

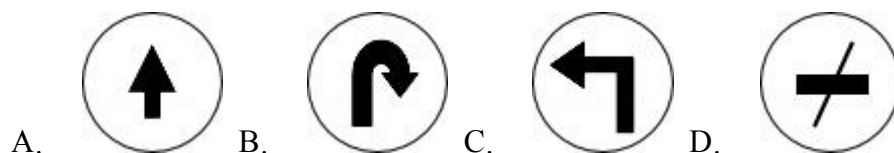
2015 年贵州省遵义市中考数学试卷

一、选择题 (本题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. (3 分) (2015•遵义) 在 $0, -2, 5, \frac{1}{4}, -0.3$ 中, 负数的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

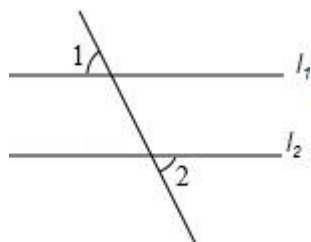
2. (3 分) (2015•遵义) 观察下列图形, 是轴对称图形的是 ()



3. (3 分) (2015•遵义) 据有关资料显示, 2014 年通过国家科技支撑计划, 遵义市获得国家科技专项重点项目资金 5533 万元, 将 5533 万用科学记数法可表示为 ()

- A. 5.533×10^8 B. 5.533×10^7 C. 5.533×10^6 D. 55.33×10^6

4. (3 分) (2015•遵义) 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, $\angle 1 = 62^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

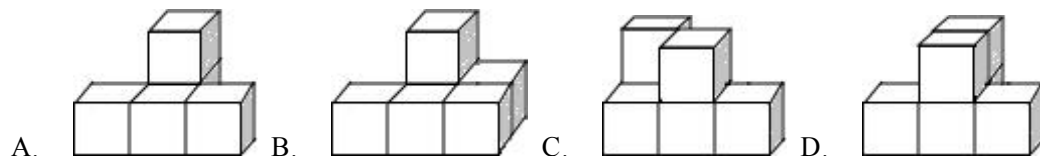


- A. 152° B. 118° C. 28° D. 62°

5. (3 分) (2015•遵义) 下列运算正确的是 ()

- A. $4a - a = 3$ B. $2(2a - b) = 4a - b$
C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ D. $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$

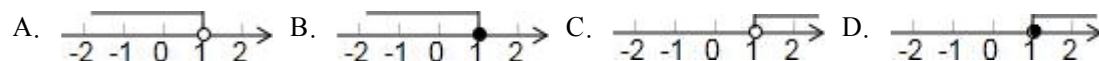
6. (3 分) (2015•遵义) 下列几何体的主视图与其他三个不同的是 ()



7. (3 分) (2015•遵义) 若 $x=3$ 是分式方程 $\frac{a-2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0$ 的根, 则 a 的值是 ()

- A. 5 B. -5 C. 3 D. -3

8. (3 分) (2015•遵义) 不等式 $3x - 1 > x + 1$ 的解集在数轴上表示为 ()



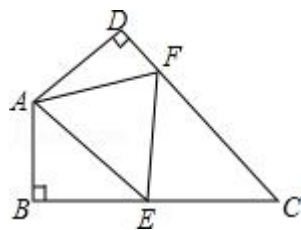
9. (3分) (2015•遵义) 已知点 A $(-2, y_1)$, B $(3, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 图象上的两点, 则有 ()

- A. $y_1 < 0 < y_2$ B. $y_2 < 0 < y_1$ C. $y_1 < y_2 < 0$ D. $y_2 < y_1 < 0$

10. (3分) (2015•遵义) 如果一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的方差是 4, 则另一组数据 $x_1+3, x_2+3, \dots, x_n+3$ 的方差是 ()

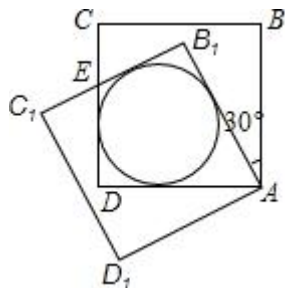
- A. 4 B. 7 C. 8 D. 19

11. (3分) (2015•遵义) 如图, 四边形 ABCD 中, $\angle C = 50^\circ$, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, E、F 分别是 BC、DC 上的点, 当 $\triangle AEF$ 的周长最小时, $\angle EAF$ 的度数为 ()



- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

12. (3分) (2015•遵义) 将正方形 ABCD 绕点 A 按逆时针方向旋转 30° , 得正方形 $AB_1C_1D_1$, B_1C_1 交 CD 于点 E, $AB = \sqrt{3}$, 则四边形 AB_1ED 的内切圆半径为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B. $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$ D. $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

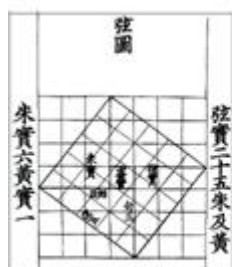
13. (4分) (2015•遵义) 使二次根式 $\sqrt{5x-2}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

14. (4分) (2015•遵义) 如果单项式 $-xy^{b+1}$ 与 $\frac{1}{2}x^{a-2}y^3$ 是同类项, 那么 $(a-b)$

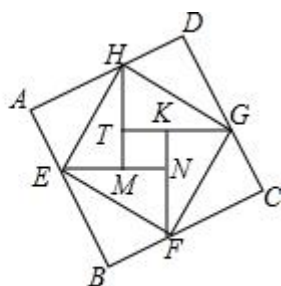
2015=_____.

15. (4分) (2015•遵义) 2015年1月20日遵义市政府工作报告公布: 2013年全市生产总值约为1585亿元, 经过连续两年增长后, 预计2015年将达到2180亿元. 设平均每年增长的百分率为 x , 可列方程为_____.

16. (4分) (2015•遵义) 我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理, 创制了一幅“弦图”, 后人称其为“赵爽弦图”(如图(1)). 图(2)由弦图变化得到, 它是由八个全等的直角三角形拼接而成, 记图中正方形ABCD、正方形EFGH、正方形MNKT的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 . 若正方形EFGH的边长为2, 则 $S_1+S_2+S_3$ =_____.



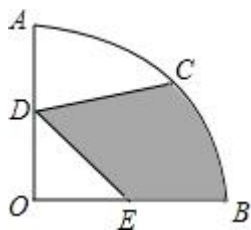
图(1)



图(2)

17. (4分) (2015•遵义) 按一定规律排列的一列数依次为: $\frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{11}, \frac{2}{7}, \dots$, 按此规律, 这列数中的第10个数与第16个数的积是_____.

18. (4分) (2015•遵义) 如图, 在圆心角为 90° 的扇形OAB中, 半径 $OA=2\text{cm}$, C为 $\widehat{AB}$ 的中点, D、E分别是OA、OB的中点, 则图中阴影部分的面积为_____ cm^2 .

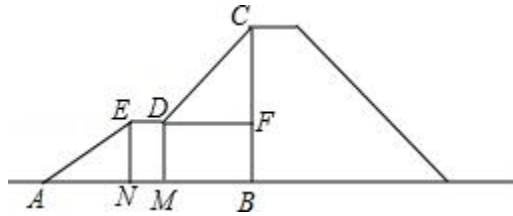


三、解答题(本题共9小题, 共90分)

19. (6分) (2015•遵义) 计算: $(3.14 - \pi)^0 - \sqrt{12} - |-3| + 4\sin 60^\circ$.

20. (8分) (2015•遵义) 先化简, 再求值: $\frac{3a-3}{a} \div \frac{a^2-2a+1}{a^2} - \frac{a}{a-1}$, 其中 $a=2$.

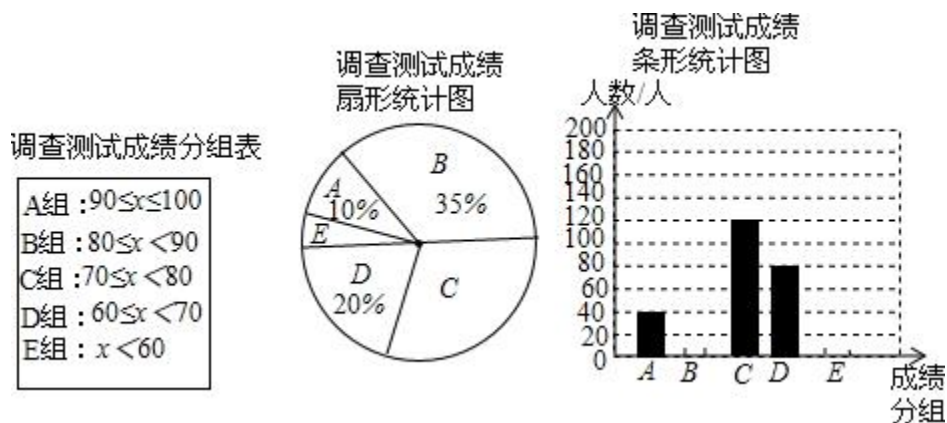
21. (8分) (2015•遵义) 如图是某儿童乐园为小朋友设计的滑梯平面图. 已知 $BC=4$ 米, $AB=6$ 米, 中间平台宽度 $DE=1$ 米, EN 、 DM 、 CB 为三根垂直于 AB 的支柱, 垂足分别为 N 、 M 、 B , $\angle EAB=31^\circ$, $DF \perp BC$ 于 F , $\angle CDF=45^\circ$. 求 DM 和 BC 的水平距离 BM 的长度. (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sin 31^\circ \approx 0.52$, $\cos 31^\circ \approx 0.86$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$)



22. (10分) (2015•遵义) 有甲、乙两个不透明的盒子, 甲盒子中装有 3 张卡片, 卡片上分别写着 3cm、7cm、9cm; 乙盒子中装有 4 张卡片, 卡片上分别写着 2cm、4cm、6cm、8cm; 盒子外有一张写着 5cm 的卡片. 所有卡片的形状、大小都完全相同. 现随机从甲、乙两个盒子中各取出一张卡片, 与盒子外的卡片放在一起, 用卡片上标明的数量分别作为一条线段的长度.

- (1) 请用树状图或列表的方法求这三条线段能组成三角形的概率;
- (2) 求这三条线段能组成直角三角形的概率.

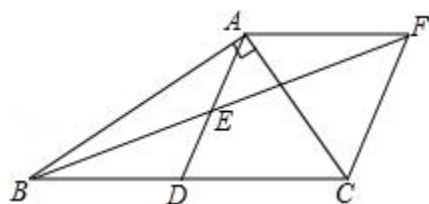
23. (10 分) (2015•遵义) 遵义市某中学为了搞好“创建全国文明城市”的宣传活动, 对本校部分学生 (随机抽查) 进行了一次相关知识了解程度的调查测试 (成绩分为 A、B、C、D、E 五个组, x 表示测试成绩). 通过对测试成绩的分析, 得到如图所示的两幅不完整的统计图. 请你根据图中提供的信息解答以下问题:



- (1) 参加调查测试的学生为_____人;
- (2) 将条形统计图补充完整;
- (3) 本次调查测试成绩中的中位数落在_____组内;
- (4) 若测试成绩在 80 分以上 (含 80 分) 为优秀, 该中学共有学生 2600 人, 请你根据样本数据估计全校学生测试成绩为优秀的总人数.

24. (10 分) (2015•遵义) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, D 是 BC 的中点, E 是 AD 的中点, 过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交 BE 的延长线于点 F .

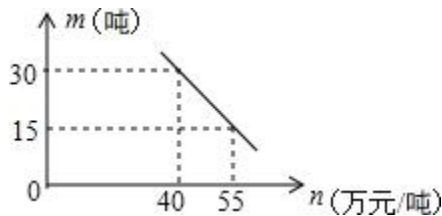
- (1) 求证: $\triangle AEF \cong \triangle DEB$;
- (2) 证明四边形 $ADCF$ 是菱形;
- (3) 若 $AC=4$, $AB=5$, 求菱形 $ADCF$ 的面积.



25. (12 分) (2015•遵义) 某工厂生产一种产品, 当产量至少为 10 吨, 但不超过 55 吨时, 每吨的成本 y (万元) 与产量 x (吨) 之间是一次函数关系, 函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表:

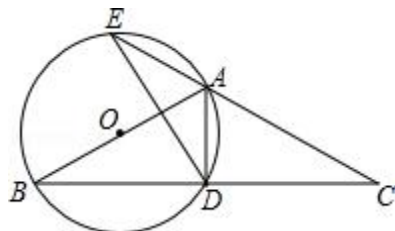
x (吨)	10	20	30
y (万元/吨)	45	40	35

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (2) 当投入生产这种产品的总成本为 1200 万元时, 求该产品的总产量; (注: 总成本=每吨成本 $\times$ 总产量)
- (3) 市场调查发现, 这种产品每月销售量 m (吨) 与销售单价 n (万元/吨) 之间满足如图所示的函数关系, 该厂第一个月按同一销售单价卖出这种产品 25 吨. 请求出该厂第一个月销售这种产品获得的利润. (注: 利润=售价 - 成本)



26. (12 分) (2015•遵义) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 交 BC 于点 D , 交 CA 的延长线于点 E , 连接 AD 、 DE .

- (1) 求证: D 是 BC 的中点;
- (2) 若 $DE=3$, $BD - AD=2$, 求 $\odot O$ 的半径;
- (3) 在 (2) 的条件下, 求弦 AE 的长.

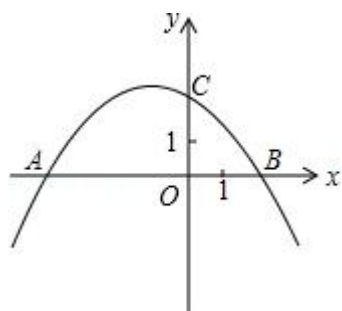


27. (14 分) (2015•遵义) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-4, 0)$, $B(2, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若点 D 为该抛物线上的一个动点, 且在直线 AC 上方, 当以 A 、 C 、 D 为顶点的三角形面积最大时, 求点 D 的坐标及此时三角形的面积;

(3) 以 AB 为直径作 $\odot M$, 直线经过点 $E(-1, -5)$, 并且与 $\odot M$ 相切, 求该直线的解析式.



2015 年贵州省遵义市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) (2015•遵义) 在 0, -2, 5, $\frac{1}{4}$, -0.3 中, 负数的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

考点: 正数和负数.

分析: 根据小于 0 的是负数即可求解.

解答: 解: 在 0, -2, 5, $\frac{1}{4}$, -0.3 中, -2, -0.3 是负数, 共有两个负数,

故选 B.

点评: 本题主要考查了正数和负数, 熟记概念是解题的关键. 注意 0 既不是正数也不是负数.

2. (3 分) (2015•遵义) 观察下列图形, 是轴对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点: 轴对称图形.

分析: 根据轴对称图形的概念求解.

解答: 解: A、是轴对称图形, 故本选项正确;

B、不是轴对称图形, 故本选项错误;

C、不是轴对称图形, 故本选项错误;

D、不是轴对称图形, 故本选项错误.

故选 A.

点评: 本题考查了轴对称图形的知识, 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

3. (3分) (2015•遵义) 据有关资料显示, 2014年通过国家科技支撑计划, 遵义市获得国家级科技专项重点项目资金 5533 万元, 将 5533 万用科学记数法可表示为 ()

- A. 5.533×10^8 B. 5.533×10^7 C. 5.533×10^6 D. 55.33×10^6

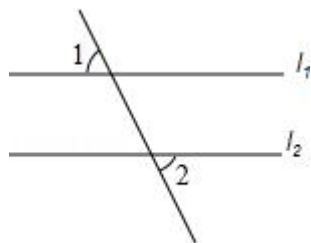
考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: $\because 5533$ 万 $= 55330000$,
 $\therefore$ 用科学计数法表示为: 5.533×10^7 ,
故选 B.

点评: 本题主要考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3分) (2015•遵义) 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, $\angle 1 = 62^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

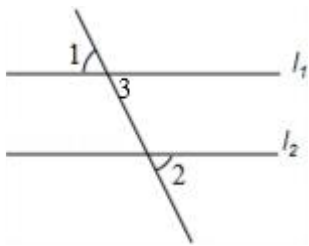


- A. 152° B. 118° C. 28° D. 62°

考点: 平行线的性质.

分析: 根据两直线平行, 同位角相等求出 $\angle 1$ 的同位角, 再根据对顶角相等求解.

解答: 解: $\because$ 如图, $l_1 \parallel l_2$, $\angle 1 = 62^\circ$,
 $\therefore \angle 3 = \angle 1 = 62^\circ$,
 $\therefore \angle 2 = \angle 3 = 62^\circ$ (对顶角相等),
故选 D.



点评: 本题考查了平行线的性质，是基础题，熟记性质是解题的关键.

5. (3 分) (2015•遵义) 下列运算正确的是 ()

- A. $4a - a = 3$ B. $2(2a - b) = 4a - b$ C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ D. $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$

- 4

考点: 完全平方公式；合并同类项；去括号与添括号；平方差公式.

分析: 根据合并同类项，去括号与添括号的法则，完全平方公式公式，平方差公式，进行解答.

解答: 解：A、 $4a - a = 3a$ ，故本选项错误；

B、应为 $2(2a - b) = 4a - 2b$ ，故本选项错误；

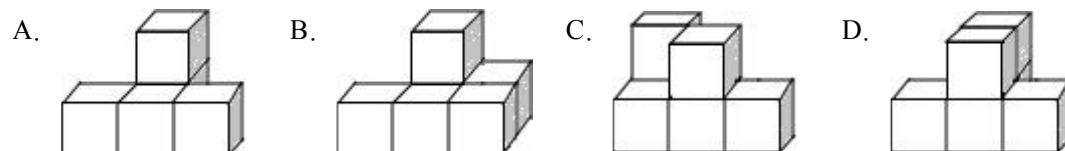
C、应为 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，故本选项错误；

D、 $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$ ，正确.

故选：D.

点评: 本题考查合并同类项，去括号与添括号的法则，完全平方公式公式，平方差公式，熟记公式结构是解题的关键.

6. (3 分) (2015•遵义) 下列几何体的主视图与其他三个不同的是 ()



考点: 简单组合体的三视图.

分析: 根据从正面看得到的视图是主视图，可得答案.

解答: 解：A、从正面看第一层三个小正方形，第二层中间一个小正方形；

- B、从正面看第一层三个小正方形，第二层中间一个小正方形；
 C、从正面看第一层三个小正方形，第二层右边一个小正方形、中间一个小正方形；
 D、从正面看第一层三个小正方形，第二层中间一个小正方形；

故选：C.

点评： 本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的视图是主视图.

7. (3分) (2015•遵义) 若 $x=3$ 是分式方程 $\frac{a-2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0$ 的根，则 a 的值是 ()

- A. 5 B. -5 C. 3 D. -3

考点： 分式方程的解.

分析： 首先根据题意，把 $x=3$ 代入分式方程 $\frac{a-2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0$ ，然后根据一元一次方程的解法，求出 a 的值是多少即可.

解答： 解： $\because x=3$ 是分式方程 $\frac{a-2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0$ 的根，

$$\therefore \frac{a-2}{3} - \frac{1}{3-2} = 0,$$

$$\therefore \frac{a-2}{3} = 1,$$

$$\therefore a-2=3,$$

$$\therefore a=5,$$

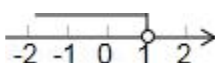
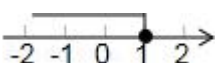
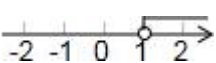
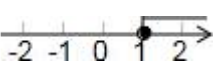
即 a 的值是 5.

故选：A.

点评： (1) 此题主要考查了分式方程的解，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：在解方程的过程中因为在把分式方程化为整式方程的过程中，扩大了未知数的取值范围，可能产生增根，增根是令分母等于 0 的值，不是原分式方程的解.

(2) 此题还考查了一元一次方程的求解方法，要熟练掌握.

8. (3分) (2015•遵义) 不等式 $3x-1 > x+1$ 的解集在数轴上表示为 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点: 在数轴上表示不等式的解集; 解一元一次不等式.

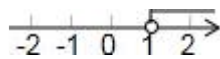
分析: 首先根据解一元一次不等式的方法, 求出不等式 $3x - 1 > x + 1$ 的解集, 然后根据在数轴上表示不等式的解集的方法, 把不等式 $3x - 1 > x + 1$ 的解集在数轴上表示出来即可.

解答: 解: 由 $3x - 1 > x + 1$,

可得 $2x > 2$,

解得 $x > 1$,

所以一元一次不等式 $3x - 1 > x + 1$ 的解在数轴上表示为:



故选: C.

点评: (1) 此题主要考查了在数轴上表示不等式的解集的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要注意“两定”: 一是定界点, 一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意, 点是实心还是空心, 若边界点含于解集为实心点, 不含于解集即为空心点; 二是定方向, 定方向的原则是: “小于向左, 大于向右”. (2) 此题还考查了解一元一次不等式的方法, 要熟练掌握, 基本操作方法与解一元一次方程基本相同, 都有如下步骤: ①去分母; ②去括号; ③移项; ④合并同类项; ⑤化系数为 1.

9. (3 分) (2015•遵义) 已知点 A $(-2, y_1)$, B $(3, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 图象上的两点, 则有 ()

A. $y_1 < 0 < y_2$ B. $y_2 < 0 < y_1$ C. $y_1 < y_2 < 0$ D. $y_2 < y_1 < 0$

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析: 先根据函数解析式中的比例系数 k 确定函数图象所在的象限, 再根据各象限内点的坐标特点解答.

解答: 解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 中, $k < 0$,

$\therefore$ 此函数图象在二、四象限,

$\because -2 < 0$,

$\therefore$ 点 A $(-2, y_1)$ 在第二象限,

$\therefore y_1 > 0$,

$$\therefore 3 > 0,$$

$\therefore B(3, y_2)$ 点在第四象限,

$$\therefore y_2 < 0,$$

$\therefore y_1, y_2$ 的大小关系为 $y_2 < 0 < y_1$.

故选 B.

点评: 此题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点及平面直角坐标系中各象限内点的坐标特点, 比较简单.

10. (3 分) (2015•遵义) 如果一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的方差是 4, 则另一组数据 $x_1+3, x_2+3, \dots, x_n+3$ 的方差是 ()

A. 4

B. 7

C. 8

D. 19

考点: 方差.

分析: 根据题意得: 数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数设为 a , 则数据 $x_1+3, x_2+3, \dots, x_n+3$ 的平均数为 $a+3$, 再根据方差公式进行计算: $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ 即可得到答案.

解答: 解: 根据题意得: 数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数设为 a , 则数据 $x_1+3, x_2+3, \dots, x_n+3$ 的平均数为 $a+3$,

$$\text{根据方差公式: } S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \dots + (x_n - a)^2] = 4.$$

$$\text{则 } S^2 = \frac{1}{n} \{ [(x_1+3) - (a+3)]^2 + [(x_2+3) - (a+3)]^2 + \dots + [(x_n+3) - (a+3)]^2 \}$$

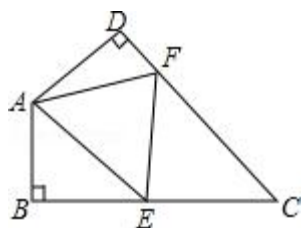
$$= \frac{1}{n} [(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \dots + (x_n - a)^2]$$

$$= 4.$$

故选: A.

点评: 此题主要考查了方差公式的运用, 关键是根据题意得到平均数的变化, 再正确运用方差公式进行计算即可.

11. (3 分) (2015•遵义) 如图, 四边形 ABCD 中, $\angle C = 50^\circ$, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, E、F 分别是 BC、DC 上的点, 当 $\triangle AEF$ 的周长最小时, $\angle EAF$ 的度数为 ()



A. 50°

B. 60°

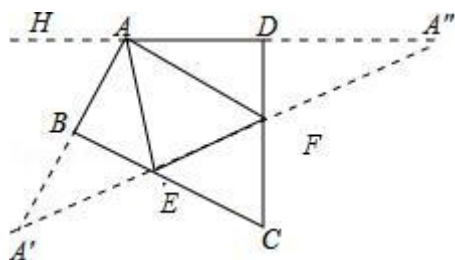
C. 70°

D. 80°

考点: 轴对称-最短路线问题.

分析: 据要使 $\triangle AEF$ 的周长最小, 即利用点的对称, 使三角形的三边在同一直线上, 作出 A 关于 BC 和 CD 的对称点 A' , A'' , 即可得出 $\angle AA'E + \angle A'' = \angle HAA' = 50^\circ$, 进而得出 $\angle AEF + \angle AFE = 2(\angle AA'E + \angle A'')$, 即可得出答案.

解答: 解: 作 A 关于 BC 和 CD 的对称点 A' , A'' , 连接 $A'A''$, 交 BC 于 E, 交 CD 于 F, 则 $A'A''$ 即为 $\triangle AEF$ 的周长最小值. 作 DA 延长线 AH,



$$\because \angle C = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle HAA' = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle AA'E + \angle A'' = \angle HAA' = 50^\circ,$$

$$\because \angle EA'A = \angle EAA', \angle FAD = \angle A'', \text{ 且 } \angle EA'A + \angle EAA' = \angle AEF,$$

$$\angle FAD + \angle A'' = \angle AFE,$$

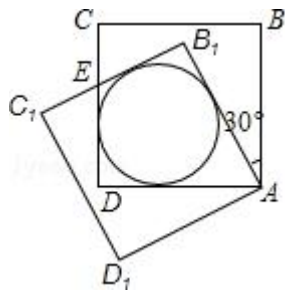
$$\therefore \angle AEF + \angle AFE = \angle EA'A + \angle EAA' + \angle FAD + \angle A'' = 2(\angle AA'E + \angle A'') = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

$$\therefore \angle EAF = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ,$$

故选 D.

点评: 本题考查的是轴对称 - 最短路线问题, 涉及到平面内最短路线问题求法以及三角形的外角的性质和垂直平分线的性质等知识, 根据已知得出 E, F 的位置是解题关键.

12. (3 分) (2015•遵义) 将正方形 ABCD 绕点 A 按逆时针方向旋转 30° , 得正方形 $AB_1C_1D_1$, B_1C_1 交 CD 于点 E, $AB=\sqrt{3}$, 则四边形 AB_1ED 的内切圆半径为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ B. $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$ D. $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

考点: 三角形的内切圆与内心; 正方形的性质; 旋转的性质.

分析: 作 $\angle DAF$ 与 $\angle AB_1G$ 的角平分线交于点 O, 则 O 即为该圆的圆心, 过 O 作 $OF \perp AB_1$, $AB=\sqrt{3}$, 再根据直角三角形的性质便可求出 OF 的长, 即该四边形内切圆的圆心.

解答: 解: 作 $\angle DAF$ 与 $\angle AB_1G$ 的角平分线交于点 O, 过 O 作 $OF \perp AB_1$, 】

则 $\angle OAF=30^\circ$, $\angle AB_1O=45^\circ$,

故 $B_1F=OF=\frac{1}{2}OA$,

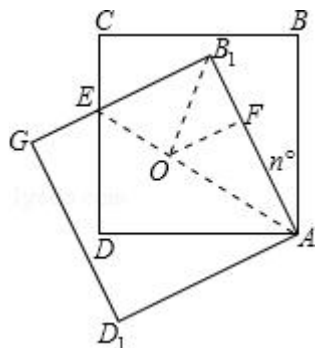
设 $B_1F=x$, 则 $AF=\sqrt{3}-x$,

故 $(\sqrt{3}-x)^2+x^2=(2x)^2$,

解得 $x=\frac{-\sqrt{3}+3}{2}$ 或 $x=\frac{-\sqrt{3}-3}{2}$ (舍去),

$\therefore$ 四边形 AB_1ED 的内切圆半径为: $\frac{-\sqrt{3}+3}{2}$.

故选 B.



点评: 本题考查了旋转的性质三角形的内切圆, 正方形的性质, 要熟练掌握正方形的性质及直角三角形的性质, 是解答此题的关键.

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

13. (4 分) (2015•遵义) 使二次根式 $\sqrt{5x-2}$ 有意义的 x 的取值范围是 $x \geq \frac{2}{5}$.

考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 根据二次根式的性质, 被开方数大于或等于 0, 可以求出 x 的范围.

解答: 解: 根据题意得: $5x - 2 \geq 0$,

$$\text{解得 } x \geq \frac{2}{5}.$$

$$\text{故答案为: } x \geq \frac{2}{5}.$$

点评: 本题考查的知识点为: 二次根式的被开方数是非负数.

14. (4 分) (2015•遵义) 如果单项式 $-xy^{b+1}$ 与 $\frac{1}{2}x^{a-2}y^3$ 是同类项, 那么 $(a-b)^{2015} = \underline{1}$.

考点: 同类项.

分析: 根据同类项的定义 (所含字母相同, 相同字母的指数相同) 可得: $a-2=1$, $b+1=3$,

解方程即可求得 a 、 b 的值, 再代入 $(a-b)^{2015}$ 即可求解.

解答: 解: 由同类项的定义可知

$$a - 2 = 1, \text{ 解得 } a = 3,$$

$$b + 1 = 3, \text{ 解得 } b = 2,$$

$$\text{所以 } (a - b)^{2015} = 1.$$

故答案为: 1.

点评: 考查了同类项, 要求代数式的值, 首先要求出代数式中的字母的值, 然后代入求解即可.

15. (4 分) (2015•遵义) 2015 年 1 月 20 日遵义市政府工作报告公布: 2013 年全市生产总值约为 1585 亿元, 经过连续两年增长后, 预计 2015 年将达到 2180 亿元. 设平均每年增长的百分率为 x , 可列方程为 $\underline{1585(1+x)^2=2180}$.

考点: 由实际问题抽象出一元二次方程.

专题: 增长率问题.

分析: 本题是增长率的问题, 是从 1585 亿元增加到 2180 亿元, 根据增长后的生产总值=增长前的生产总值 $\times (1+\text{增长率})$, 即可得到 2015 年的生产总值是 $500 (1+x)^2$ 万元, 即可列方程求解.

解答: 解: 依题意得在 2013 年的 1585 亿的基础上,

2014 年是 $1585 (1+x)$,

2015 年是 $1585 (1+x)^2$,

则 $1585 (1+x)^2=2180$.

故答案为: $1585 (1+x)^2=2180$.

点评: 此题主要考查了一元二次方程的应用, 解与变化率有关的实际问题时: (1) 主要变化率所依据的变化规律, 找出所含明显或隐含的等量关系; (2) 可直接套公式: 原有量 $\times (1+\text{增长率})^n=\text{现有量}$, n 表示增长的次数.

16. (4 分) (2015•遵义) 我国汉代数学家赵爽为了证明勾股定理, 创制了一幅“弦图”, 后人称其为“赵爽弦图” (如图 (1)). 图 (2) 由弦图变化得到, 它是由八个全等的直角三角形拼接而成, 记图中正方形 ABCD、正方形 EFGH、正方形 MNKT 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 . 若正方形 EFGH 的边长为 2, 则 $S_1+S_2+S_3=\underline{12}$.

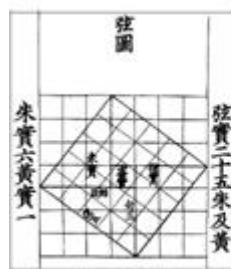


图 (1)

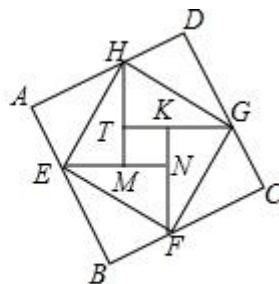


图 (2)

考点: 勾股定理的证明.

分析: 根据八个直角三角形全等, 四边形 ABCD, EFGH, MNKT 是正方形, 得出 $CG=NG$, $CF=DG=NF$, 再根据 $S_1=(CG+DG)^2$, $S_2=GF^2$, $S_3=(NG-NF)^2$, $S_1+S_2+S_3=12$ 得出 $3GF^2=12$.

解答: 解: $\because$ 八个直角三角形全等, 四边形 ABCD, EFGH, MNKT 是正方形,

$$\therefore CG=KG, CF=DG=KF,$$

$$\therefore S_1 = (CG+DG)^2$$

$$=CG^2+DG^2+2CG\cdot DG$$

$$=GF^2+2CG\cdot DG,$$

$$S_2=GF^2,$$

$$S_3 = (KF - NF)^2 = KF^2 + NF^2 - 2KF\cdot NF,$$

$$\therefore S_1 + S_2 + S_3 = GF^2 + 2CG\cdot DG + GF^2 + KF^2 + NF^2 - 2KF\cdot NF = 3GF^2 = 12,$$

故答案是：12.

点评：此题主要考查了勾股定理的应用，用到的知识点是勾股定理和正方形、全等三角形的性质，根据已知得出 $S_1 + S_2 + S_3 = 3GF^2 = 12$ 是解题的难点.

17. (4分) (2015•遵义) 按一定规律排列的一列数依次为： $\frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{11}, \frac{2}{7}, \dots$ ，按此规律，这列数中的第10个数与第16个数的积是 $\frac{1}{100}$.

考点：规律型：数字的变化类.

分析：首先根据 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}, \frac{2}{7} = \frac{4}{14}$ ，可得当这列数的分子都化成4时，分母分别是5、8、11、14、...，分母构成以5为首项，以3为公差的等差数列，据此求出这列数中的第10个数与第16个数各是多少；然后求出它们的积是多少即可.

解答：解： $\therefore \frac{1}{2} = \frac{4}{8}, \frac{2}{7} = \frac{4}{14}$,

$\therefore$ 这列数依次为： $\frac{4}{5}, \frac{4}{8}, \frac{4}{11}, \frac{4}{14}, \dots$,

$\therefore$ 当这列数的分子都化成4时，分母分别是5、8、11、14、...，

$$\therefore 8 - 5 = 11 - 8 = 14 - 11 = 3,$$

$\therefore$ 分母构成以5为首项，以3为公差的等差数列，

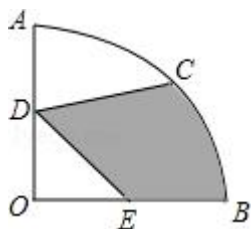
$\therefore$ 这列数中的第10个数与第16个数的积是：

$$\begin{aligned} & \frac{4}{5 + (10 - 1) \times 3} \times \frac{4}{5 + (16 - 1) \times 3} \\ &= \frac{1}{8} \times \frac{2}{25} \\ &= \frac{1}{100}. \end{aligned}$$

故答案为: $\frac{1}{100}$.

点评: 此题主要考查了探寻数列规律问题, 注意观察总结规律, 并能正确的应用规律, 解答此题的关键是判断出: 当这列数的分子都化成 4 时, 分母构成以 5 为首项, 以 3 为公差的等差数列.

18. (4 分) (2015•遵义) 如图, 在圆心角为 90° 的扇形 OAB 中, 半径 $OA=2\text{cm}$, C 为 $\widehat{AB}$ 的中点, D、E 分别是 OA、OB 的中点, 则图中阴影部分的面积为 $\frac{1}{2}\pi + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \text{cm}^2$.



考点: 扇形面积的计算.

分析: 连结 OC, 过 C 点作 $CF \perp OA$ 于 F, 先根据空白图形 ACD 的面积 = 扇形 OAC 的面积 - 三角形 OCD 的面积, 求得空白图形 ACD 的面积, 再根据三角形面积公式得到三角形 ODE 的面积, 再根据图中阴影部分的面积 = 扇形 OAB 的面积 - 空白图形 ACD 的面积 - 三角形 ODE 的面积, 列式计算即可求解.

解答: 解: 连结 OC, 过 C 点作 $CF \perp OA$ 于 F,

$\because$ 半径 $OA=2\text{cm}$, C 为 $\widehat{AB}$ 的中点, D、E 分别是 OA、OB 的中点,

$\therefore OD=OE=1\text{cm}$, $OC=2\text{cm}$, $\angle AOC=45^\circ$,

$\therefore CF=\sqrt{2}$.

$\therefore$ 空白图形 ACD 的面积 = 扇形 OAC 的面积 - 三角形 OCD 的面积

$$= \frac{45 \times \pi \times 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{2}\pi - \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm}^2)$$

三角形 ODE 的面积 = $\frac{1}{2}OD \times OE = \frac{1}{2} (\text{cm}^2)$,

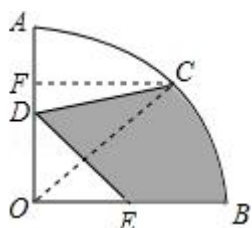
$\therefore$ 图中阴影部分的面积 = 扇形 OAB 的面积 - 空白图形 ACD 的面积 - 三角形 ODE 的面积

$$= \frac{90 \times \pi \times 2^2}{360} - \left(\frac{1}{2}\pi - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\pi + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

故图中阴影部分的面积为 $\left(\frac{1}{2}\pi + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \right) \text{ cm}^2$.

故答案为: $\left(\frac{1}{2}\pi + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \right)$.



点评: 考查了扇形面积的计算, 本题难点是得到空白图形 ACD 的面积, 关键是理解图中阴影部分的面积=扇形 OAB 的面积 - 空白图形 ACD 的面积 - 三角形 ODE 的面积.

三、解答题(本题共 9 小题, 共 90 分)

19. (6 分) (2015•遵义) 计算: $(3.14 - \pi)^0 - \sqrt{12} - |-3| + 4\sin 60^\circ$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

分析: 本题涉及零指数幂、二次根式化简、绝对值、特殊角的三角函数值四个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答: 解: $(3.14 - \pi)^0 - \sqrt{12} - |-3| + 4\sin 60^\circ$
 $= 1 - 2\sqrt{3} - 3 + 2\sqrt{3}$
 $= -2.$

点评: 本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值, 熟练掌握零指数幂、二次根式化简、绝对值等考点的运算.

20. (8 分) (2015•遵义) 先化简, 再求值: $\frac{3a-3}{a} \div \frac{a^2-2a+1}{a^2} - \frac{a}{a-1}$, 其中 $a=2$.

考点: 分式的化简求值.

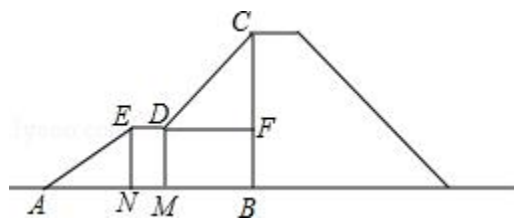
分析: 首先根据分式的混合运算法则化简此分式, 然后将 $a=2$ 代入求值即可求得答案.

解答:

$$\begin{aligned}
 \text{解: } & \frac{3a-3}{a} \div \frac{a^2-2a+1}{a^2} - \frac{a}{a-1} \\
 &= \frac{3(a-1)}{a} \times \frac{a^2}{(a-1)^2} - \frac{a}{a-1} \\
 &= \frac{3a}{a-1} - \frac{a}{a-1} \\
 &= \frac{2a}{a-1}, \\
 \text{当 } a=2 \text{ 时, 原式} &= \frac{2 \times 2}{2-1} = 4.
 \end{aligned}$$

点评: 此题考查了分式的化简求值问题. 注意解答此题的关键是把分式化到最简, 然后代值计算.

21. (8分) (2015•遵义) 如图是某儿童乐园为小朋友设计的滑梯平面图. 已知 $BC=4$ 米, $AB=6$ 米, 中间平台宽度 $DE=1$ 米, EN 、 DM 、 CB 为三根垂直于 AB 的支柱, 垂足分别为 N 、 M 、 B , $\angle EAB=31^\circ$, $DF \perp BC$ 于 F , $\angle CDF=45^\circ$. 求 DM 和 BC 的水平距离 BM 的长度. (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sin 31^\circ \approx 0.52$, $\cos 31^\circ \approx 0.86$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$)



考点: 解直角三角形的应用.

分析: 设 $BM=x$ 米. 由等腰直角三角形的性质知, $CF=DF=x$, 得 $EN=FB=BC-CF=4-x$, $AN=AB-DF-ED=5-x$, 则在直角三角形 ANE 中, 有 $EN=AN \cdot \tan 31^\circ$, 建立方程求得 x 的值.

解答: 解: 设 $BM=x$ 米.

$$\because \angle CDF=45^\circ, \angle CFD=90^\circ,$$

$$\therefore CF=DF=x \text{ 米},$$

$$\therefore BF=BC-CF=(4-x) \text{ 米}.$$

$$\therefore EN=DM=BF=(4-x) \text{ 米}.$$

$\therefore AB=6$ 米, $DE=1$ 米, $BM=DF=x$ 米,

$\therefore AN=AB-MN-BM=(5-x)$ 米.

在 $\triangle AEN$ 中, $\angle ANE=90^\circ$, $\angle EAN=31^\circ$,

$\therefore EN=AN \cdot \tan 31^\circ$.

即 $4-x=(5-x) \times 0.6$,

$\therefore x=2.5$,

答: DM 和 BC 的水平距离 BM 的长度为 2.5 米.

点评: 此题主要考查了解直角三角形的应用, 本题通过设适当的参数, 利用直角三角形的边角关系建立方程而求解是解题关键.

22. (10 分) (2015•遵义) 有甲、乙两个不透明的盒子, 甲盒子中装有 3 张卡片, 卡片上分别写着 3cm、7cm、9cm; 乙盒子中装有 4 张卡片, 卡片上分别写着 2cm、4cm、6cm、8cm; 盒子外有一张写着 5cm 的卡片. 所有卡片的形状、大小都完全相同. 现随机从甲、乙两个盒子中各取出一张卡片, 与盒子外的卡片放在一起, 用卡片上标明的数量分别作为一条线段的长度.

- (1) 请用树状图或列表的方法求这三条线段能组成三角形的概率;
- (2) 求这三条线段能组成直角三角形的概率.

考点: 列表法与树状图法; 勾股定理的逆定理.

分析: (1) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与这三条线段能组成三角形的情况, 再利用概率公式求解即可求得答案;

(2) 首先由树状图求得这三条线段能组成直角三角形的情况, 然后直接利用概率公式求解即可求得答案.

解答: 解: (1) 画树状图得:



$\therefore$ 共有 12 种等可能的结果, 这三条线段能组成三角形的有 7 种情况,

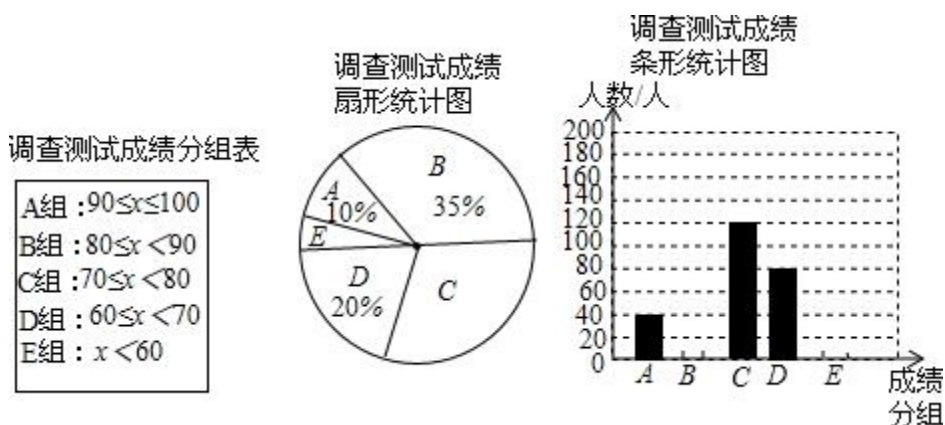
$\therefore$ 这三条线段能组成三角形的概率为: $\frac{7}{12}$;

(2) $\because$ 这三条线段能组成直角三角形的只有：3cm，4cm，5cm；

$\therefore$ 这三条线段能组成直角三角形的概率为： $\frac{1}{12}$.

点评：此题考查了树状图法与列表法求概率的知识. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

23. (10 分) (2015•遵义) 遵义市某中学为了搞好“创建全国文明城市”的宣传活动，对本校部分学生（随机抽查）进行了一次相关知识了解程度的调查测试（成绩分为 A、B、C、D、E 五个组， x 表示测试成绩）. 通过对测试成绩的分析，得到如图所示的两幅不完整的统计图. 请你根据图中提供的信息解答以下问题：



(1) 参加调查测试的学生为 400 人；

(2) 将条形统计图补充完整；

(3) 本次调查测试成绩中的中位数落在 C 组内；

(4) 若测试成绩在 80 分以上（含 80 分）为优秀，该中学共有学生 2600 人，请你根据样本数据估计全校学生测试成绩为优秀的总人数.

考点：条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图；中位数.

分析： (1) 根据 A 类人数是 40，所占的百分比是 10%，据此即可求得总人数；

(2) 根据百分比的定义求得 B 和 E 类的人数，从而完成条形统计图；

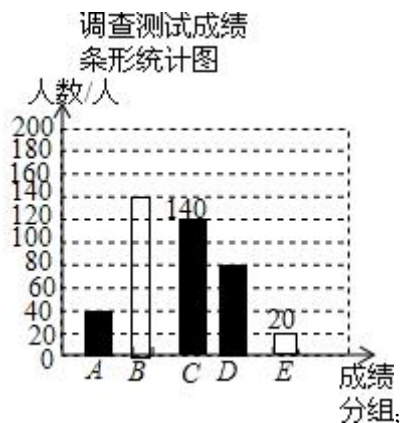
(3) 利用中位数的定义，就是大小处于中间位置的数即可作判断.

(4) 利用总人数乘以对应的百分比即可求解.

解答： 解：(1) 参加调查测试的学生总数是： $40 \div 10\% = 400$ (人)，故答案是：400；

(2) B 组的人数是： $400 \times 35\% = 140$ (人)，

则 E 组的人数是： $400 - 40 - 140 - 120 - 80 = 20$ (人)。



(3) 中位数落在 C 组。

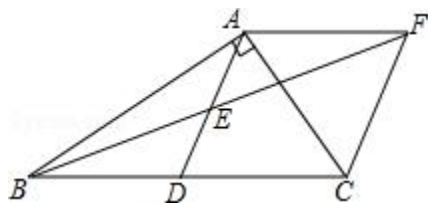
故答案是：C；

(4) 全校学生测试成绩为优秀的总人数是： $2600 \times (10\% + 35\%) = 1170$ (人)。

点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

24. (10 分) (2015•遵义) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， D 是 BC 的中点， E 是 AD 的中点，过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交 BE 的延长线于点 F。

- (1) 求证： $\triangle AEF \cong \triangle DEB$ ；
- (2) 证明四边形 ADCF 是菱形；
- (3) 若 $AC = 4$ ， $AB = 5$ ， 求菱形 ADCF 的面积。



考点： 菱形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；直角三角形斜边上的中线；三角形中位线定理。

分析： (1) 根据 AAS 证 $\triangle AFE \cong \triangle DBE$ ；

(2) 利用①中全等三角形的对应边相等得到 $AF = BD$ 。结合已知条件，利用“有一组

对边平行且相等的四边形是平行四边形”得到 ADCF 是菱形，由“直角三角形斜边的中线等于斜边的一半”得到 $AD=DC$ ，从而得出结论；

(3) 由直角三角形 ABC 与菱形有相同的高，根据等积变形求出这个高，代入菱形面积公式可求出结论.

解答: (1) 证明: ① $\because AF \parallel BC$,

$$\therefore \angle AFE = \angle DBE,$$

$\because E$ 是 AD 的中点, AD 是 BC 边上的中线,

$$\therefore AE = DE, \quad BD = CD,$$

在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle DBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle AFE = \angle DBE \\ \angle FEA = \angle BED, \\ AE = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle DBE \quad (\text{AAS});$$

(2) 证明: 由 (1) 知, $\triangle AFE \cong \triangle DBE$, 则 $AF = DB$.

$$\because DB = DC,$$

$$\therefore AF = CD.$$

$$\because AF \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 ADCF 是平行四边形,

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$, D 是 BC 的中点, E 是 AD 的中点,

$$\therefore AD = DC = \frac{1}{2}BC,$$

$\therefore$ 四边形 ADCF 是菱形;

(3) 解: 设菱形 DC 边上的高为 h ,

$\therefore$ $RT\triangle ABC$ 斜边 BC 边上的高也为 h ,

$$\because BC = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41},$$

$$\therefore DC = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{41}}{2},$$

$$\therefore h = \frac{4 \times 5}{\sqrt{41}} = \frac{20}{\sqrt{41}},$$

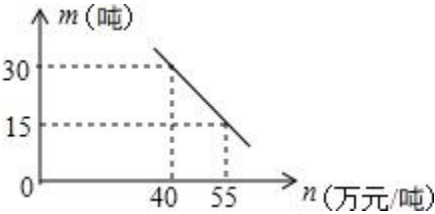
$$\text{菱形 ADCF 的面积为: } DC \cdot h = \frac{\sqrt{41}}{2} \times \frac{20}{\sqrt{41}} = 10.$$

点评: 本题考查了全等三角形的性质和判定, 平行四边形的判定, 菱形的判定的应用, 菱形的面积计算, 主要考查学生的推理能力.

25. (12 分) (2015•遵义) 某工厂生产一种产品, 当产量至少为 10 吨, 但不超过 55 吨时, 每吨的成本 y (万元) 与产量 x (吨) 之间是一次函数关系, 函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表:

x (吨)	10	20	30
y (万元/吨)	45	40	35

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (2) 当投入生产这种产品的总成本为 1200 万元时, 求该产品的总产量; (注: 总成本=每吨成本 $\times$ 总产量)
- (3) 市场调查发现, 这种产品每月销售量 m (吨) 与销售单价 n (万元/吨) 之间满足如图所示的函数关系, 该厂第一个月按同一销售单价卖出这种产品 25 吨. 请求出该厂第一个月销售这种产品获得的利润. (注: 利润=售价 - 成本)



考点: 一次函数的应用.

分析: (1) 利用待定系数法求出一函数解析式即可, 根据当生产数量至少为 10 吨, 但不超过 55 吨时, 得出 x 的取值范围;

(2) 根据总成本=每吨的成本 $\times$ 生产数量, 利用 (1) 中所求得出即可.

(3) 先利用待定系数法求出每月销售量 m (吨) 与销售单价 n (万元/吨) 之间的函数关系式, 再分别求出对应的销售单价、成本, 根据利润=售价 - 成本, 即可解答.

解答: 解: (1) 设 y 关于 x 的函数解析式为 $y=kx+b$,

将 (10, 45) (20, 40) 代入解析式得:

$$\begin{cases} 10k+b=45 \\ 20k+b=40 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k=-0.5 \\ b=50 \end{cases}$

$$\therefore y = -0.5x + 50, (10 \leq x \leq 55).$$

(2) 当投入生产这种产品的总成本为 1200 万元时,

$$\text{即 } x(-0.5x + 50) = 1200,$$

$$\text{解得: } x_1 = 40, x_2 = 60,$$

$$\therefore 10 \leq x \leq 55,$$

$$\therefore x = 40,$$

$\therefore$ 该产品的总产量为 40 吨.

(3) 设每月销售量 m (吨) 与销售单价 n (万元/吨) 之间的函数关系式为 $m = k_1n + b_1$,

$$\text{把 } (40, 30), (55, 15) \text{ 代入解析式得: } \begin{cases} 40k_1 + b_1 = 30 \\ 55k_1 + b_1 = 15 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_1 = -1 \\ b_1 = 70 \end{cases},$$

$$\therefore m = -n + 70,$$

$$\text{当 } m = 25 \text{ 时, } n = 45,$$

$$\text{在 } y = -0.5x + 50, (10 \leq x \leq 55) \text{ 中, 当 } x = 25 \text{ 时, } y = 37.5,$$

$$\therefore \text{利润为: } 25 \times (45 - 37.5) = 187.5 \text{ (万元)}.$$

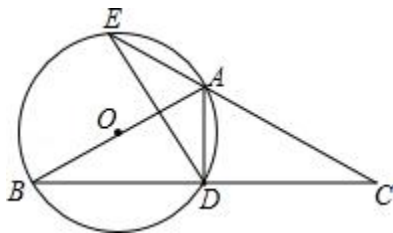
点评: 此题主要考查了一次函数的应用, 根据总成本=每吨的成本 $\times$ 生产数量得出等式方程求出是解题关键.

26. (12 分) (2015•遵义) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 交 BC 于点 D , 交 CA 的延长线于点 E , 连接 AD 、 DE .

(1) 求证: D 是 BC 的中点;

(2) 若 $DE = 3$, $BD - AD = 2$, 求 $\odot O$ 的半径;

(3) 在 (2) 的条件下, 求弦 AE 的长.



考点: 相似三角形的判定与性质; 等腰三角形的性质; 圆周角定理.

分析: (1) 根据圆周角定理求得 $AD \perp BC$, 根据等腰三角形三线合一的性质即可证得结论;

(2) 先求得 $\angle E = \angle C$, 根据等角对等边求得 $BD = DC = DE = 3$, 进而求得 $AD = 1$, 然后根据勾股定理求得 AB , 即可求得圆的半径;

(3) 根据题意得到 $AC = \sqrt{10}$, $BC = 6$, $DC = 3$, 然后根据割线定理即可求得 EC , 进而求得 AE .

解答: (1) 证明: $\because AB$ 是圆 O 的直径,

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore BD = DC;$$

(2) 解: $\because AB = AC$,

$$\angle B = \angle C,$$

$$\because \angle B = \angle E,$$

$$\therefore \angle E = \angle C,$$

$$\therefore BD = DC = DE = 3,$$

$$\because BD - AD = 2,$$

$$\therefore AD = 1,$$

$$\text{在 } \text{RT}\triangle ABD \text{ 中, } AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{10},$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } \frac{\sqrt{10}}{2};$$

(3) 解: $\because AB = AC = \sqrt{10}$, $BD = DC = 3$,

$$\therefore BC = 6,$$

$$\because AC \cdot EC = DC \cdot BC,$$

$$\therefore \sqrt{10} \cdot EC = 3 \times 6,$$

$$\therefore EC = \frac{9}{5}\sqrt{10},$$

$$\therefore AE = EC - AC = \frac{9}{5}\sqrt{10} - \sqrt{10} = \frac{4}{5}\sqrt{10}.$$

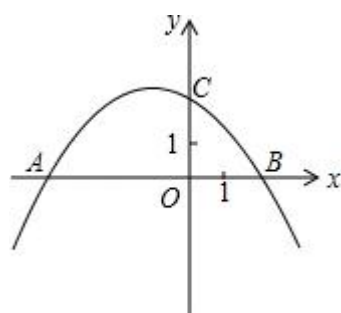
点评: 本题考查了圆周角定理, 等腰三角形的判定和性质, 勾股定理的应用以及割线定理的应用, 熟练掌握性质定理是解题的关键.

27. (14 分) (2015•遵义) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-4, 0)$, $B(2, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若点 D 为该抛物线上的一个动点, 且在直线 AC 上方, 当以 A 、 C 、 D 为顶点的三角形面积最大时, 求点 D 的坐标及此时三角形的面积;

(3) 以 AB 为直径作 $\odot M$, 直线经过点 $E(-1, -5)$, 并且与 $\odot M$ 相切, 求该直线的解析式.



考点: 二次函数综合题; 待定系数法求一次函数解析式; 二次函数的最值; 待定系数法求二次函数解析式; 勾股定理; 切线的性质; 相似三角形的判定与性质.

专题: 综合题.

分析: (1) 只需运用待定系数法就可解决问题;

(2) 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H , 交直线 AC 于点 G , 如图 2, 可用待定系数法求出直线 AC 的解析式, 设点 D 的横坐标为 m , 则点 G 的横坐标也为 m , 从而可以用 m 的代数式表示出 DG , 然后用割补法得到 $\triangle ADC$ 的面积是关于 m 的二次函数, 运用二次函数的最值性就可解决问题;

(3) 设过点 E 的直线与 $\odot M$ 相切于点 F , 与 x 轴交于点 N , 连接 MF , 如图 3, 根据切线的性质可得 $MF \perp EN$. 易得 M 的坐标、 ME 、 MF 、 EF 的长, 易证 $\triangle MEF \sim \triangle NEM$, 根据相似三角形的性质可求出 MN , 从而得到点 N 的坐标, 然后运用待定系数法就可解决问题.

解答: 解: (1) 如图 1,

由题可得:

$$\begin{cases} 16a - 4b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 2;$$

(2) 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H, 交直线 AC 于点 G, 如图 2.

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + t$,

$$\text{则有 } \begin{cases} -4k + t = 0 \\ t = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ t = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 AC 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + 2.$$

设点 D 的横坐标为 m, 则点 G 的横坐标也为 m,

$$\therefore DH = -\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m + 2, \quad GH = \frac{1}{2}m + 2,$$

$$\therefore DG = -\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m + 2 - \frac{1}{2}m - 2 = -\frac{1}{4}m^2 - m,$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ADG} + S_{\triangle CDG}$$

$$= \frac{1}{2}DG \cdot AH + \frac{1}{2}DG \cdot OH = \frac{1}{2}DG \cdot AO = 2DG$$

$$= -\frac{1}{2}m^2 - 2m = -\frac{1}{2}(m^2 + 4m)$$

$$= -\frac{1}{2}(m^2 + 4m + 4 - 4)$$

$$= -\frac{1}{2}[(m+2)^2 - 4]$$

$$= -\frac{1}{2}(m+2)^2 + 2.$$

$\therefore$ 当 $m = -2$ 时, $S_{\triangle ADC}$ 取到最大值 2.

$$\text{此时 } y_D = -\frac{1}{4}x(-2)^2 - \frac{1}{2}x(-2) + 2 = 2,$$

即点 D 的坐标为 $(-2, 2)$;

(3) 设过点 E 的直线与 $\odot M$ 相切于点 F, 与 x 轴交于点 N, 连接 MF, 如图 3, 则有 $MF \perp EN$.

$$\because A(-4, 0), B(2, 0),$$

$$\therefore AB=6, MF=MB=MA=3,$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } (-4+3, 0) \text{ 即 } M(-1, 0).$$

$$\because E(-1, -5), \therefore ME=5, \angle EMN=90^\circ.$$

$$\text{在 Rt}\triangle MFE \text{ 中, } EF=\sqrt{ME^2-MF^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4.$$

$$\because \angle MEF=\angle NEM, \angle MFE=\angle EMN=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle MEF \sim \triangle NEM,$$

$$\therefore \frac{MF}{NM} = \frac{EF}{EM},$$

$$\therefore \frac{3}{NM} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore NM = \frac{15}{4},$$

$$\therefore \text{点 } N \text{ 的坐标为 } \left(-1+\frac{15}{4}, 0\right) \text{ 即 } \left(\frac{11}{4}, 0\right) \text{ 或 } \left(-1-\frac{15}{4}, 0\right) \text{ 即 } \left(-\frac{19}{4}, 0\right).$$

设直线 EN 的解析式为 $y=px+q$.

$$\text{①当点 } N \text{ 的坐标为 } \left(\frac{11}{4}, 0\right) \text{ 时,}$$

$$\begin{cases} \frac{11p}{4}+q=0 \\ -p+q=-5 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} p=-\frac{4}{3} \\ q=-\frac{11}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 EN 的解析式为 } y=-\frac{4}{3}x-\frac{11}{3}.$$

$$\text{②当点 } N \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{19}{4}, 0\right) \text{ 时,}$$

$$\text{同理可得: 直线 EN 的解析式为 } y=-\frac{4}{3}x-\frac{19}{3}.$$

$$\text{综上所述: 所求直线的解析式为 } y=-\frac{4}{3}x-\frac{11}{3} \text{ 或 } y=-\frac{4}{3}x-\frac{19}{3}.$$

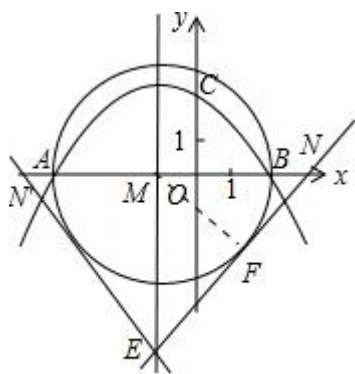


图3

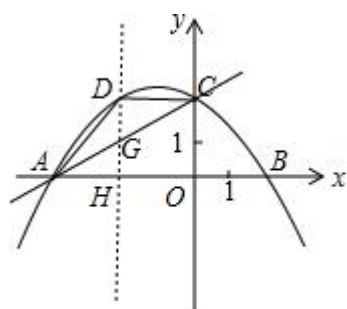


图2

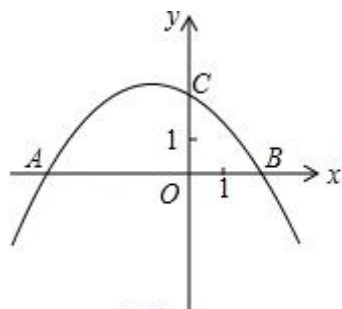


图1

点评: 本题主要考查了运用待定系数法求二次函数及一次函数的解析式、运用割补法求面积，二次函数的最值性、切线的性质、相似三角形的判定与性质、勾股定理等知识，当直接求一个图形面积比较困难时，通常可考虑采用割补法，另外，过圆外一点作圆的切线有两条，不能遗漏.