$\therefore A (-1, 0), C (0, 5),$

$\because$ 二次函数 $y=ax^2+4x+c$ 的图象过 A, C 两点,

$$\therefore \begin{cases} 0=a-4+c \\ c=5 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-1 \\ c=5 \end{cases},$$

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y=-x^2+4x+5$;

(2) 如图 1,

$\because$ 点 B 是二次函数的图象与 x 轴的交点,

$\therefore$ 由二次函数的表达式为 $y=-x^2+4x+5$ 得, 点 B 的坐标 B (5, 0),

设直线 BC 解析式为 $y=kx+b$,

$\because$ 直线 BC 过点 B (5, 0), C (0, 5),

$$\therefore \begin{cases} 5k+b=0 \\ b=5 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-1 \\ b=5 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 BC 解析式为 $y=-x+5$,

设 ND 的长为 d, N 点的横坐标为 n,

则 N 点的纵坐标为 $-n+5$, D 点的坐标为 D (n, $-n^2+4n+5$),

则 $d=|-n^2+4n+5-(-n+5)|$,

由题意可知: $-n^2+4n+5 > -n+5$,

$$\therefore d = -n^2 + 4n + 5 - (-n + 5) = -n^2 + 5n = -\left(n - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4},$$

$\therefore$ 当 $n = \frac{5}{2}$ 时, 线段 ND 长度的最大值是 $\frac{25}{4}$;

(3) 由题意可得二次函数的顶点坐标为 H (2, 9), 点 M 的坐标为 M (4, 5),
作点 H (2, 9) 关于 y 轴的对称点 H_1 , 则点 H_1 的坐标为 $H_1 (-2, 9)$,
作点 M (4, 5) 关于 x 轴的对称点 M_1 , 则点 M_1 的坐标为 $M_1 (4, -5)$,
连结 H_1M_1 分别交 x 轴于点 F, y 轴于点 E,
所以 $H_1M_1 + HM$ 的长度是四边形 HEFM 的最小周长, 则点 F、E 即为所求,
设直线 H_1M_1 解析式为 $y = k_1x + b_1$,
直线 H_1M_1 过点 $M_1 (4, -5)$, $H_1 (-2, 9)$,

根据题意得方程组
$$\begin{cases} -5 = 4k_1 + b_1 \\ 9 = -2k_1 + b_1 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} k_1 = -\frac{7}{3} \\ b_1 = \frac{13}{3} \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{7}{3}x + \frac{13}{3},$$

$\therefore$ 点 F, E 的坐标分别为 $(\frac{13}{7}, 0)$ $(0, \frac{13}{3})$.

