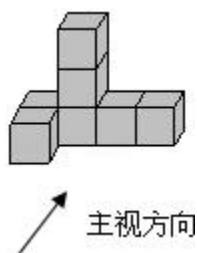
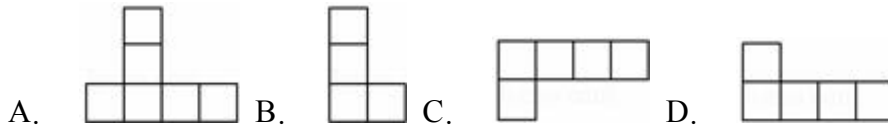


2015 年贵州省黔南州中考数学试卷

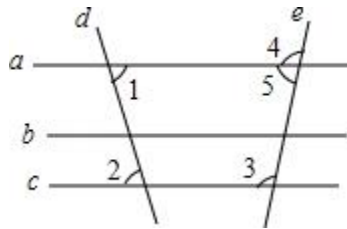
一、单项选择题（共 13 小题，每小题 4 分，满分 52 分）

1. (4 分) (2015•黔南州) 下列说法错误的是 ()
- A. -2 的相反数是 2
- B. 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$
- C. $(-3) - (-5) = 2$
- D. $-11, 0, 4$ 这三个数中最小的数是 0
2. (4 分) (2015•黔南州) 在“青春脉动•唱响黔南校园青年歌手大赛”总决赛中, 7 位评委对某位选手评分为 (单位: 分): $9, 8, 9, 7, 8, 9, 7$. 这组数据的众数和平均数分别是 ()
- A. $9, 8$ B. $9, 7$ C. $8, 7$ D. $8, 8$
3. (4 分) (2015•黔南州) 下列各数表示正确的是 ()
- A. $57000000 = 57 \times 10^6$
- B. 0.0158 (用四舍五入法精确到 0.001) $= 0.015$
- C. 1.804 (用四舍五入法精确到十分位) $= 1.8$
- D. $0.0000257 = 2.57 \times 10^{-4}$
4. (4 分) (2015•黔南州) 下列运算正确 ()
- A. $a \cdot a^5 = a^5$ B. $a^7 \div a^5 = a^3$
- C. $(2a)^3 = 6a^3$ D. $10ab^3 \div (-5ab) = -2b^2$
5. (4 分) (2015•黔南州) 如图所示, 该几何体的左视图是 ()





6. (4 分) (2015•黔南州) 如图, 下列说法错误的是 ()



- A. 若 $a \parallel b$, $b \parallel c$, 则 $a \parallel c$ B. 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $a \parallel c$
- C. 若 $\angle 3 = \angle 2$, 则 $b \parallel c$ D. 若 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$, 则 $a \parallel c$

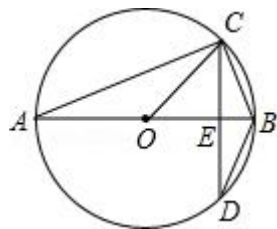
7. (4 分) (2015•黔南州) 下列说法正确的是 ()

- A. 为了检测一批电池使用时间的长短, 应该采用全面调查的方法
- B. 方差反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动越大
- C. 打开电视正在播放新闻节目是必然事件
- D. 为了了解某县初中学生的身体情况, 从八年级学生中随机抽取 50 名学生作为总体的一个样本

8. (4 分) (2015•黔南州) 函数 $y = \sqrt{3-x} + \frac{1}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \leq 3$ B. $x \neq 4$ C. $x \geq 3$ 且 $x \neq 4$ D. $x \leq 3$ 或 $x \neq 4$

9. (4 分) (2015•黔南州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 为弦, $CD \perp AB$ 且相交于点 E , 则下列结论中不成立的是 ()

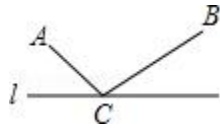


- A. $\angle A = \angle D$ B. $\widehat{CB} = \widehat{BD}$ C. $\angle ACB = 90^\circ$ D. $\angle COB = 3\angle D$

10. (4 分) (2015•黔南州) 同时抛掷两枚质地均匀的硬币, 则下列事件发生的概率最大的是 ()

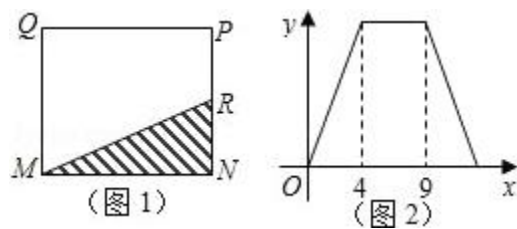
- A. 两正面都朝上
- B. 两背面都朝上
- C. 一个正面朝上，另一个背面朝上
- D. 三种情况发生的概率一样大

11. (4分) (2015•黔南州) 如图，直线 l 外不重合的两点 A 、 B ，在直线 l 上求作一点 C ，使得 $AC+BC$ 的长度最短，作法为：①作点 B 关于直线 l 的对称点 B' ；②连接 AB' 与直线 l 相交于点 C ，则点 C 为所求作的点. 在解决这个问题时没有运用到的知识或方法是 ()



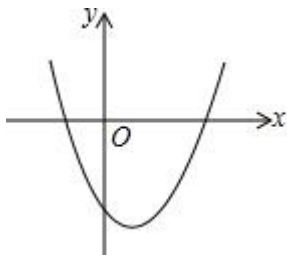
- A. 转化思想
- B. 三角形的两边之和大于第三边
- C. 两点之间，线段最短
- D. 三角形的一个外角大于与它不相邻的任意一个内角

12. (4分) (2015•黔南州) 如图 1，在矩形 $MNPQ$ 中，动点 R 从点 N 出发，沿 $N \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow M$ 方向运动至点 M 处停止. 设点 R 运动的路程为 x ， $\triangle MNR$ 的面积为 y ，如果 y 关于 x 的函数图象如图 2 所示，则当 $x=9$ 时，点 R 应运动到 ()



- A. M 处
- B. N 处
- C. P 处
- D. Q 处

13. (4分) (2015•黔南州) 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象如图所示，下列说法中错误的是 ()

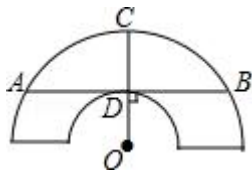


- A. 函数图象与 y 轴的交点坐标是 $(0, -3)$
- B. 顶点坐标是 $(1, -3)$
- C. 函数图象与 x 轴的交点坐标是 $(3, 0)$ 、 $(-1, 0)$
- D. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

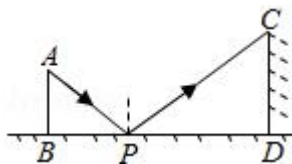
二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

14. (4 分) (2015•黔南州) 计算: $2\sqrt{\frac{1}{3} \times \sqrt{9} - \sqrt{12}} + 3\sqrt{\frac{7}{8} - 1} =$ _____.

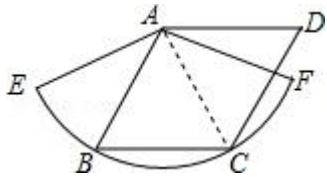
15. (4 分) (2015•黔南州) 如图是一个古代车轮的碎片, 小明为求其外圆半径, 连接外圆上的两点 A 、 B , 并使 AB 与车轮内圆相切于点 D , 半径为 $OC \perp AB$ 交外圆于点 C . 测得 $CD=10\text{cm}$, $AB=60\text{cm}$, 则这个车轮的外圆半径是_____.



16. (4 分) (2015•黔南州) 如图是小明设计用手电来测量都匀南沙州古城墙高度的示意图, 点 P 处放一水平的平面镜, 光线从点 A 出发经过平面镜反射后刚好射到古城墙 CD 的顶端 C 处, 已知 $AB \perp BD$, $CD \perp BD$, 且测得 $AB=1.2$ 米, $BP=1.8$ 米, $PD=12$ 米, 那么该古城墙的高度是_____米 (平面镜的厚度忽略不计).

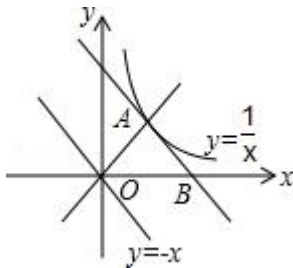


17. (4 分) (2015•黔南州) 如图, 边长为 1 的菱形 $ABCD$ 的两个顶点 B 、 C 恰好落在扇形 AEF 的弧 EF 上. 若 $\angle BAD=120^\circ$, 则弧 BC 的长度等于_____ (结果保留 π).



18. (4 分) (2015•黔南州) 甲、乙、丙、丁四位同学围成一圈依次循环报数, 规定: ①甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为 1、2、3、4, 接着甲报 5, 乙报 6..., 后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大 1, 按此规律, 当报到的数是 50 时, 报数结束; ②若报出的数为 3 的倍数, 则该报数的同学需拍手一次, 在此过程中, 甲同学需要拍手的次数为_____.

19. (4 分) (2015•黔南州) 如图, 函数 $y = -x$ 的图象是二、四象限的角平分线, 将 $y = -x$ 的图象以点 O 为中心旋转 90° 与函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象交于点 A, 再将 $y = -x$ 的图象向右平移至点 A, 与 x 轴交于点 B, 则点 B 的坐标为_____.

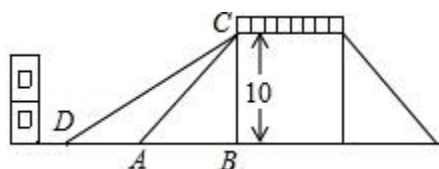


三、解答题 (共 7 小题, 满分 74 分)

20. (10 分) (2015•黔南州) (1) 已知: $x = 2\sin 60^\circ$, 先化简 $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} + \frac{1}{x + 1}$, 再求它的值.

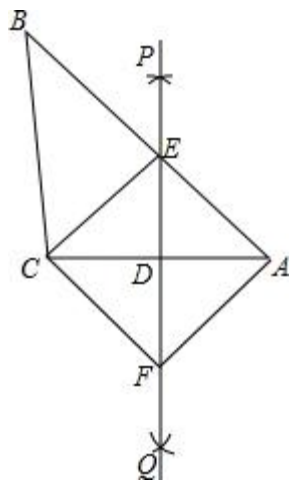
(2) 已知 m 和 n 是方程 $3x^2 - 8x + 4 = 0$ 的两根, 求 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$.

21. (6分) (2015•黔南州) 如图是一座人行天桥的示意图, 天桥的高度是 10 米, $CB \perp DB$, 坡面 AC 的倾斜角为 45° . 为了方便行人推车过天桥, 市政部门决定降低坡度, 使新坡面 DC 的坡度为 $i = \sqrt{3} : 3$. 若新坡角下需留 3 米宽的人行道, 问离原坡角 (A 点处) 10 米的建筑物是否需要拆除? (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



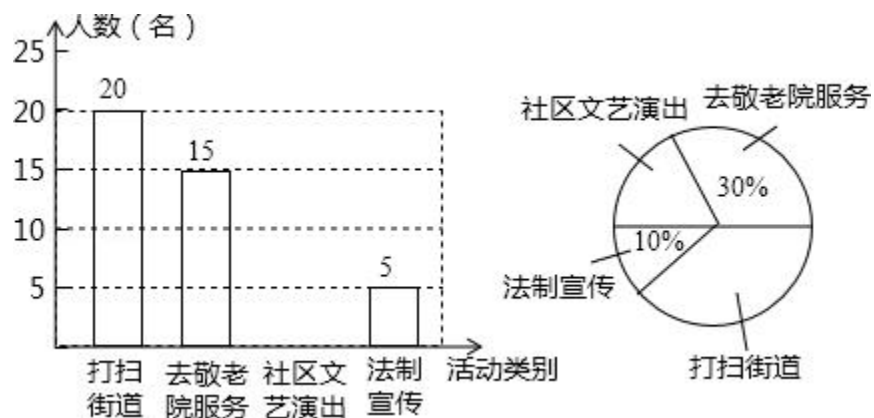
22. (10分) (2015•黔南州) 如图, 已知 $\triangle ABC$, 直线 PQ 垂直平分 AC , 与边 AB 交于 E , 连接 CE , 过点 C 作 CF 平行于 BA 交 PQ 于点 F , 连接 AF .

- (1) 求证: $\triangle AED \cong \triangle CFD$;
- (2) 求证: 四边形 $AECF$ 是菱形.
- (3) 若 $AD=3$, $AE=5$, 则菱形 $AECF$ 的面积是多少?



23. (12分) (2015•黔南州) 今年 3 月 5 日, 黔南州某中学组织全体学生参加了“青年志愿者”活动, 活动分为“打扫街道”、“去敬老院服务”、“到社区文艺演出”和“法制宣传”四项, 从九年级同学中抽取了部分同学对“打扫街道”、“去敬老院服务”、

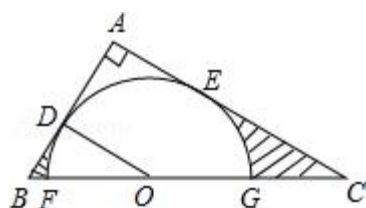
“到社区文艺演出”和“法制宣传”的人数进行了统计，并绘制成如图所示的直方图和扇形统计图．请根据统计图提供的信息，回答以下问题：



- (1) 抽取的部分同学的人数是多少？
- (2) 补全直方图的空缺部分．
- (3) 若九年级有 400 名学生，估计该年级去打扫街道的人数．
- (4) 九（1）班计划在 3 月 5 日这天完成“青年志愿者”活动中的三项，请用列表或画树状图求恰好是“打扫街道”、“去敬老院服务”和“法制宣传”的概率．（用 A 表示“打扫街道”；用 B 表示“去敬老院服务”；用 C 表示“法制宣传”）

24. (12 分) (2015•黔南州) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$ ，O 是 BC 边上一点，以 O 为圆心的半圆与 AB 边相切于点 D，与 AC、BC 边分别交于点 E、F、G，连接 OD，已知 $BD=2$ ， $AE=3$ ， $\tan\angle BOD=\frac{2}{3}$ ．

- (1) 求 $\odot O$ 的半径 OD；
- (2) 求证：AE 是 $\odot O$ 的切线；
- (3) 求图中两部分阴影面积的和．

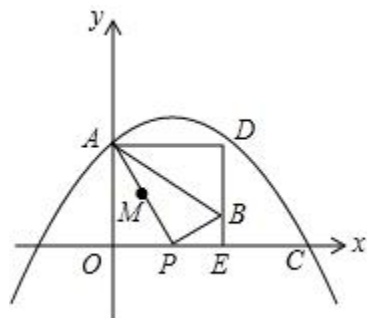


25. (12 分) (2015•黔南州) 为了解都匀市交通拥堵情况, 经统计分析, 都匀彩虹桥上的车流速度 v (千米/小时) 是车流密度 x (辆/千米) 的函数, 当桥上的车流密度达到 220 辆/千米时, 造成堵塞, 此时车流速度为 0 千米/小时; 当车流密度为 20 辆/千米时, 车流速度为 80 千米/小时. 研究表明: 当 $20 \leq x \leq 220$ 时, 车流速度 v 是车流密度 x 的一次函数.

- (1) 求彩虹桥上车流密度为 100 辆/千米时的车流速度;
- (2) 在交通高峰时段, 为使彩虹桥上车流速度大于 40 千米/小时且小于 60 千米/小时, 应控制彩虹桥上的车流密度在什么范围内?
- (3) 当车流量 (辆/小时) 是单位时间内通过桥上某观测点的车辆数, 即: 车流量 = 车流速度 $\times$ 车流密度. 当 $20 \leq x \leq 220$ 时, 求彩虹桥上车流量 y 的最大值.

26. (12 分) (2015•黔南州) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 过点 $A(0, 4)$ 和 $C(8, 0)$, $P(t, 0)$ 是 x 轴正半轴上的一个动点, M 是线段 AP 的中点, 将线段 MP 绕点 P 顺时针旋转 90° 得线段 PB , 过点 B 作 x 轴的垂线, 过点 A 作 y 轴的垂线, 两直线交于点 D .

- (1) 求 b 、 c 的值;
- (2) 当 t 为何值时, 点 D 落在抛物线上;
- (3) 是否存在 t , 使得以 A , B , D 为顶点的三角形与 $\triangle AOP$ 相似? 若存在, 求此时 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



2015 年贵州省黔南州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题（共 13 小题，每小题 4 分，满分 52 分）

1. （4 分）（2015•黔南州）下列说法错误的是（ ）

- A. -2 的相反数是 2
- B. 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$
- C. $(-3) - (-5) = 2$
- D. $-11, 0, 4$ 这三个数中最小的数是 0

考点：相反数；倒数；有理数大小比较；有理数的减法.

分析：根据相反数的概念、倒数的概念、有理数的减法法则和有理数的大小比较进行判断即可.

解答：解： -2 的相反数是 2 ，A 正确；

3 的倒数是 $\frac{1}{3}$ ，B 正确；

$(-3) - (-5) = -3+5=2$ ，C 正确；

$-11, 0, 4$ 这三个数中最小的数是 -11 ，D 错误，

故选：D.

点评：本题考查的是相反数的概念、倒数的概念、有理数的减法法则和有理数的大小比较，掌握有关的概念和法则是解题的关键.

2. （4 分）（2015•黔南州）在“青春脉动•唱响黔南校园青年歌手大赛”总决赛中，7 位评委对某位选手评分为（单位：分）：9、8、9、7、8、9、7. 这组数据的众数和平均数分别是（ ）

- A. 9、8 B. 9、7 C. 8、7 D. 8、8

考点：众数；中位数.

专题：计算题.

分析： 根据众数和平均数的定义求解.

解答： 解：9 出现了三次，出现次数最多，所以这组数据的众数是 9，

这组数据的平均数 $= \frac{9+8+9+7+8+9+7}{7} \approx 8$.

故选 A.

点评： 本题考查了众数的定义：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数. 也考查了条形统计图和中位数.

3. (4 分) (2015•黔南州) 下列各数表示正确的是 ()

A. $570000000=57 \times 10^6$

B. 0.0158 (用四舍五入法精确到 0.001) ≈ 0.015

C. 1.804 (用四舍五入法精确到十分位) ≈ 1.8

D. $0.0000257=2.57 \times 10^{-4}$

考点： 科学记数法—表示较大的数；近似数和有效数字；科学记数法—表示较小的数.

专题： 计算题.

分析： 把各项中较大与较小的数字利用科学记数法表示，取其近似值得到结果，即可做出判断.

解答： 解：A、 $570000000=5.7 \times 10^7$ ，错误；

B、0.0158 (用四舍五入法精确到 0.001) ≈ 0.016 ，错误；

C、1.804 (用四舍五入法精确到十分位) ≈ 1.8 ，正确；

D、 $0.0000257=2.57 \times 10^{-5}$ ，错误，

故选 C.

点评： 此题考查了科学记数法—表示较大的数，较小的数，以及近似数与有效数字，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (4 分) (2015•黔南州) 下列运算正确 ()

A. $a \cdot a^5 = a^5$ B. $a^7 \div a^5 = a^3$

C. $(2a)^3 = 6a^3$ D. $10ab^3 \div (-5ab) = -2b^2$

考点：同底数幂的除法；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方；整式的除法.

分析：A: 根据同底数幂的乘法法则判断即可.

B: 根据同底数幂的除法法则判断即可.

C: 根据积的乘方的运算方法判断即可.

D: 根据整式的除法的运算方法判断即可.

解答：解: $\because a \cdot a^5 = a^6$,

$\therefore$ 选项 A 不正确;

$\because a^7 \div a^5 = a^2$,

$\therefore$ 选项 B 不正确;

$\because (2a)^3 = 8a^3$,

$\therefore$ 选项 C 不正确;

$\because 10ab^3 \div (-5ab) = -2b^2$,

$\therefore$ 选项 D 正确.

故选: D.

点评：(1) 此题主要考查了同底数幂的除法法则: 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①底数 $a \neq 0$, 因为 0 不能做除数; ②单独的一个字母, 其指数是 1, 而不是 0; ③应用同底数幂除法的法则时, 底数 a 可是单项式, 也可以多项式, 但必须明确底数是什么, 指数是什么.

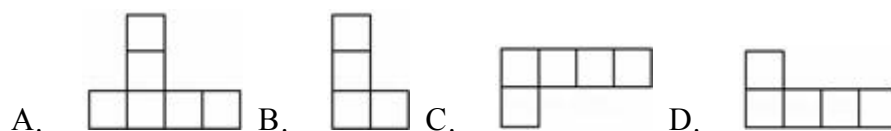
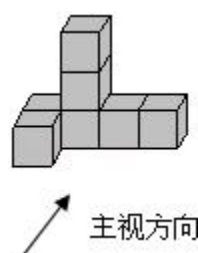
(2) 此题还考查了同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①底数必须相同；②按照运算性质，只有相乘时才是底数不变，指数相加.

(3) 此题还考查了幂的乘方和积的乘方，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 是正整数)；② $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数).

(4) 此题还考查了整式的除法，解答此题的关键是熟练掌握整式的除法法则：

(1) 单项式除以单项式，把系数，同底数幂分别相除后，作为商的因式；对于只在被除式里含有的字母，则连同他的指数一起作为商的一个因式. (2) 多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项分别除以单项式，再把所得的商相加.

5. (4 分) (2015•黔南州) 如图所示，该几何体的左视图是 ()



考点：简单组合体的三视图.

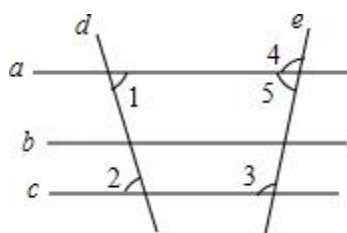
分析：找到从左边看所得到的图形即可.

解答：解：从左边看分成两列，左边一列有 3 个小正方形，右边有 1 个小正方形，

故选：B.

点评：此题主要考查了简单几何体的三视图，关键是掌握左视图所看的位置.

6. (4 分) (2015•黔南州) 如图，下列说法错误的是 ()



- A. 若 $a \parallel b$, $b \parallel c$, 则 $a \parallel c$ B. 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $a \parallel c$
- C. 若 $\angle 3 = \angle 2$, 则 $b \parallel c$ D. 若 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$, 则 $a \parallel c$

考点： 平行线的判定.

分析： 根据平行线的判定进行判断即可.

解答： 解：A、若 $a \parallel b$, $b \parallel c$, 则 $a \parallel c$, 利用了平行公理, 正确;

B、若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $a \parallel c$, 利用了内错角相等, 两直线平行, 正确;

C、 $\angle 3 = \angle 2$, 不能判断 $b \parallel c$, 错误;

D、若 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$, 则 $a \parallel c$, 利用同旁内角互补, 两直线平行, 正确;

故选 C.

点评： 此题考查平行线的判定, 关键是根据几种平行线判定的方法进行分析.

7. (4 分) (2015•黔南州) 下列说法正确的是 ()

- A. 为了检测一批电池使用时间的长短, 应该采用全面调查的方法
- B. 方差反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动越大
- C. 打开电视正在播放新闻节目是必然事件
- D. 为了了解某县初中学生的身体情况, 从八年级学生中随机抽取 50 名学生作为总体的一个样本

考点： 全面调查与抽样调查; 总体、个体、样本、样本容量; 方差; 随机事件.

分析： 根据调查方式, 可判断 A; 根据方差的性质, 可判断 B; 根据随机事件, 可判断 C; 根据样本的定义, 可判断 D.

解答： 解：A、为了检测一批电池使用时间的长短，应该采用抽样调查的方法，故 A 错误；

B、方差反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动越大，故 B 正确；

C、打开电视正在播放新闻节目是随机事件，故 C 错误；

D、为了了解某县初中学生的身体情况，从七年级随机抽取 100 名学生，八年级学生中随机抽取 100 名学生九年级随机抽取 100 名学生作为总体的一个样本，故 D 错误.

故选：B.

点评： 本题考查了全面调查与抽样调查，正确区分全面调查与抽样调查是解题关键.

8. (4 分) (2015•黔南州) 函数 $y=\sqrt{3-x}+\frac{1}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x\leq 3$ B. $x\neq 4$ C. $x\geq 3$ 且 $x\neq 4$ D. $x\leq 3$ 或 $x\neq 4$

考点： 函数自变量的取值范围.

分析： 首先根据当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零，可得 $3-x\geq 0$ ；然后根据自变量取值要使分母不为零，可得 $x-4\neq 0$ ，据此求出函数 $y=\sqrt{3-x}+\frac{1}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围即可.

解答： 解：要使函数 $y=\sqrt{3-x}+\frac{1}{x-4}$ 有意义，

$$\text{则} \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ 4-x \neq 0 \end{cases}$$

所以 $x\leq 3$,

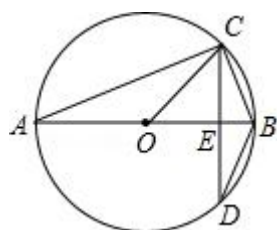
即函数 $y=\sqrt{3-x}+\frac{1}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是： $x\leq 3$.

故选：A.

点评： 此题主要考查了自变量的取值范围，解答此题的关键是要明确：(1) 当表达式的分母不含有自变量时，自变量取全体实数.(2) 当表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零.(3) 当函数的表达式是偶次根式时，自

变量的取值范围必须使被开方数不小于零. (4) 对于实际问题中的函数关系式, 自变量的取值除必须使表达式有意义外, 还要保证实际问题有意义.

9. (4 分) (2015•黔南州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 为弦, $CD \perp AB$ 且相交于点 E , 则下列结论中不成立的是 ()



- A. $\angle A = \angle D$ B. $\widehat{CB} = \widehat{BD}$ C. $\angle ACB = 90^\circ$ D. $\angle COB = 3\angle D$

考点: 圆周角定理; 垂径定理; 圆心角、弧、弦的关系.

分析: 根据垂径定理、圆周角定理, 进行判断即可解答.

解答: 解: A、 $\angle A = \angle D$, 正确;

B、 $\widehat{CB} = \widehat{BD}$, 正确;

C、 $\angle ACB = 90^\circ$, 正确;

D、 $\angle COB = 2\angle CDB$, 故错误;

故选: D.

点评: 本题考查了垂径定理: 平分弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧, 也考查了圆周角定理, 解集本题的关键是熟记垂径定理和圆周角定理.

10. (4 分) (2015•黔南州) 同时抛掷两枚质地均匀的硬币, 则下列事件发生的概率最大的是 ()

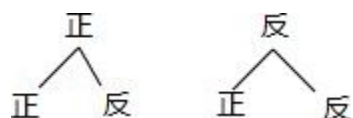
- A. 两正面都朝上
B. 两背面都朝上
C. 一个正面朝上, 另一个背面朝上
D. 三种情况发生的概率一样大

考点：列表法与树状图法.

专题：计算题.

分析：先画出树状图展示所有 4 种等可能的结果数，再找出两正面朝上的、两背面朝上的和一个正面朝上，另一个背面朝上的结果数，然后分别计算它们的概率，再比较大小即可.

解答：解：画树状图为：



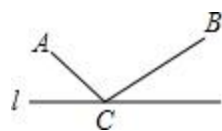
共有 4 种等可能的结果数，其中两正面朝上的占 1 种，两背面朝上的占 1 种，一个正面朝上，另一个背面朝上的占 2 种，

所以两正面朝上的概率= $\frac{1}{4}$ ；两反面朝上的概率= $\frac{1}{4}$ ；一个正面朝上，另一个背面朝上的概率= $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

故选 C.

点评：本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式求事件 A 或 B 的概率.

11. (4 分) (2015•黔南州) 如图，直线 l 外不重合的两点 A、B，在直线 l 上求作一点 C，使得 $AC+BC$ 的长度最短，作法为：①作点 B 关于直线 l 的对称点 B' ；②连接 AB' 与直线 l 相交于点 C，则点 C 为所求作的点. 在解决这个问题时没有运用到的知识或方法是 ()



- A. 转化思想
- B. 三角形的两边之和大于第三边
- C. 两点之间，线段最短
- D. 三角形的一个外角大于与它不相邻的任意一个内角

考点： 轴对称-最短路线问题.

分析： 利用两点之间线段最短分析并验证即可即可.

解答： 解： $\because$ 点 B 和点 B' 关于直线 l 对称，且点 C 在 l 上，

$\therefore CB=CB'$,

又 $\because AB'$ 交 l 与 C，且两条直线相交只有一个交点，

$\therefore CB'+CA$ 最短，

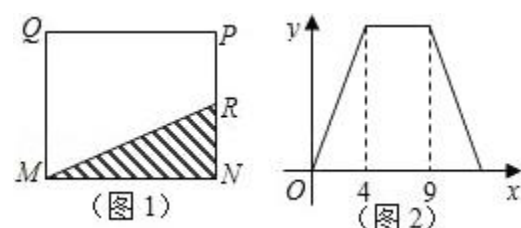
即 $CA+CB$ 的值最小，

将轴对称最短路径问题利用线段的性质定理两点之间，线段最短，体现了转化思想，验证时利用三角形的两边之和大于第三边.

故选 D.

点评： 此题主要考查了轴对称最短路线问题，凡是涉及最短距离的问题，一般要考虑线段的性质定理，结合本节所学轴对称变换来解决，多数情况要作点关于某直线的对称点.

12. (4 分) (2015•黔南州) 如图 1，在矩形 MNPQ 中，动点 R 从点 N 出发，沿 $N \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow M$ 方向运动至点 M 处停止. 设点 R 运动的路程为 x， $\triangle MNR$ 的面积为 y，如果 y 关于 x 的函数图象如图 2 所示，则当 $x=9$ 时，点 R 应运动到 ()



A. M 处 B. N 处 C. P 处 D. Q 处

考点： 动点问题的函数图象.

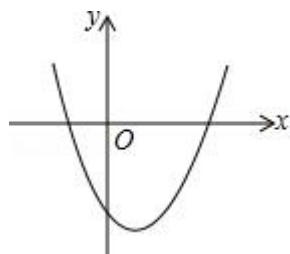
分析： 根据三角形的面积变化情况，可得 R 在 PQ 上时，三角形面积不变，可得答案.

解答： 解：点 R 在 NP 上时，三角形面积增加，点 R 在 PQ 上时，三角形的面积不变，点 R 在 QN 上时，三角形面积变小，点 R 在 Q 处，三角形面积开始变小.

故选：D.

点评： 本题考查了动点函数图象，利用三角型面积的变化确定 R 的位置是解题关键.

13. (4 分) (2015•黔南州) 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象如图所示，下列说法中错误的是 ()



- A. 函数图象与 y 轴的交点坐标是 $(0, -3)$
- B. 顶点坐标是 $(1, -3)$
- C. 函数图象与 x 轴的交点坐标是 $(3, 0)$ 、 $(-1, 0)$
- D. 当 $x < 0$ 时，y 随 x 的增大而减小

考点： 二次函数的性质；二次函数的图象.

分析： A、将 $x=0$ 代入 $y=x^2-2x-3$ ，求出 $y=-3$ ，得出函数图象与 y 轴的交点坐标，即可判断；

B、将一般式化为顶点式，求出顶点坐标，即可判断；

C、将 $y=0$ 代入 $y=x^2-2x-3$ ，求出 x 的值，得到函数图象与 x 轴的交点坐标，即可判断；

D、利用二次函数的增减性即可判断.

解答： 解：A、 $\because y=x^2-2x-3$,

$\therefore x=0$ 时， $y=-3$,

$\therefore$ 函数图象与 y 轴的交点坐标是 $(0, -3)$ ，故本选项说法正确；

B、 $\because y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$,

$\therefore$ 顶点坐标是 $(1, -4)$, 故本选项说法错误;

C、 $\because y = x^2 - 2x - 3$,

$\therefore y = 0$ 时, $x^2 - 2x - 3 = 0$,

解得 $x = 3$ 或 -1 ,

$\therefore$ 函数图象与 x 轴的交点坐标是 $(3, 0)$ 、 $(-1, 0)$, 故本选项说法正确;

D、 $\because y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$,

$\therefore$ 对称轴为直线 $x = 1$,

又 $\because a = 1 > 0$, 开口向上,

$\therefore x < 1$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 故本选项说法正确;

故选 B.

点评: 本题考查了二次函数的性质, 抛物线与坐标轴的交点坐标, 掌握二次函数的性质是解决本题的关键.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

14. (4 分) (2015•黔南州) 计算: $2\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{9} - \sqrt{12} + 3\sqrt{\frac{7}{8}} - 1$.

考点: 实数的运算.

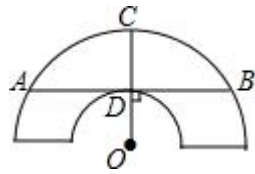
专题: 计算题.

分析: 原式利用二次根式的乘法法则, 以及立方根定义计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times 3 - 2\sqrt{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

15. (4 分) (2015•黔南州) 如图是一个古代车轮的碎片，小明为求其外圆半径，连接外圆上的两点 A、B，并使 AB 与车轮内圆相切于点 D，半径为 $OC \perp AB$ 交外圆于点 C. 测得 $CD=10\text{cm}$ ， $AB=60\text{cm}$ ，则这个车轮的外圆半径是 50cm.



考点：垂径定理的应用；勾股定理；切线的性质.

分析：根据垂径定理求得 $AD=30\text{cm}$ ，然后根据勾股定理即可求得半径.

解答：解：如图，连接 OA，

$\because CD=10\text{cm}$ ， $AB=60\text{cm}$ ，

$\because CD \perp AB$ ，

$\therefore OC \perp AB$ ，

$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 30\text{cm}$ ，

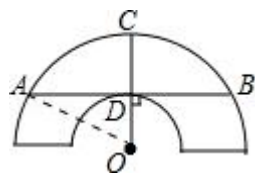
$\therefore$ 设半径为 r ，则 $OD = r - 10$ ，

根据题意得： $r^2 = (r - 10)^2 + 30^2$ ，

解得： $r=50$.

$\therefore$ 这个车轮的外圆半径长为 50cm .

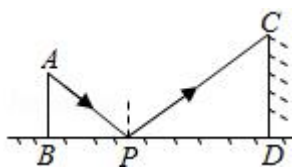
故答案为： 50cm .



点评： 本题考查了垂径定理的应用以及勾股定理的应用，作出辅助线构建直角三角形是本题的关键.

16. (4 分) (2015•黔南州) 如图是小明设计用手电来测量都匀南沙州古城墙高度的示意图，点 P 处放一水平的平面镜，光线从点 A 出发经过平面镜反射后刚好

射到古城墙 CD 的顶端 C 处, 已知 $AB \perp BD$, $CD \perp BD$, 且测得 $AB=1.2$ 米, $BP=1.8$ 米, $PD=12$ 米, 那么该古城墙的高度是 8 米 (平面镜的厚度忽略不计).



考点: 相似三角形的应用.

分析: 由已知得 $\triangle ABP \sim \triangle CDP$, 根据相似三角形的性质可得 $\frac{AB}{BP} = \frac{CD}{PD}$, 解答即可.

解答: 解: 由题意知: 光线 AP 与光线 PC, $\angle APB = \angle CPD$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ABP \sim \text{Rt}\triangle CDP$,

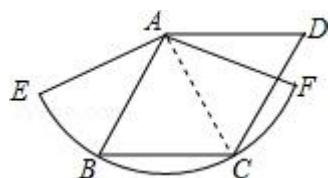
$$\therefore \frac{AB}{BP} = \frac{CD}{PD},$$

$$\therefore CD = \frac{1.2 \times 12}{1.8} = 8 \text{ (米)}.$$

故答案为: 8.

点评: 本题综合考查了平面镜反射和相似形的知识, 关键是根据相似三角形在测量中的应用分析.

17. (4 分) (2015•黔南州) 如图, 边长为 1 的菱形 ABCD 的两个顶点 B、C 恰好落在扇形 AEF 的弧 EF 上. 若 $\angle BAD = 120^\circ$, 则弧 BC 的长度等于 $\frac{\pi}{3}$ (结果保留 π).



考点: 弧长的计算; 等边三角形的判定与性质; 菱形的性质.

分析： B, C 两点恰好落在扇形 AEF 的 $\widehat{EF}$ 上, 即 B、C 在同一个圆上, 连接 AC, 易证 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 即可求得 $\widehat{BC}$ 的圆心角的度数, 然后利用弧长公式即可求解.

解答： 解: $\because$ 菱形 ABCD 中, $AB=BC$,

又 $\because AC=AB$,

$\therefore AB=BC=AC$, 即 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

$\therefore \angle BAC=60^\circ$,

$\therefore$ 弧 BC 的长是: $\frac{60\pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{3}$,

故答案是: $\frac{\pi}{3}$.

点评： 本题考查了弧长公式, 理解 B, C 两点恰好落在扇形 AEF 的弧 EF 上, 即 B、C 在同一个圆上, 得到 $\triangle ABC$ 是等边三角形是关键.

18. (4 分) (2015•黔南州) 甲、乙、丙、丁四位同学围成一圈依次循环报数, 规定: ①甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为 1、2、3、4, 接着甲报 5, 乙报 6..., 后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大 1, 按此规律, 当报到的数是 50 时, 报数结束; ②若报出的数为 3 的倍数, 则该报数的同学需拍手一次, 在此过程中, 甲同学需要拍手的次数为 4.

考点： 规律型: 数字的变化类.

分析： 根据报数规律得出甲共报数 13 次, 分别为 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49, 即可得出报出的数为 3 的倍数的个数, 即可得出答案.

解答： 解: $\because$ 甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为 1、2、3、4, 接着甲报 5, 乙报 6...按此规律, 后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大 1. 当报到的数是 50 时, 报数结束;

$\therefore 50 \div 4 = 12$ 余 2,

∴甲共报数 13 次，分别为 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49,

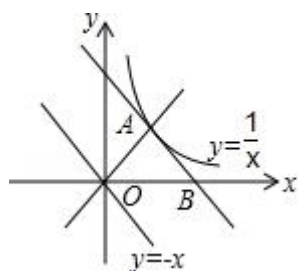
∴报出的数为 3 的倍数，则报该数的同学需拍手一次．在此过程中，

甲同学需报到：9, 21, 33, 45 这 4 个数时，应拍手 4 次．

故答案为：4.

点评： 此题主要考查了数字规律，得出甲的报数次数以及分别报数的数据是解决问题的关键．

19. (4 分) (2015•黔南州) 如图，函数 $y = -x$ 的图象是二、四象限的角平分线，将 $y = -x$ 的图象以点 O 为中心旋转 90° 与函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象交于点 A，再将 $y = -x$ 的图象向右平移至点 A，与 x 轴交于点 B，则点 B 的坐标为 (2, 0)．



考点： 反比例函数与一次函数的交点问题；一次函数图象与几何变换．

分析： 根据旋转，可得 AO 的解析式，根据解方程组，可得 A 点坐标，根据平移，可得 AB 的解析式，根据自变量与函数值得对应关系，可得答案．

解答： 解：AO 的解析式为 $y = x$ ，

联立 AO 与 $y = \frac{1}{x}$ ，得

$$\begin{cases} y = x \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ ．

A 点坐标为 (1, 1)

AB 的解析式为 $y = -x + 2$ ，

当 $y = 0$ 时， $-x + 2 = 0$ ．

解得 $x=2$,

B (2, 0).

故答案为: (2, 0).

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 利用了直线的旋转, 直线的平移, 自变量与函数值得对应关系.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 74 分)

20. (10 分) (2015•黔南州) (1) 已知: $x=2\sin 60^\circ$, 先化简 $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}+\frac{1}{x+1}$, 再求它的值.

(2) 已知 m 和 n 是方程 $3x^2-8x+4=0$ 的两根, 求 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$.

考点: 分式的化简求值; 根与系数的关系.

专题: 计算题.

分析: (1) 原式第一项约分后利用同分母分式的加法法则计算得到最简结果, 利用特殊角的三角函数值求出 x 的值, 代入计算即可求出值;

(2) 利用韦达定理求出 $m+n$, mn 的值, 原式通分并利用同分母分式的加法法则计算, 将各自的值代入计算即可求出值.

解答: 解: (1) $\because x=2\sin 60^\circ=\sqrt{3}$,

$$\therefore \text{原式} = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \frac{3-3\sqrt{3}}{2};$$

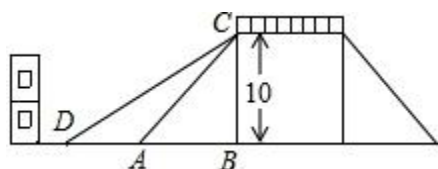
(2) $\because m$ 和 n 是方程 $3x^2-8x+4=0$ 的两根,

$$\therefore m+n=\frac{8}{3}, \quad mn=\frac{4}{3},$$

$$\text{则原式} = \frac{m+n}{mn} = 2.$$

点评: 此题考查了分式的化简求值, 以及根与系数的关系, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. (6 分) (2015•黔南州) 如图是一座人行天桥的示意图, 天桥的高度是 10 米, $CB \perp DB$, 坡面 AC 的倾斜角为 45° . 为了方便行人推车过天桥, 市政部门决定降低坡度, 使新坡面 DC 的坡度为 $i = \sqrt{3} : 3$. 若新坡角下需留 3 米宽的人行道, 问离原坡角 (A 点处) 10 米的建筑物是否需要拆除? (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



考点: 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

专题: 应用题.

分析: 需要拆除, 理由为: 根据题意得到三角形 ABC 为等腰直角三角形, 求出 AB 的长, 在直角三角形 BCD 中, 根据新坡面的坡度求出 $\angle BDC$ 的度数为 30° , 利用 30° 度所对的直角边等于斜边的一半求出 DC 的长, 再利用勾股定理求出 DB 的长, 由 $DB - AB$ 求出 AD 的长, 由 $AD + 3$ 与 10 比较即可得到结果.

解答: 解: 需要拆除, 理由为:

$$\because CB \perp AB, \angle CAB = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore AB = BC = 10 \text{ 米},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, 新坡面 DC 的坡度为 $i = \sqrt{3} : 3$, 即 $\angle CDB = 30^\circ$,

$$\therefore DC = 2BC = 20 \text{ 米}, BD = \sqrt{CD^2 - BC^2} = 10\sqrt{3} \text{ 米},$$

$$\therefore AD = BD - AB = (10\sqrt{3} - 10) \text{ 米} \approx 7.32 \text{ 米},$$

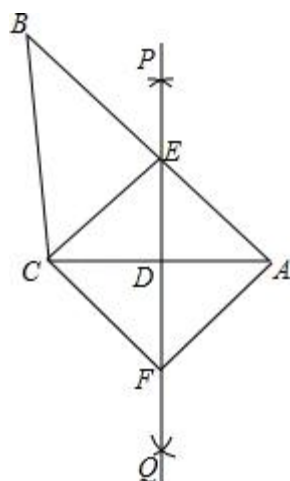
$$\therefore 3 + 7.32 = 10.32 > 10,$$

$\therefore$ 需要拆除.

点评： 此题考查了解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题，涉及的知识有：勾股定理，等腰直角三角形的性质，含 30° 直角三角形的性质，坡角与坡度之间的关系，熟练掌握性质及定理是解本题的关键.

22. (10 分) (2015•黔南州) 如图，已知 $\triangle ABC$ ，直线 PQ 垂直平分 AC ，与边 AB 交于 E ，连接 CE ，过点 C 作 CF 平行于 BA 交 PQ 于点 F ，连接 AF .

- (1) 求证： $\triangle AED \cong \triangle CFD$;
- (2) 求证： 四边形 $AECF$ 是菱形.
- (3) 若 $AD=3$ ， $AE=5$ ，则菱形 $AECF$ 的面积是多少？



考点： 菱形的判定；全等三角形的判定与性质；线段垂直平分线的性质.

专题： 证明题.

分析： (1) 由作图知： PQ 为线段 AC 的垂直平分线，从而得到 $AE=CE$ ， $AD=CD$ ，然后根据 $CF \parallel AB$ 得到 $\angle EAC = \angle FCA$ ， $\angle CFD = \angle AED$ ，利用 ASA 证得两三角形全等即可；

(2) 根据全等得到 $AE=CF$ ，然后根据 EF 为线段 AC 的垂直平分线，得到 $EC=EA$ ， $FC=FA$ ，从而得到 $EC=EA=FC=FA$ ，利用四边相等的四边形是菱形判定四边形 $AECF$ 为菱形.

解答： 解： (1) 由作图知： PQ 为线段 AC 的垂直平分线，

$$\therefore AE=CE, AD=CD,$$

$$\therefore CF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle FCA, \angle CFD = \angle AED,$$

在 $\triangle AED$ 与 $\triangle CFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAC = \angle FCA \\ AD = CD \\ \angle CFD = \angle AED \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFD;$$

$$(2) \therefore \triangle AED \cong \triangle CFD,$$

$$\therefore AE=CF,$$

$\therefore EF$ 为线段 AC 的垂直平分线,

$$\therefore EC=EA, FC=FA,$$

$$\therefore EC=EA=FC=FA,$$

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 为菱形.

$$(3) \therefore AD=3, AE=5,$$

$\therefore$ 根据勾股定理得: $ED=4,$

$$\therefore EF=8, AC=6,$$

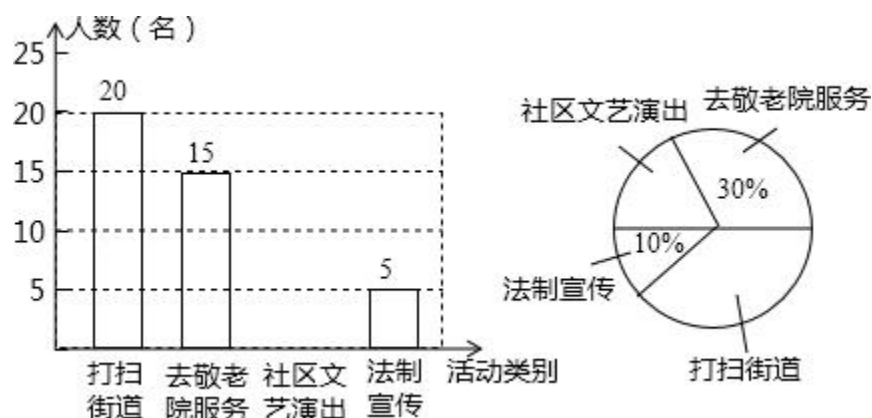
$$\therefore S_{\text{菱形} AECF} = 8 \times 6 \div 2 = 24,$$

$\therefore$ 菱形 $AECF$ 的面积是 24

点评: 本题考查了菱形的判定、全等的判定与性质及基本作图, 解题的关键是了解通过作图能得到直线的垂直平分线.

23. (12 分) (2015•黔南州) 今年 3 月 5 日, 黔南州某中学组织全体学生参加了“青年志愿者”活动, 活动分为“打扫街道”、“去敬老院服务”、“到社区文艺演出”和“法制宣传”四项, 从九年级同学中抽取了部分同学对“打扫街道”、“去敬老院服务”、

“到社区文艺演出”和“法制宣传”的人数进行了统计，并绘制成如图所示的直方图和扇形统计图．请根据统计图提供的信息，回答以下问题：



- (1) 抽取的部分同学的人数是多少？
- (2) 补全直方图的空缺部分．
- (3) 若九年级有 400 名学生，估计该年级去打扫街道的人数．
- (4) 九（1）班计划在 3 月 5 日这天完成“青年志愿者”活动中的三项，请用列表或画树状图求恰好是“打扫街道”、“去敬老院服务”和“法制宣传”的概率．（用 A 表示“打扫街道”；用 B 表示“去敬老院服务”；用 C 表示“法制宣传”）

考点： 列表法与树状图法；用样本估计总体；扇形统计图；条形统计图．

分析： （1）由“去敬老院服务的人数”除以占的百分比求出九年级的学生数；

（2）根据学生总数求“到社区文艺演出”的人数，补全条形统计图即可；

（3）根据条形统计图、扇形统计图中的数据进行计算；

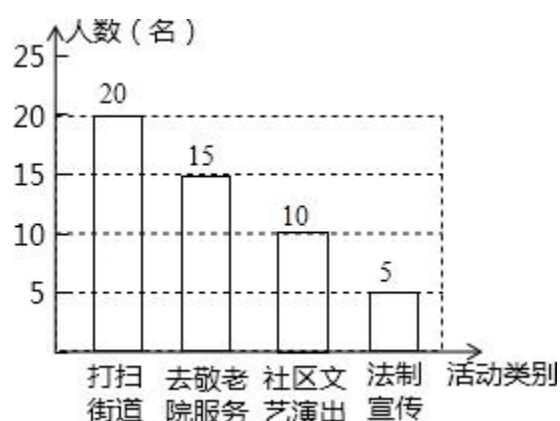
（4）首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与恰好是“打扫街道”、“去敬老院服务”和“法制宣传”的情况，再利用概率公式即可求得答案．

解答： 解：（1）根据题意得： $15 \div 30\% = 50$ （人）；

答：八年级一共有 50 名学生；

（2）“到社区文艺演出”人数为： $50 - (20 + 15 + 5) = 10$ （人），

补全条形统计图，如图所示：

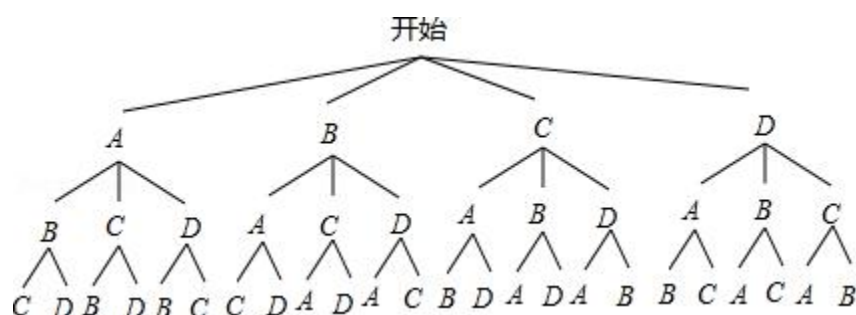


(3) 根据题意得： $400 \times \frac{20}{5} \times 10\% = 160$ (人).

答：九年级有 400 名学生，估计该年级去打扫街道的人数为 160 人.

(4) 用 D 表示“到社区文艺演出”，

画树状图得：



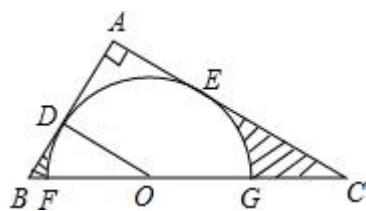
$\therefore$ 共有 24 种等可能的结果，恰好是“打扫街道”、“去敬老院服务”和“法制宣传”的有 6 种情况，

$\therefore$ 恰好是“打扫街道”、“去敬老院服务”和“法制宣传”的概率为： $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

点评： 此题考查了树状图法与列表法求概率的知识以及条形统计图，扇形统计图、用样本估计总体. 注意弄清题中图表中的数据是解本题的关键；用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

24. (12分) (2015•黔南州) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, O 是 BC 边上一点, 以 O 为圆心的半圆与 AB 边相切于点 D , 与 AC 、 BC 边分别交于点 E 、 F 、 G , 连接 OD , 已知 $BD=2$, $AE=3$, $\tan\angle BOD=\frac{2}{3}$.

- (1) 求 $\odot O$ 的半径 OD ;
- (2) 求证: AE 是 $\odot O$ 的切线;
- (3) 求图中两部分阴影面积的和.



考点: 切线的判定与性质; 扇形面积的计算.

专题: 计算题; 压轴题.

分析: (1) 由 AB 为圆 O 的切线, 利用切线的性质得到 OD 垂直于 AB , 在直角三角形 BDO 中, 利用锐角三角函数定义, 根据 $\tan\angle BOD$ 及 BD 的值, 求出 OD 的值即可;

(2) 连接 OE , 由 $AE=OD=3$, 且 OD 与 AE 平行, 利用一组对边平行且相等的四边形为平行四边形, 根据平行四边形的对边平行得到 OE 与 AD 平行, 再由 DA 与 AE 垂直得到 OE 与 AC 垂直, 即可得证;

(3) 阴影部分的面积由三角形 BOD 的面积+三角形 ECO 的面积 - 扇形 DOF 的面积 - 扇形 EOG 的面积, 求出即可.

解答: 解: (1) $\because AB$ 与圆 O 相切,

$\therefore OD \perp AB$,

在 $\text{Rt}\triangle BDO$ 中, $BD=2$, $\tan\angle BOD=\frac{BD}{OD}=\frac{2}{3}$,

$\therefore OD=3$;

(2) 连接 OE ,

$\therefore AE=OD=3$, $AE \parallel OD$,

$\therefore$ 四边形 AEOD 为平行四边形,

$\therefore AD \parallel EO$,

$\therefore DA \perp AE$,

$\therefore OE \perp AC$,

又 $\therefore OE$ 为圆的半径,

$\therefore AE$ 为圆 O 的切线;

(3) $\therefore OD \parallel AC$,

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{OD}{AC}, \quad \text{即} \frac{2}{2+3} = \frac{3}{AC},$$

$$\therefore AC=7.5,$$

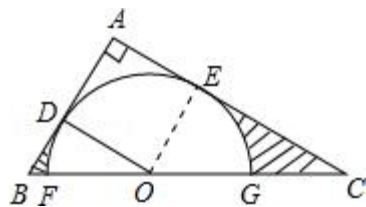
$$\therefore EC=AC-AE=7.5-3=4.5,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BDO} + S_{\triangle OEC} - S_{\text{扇形 FOD}} - S_{\text{扇形 EOG}}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4.5 - \frac{90\pi \times 3^2}{360}$$

$$= 3 + \frac{27}{4} - \frac{9\pi}{4}$$

$$= \frac{39-9\pi}{4}.$$



点评: 此题考查了切线的判定与性质, 扇形的面积, 锐角三角函数定义, 平行四边形的判定与性质, 以及平行线的性质, 熟练掌握切线的判定与性质是解本题的关键.

25. (12 分) (2015•黔南州) 为了解都匀市交通拥堵情况, 经统计分析, 都匀彩虹桥上的车流速度 v (千米/小时) 是车流密度 x (辆/千米) 的函数, 当桥上的车流密度达到 220 辆/千米时, 造成堵塞, 此时车流速度为 0 千米/小时; 当车流密度为 20 辆/千米时, 车流速度为 80 千米/小时. 研究表明: 当 $20 \leq x \leq 220$ 时, 车流速度 v 是车流密度 x 的一次函数.

- (1) 求彩虹桥上车流密度为 100 辆/千米时的车流速度;
- (2) 在交通高峰时段, 为使彩虹桥上车流速度大于 40 千米/小时且小于 60 千米/小时, 应控制彩虹桥上的车流密度在什么范围内?
- (3) 当车流量 (辆/小时) 是单位时间内通过桥上某观测点的车辆数, 即: 车流量 = 车流速度 $\times$ 车流密度. 当 $20 \leq x \leq 220$ 时, 求彩虹桥上车流量 y 的最大值.

考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 当 $20 \leq x \leq 220$ 时, 设车流速度 v 与车流密度 x 的函数关系式为 $v=kx+b$, 根据题意的数量关系建立方程组求出其解即可;

(2) 由 (1) 的解析式建立不等式组求出其解即可;

(3) 设车流量 y 与 x 之间的关系式为 $y=vx$, 当 $20 \leq x \leq 220$ 时表示出函数关系, 由函数的性质就可以求出结论.

解答: 解: (1) 设车流速度 v 与车流密度 x 的函数关系式为 $v=kx+b$, 由题意, 得

$$\begin{cases} 80=20k+b \\ 0=220k+b \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k=-\frac{2}{5}, \\ b=88 \end{cases}$

$$\therefore \text{当 } 20 \leq x \leq 220 \text{ 时, } v = -\frac{2}{5}x + 88,$$

$$\text{当 } x=100 \text{ 时, } v = -\frac{2}{5} \times 100 + 88 = 48 \text{ (千米/小时);}$$

(2) 由题意, 得

$$\begin{cases} -\frac{2}{5}x+88>40 \\ -\frac{2}{5}x+88<60 \end{cases},$$

解得： $70 < x < 120$,

∴应控制大桥上的车流密度在 $70 < x < 120$ 范围内；

(3) 设车流量 y 与 x 之间的关系式为 $y=vx$,

当 $20 \leq x \leq 220$ 时,

$$y = \left(-\frac{2}{5}x+88\right)x = -\frac{2}{5}(x-110)^2+4840,$$

∴当 $x=110$ 时, y 最大=4840,

∴ $4840 > 1600$,

∴当车流密度是 110 辆/千米, 车流量 y 取得最大值是每小时 4840 辆.

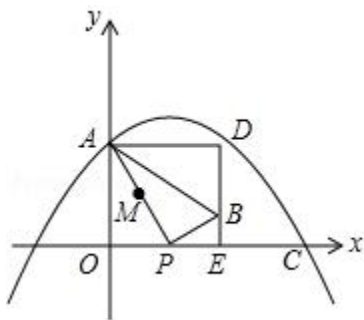
点评: 本题考查了车流量=车流速度×车流密度的运用, 一次函数的解析式的运用, 一元一次不等式组的运用, 二次函数的性质的运用, 解答时求出函数的解析式是关键.

26. (12 分) (2015•黔南州) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 过点 $A(0, 4)$ 和 $C(8, 0)$, $P(t, 0)$ 是 x 轴正半轴上的一个动点, M 是线段 AP 的中点, 将线段 MP 绕点 P 顺时针旋转 90° 得线段 PB , 过点 B 作 x 轴的垂线, 过点 A 作 y 轴的垂线, 两直线交于点 D .

(1) 求 b 、 c 的值;

(2) 当 t 为何值时, 点 D 落在抛物线上;

(3) 是否存在 t , 使得以 A , B , D 为顶点的三角形与 $\triangle AOP$ 相似? 若存在, 求此时 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



考点： 二次函数综合题.

分析： (1) 将 A、C 两点坐标代入抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$, 运用待定系数法即可求出 b, c 的值;

(2) 先求得 M 的坐标, 进而求出点 D 的坐标, 然后将 D (t+2, 4) 代入 (1) 中求出的抛物线的解析式, 即可求出 t 的值;

(3) 由于 t=8 时, 点 B 与点 D 重合, $\triangle ABD$ 不存在, 所以分 $0 < t < 8$ 和 $t > 8$ 两种情况进行讨论, 在每一种情况下, 当以 A、B、D 为顶点的三角形与 $\triangle PEB$ 相似时, 又分两种情况: $\triangle BEP \sim \triangle ADB$ 与 $\triangle PEB \sim \triangle ADB$, 根据相似三角形对应边的比相等列出比例式, 求解即可.

解答： 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 过点 A (0, 4) 和 C (8, 0),

$$\therefore \begin{cases} c=4 \\ -\frac{1}{6} \times 64 + 8b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = \frac{5}{6} \\ c = 4 \end{cases}.$$

故所求 b 的值为 $\frac{5}{6}$, c 的值为 4;

(2) $\because \angle AOP = \angle PEB = 90^\circ$, $\angle OAP = \angle EPB = 90^\circ - \angle APO$,

$\therefore \triangle AOP \sim \triangle PEB$ 且相似比为 $\frac{AO}{PE} = \frac{AP}{PB} = 2$,

$\therefore AO = 4$,

$\therefore PE = 2$, $OE = OP + PE = t + 2$,

又 $\because DE=OA=4$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(t+2, 4)$,

$\therefore$ 点 D 落在抛物线上时, 有 $-\frac{1}{6}(t+2)^2 + \frac{5}{6}(t+2) + 4 = 4$,

解得 $t=3$ 或 $t=-2$,

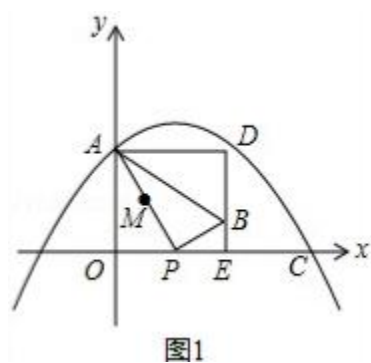
$\because t > 0$,

$\therefore t=3$.

故当 t 为 3 时, 点 D 落在抛物线上;

(3) 存在 t , 能够使得以 A、B、D 为顶点的三角形与 $\triangle AOP$ 相似, 理由如下:

①当 $0 < t < 8$ 时, 如图 1.



若 $\triangle POA \sim \triangle ADB$, 则 $PO:AD=AO:BD$,

即 $t:(t+2)=4:(4-\frac{1}{2}t)$,

整理, 得 $t^2+16=0$,

$\therefore t$ 无解;

若 $\triangle POA \sim \triangle BDA$, 同理, 解得 $t=-2 \pm 2\sqrt{5}$ (负值舍去);

②当 $t > 8$ 时, 如图 2.

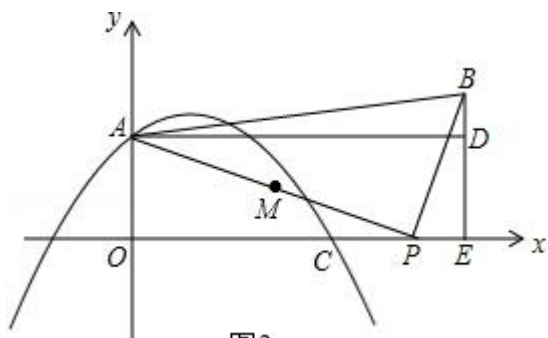


图2

若 $\triangle POA \sim \triangle ADB$, 则 $PO: AD = AO: BD$,

$$\text{即 } t: (t+2) = 4: \left(\frac{1}{2}t - 4\right),$$

解得 $t = 8 \pm 4\sqrt{5}$ (负值舍去);

若 $\triangle POA \sim \triangle BDA$, 同理, 解得 t 无解.

综上所述, 当 $t = -2 + 2\sqrt{5}$ 或 $8 + 4\sqrt{5}$ 时, 以 A、B、D 为顶点的三角形与 $\triangle AOP$ 相似.

点评: 本题考查了待定系数法求函数的解析式, 二次函数图象上点的坐标特征, 旋转的性质, 相似三角形的判定与性质, 勾股定理等知识, 综合性较强, 难度较大. 由相似三角形的判定与性质求出点 D 的坐标是解决 (2) 小题的关键; 进行分类讨论是解决 (3) 小题的关键.