

## 2015 年贵州省黔东南州中考数学试卷

### 一、选择题 (每小题 4 分, 10 个小题共 40 分)

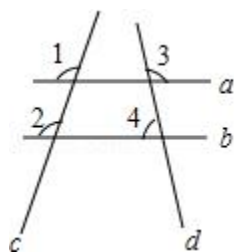
1. (4 分) (2015•黔东南州)  $-\frac{2}{5}$  的倒数是 ( )

- A.  $\frac{2}{5}$                       B.  $\frac{5}{2}$                       C.  $-\frac{2}{5}$                       D.  $-\frac{5}{2}$

2. (4 分) (2015•黔东南州) 下列运算正确的是 ( )

- A.  $(a-b)^2=a^2-b^2$     B.  $3ab-ab=2ab$                       C.  $a(a^2-a)=a^2$                       D.  $\sqrt[3]{8}=2\sqrt{2}$

3. (4 分) (2015•黔东南州) 如图, 直线  $a, b$  与直线  $c, d$  相交, 已知  $\angle 1=\angle 2$ ,  $\angle 3=110^\circ$ , 则  $\angle 4=$  ( )



- A.  $70^\circ$                       B.  $80^\circ$                       C.  $110^\circ$                       D.  $100^\circ$

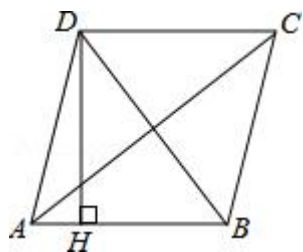
4. (4 分) (2015•黔东南州) 已知一组数据 2, 3, 4,  $x$ , 1, 4, 3 有唯一的众数 4, 则这组数据的平均数、中位数分别是 ( )

- A. 4, 4                      B. 3, 4                      C. 4, 3                      D. 3, 3

5. (4 分) (2015•黔东南州) 设  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2-2x-3=0$  的两根, 则  $x_1^2+x_2^2=$  ( )

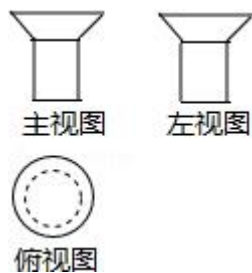
- A. 6                      B. 8                      C. 10                      D. 12

6. (4 分) (2015•黔东南州) 如图, 四边形 ABCD 是菱形,  $AC=8$ ,  $DB=6$ ,  $DH \perp AB$  于 H, 则  $DH=$  ( )

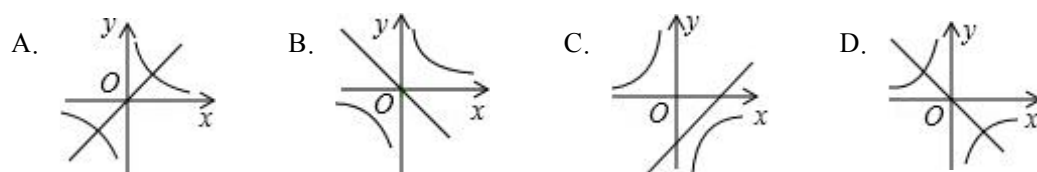


- A.  $\frac{24}{5}$                       B.  $\frac{12}{5}$                       C. 12                      D. 24

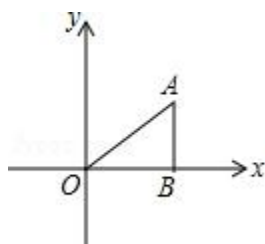
7. (4 分) (2015•黔东南州) 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的形状可能是 ( )



8. (4分) (2015•黔东南州) 若  $ab < 0$ , 则正比例函数  $y=ax$  与反比例函数  $y=\frac{b}{x}$  在同一坐标系中的大致图象可能是 ( )

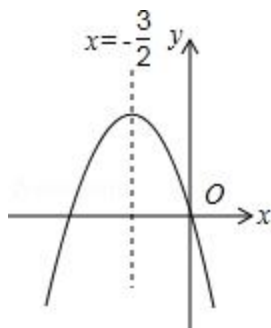


9. (4分) (2015•黔东南州) 如图, 在  $\triangle ABO$  中,  $AB \perp OB$ ,  $OB=\sqrt{3}$ ,  $AB=1$ . 将  $\triangle ABO$  绕  $O$  点旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A_1B_1O$ , 则点  $A_1$  的坐标为 ( )



- A.  $(-1, \sqrt{3})$  B.  $(-1, \sqrt{3})$  或  $(1, -\sqrt{3})$   
C.  $(-1, -\sqrt{3})$  D.  $(-1, -\sqrt{3})$  或  $(-\sqrt{3}, -1)$

10. (4分) (2015•黔东南州) 如图, 已知二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示, 给出以下四个结论: ①  $abc=0$ , ②  $a+b+c > 0$ , ③  $a > b$ , ④  $4ac - b^2 < 0$ ; 其中正确的结论有 ( )



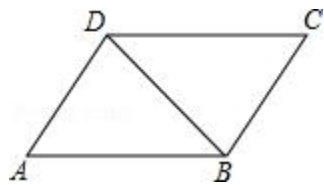
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

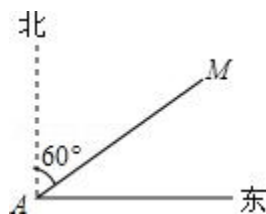
11. (4 分) (2015•黔东南州)  $a^6 \div a^2 =$ \_\_\_\_\_.

12. (4 分) (2015•黔东南州) 将 2015000000 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

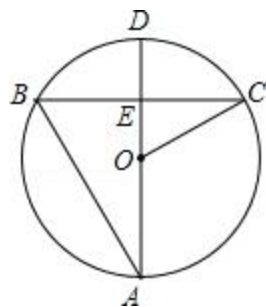
13. (4 分) (2015•黔东南州) 如图, 在四边形 ABCD 中,  $AB \parallel CD$ , 连接 BD. 请添加一个适当的条件\_\_\_\_\_, 使  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ . (只需写一个)



14. (4 分) (2015•黔东南州) 如图, 某渔船在海面上朝正东方向匀速航行, 在 A 处观测到灯塔 M 在北偏东  $60^\circ$  方向上, 且  $AM=100$  海里. 那么该船继续航行\_\_\_\_\_海里可使渔船到达离灯塔距离最近的位置.



15. (4 分) (2015•黔东南州) 如图, AD 是  $\odot O$  的直径, 弦  $BC \perp AD$  于 E,  $AB=BC=12$ , 则  $OC=$ \_\_\_\_\_.



16. (4 分) (2015•黔东南州) 将全体正整数排成一个三角形数阵, 根据上述排列规律, 数阵中第 10 行从左至右的第 5 个数是\_\_\_\_\_.

1  
2 3  
4 5 6  
7 8 9 10  
.....

三、解答题 (8 个小题, 共 86 分)

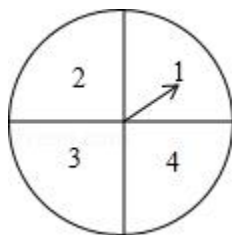
17. (8 分) (2015•黔东南州) 计算:  $(-\frac{1}{3})^{-1} + (2015 - \sqrt{3})^0 - 4\sin 60^\circ + |\sqrt{12}|$

18. (8 分) (2015•黔东南州) 解不等式组  $\begin{cases} 2(x+2) > 3x \\ \frac{3x-1}{2} \geq -2 \end{cases}$ , 并将它的解集在数轴上表示出来.

19. (10 分) (2015•黔东南州) 先化简, 再求值:  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div (m+2 - \frac{5}{m-2})$ , 其中  $m$  是方程  $x^2+2x-3=0$  的根.

20. (12 分) (2015•黔东南州) 某超市计划在“十周年”庆典当天开展购物抽奖活动, 凡当天在该超市购物的顾客, 均有一次抽奖的机会, 抽奖规则如下: 将如图所示的圆形转盘平均分成四个扇形, 分别标上 1, 2, 3, 4 四个数字, 抽奖者连续转动转盘两次, 当每次转盘停止后指针所指扇形内的数为每次所得的数 (若指针指在分界线时重转); 当两次所得数字之和为 8 时, 返现金 20 元; 当两次所得数字之和为 7 时, 返现金 15 元; 当两次所得数字之和为 6 时返现金 10 元.

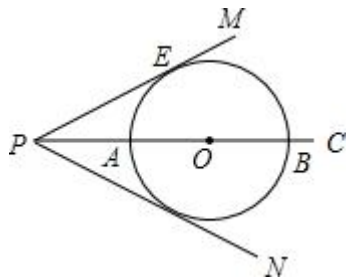
- (1) 试用树状图或列表的方法表示出一次抽奖所有可能出现的结果;
- (2) 某顾客参加一次抽奖, 能获得返还现金的概率是多少?



21. (12 分) (2015•黔东南州) 如图, 已知  $PC$  平分  $\angle MPN$ , 点  $O$  是  $PC$  上任意一点,  $PM$  与  $\odot O$  相切于点  $E$ , 交  $PC$  于  $A$ 、 $B$  两点.

(1) 求证:  $PN$  与  $\odot O$  相切;

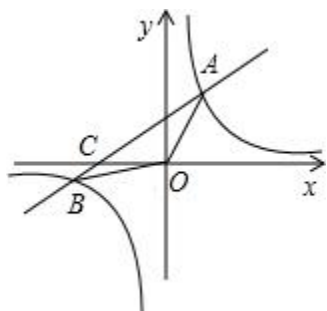
(2) 如果  $\angle MPC = 30^\circ$ ,  $PE = 2\sqrt{3}$ , 求劣弧  $\widehat{BE}$  的长.



22. (12 分) (2015•黔东南州) 如图, 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  与一次函数  $y = x + b$  的图象在第一象限相交于点  $A(1, -k+4)$ .

(1) 试确定这两个函数的表达式;

(2) 求出这两个函数图象的另一个交点  $B$  的坐标, 并求  $\triangle AOB$  的面积.



23. (12 分) (2015•黔东南州) 去冬今春, 我市部分地区遭受了罕见的旱灾, “旱灾无情人有情”. 某单位给某乡中小学捐献一批饮用水和蔬菜共 320 件, 其中饮用水比蔬菜多 80 件.

(1) 求饮用水和蔬菜各有多少件?

(2) 现计划租用甲、乙两种货车共 8 辆, 一次性将这批饮用水和蔬菜全部运往该乡中小学. 已知每辆甲种货车最多可装饮用水 40 件和蔬菜 10 件, 每辆乙种货车最多可装饮用水和蔬菜各 20 件. 则运输部门安排甲、乙两种货车时有几种方案? 请你帮助设计出来;

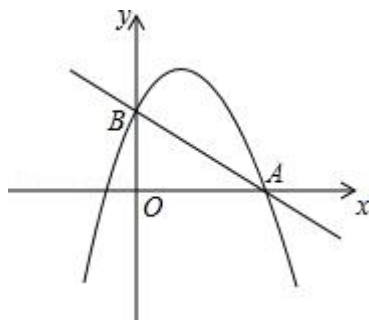
(3) 在 (2) 的条件下, 如果甲种货车每辆需付运费 400 元, 乙种货车每辆需付运费 360 元. 运输部门应选择哪种方案可使运费最少? 最少运费是多少元?

24. (12 分) (2015•黔东南州) 如图, 已知二次函数  $y_1 = -x^2 + \frac{13}{4}x + c$  的图象与  $x$  轴的一个交点为  $A(4, 0)$ , 与  $y$  轴的交点为  $B$ , 过  $A$ 、 $B$  的直线为  $y_2 = kx + b$ .

(1) 求二次函数  $y_1$  的解析式及点  $B$  的坐标;

(2) 由图象写出满足  $y_1 < y_2$  的自变量  $x$  的取值范围;

(3) 在两坐标轴上是否存在点  $P$ , 使得  $\triangle ABP$  是以  $AB$  为底边的等腰三角形? 若存在, 求出  $P$  的坐标; 若不存在, 说明理由.



# 2015 年贵州省黔东南州中考数学试卷

参考答案与试题解析

## 一、选择题（每小题 4 分，10 个小题共 40 分）

1. (4 分) (2015•黔东南州)  $-\frac{2}{5}$  的倒数是 ( )

- A.  $\frac{2}{5}$                       B.  $\frac{5}{2}$                       C.  $-\frac{2}{5}$                       D.  $-\frac{5}{2}$

考点: 倒数.

分析: 根据倒数的定义, 互为倒数的两数乘积为 1,  $-\frac{2}{5} \times (-\frac{5}{2}) = 1$  即可解答.

解答: 解: 根据倒数的定义得:

$$-\frac{2}{5} \times (-\frac{5}{2}) = 1,$$

因此倒数是  $-\frac{5}{2}$ .

故选 D.

点评: 本题主要考查了倒数的概念及性质. 倒数的定义: 若两个数的乘积是 1, 我们就称这两个数互为倒数.

2. (4 分) (2015•黔东南州) 下列运算正确的是 ( )

- A.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$     B.  $3ab - ab = 2ab$     C.  $a(a^2 - a) = a^2$     D.  $\sqrt[3]{8} = 2\sqrt{2}$

考点: 单项式乘多项式; 立方根; 合并同类项; 完全平方公式.

分析: 根据完全平方公式, 合并同类项, 单项式乘多项式, 立方根的法则进行解答.

解答: 解: A、应为  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ , 故本选项错误;

B、 $3ab - ab = 2ab$ , 正确;

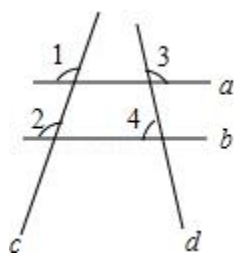
C、应为  $a(a^2 - a) = a^3 - a^2$ , 故本选项错误;

D、应为  $\sqrt[3]{8} = 2$ , 故本选项错误.

故选: B.

点评: 本题考查了完全平方公式, 合并同类项, 单项式乘多项式, 立方根, 熟练掌握运算法则则是解题的关键, 计算时要注意符号的处理.

3. (4 分) (2015•黔东南州) 如图, 直线 a, b 与直线 c, d 相交, 已知  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = 110^\circ$ , 则  $\angle 4 =$  ( )

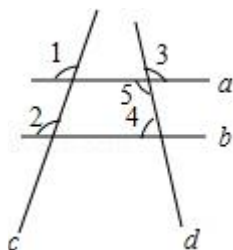


- A.  $70^\circ$                       B.  $80^\circ$                       C.  $110^\circ$                       D.  $100^\circ$

**考点:** 平行线的判定与性质.

**分析:** 根据同位角相等, 两直线平行这一定理可知  $a \parallel b$ , 再根据两直线平行, 同旁内角互补即可解答.

**解答:** 解:  $\because \angle 3 = \angle 5 = 110^\circ$ ,  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2 = 58^\circ$ ,  
 $\therefore a \parallel b$ ,  
 $\therefore \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$ ,  
 $\therefore \angle 4 = 70^\circ$ ,  
 故选 A.



**点评:** 本题主要考查了平行线的判定和性质, 对顶角相等, 熟记定理是解题的关键.

4. (4分) (2015•黔东南州) 已知一组数据 2, 3, 4, x, 1, 4, 3 有唯一的众数 4, 则这组数据的平均数、中位数分别是 ( )

- A. 4, 4                      B. 3, 4                      C. 4, 3                      D. 3, 3

**考点:** 中位数; 算术平均数; 众数.

**分析:** 根据题意由有唯一的众数 4, 可知  $x=2$ , 然后根据平均数、中位数的定义求解即可.

**解答:** 解:  $\because$  这组数据有唯一的众数 4,  
 $\therefore x=4$ ,  
 将数据从小到大排列为: 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4,  
 则平均数  $= (1+2+3+3+4+4+4) \div 7 = 3$ ,  
 中位数为: 3.  
 故选: D.

**点评:** 本题考查了众数、中位数及平均数的定义, 属于基础题, 掌握基本定义是关键.

5. (4分) (2015•黔东南州) 设  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的两根, 则  $x_1^2 + x_2^2 = ( )$

- A. 6                      B. 8                      C. 10                      D. 12

**考点:** 根与系数的关系.

**分析:** 根据根与系数的关系得到  $x_1 + x_2 = 2$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -3$ , 再变形  $x_1^2 + x_2^2$  得到  $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$ ,

然后利用代入计算即可.

**解答:** 解:  $\because$  一元二次方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的两根是  $x_1$ 、 $x_2$ ,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2, \quad x_1 \cdot x_2 = -3,$$

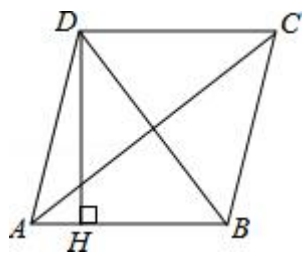
$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 2^2 - 2 \times (-3) = 10.$$

故选 C.

**点评:** 本题考查了一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的根与系数的关系: 若方程的两根为  $x_1$ ,

$$x_2, \text{ 则 } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

6. (4 分) (2015•黔东南州) 如图, 四边形 ABCD 是菱形,  $AC=8$ ,  $DB=6$ ,  $DH \perp AB$  于 H, 则  $DH=$  ( )



A.  $\frac{24}{5}$

B.  $\frac{12}{5}$

C. 12

D. 24

**考点:** 菱形的性质.

**分析:** 设对角线相交于点 O, 根据菱形的对角线互相垂直平分求出 AO、BO, 再利用勾股定理列式求出 AB, 然后根据菱形的面积等对角线乘积的一半和底乘以高列出方程求解即可.

**解答:** 解: 如图, 设对角线相交于点 O,

$$\because AC=8, \quad DB=6,$$

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$$\text{由勾股定理的, } AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

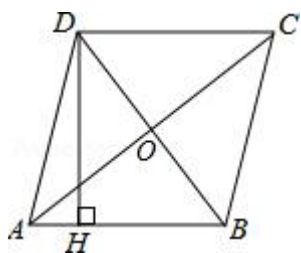
$$\because DH \perp AB,$$

$$\therefore S_{\text{菱形} ABCD} = AB \cdot DH = \frac{1}{2}AC \cdot BD,$$

$$\text{即 } 5DH = \frac{1}{2} \times 8 \times 6,$$

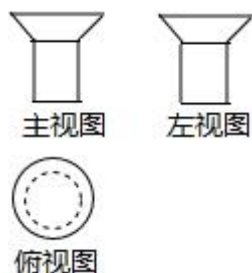
$$\text{解得 } DH = \frac{24}{5}.$$

故选 A.



**点评:** 本题考查了菱形的性质，勾股定理，主要利用了菱形的对角线互相垂直平分的性质，难点在于利用菱形的面积的两种表示方法列出方程.

7. (4分) (2015•黔东南州) 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的形状可能是 ( )



**考点:** 由三视图判断几何体.

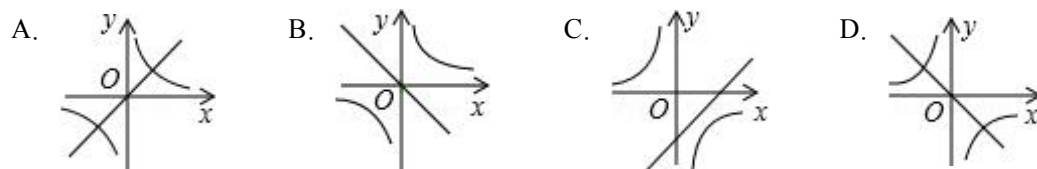
**分析:** 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看，所得到的图形.

**解答:** 解：由主视图和左视图可得此几何体上面为台，下面为柱体，

由俯视图为圆环可得几何体为  .  
故选 D.

**点评:** 此题主要考查了学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

8. (4分) (2015•黔东南州) 若  $ab < 0$ ，则正比例函数  $y=ax$  与反比例函数  $y=\frac{b}{x}$  在同一坐标系中的大致图象可能是 ( )



**考点:** 反比例函数的图象；正比例函数的图象.

**专题:** 分类讨论.

**分析:** 根据  $ab < 0$  及正比例函数与反比例函数图象的特点，可以从  $a > 0$ ， $b < 0$  和  $a < 0$ ， $b > 0$  两方面分类讨论得出答案.

**解答:** 解：∵  $ab < 0$ ，∴ 分两种情况：

(1) 当  $a > 0$ ， $b < 0$  时，正比例函数  $y=ax$  数的图象过原点、第一、三象限，反比例

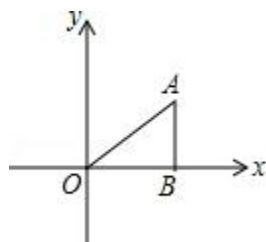
函数图象在第二、四象限，无此选项；

(2) 当  $a < 0$ ,  $b > 0$  时，正比例函数的图象过原点、第二、四象限，反比例函数图象在第一、三象限，选项 B 符合.

故选 B.

**点评:** 本题主要考查了反比例函数的图象性质和正比例函数的图象性质，要掌握它们的性质才能灵活解题.

9. (4 分) (2015•黔东南州) 如图，在  $\triangle ABO$  中， $AB \perp OB$ ， $OB = \sqrt{3}$ ， $AB = 1$ . 将  $\triangle ABO$  绕 O 点旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A_1B_1O$ ，则点  $A_1$  的坐标为 ( )



- A.  $(-1, \sqrt{3})$       B.  $(-1, \sqrt{3})$  或  $(1, -\sqrt{3})$       C.  $(-1, -\sqrt{3})$       D.  $(-1, -\sqrt{3})$  或  $(-\sqrt{3}, -1)$

**考点:** 坐标与图形变化-旋转.

**分析:** 需要分类讨论：在把  $\triangle ABO$  绕点 O 顺时针旋转  $90^\circ$  和逆时针旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A_1B_1O$  时点  $A_1$  的坐标.

**解答:** 解：  $\because \triangle ABO$  中， $AB \perp OB$ ， $OB = \sqrt{3}$ ， $AB = 1$ ，  
 $\therefore \angle AOB = 30^\circ$ ，

当  $\triangle ABO$  绕点 O 顺时针旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A_1B_1O$ ，

则易求  $A_1 (1, -\sqrt{3})$ ；

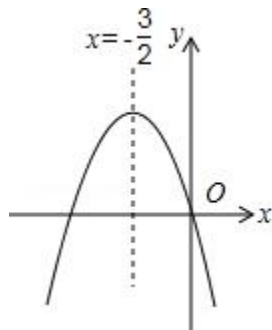
当  $\triangle ABO$  绕点 O 逆时针旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A_1B_1O$ ，

则易求  $A_1 (-1, \sqrt{3})$ .

故选 B.

**点评:** 本题考查了坐标与图形变化 - 旋转. 解题时，注意分类讨论，以防错解.

10. (4 分) (2015•黔东南州) 如图，已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示，给出以下四个结论：①  $abc = 0$ ，②  $a + b + c > 0$ ，③  $a > b$ ，④  $4ac - b^2 < 0$ ；其中正确的结论有 ( )



- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

**考点:** 二次函数图象与系数的关系.

**分析:** 首先根据二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象经过原点，可得  $c = 0$ ，所以  $abc = 0$ ；然后根据  $x = 1$

时,  $y < 0$ , 可得  $a+b+c < 0$ ; 再根据图象开口向下, 可得  $a < 0$ , 图象的对称轴为  $x = -\frac{3}{2}$ , 可得  $-\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}$ ,  $b < 0$ , 所以  $b=3a$ ,  $a > b$ ; 最后根据二次函数  $y=ax^2+bx+c$  图象与  $x$  轴有两个交点, 可得  $\Delta > 0$ , 所以  $b^2 - 4ac > 0$ ,  $4ac - b^2 < 0$ , 据此解答即可.

**解答:** 解:  $\because$  二次函数  $y=ax^2+bx+c$  图象经过原点,

$$\therefore c=0,$$

$$\therefore abc=0$$

$\therefore$  ①正确;

$$\because x=1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore a+b+c < 0,$$

$\therefore$  ②不正确;

$\because$  抛物线开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

$$\because \text{抛物线的对称轴是 } x = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}, \quad b < 0,$$

$$\therefore b=3a,$$

$$\text{又 } \because a < 0, \quad b < 0,$$

$$\therefore a > b,$$

$\therefore$  ③正确;

$\because$  二次函数  $y=ax^2+bx+c$  图象与  $x$  轴有两个交点,

$$\therefore \Delta > 0,$$

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \quad 4ac - b^2 < 0,$$

$\therefore$  ④正确;

综上, 可得

正确结论有 3 个: ①③④.

故选: C.

**点评:** 此题主要考查了二次函数的图象与系数的关系, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①二次项系数  $a$  决定抛物线的开口方向和大小: 当  $a > 0$  时, 抛物线向上开口; 当  $a < 0$  时, 抛物线向下开口; ②一次项系数  $b$  和二次项系数  $a$  共同决定对称轴的位置: 当  $a$  与  $b$  同号时 (即  $ab > 0$ ), 对称轴在  $y$  轴左; 当  $a$  与  $b$  异号时 (即  $ab < 0$ ), 对称轴在  $y$  轴右. (简称: 左同右异) ③常数项  $c$  决定抛物线与  $y$  轴交点. 抛物线与  $y$  轴交于  $(0, c)$ .

## 二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

11. (4 分) (2015•黔东南州)  $a^6 \div a^2 = \underline{a^4}$ .

**考点:** 同底数幂的除法.

**分析:** 根据同底数幂的除法, 可得答案.

**解答:** 解:  $a^6 \div a^2 = a^4$ .

故答案为:  $a^4$ .

**点评:** 本题考查了同底数幂的除法, 同底数幂的除法底数不变指数相减.

12. (4分) (2015•黔东南州) 将 2015000000 用科学记数法表示为  $2.015 \times 10^9$ .

考点: 科学记数法—表示较大的数.

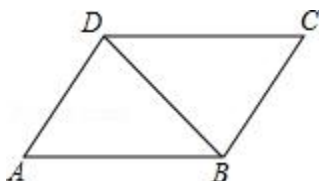
分析: 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时, 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时,  $n$  是正数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数.

解答: 解: 将 2015000000 用科学记数法表示为  $2.015 \times 10^9$ .

故答案为:  $2.015 \times 10^9$ .

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数, 表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

13. (4分) (2015•黔东南州) 如图, 在四边形 ABCD 中,  $AB \parallel CD$ , 连接 BD. 请添加一个适当的条件  $AB=CD$ , 使  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ . (只需写一个)



考点: 全等三角形的判定.

专题: 开放型.

分析: 先根据平行线的性质得  $\angle ABD = \angle CDB$ , 加上公共边 BD, 所以根据“SAS”判断  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$  时, 可添加  $AB=CD$ .

解答: 解:  $\because AB \parallel CD$ ,

$\therefore \angle ABD = \angle CDB$ ,

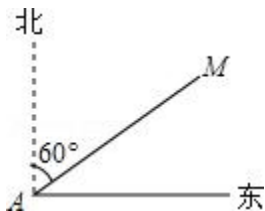
而  $BD=DB$ ,

$\therefore$  当添加  $AB=CD$  时, 可根据“SAS”判断  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ .

故答案为  $AB=CD$ .

点评: 本题考查了全等三角形的判定: 全等三角形的 5 种判定方法中, 选用哪一种方法, 取决于题目中的已知条件, 若已知两边对应相等, 则找它们的夹角或第三边; 若已知两角对应相等, 则必须再找一组对边对应相等, 且要是两角的夹边, 若已知一边一角, 则找另一组角, 或找这个角的另一组对应邻边.

14. (4分) (2015•黔东南州) 如图, 某渔船在海面上朝正东方向匀速航行, 在 A 处观测到灯塔 M 在北偏东  $60^\circ$  方向上, 且  $AM=100$  海里. 那么该船继续航行  $50\sqrt{3}$  海里可使渔船到达离灯塔距离最近的位置.



考点: 解直角三角形的应用-方向角问题.

分析: 过 M 作东西方向的垂线, 设垂足为 N. 由题易可得  $\angle MAN=30^\circ$ , 在  $Rt\triangle MAN$  中,

根据锐角三角函数的定义求出 AN 的长即可.

**解答:** 解: 如图, 过 M 作东西方向的垂线, 设垂足为 N.

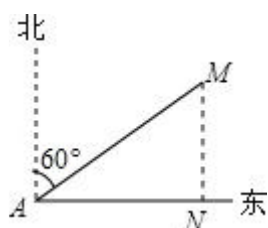
易知:  $\angle MAN=90^\circ=30^\circ$ .

在  $\text{Rt}\triangle AMN$  中,  $\because \angle ANM=90^\circ$ ,  $\angle MAN=30^\circ$ ,  $AM=100$  海里,

$$\therefore AN=AM \cdot \cos \angle MAN=100 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3} \text{ 海里}.$$

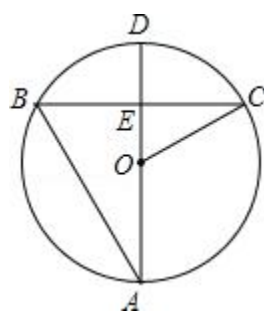
故该船继续航行  $50\sqrt{3}$  海里可使渔船到达离灯塔距离最近的位置.

故答案为  $50\sqrt{3}$ .



**点评:** 本题主要考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, 三角函数的定义, 利用垂线段最短的性质作出辅助线是解决本题的关键.

15. (4 分) (2015•黔东南州) 如图, AD 是  $\odot O$  的直径, 弦  $BC \perp AD$  于 E,  $AB=BC=12$ , 则  $OC=$   $4\sqrt{3}$ .



**考点:** 垂径定理; 勾股定理.

**分析:** 如图, 作辅助线; 首先运用勾股定理求出 AE 的长度, 然后运用射影定理求出 AD 的长度, 即可解决问题.

**解答:** 解: 如图, 连接 BD;

$\because$  直径  $AD \perp BC$ ,

$$\therefore BE=CE=\frac{1}{2}BC=6;$$

由勾股定理得:

$$AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=6\sqrt{3};$$

$\because$  AD 为  $\odot O$  的直径,

$\therefore \angle ABD=90^\circ$ ;

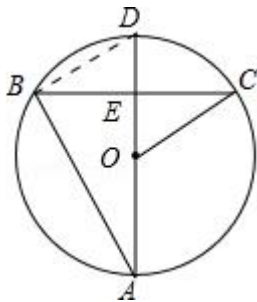
由射影定理得:

$$AB^2=AE \cdot AD,$$

$$\therefore AD = \frac{12^2}{6\sqrt{3}} = 8\sqrt{3},$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}AD = 4\sqrt{3},$$

故答案为  $4\sqrt{3}$ .



**点评:** 该题主要考查了垂径定理、射影定理等几何知识点及其应用问题；解题的方法是作辅助线，构造直角三角形；解题的关键是牢固掌握垂径定理、射影定理等几何知识点，这是灵活运用、解题的基础和关键.

16. (4分) (2015•黔东南州) 将全体正整数排成一个三角形数阵，根据上述排列规律，数阵中第10行从左至右的第5个数是 50.

```

      1
     2 3
    4 5 6
   7 8 9 10
  .....
  
```

**考点:** 规律型：数字的变化类.

**分析:** 先找到数的排列规律，求出第  $n-1$  行结束的时候一共出现的数的个数，再求第  $n$  行从左向右的第5个数，即可求出第10行从左向右的第5个数.

**解答:** 解：由排列的规律可得，第  $n-1$  行结束的时候排了  $1+2+3+\dots+n-1 = \frac{1}{2}n(n-1)$  个数.

所以第  $n$  行从左向右的第5个数  $\frac{1}{2}n(n-1) + 5$ .

所以  $n=10$  时，第10行从左向右的第5个数为50.

故答案为：50.

**点评:** 此题主要考查了数字的变化规律，找出数字排列的规律是解决问题的关键.

### 三、解答题 (8个小题，共86分)

17. (8分) (2015•黔东南州) 计算：  $(-\frac{1}{3})^{-1} + (2015 - \sqrt{3})^0 - 4\sin 60^\circ + |-\sqrt{12}|$

**考点:** 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

**分析:** 本题涉及负整数指数幂、零指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值、二次根式化简几个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

**解答:** 解:  $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + (2015 - \sqrt{3})^0 - 4\sin 60^\circ + |-\sqrt{12}|$

$$= -3 + 1 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3}$$

$$= -3 + 1 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= -2.$$

**点评:** 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值, 熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

18. (8 分) (2015•黔东南州) 解不等式组  $\begin{cases} 2(x+2) > 3x \\ \frac{3x-1}{2} \geq -2 \end{cases}$ , 并将它的解集在数轴上表示出来.

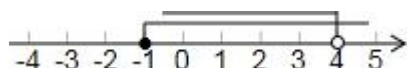
**考点:** 解一元一次不等式组; 在数轴上表示不等式的解集.

**分析:** 分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集, 并在数轴上表示出来即可.

**解答:** 解:  $\begin{cases} 2(x+2) > 3x \text{ ①} \\ \frac{3x-1}{2} \geq -2 \text{ ②} \end{cases}$ , 由①得,  $x < 4$ ; 由②得,  $x \geq -1$ .

故不等式组的解集为:  $-1 \leq x < 4$ .

在数轴上表示为:



**点评:** 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

19. (10 分) (2015•黔东南州) 先化简, 再求值:  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2 - \frac{5}{m-2}\right)$ , 其中  $m$  是方程  $x^2+2x-3=0$  的根.

**考点:** 分式的化简求值; 解一元二次方程-因式分解法.

**分析:** 首先根据运算顺序和分式的化简方法, 化简  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2 - \frac{5}{m-2}\right)$ , 然后应用因式分解法解一元二次方程, 求出  $m$  的值是多少; 最后把求出的  $m$  的值代入化简后的算式, 求出算式  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2 - \frac{5}{m-2}\right)$  的值是多少即可.

解答:

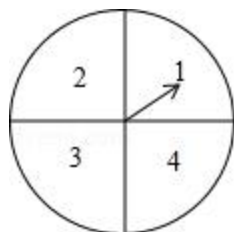
$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2-\frac{5}{m-2}\right) \\ &= \frac{m-3}{3m(m-2)} \div \frac{(m+3)(m-3)}{m-2} \\ &= \frac{1}{3m(m+3)} \\ &\because x^2+2x-3=0, \\ &\therefore (x+3)(x-1)=0, \\ &\text{解得 } x_1=-3, x_2=1, \\ &\because m \text{ 是方程 } x^2+2x-3=0 \text{ 的根,} \\ &\therefore m_1=-3, m_2=1, \\ &\because m+3 \neq 0, \\ &\therefore m \neq -3, \\ &\therefore m=1, \\ &\text{所以原式} = \frac{1}{3m(m+3)} \\ &= \frac{1}{3 \times 1 \times (1+3)} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

点评: (1) 此题主要考查了分式的化简求值问题, 注意化简时不能跨度太大, 而缺少必要的步骤.

(2) 此题还考查了解一元二次方程-因式分解法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确因式分解法解一元二次方程的一般步骤: ①移项, 使方程的右边化为零; ②将方程的左边分解为两个一次因式的乘积; ③令每个因式分别为零, 得到两个一元一次方程; ④解这两个一元一次方程, 它们的解就都是原方程的解.

20. (12分) (2015•黔东南州) 某超市计划在“十周年”庆典当天开展购物抽奖活动, 凡当天在该超市购物的顾客, 均有一次抽奖的机会, 抽奖规则如下: 将如图所示的圆形转盘平均分成四个扇形, 分别标上 1, 2, 3, 4 四个数字, 抽奖者连续转动转盘两次, 当每次转盘停止后指针所指扇形内的数为每次所得的数 (若指针指在分界线时重转); 当两次所得数字之和为 8 时, 返现金 20 元; 当两次所得数字之和为 7 时, 返现金 15 元; 当两次所得数字之和为 6 时返现金 10 元.

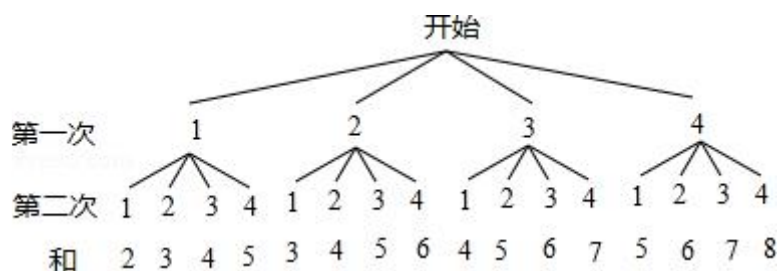
- (1) 试用树状图或列表的方法表示出一次抽奖所有可能出现的结果;
- (2) 某顾客参加一次抽奖, 能获得返还现金的概率是多少?



考点: 列表法与树状图法.

**分析：**（1）首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果；  
（2）首先求得某顾客参加一次抽奖，能获得返还现金的情况，再利用概率公式即可求得答案．

**解答：**解：（1）画树状图得：



则共有 16 种等可能的结果；

（2） $\because$  某顾客参加一次抽奖，能获得返还现金的有 6 种情况，

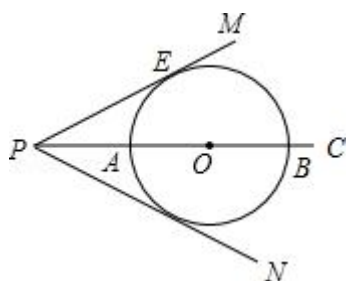
$\therefore$  某顾客参加一次抽奖，能获得返还现金的概率是： $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ．

**点评：**此题考查了列表法或树状图法求概率．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

21. (12 分) (2015•黔东南州) 如图，已知 PC 平分  $\angle MPN$ ，点 O 是 PC 上任意一点，PM 与  $\odot O$  相切于点 E，交 PC 于 A、B 两点．

(1) 求证：PN 与  $\odot O$  相切；

(2) 如果  $\angle MPC = 30^\circ$ ， $PE = 2\sqrt{3}$ ，求劣弧  $\widehat{BE}$  的长．



**考点：**切线的判定与性质；弧长的计算．

**专题：**计算题．

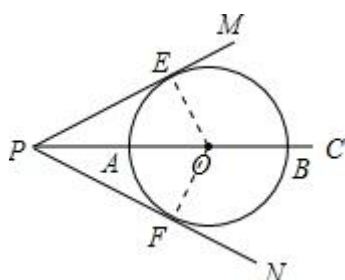
**分析：**（1）连接 OE，过 O 作  $OF \perp PN$ ，如图所示，利用 AAS 得到三角形 PEO 与三角形 PFO 全等，利用全等三角形对应边相等得到  $OE = OF$ ，即可确定出 PN 与圆 O 相切；

（2）在直角三角形 POE 中，利用 30 度所对的直角边等于斜边的一半求出 OE 的长，  
 $\angle EOB$  度数，利用弧长公式即可求出劣弧  $\widehat{BE}$  的长．

**解答：**（1）证明：连接 OE，过 O 作  $OF \perp PN$ ，如图所示，  
 $\because$  PM 与圆 O 相切，  
 $\therefore OE \perp PM$ ，  
 $\therefore \angle OEP = \angle OFP = 90^\circ$ ，  
 $\because$  PC 平分  $\angle MPN$ ，

$\therefore \angle EPO = \angle FPO$ ,  
 在  $\triangle PEO$  和  $\triangle PFO$  中,  

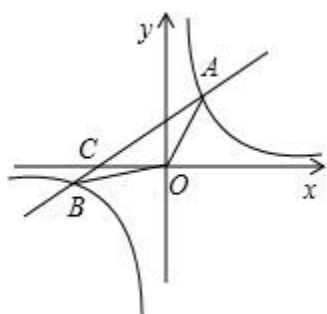
$$\begin{cases} \angle EPO = \angle FPO \\ \angle OEP = \angle OFP, \\ OP = OP \end{cases}$$
  
 $\therefore \triangle PEO \cong \triangle PFO$  (AAS),  
 $\therefore OF = OE$ ,  
 则  $PN$  与圆  $O$  相切;  
 (2) 在  $Rt\triangle EPO$  中,  $\angle MPC = 30^\circ$ ,  $PE = 2\sqrt{3}$ ,  
 $\therefore \angle EOP = 60^\circ$ ,  $OE = 2$ ,  
 $\therefore \angle EOB = 120^\circ$ ,  
 则  $\widehat{BE}$  的长  $l = \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4\pi}{3}$ .



**点评:** 此题考查了切线的判定与性质, 弧长公式, 熟练掌握切线的判定与性质是解本题的关键.

22. (12 分) (2015•黔东南州) 如图, 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  与一次函数  $y = x + b$  的图象在第一象限相交于点  $A(1, -k + 4)$ .

- (1) 试确定这两个函数的表达式;
- (2) 求出这两个函数图象的另一个交点  $B$  的坐标, 并求  $\triangle AOB$  的面积.



**考点:** 反比例函数与一次函数的交点问题.

**分析:** (1) 首先把点  $A$  坐标代入反比例函数的解析式中求出  $k$  的值, 然后再把  $A$  点坐标代入一次函数解析式中求出  $b$  的值;

(2) 两个解析式联立列出方程组, 求得点  $B$  坐标即可, 在求出点  $C$  坐标, 把  $\triangle AOB$  的面积转化成  $\triangle AOC$  的面积 +  $\triangle COB$  的面积即可.

**解答:** 解: (1)  $\because$  已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  与一次函数  $y = x + b$  的图象在第一象限相交于点  $A(1, -k + 4)$ ,

$-k+4)$ ,  
 $\therefore -k+4=k$ ,  
 解得  $k=2$ ,

故反比例函数的解析式为  $y=\frac{2}{x}$ ,

又知 A (1, 2) 在一次函数  $y=x+b$  的图象上,  
 故  $2=1+b$ ,  
 解得  $b=1$ ,  
 故一次函数的解析式为  $y=x+1$ ;

(2) 由题意得: 
$$\begin{cases} y=\frac{2}{x} \\ y=x+1 \end{cases}$$

解得  $x=-2$  或  $1$ ,  
 $\therefore B(-2, -1)$ ,  
 令  $y=0$ , 得  $x+1=0$ , 解得  $x=-1$ ,  
 $\therefore C(-1, 0)$ ,  
 $\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle COB}$   
 $=\frac{1}{2}\times 1\times 2+\frac{1}{2}\times 1\times 1$   
 $=1+\frac{1}{2}$   
 $=\frac{3}{2}$ .

**点评:** 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题和反比例函数图象上点的坐标特征的知识点, 解答本题的突破口是求出  $k$  的值以及点 C 坐标.

23. (12 分) (2015•黔东南州) 去冬今春, 我市部分地区遭受了罕见的旱灾, “旱灾无情人有情”. 某单位给某乡中小学捐献一批饮用水和蔬菜共 320 件, 其中饮用水比蔬菜多 80 件.

(1) 求饮用水和蔬菜各有多少件?

(2) 现计划租用甲、乙两种货车共 8 辆, 一次性将这批饮用水和蔬菜全部运往该乡中小学. 已知每辆甲种货车最多可装饮用水 40 件和蔬菜 10 件, 每辆乙种货车最多可装饮用水和蔬菜各 20 件. 则运输部门安排甲、乙两种货车时有几种方案? 请你帮助设计出来;

(3) 在 (2) 的条件下, 如果甲种货车每辆需付运费 400 元, 乙种货车每辆需付运费 360 元. 运输部门应选择哪种方案可使运费最少? 最少运费是多少元?

**考点:** 一元一次不等式组的应用; 二元一次方程组的应用.

**专题:** 压轴题; 方案型.

**分析:** (1) 关系式为: 饮用水件数+蔬菜件数=320;

(2) 关系式为:  $40\times\text{甲货车辆数}+20\times\text{乙货车辆数}\geq 200$ ;  $10\times\text{甲货车辆数}+20\times\text{乙货车辆数}\geq 120$ ;

(3) 分别计算出相应方案, 比较即可.

**解答:** 解: (1) 设饮用水有  $x$  件, 则蔬菜有  $(x-80)$  件.

$$x+(x-80)=320,$$

解这个方程, 得  $x=200$ .

$$\therefore x - 80 = 120.$$

答：饮用水和蔬菜分别为 200 件和 120 件；

(2) 设租用甲种货车  $m$  辆，则租用乙种货车  $(8 - m)$  辆。  
得：

$$\begin{cases} 40m + 20(8 - m) \geq 200 \\ 10m + 20(8 - m) \geq 120 \end{cases}$$

解这个不等式组，得  $2 \leq m \leq 4$ 。

$\therefore m$  为正整数，

$\therefore m = 2$  或  $3$  或  $4$ ，安排甲、乙两种货车时有 3 种方案。

设计方案分别为：

①甲车 2 辆，乙车 6 辆；②甲车 3 辆，乙车 5 辆；③甲车 4 辆，乙车 4 辆；

(3) 3 种方案的运费分别为：

$$\text{① } 2 \times 400 + 6 \times 360 = 2960 \text{ (元)};$$

$$\text{② } 3 \times 400 + 5 \times 360 = 3000 \text{ (元)};$$

$$\text{③ } 4 \times 400 + 4 \times 360 = 3040 \text{ (元)};$$

$\therefore$  方案①运费最少，最少运费是 2960 元。

答：运输部门应选择甲车 2 辆，乙车 6 辆，可使运费最少，最少运费是 2960 元。

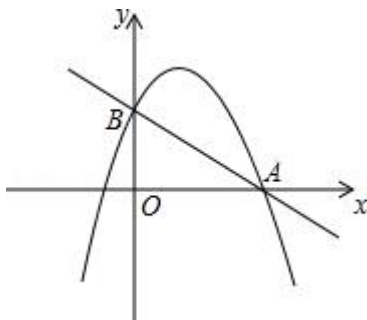
**点评：**解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，进而找到所求的量的关系式。

24. (12 分) (2015·黔东南州) 如图，已知二次函数  $y_1 = -x^2 + \frac{13}{4}x + c$  的图象与  $x$  轴的一个交点为  $A(4, 0)$ ，与  $y$  轴的交点为  $B$ ，过  $A$ 、 $B$  的直线为  $y_2 = kx + b$ 。

(1) 求二次函数  $y_1$  的解析式及点  $B$  的坐标；

(2) 由图象写出满足  $y_1 < y_2$  的自变量  $x$  的取值范围；

(3) 在两坐标轴上是否存在点  $P$ ，使得  $\triangle ABP$  是以  $AB$  为底边的等腰三角形？若存在，求出  $P$  的坐标；若不存在，说明理由。



**考点：**二次函数综合题。

**分析：** (1) 根据待定系数法，可得函数解析式，根据自变量为零，可得  $B$  点坐标；

(2) 根据一次函数图象在上方的部分是不等式的解集，可得答案；

(3) 根据线段垂直平分线上的点到线段两点间的距离相等，可得  $P$  在线段的垂直平分线上，根据直线  $AB$ ，可得  $AB$  的垂直平分线，根据自变量为零，可得  $P$  在  $y$  轴上，根据函数值为零，可得  $P$  在  $x$  轴上。

解答: 解: (1) 将 A 点坐标代入  $y_1$ , 得

$$-16+13+c=0.$$

解得  $c=3$ ,

二次函数  $y_1$  的解析式为  $y=-x^2+\frac{13}{4}x+3$ ,

B 点坐标为  $(0, 3)$ ;

(2) 由图象得直线在抛物线上方的部分, 是  $x < 0$  或  $x > 4$ ,

$\therefore x < 0$  或  $x > 4$  时,  $y_1 < y_2$ ;

(3) 直线 AB 的解析式为  $y=-\frac{3}{4}x+3$ ,

AB 的中点为  $(2, \frac{3}{2})$

AB 的垂直平分线为  $y=\frac{4}{3}x-\frac{7}{6}$

当  $x=0$  时,  $y=-\frac{7}{6}$ ,  $P_1(0, -\frac{7}{6})$ ,

当  $y=0$  时,  $x=\frac{9}{4}$ ,  $P_2(\frac{7}{8}, 0)$ ,

综上所述:  $P_1(0, -\frac{7}{6})$ ,  $P_2(\frac{7}{8}, 0)$ , 使得  $\triangle ABP$  是以 AB 为底边的等腰三角形.

点评: 本题考察了二次函数综合题, (1) 利用待定系数法求函数解析式; (2) 利用函数与不等式的关系求不等式的解集; (3) 利用线段垂直平分线的性质, 利用直线 AB 得出 AB 的垂直平分线是解题关键.