

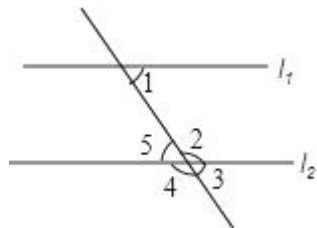
2015 年贵州省贵阳市中考数学试卷

一、选择题（以下每小题均有 A、B、C、D 四个选项，其中只有一个选项正确，请用 2B 铅笔在《答题卡》上填涂正确选项的字母框，每小题 3 分，共 30 分）

1. 计算： $-3+4$ 的结果等于（ ）

- A. 7 B. -7 C. 1 D. -1

2. 如图， $\angle 1$ 的内错角是（ ）

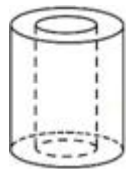


- A. $\angle 2$ B. $\angle 3$ C. $\angle 4$ D. $\angle 5$

3. 今年 5 月份在贵阳召开了国际大数据产业博览会，据统计，到 5 月 28 日为止，来观展的人数已突破 64000 人次，64000 这个数用科学记数法可表示为 6.4×10^n ，则 n 的值是（ ）

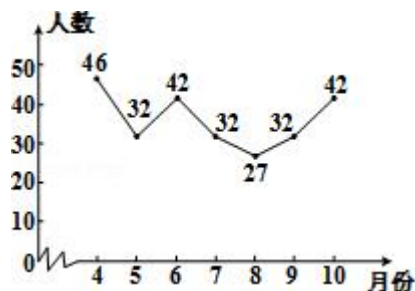
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

4. 如图，一个空心圆柱体，其左视图正确的是（ ）



- A.  B.  C.  D. 

5. 小红根据去年 4~10 月本班同学去孔学堂听中国传统文化讲座的人数，绘制了如图所示的折线统计图，图中统计数据的众数是（ ）



- A. 46 B. 42 C. 32 D. 27

6. 如果两个相似三角形对应边的比为 2:3，那么这两个相似三角形面积的比是（ ）

A. 2: 3

B. $\sqrt{2}: \sqrt{3}$

C. 4: 9

D. 8: 27

7. 王大伯为了估计他家鱼塘里有多少条鱼, 从鱼塘里捞出 150 条鱼, 将它们作上标记, 然后放回鱼塘. 经过一段时间后, 再从中随机捕捞 300 条鱼, 其中有标记的鱼有 30 条, 请估计鱼塘里鱼的数量大约有 ()

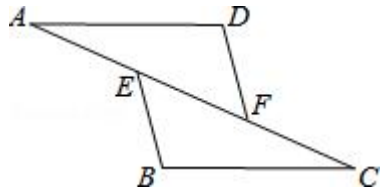
A. 1500 条

B. 1600 条

C. 1700 条

D. 3000 条

8. 如图, 点 E, F 在 AC 上, AD=BC, DF=BE, 要使 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$, 还需要添加的一个条件是 ()

A. $\angle A = \angle C$ B. $\angle D = \angle B$ C. $AD \parallel BC$ D. $DF \parallel BE$

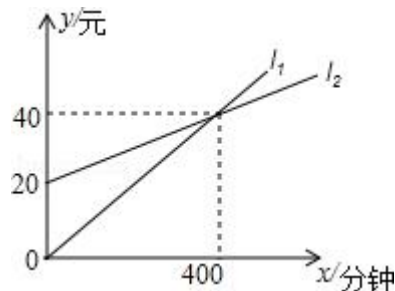
9. 一家电信公司提供两种手机的月通话收费方式供用户选择, 其中一种有月租费, 另一种无月租费. 这两种收费方式的通话费用 y (元) 与通话时间 x (分钟) 之间的函数关系如图所示. 小红根据图象得出下列结论:

① l_1 描述的是无月租费的收费方式;

② l_2 描述的是有月租费的收费方式;

③ 当每月的通话时间为 500 分钟时, 选择有月租费的收费方式省钱.

其中, 正确结论的个数是 ()



A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

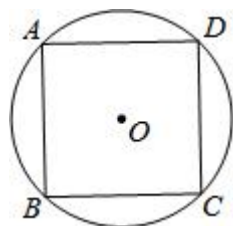
10. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + 3$, 当 $x \geq 2$ 时, y 的取值范围是 ()

A. $y \geq 3$ B. $y \leq 3$ C. $y > 3$ D. $y < 3$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

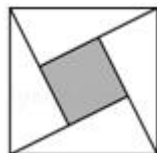
11. 方程组 $\begin{cases} x+y=12 \\ y=2 \end{cases}$ 的解为_____.

12. 如图，四边形 ABCD 是 $\odot O$ 的内接正方形，若正方形的面积等于 4，则 $\odot O$ 的面积等于_____.

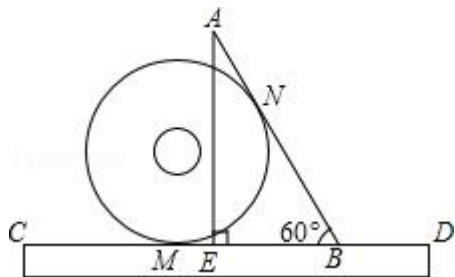


13. 分式 $\frac{a}{a^2+2a}$ 化简的结果为_____.

14. “赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形与中间的一个小正方形拼成的一个大正方形（如图所示）. 小亮随机地向大正方形内部区域投飞镖. 若直角三角形两条直角边的长分别是 2 和 1，则飞镖投到小正方形（阴影）区域的概率是_____.



15. 小明把半径为 1 的光盘、直尺和三角尺形状的纸片按如图所示放置于桌面上，此时，光盘与 AB, CD 分别相切于点 N, M. 现从如图所示的位置开始，将光盘在直尺边上沿着 CD 向右滚动到再次与 AB 相切时，光盘的圆心经过的距离是_____.



三、解答题

16. (8 分) (2015•贵阳) 先化简，再求值： $(x+1)(x-1) + x^2(1-x) + x^3$ ，其中 $x=2$.

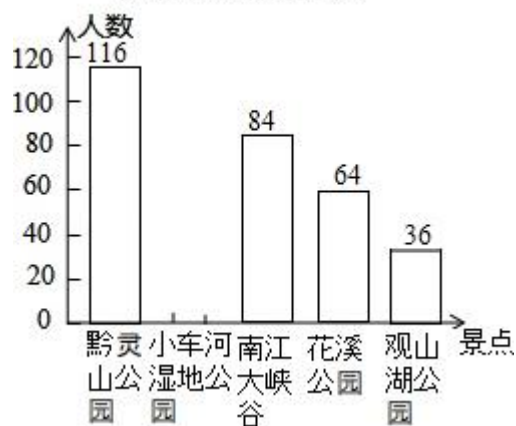
17. 近年来，随着创建“生态文明城市”活动的开展，我市的社会知名度越来越高，吸引了很多外地游客，某旅行社对5月份本社接待外地游客来我市各景点旅游的人数作了一次抽样调查，并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图表：

游客人数统计表

景点	频数（人数）	频率
黔灵山公园	116	0.29
小车河湿地公园		0.25
南江大峡谷	84	0.21
花溪公园	64	0.16
观山湖公园	36	0.09

- (1) 此次共调查_____人，并补全条形统计图；
- (2) 由上表提供的数据可以制成扇形统计图，求“南江大峡谷”所对的圆心角的度数；
- (3) 该旅行社预计7月份接待来我市的游客有2500人，根据以上信息，请你估计去黔灵山公园的游客大约有多少人？

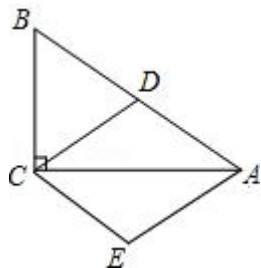
游客人数条形统计图



18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， D 为 AB 的中点，且 $AE \parallel CD$ ， $CE \parallel AB$ 。

(1) 证明：四边形 $ADCE$ 是菱形；

(2) 若 $\angle B=60^\circ$ ， $BC=6$ ，求菱形 $ADCE$ 的高。（计算结果保留根号）



19. 在“阳光体育”活动时间，小英、小丽、小敏、小洁四位同学进行一次羽毛球单打比赛，要从中选出两位同学打第一场比赛。

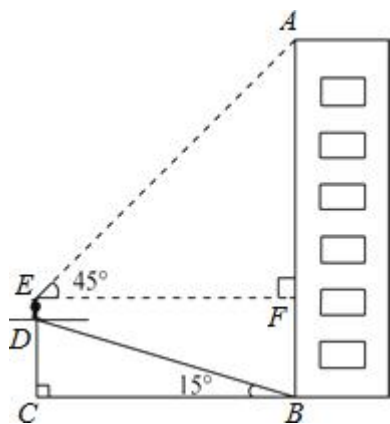
(1) 若已确定小英打第一场，再从其余三位同学中随机选取一位，求恰好选中小丽同学的概率；

(2) 用画树状图或列表的方法，求恰好选中小敏、小洁两位同学进行比赛的概率。

20. 小华为了测量楼房 AB 的高度，他从楼底的 B 处沿着斜坡向上行走 20m ，到达坡顶 D 处。已知斜坡的坡角为 15° 。（以下计算结果精确到 0.1m ）

(1) 求小华此时与地面的垂直距离 CD 的值；

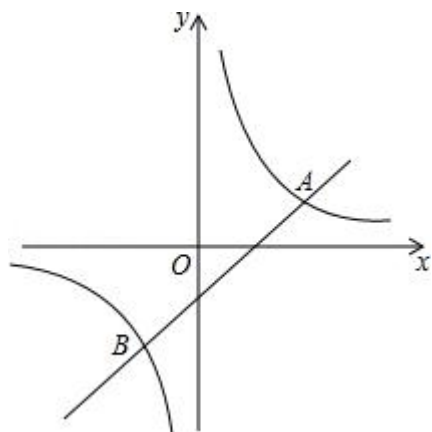
(2) 小华的身高 ED 是 1.6m ，他站在坡顶看楼顶 A 处的仰角为 45° ，求楼房 AB 的高度。



21. 某校为了增强学生对中华优秀传统文化的理解，决定购买一批相关的书籍. 据了解，经典著作的单价比传说故事的单价多 8 元，用 12000 元购买经典著作与用 8000 元购买传说故事的本数相同，这两类书籍的单价各是多少元？

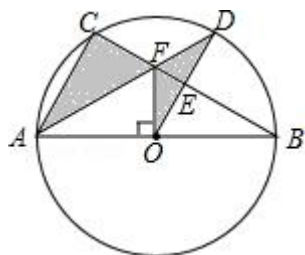
22. 如图，一次函数 $y=x+m$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于 A (2, 1)，B 两点.

- (1) 求出反比例函数与一次函数的表达式；
- (2) 请直接写出 B 点的坐标，并指出使反比例函数值大于一次函数值的 x 的取值范围.



23. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，AB 是 $\odot O$ 的直径， $FO \perp AB$ ，垂足为点 O，连接 AF 并延长交 $\odot O$ 于点 D，连接 OD 交 BC 于点 E， $\angle B=30^\circ$ ， $FO=2\sqrt{3}$.

- (1) 求 AC 的长度；
- (2) 求图中阴影部分的面积. (计算结果保留根号)

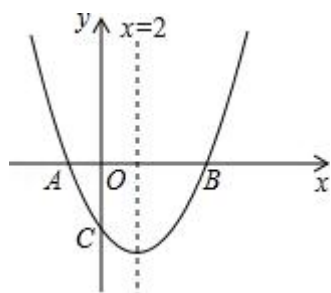


24. 如图, 经过点 $C(0, -4)$ 的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴相交于 $A(-2, 0)$, B 两点.

(1) a _____ 0 , $b^2 - 4ac$ _____ 0 (填“ $>$ ”或“ $<$ ”);

(2) 若该抛物线关于直线 $x=2$ 对称, 求抛物线的函数表达式;

(3) 在 (2) 的条件下, 连接 AC , E 是抛物线上一动点, 过点 E 作 AC 的平行线交 x 轴于点 F . 是否存在这样的点 E , 使得以 A, C, E, F 为顶点所组成的四边形是平行四边形? 若存在, 求出满足条件的点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

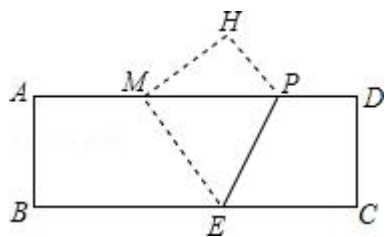


25. 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=12$, 将矩形纸片折叠, 使点 C 落在 AD 边上的点 M 处, 折痕为 PE , 此时 $PD=3$.

(1) 求 MP 的值;

(2) 在 AB 边上有一个动点 F , 且不与点 A, B 重合. 当 AF 等于多少时, $\triangle MEF$ 的周长最小?

(3) 若点 G, Q 是 AB 边上的两个动点, 且不与点 A, B 重合, $GQ=2$. 当四边形 $MEQG$ 的周长最小时, 求最小周长值. (计算结果保留根号)



2015 年贵州省贵阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（以下每小题均有 A、B、C、D 四个选项，其中只有一个选项正确，请用 2B 铅笔在《答题卡》上填涂正确选项的字母框，每小题 3 分，共 30 分）

1. 计算： $-3+4$ 的结果等于（ ）

- A. 7 B. -7 C. 1 D. -1

考点：有理数的加法.

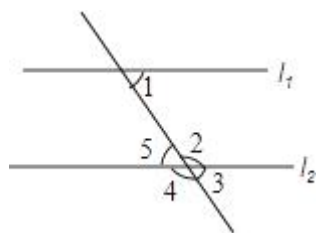
分析：利用绝对值不等的异号加减，取绝对值较大的加数符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值，进而求出即可.

解答：解： $-3+4=1$.

故选：C.

点评：此题主要考查了有理数的加法，正确掌握运算法则是解题关键.

2. 如图， $\angle 1$ 的内错角是（ ）



- A. $\angle 2$ B. $\angle 3$ C. $\angle 4$ D. $\angle 5$

考点：同位角、内错角、同旁内角.

分析：根据内错角的定义找出即可.

解答：解：根据内错角的定义， $\angle 1$ 的内错角是 $\angle 5$.

故选 D.

点评：本题考查了“三线八角”问题，确定三线八角的关键是从截线入手. 对平面几何中概念的理解，一定要紧扣概念中的关键词语，要做到对它们正确理解，对不同的几何语言的表达要注意理解它们所包含的意义.

3. 今年 5 月份在贵阳召开了国际大数据产业博览会，据统计，到 5 月 28 日为止，来观展的人数已突破 64000 人次，64000 这个数用科学记数法可表示为 6.4×10^n ，则 n 的值是（ ）

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

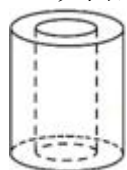
解答：解：将 64000 用科学记数法表示为 6.4×10^4 .

故 $n=4$.

故选 B.

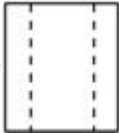
点评： 此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

4. 如图，一个空心圆柱体，其左视图正确的是（ ）



考点： 简单组合体的三视图．

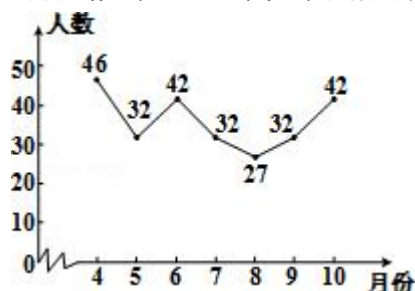
分析： 空心圆柱体的左视图是矩形，且有两条竖着的虚线；依此即可求解．

解答： 解：一个空心圆柱体，其左视图为  ．

故选：B．

点评： 本题考查简单组合体的三视图．在画图时一定要将物体的边缘、棱、顶点都体现出来，看得见的轮廓线都画成实线，看不见的画成虚线，不能漏掉．

5. 小红根据去年 4~10 月本班同学去孔学堂听中国传统文化讲座的人数，绘制了如图所示的折线统计图，图中统计数据的众数是（ ）



A. 46 B. 42 C. 32 D. 27

考点： 众数；折线统计图．

分析： 众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个．

解答： 解：在这一组数据中 32 是出现次数最多的，故众数是 32．

故选 C．

点评： 本题为统计题，考查众数的意义，解题的关键是通过仔细的观察找到出现次数最多的数．

6. 如果两个相似三角形对应边的比为 2：3，那么这两个相似三角形面积的比是（ ）

A. 2：3 B. $\sqrt{2}:\sqrt{3}$ C. 4：9 D. 8：27

考点： 相似三角形的性质．

分析： 根据相似三角形的面积的比等于相似比的平方，据此即可求解．

解答: 解: 两个相似三角形面积的比是 $(2:3)^2=4:9$.

故选 C.

点评: 本题考查对相似三角形性质的理解.

(1) 相似三角形周长的比等于相似比;

(2) 相似三角形面积的比等于相似比的平方;

(3) 相似三角形对应高的比、对应中线的比、对应角平分线的比都等于相似比.

7. 王大伯为了估计他家鱼塘里有多少条鱼, 从鱼塘里捞出 150 条鱼, 将它们作上标记, 然后放回鱼塘. 经过一段时间后, 再从中随机捕捞 300 条鱼, 其中有标记的鱼有 30 条, 请估计鱼塘里鱼的数量大约有 ()

A. 1500 条

B. 1600 条

C. 1700 条

D. 3000 条

考点: 用样本估计总体.

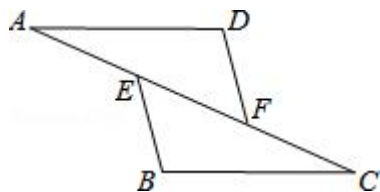
分析: 300 条鱼里有 30 条作标记的, 则作标记的所占的比例是 $30 \div 300 = 10\%$, 即所占比例为 10%. 而有标记的共有 150 条, 据此比例即可解答.

解答: 解: $150 \div (30 \div 300) = 1500$ (条),

故选 A.

点评: 本题考查的是通过样本去估计总体, 得出作标记的所占的比例是解答此题的关键.

8. 如图, 点 E, F 在 AC 上, $AD=BC$, $DF=BE$, 要使 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$, 还需要添加的一个条件是 ()



A. $\angle A = \angle C$

B. $\angle D = \angle B$

C. $AD \parallel BC$

D. $DF \parallel BE$

考点: 全等三角形的判定与性质.

分析: 利用全等三角形的判定与性质进而得出当 $\angle D = \angle B$ 时, $\triangle ADF \cong \triangle CBE$.

解答: 解: 当 $\angle D = \angle B$ 时,

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中

$$\therefore \begin{cases} AD=BC \\ \angle D=\angle B, \\ DF=BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$ (SAS),

故选: B.

点评: 此题主要考查了全等三角形的判定与性质, 正确掌握全等三角形的判定方法是解题关键.

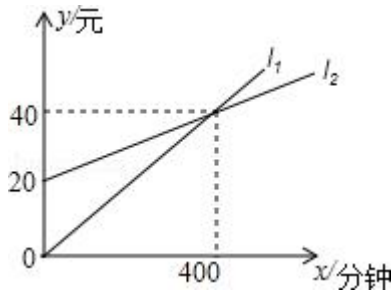
9. 一家电信公司提供两种手机的月通话收费方式供用户选择, 其中一种有月租费, 另一种无月租费. 这两种收费方式的通话费用 y (元) 与通话时间 x (分钟) 之间的函数关系如图所示. 小红根据图象得出下列结论:

① l_1 描述的是无月租费的收费方式;

② l_2 描述的是有月租费的收费方式；

③当每月的通话时间为 500 分钟时，选择有月租费的收费方式省钱．

其中，正确结论的个数是（ ）



A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

考点：函数的图象．

分析：根据 l_1 是从原点出发可得不打电话缴费为 0 元，因此是无月租费的收费方式； l_2 是从 $(0, 20)$ 出发可得不打电话缴费为 20 元，因此是有月租费的收费方式；两函数图象交点为 $(400, 40)$ ，说明打电话 400 分钟时，两种收费相同，超过 500 分钟后，当 x 取定一个值时， l_1 所对应的函数值总比 l_2 所对应的函数值大，因此当每月的通话时间为 500 分钟时，选择有月租费的收费方式省钱．

解答：解：① l_1 描述的是无月租费的收费方式，说法正确；

② l_2 描述的是有月租费的收费方式，说法正确；

③当每月的通话时间为 500 分钟时，选择有月租费的收费方式省钱，说法正确．

故选：D．

点评：此题主要考查了函数图象，关键是正确从图象中获取信息．

10. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + 3$ ，当 $x \geq 2$ 时， y 的取值范围是（ ）

A. $y \geq 3$ B. $y \leq 3$ C. $y > 3$ D. $y < 3$

考点：二次函数的性质．

分析：先求出 $x=2$ 时 y 的值，再求顶点坐标，根据函数的增减性得出即可．

解答：解：当 $x=2$ 时， $y = -4 + 4 + 3 = 3$ ，

$$\because y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4,$$

$\therefore$ 当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $x \geq 2$ 时， y 的取值范围是 $y \leq 3$ ，

故选 B．

点评：本题考查了二次函数的性质的应用，能理解二次函数的性质是解此题的关键，数形结合思想的应用．

二、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

11. 方程组 $\begin{cases} x+y=12 \\ y=2 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases}$ ．

考点：解二元一次方程组．

分析：用代入法即可解答，把② $y=2$ ，代入①即可求出 x 的值；

解答：解：解 $\begin{cases} x+y=12 \text{ ①} \\ y=2 \text{ ②} \end{cases}$ ，

把②代入①得 $x+2=12$ ，

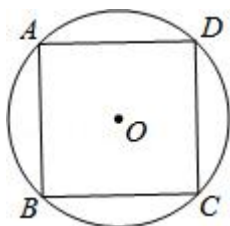
$\therefore x=10$ ，

$$\therefore \begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases}.$$

故答案为: $\begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases}.$

点评: 本题考查了解二元一次方程组, 有加减法和代入法两种, 根据 y 的系数互为相反数确定选用加减法解二元一次方程组是解题的关键.

12. 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接正方形, 若正方形的面积等于 4, 则 $\odot O$ 的面积等于 2π .



考点: 正多边形和圆.

分析: 根据正方形的面积公式求得半径, 然后根据圆的面积公式求解.

解答: 解: 正方形的边长 $AB=2$,

则半径是 $2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

则面积是 $(\sqrt{2})^2 \pi = 2\pi$.

故答案是: 2π .

点评: 本题考查了正多边形的计算, 根据正方形的面积求得半径是关键.

13. 分式 $\frac{a}{a^2+2a}$ 化简的结果为 $\frac{1}{a+2}$.

考点: 约分.

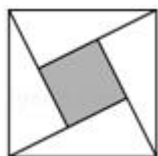
分析: 将分母提出 a , 然后约分即可.

解答: 解: $\frac{a}{a^2+2a} = \frac{a}{a(a+2)} = \frac{1}{a+2}$.

故答案为: $\frac{1}{a+2}$.

点评: 本题考查了约分的知识, 约去分式的分子与分母的公因式, 不改变分式的值, 这样的分式变形叫做分式的约分.

14. “赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形与中间的一个小正方形拼成的一个大正方形 (如图所示). 小亮随机地向大正方形内部区域投飞镖. 若直角三角形两条直角边的长分别是 2 和 1, 则飞镖投到小正方形 (阴影) 区域的概率是 $\frac{1}{5}$.



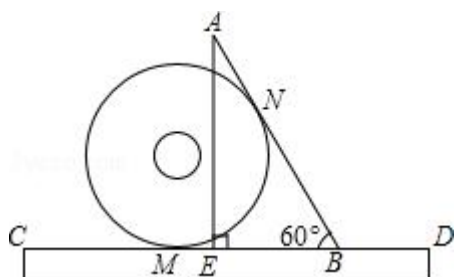
考点：几何概率；勾股定理．

分析：首先确定小正方形的面积在大正方形中占的比例，根据这个比例即可求出针扎到小正方形（阴影）区域的概率．

解答：解：直角三角形的两条直角边的长分别是 2 和 1，则小正方形的边长为 1，根据勾股定理得大正方形的边长为 $\sqrt{5}$ ， $\frac{\text{小正方形的面积}}{\text{大正方形的面积}} = \frac{1}{5}$ ，针扎到小正方形（阴影）区域的概率是 $\frac{1}{5}$ ．

点评：本题将概率的求解设置于“赵爽弦图”的游戏中，考查学生对简单几何概型的掌握情况，既避免了单纯依靠公式机械计算的做法，又体现了数学知识在现实生活、甚至娱乐中的运用，体现了数学学科的基础性．用到的知识点为：概率=相应的面积与总面积之比．易错点是得到两个正方形的边长．

15. 小明把半径为 1 的光盘、直尺和三角尺形状的纸片按如图所示放置于桌面上，此时，光盘与 AB，CD 分别相切于点 N，M．现从如图所示的位置开始，将光盘在直尺边上沿着 CD 向右滚动到再次与 AB 相切时，光盘的圆心经过的距离是 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ．



考点：切线的性质；轨迹．

专题：应用题．

分析：根据切线的性质得到 $OH=PH$ ，根据锐角三角函数求出 PH 的长，得到答案．

解答：解：如图，当圆心 O 移动到点 P 的位置时，光盘在直尺边上沿着 CD 向右滚动到再次与 AB 相切，切点为 Q，

$\because ON \perp AB, PQ \perp AB,$

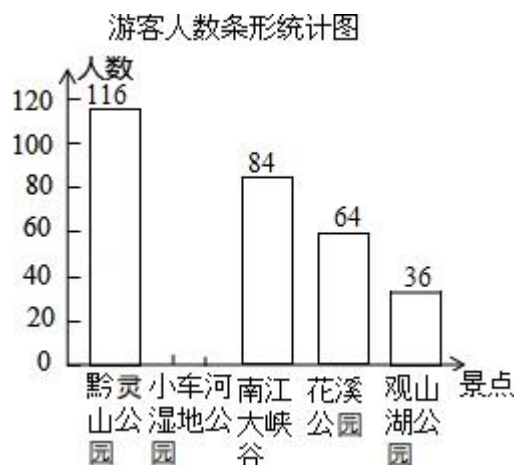
$\therefore ON \parallel PQ,$

$\because ON=PQ, \therefore OH=PH,$

在 $Rt\triangle PHQ$ 中， $\angle P=\angle B=60^\circ, PQ=1,$

$\therefore PH=\frac{2\sqrt{3}}{3},$

则 $OP=\frac{4\sqrt{3}}{3},$



考点： 条形统计图；用样本估计总体；频数（率）分布表．

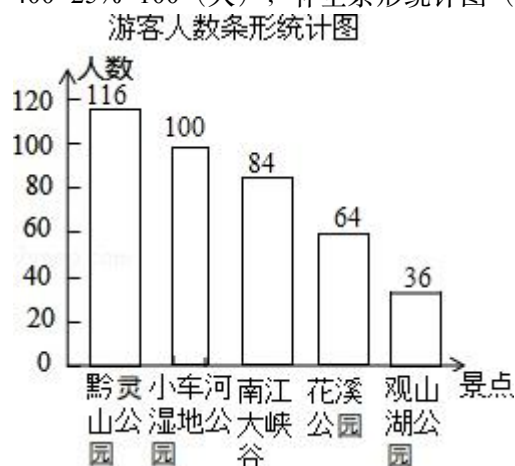
分析： (1) 调查的总人数 = $\frac{\text{该组的频数}}{\text{该组的频率}}$ ；

(2) “南江大峡谷”所对的圆心角 = “南江大峡谷”所占的百分比 $\times 360^\circ$ ；

(3) 首选去黔灵山公园观光的人数 = $29\% \times 2500$ ．

解答： 解：(1) $84 \div 21\% = 400$ （人）

$400 \times 25\% = 100$ （人），补全条形统计图（如图）；



故答案是：400；

(2) $360^\circ \times 21\% = 75.6^\circ$ ；

(3) $2500 \times \frac{116}{400} = 725$ （人），

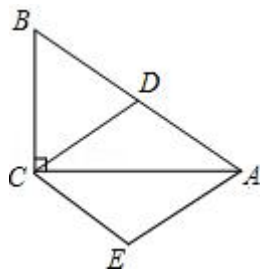
答：去黔灵山公园的人数大约为 725 人．

点评： 本题考查了条形统计图，用样本估计总体以及频数（率）分布表．读图时要全面细致，同时，解题方法要灵活多样，切忌死记硬背，要充分运用数形结合思想来解决由统计图形式给出的数学实际问题．

18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，D 为 AB 的中点，且 $AE \parallel CD$ ， $CE \parallel AB$ ．

(1) 证明：四边形 ADCE 是菱形；

(2) 若 $\angle B = 60^\circ$ ， $BC = 6$ ，求菱形 ADCE 的高．（计算结果保留根号）



考点：菱形的判定与性质.

分析： (1) 先证明四边形 ADCE 是平行四边形，再证出一组邻边相等，即可得出结论；

(2) 过点 D 作 $DF \perp CE$ ，垂足为点 F；先证明 $\triangle BCD$ 是等边三角形，得出 $\angle BDC = \angle BCD = 60^\circ$ ， $CD = BC = 6$ ，再由平行线的性质得出 $\angle DCE = \angle BDC = 60^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中，由三角函数求出 DF 即可.

解答： (1) 证明： $\because AE \parallel CD, CE \parallel AB$,

$\therefore$ 四边形 ADCE 是平行四边形，

又 $\because \angle ACB = 90^\circ$ ，D 是 AB 的中点，

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = BD = AD,$$

$\therefore$ 平行四边形 ADCE 是菱形；

(2) 解：过点 D 作 $DF \perp CE$ ，垂足为点 F，如图所示：

DF 即为菱形 ADCE 的高，

$\because \angle B = 60^\circ, CD = BD$,

$\therefore \triangle BCD$ 是等边三角形，

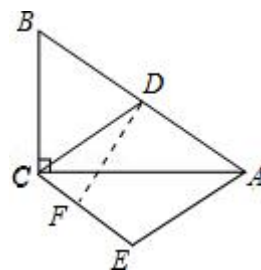
$\therefore \angle BDC = \angle BCD = 60^\circ, CD = BC = 6$,

$\because CE \parallel AB$,

$\therefore \angle DCE = \angle BDC = 60^\circ$,

又 $\because CD = BC = 6$,

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle CDF \text{ 中, } DF = CD \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}.$$



点评： 本题考查了平行四边形的判定、菱形的判定、等边三角形的判定与性质、平行线的性质、三角函数；熟练掌握直角三角形的性质，并能进行推理论证与计算是解决问题的关键.

19. 在“阳光体育”活动时间，小英、小丽、小敏、小洁四位同学进行一次羽毛球单打比赛，要从中选出两位同学打第一场比赛.

(1) 若已确定小英打第一场，再从其余三位同学中随机选取一位，求恰好选中小丽同学的概率；

(2) 用画树状图或列表的方法，求恰好选中小敏、小洁两位同学进行比赛的概率.

考点：列表法与树状图法.

分析：（1）由题意可得共有小丽、小敏、小洁三位同学，恰好选中小英同学的只有一种情况，则可利用概率公式求解即可求得答案；

（2）首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与恰好选中小敏、小洁两位同学的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

解答：解：（1）若已确定小英打第一场，再从其余三位同学中随机选取一位，共有 3 种情况，

而选中小丽的情况只有一种，所以 $P(\text{恰好选中小丽}) = \frac{1}{3}$;

（2）列表如下：

	小英	小丽	小敏	小洁
小英		(小英, 小丽)	(小英, 小敏)	(小英, 小洁)
小丽	(小丽, 小英)		(小丽, 小敏)	(小丽, 小洁)
小敏	(小敏, 小英)	(小敏, 小丽)		(小敏, 小洁)
小洁	(小洁, 小英)	(小洁, 小丽)	(小洁, 小敏)	

所有可能出现的情况有 12 种，其中恰好选中小敏、小洁两位同学组合的情况有两种，所以

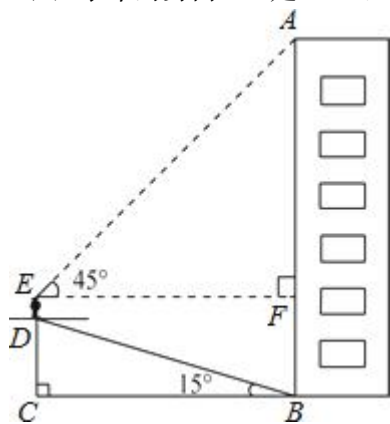
$$P(\text{小敏, 小洁}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

点评：此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 注意树状图与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率=所求情况数与总情况数之比

20. 小华为了测量楼房 AB 的高度，他从楼底的 B 处沿着斜坡向上行走 20m，到达坡顶 D 处. 已知斜坡的坡角为 15° . （以下计算结果精确到 0.1m）

（1）求小华此时与地面的垂直距离 CD 的值；

（2）小华的身高 ED 是 1.6m，他站在坡顶看楼顶 A 处的仰角为 45° ，求楼房 AB 的高度.



考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题；解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析：（1）利用在 $Rt\triangle BCD$ 中， $\angle CBD=15^\circ$ ， $BD=20$ ，得出 $CD=BD \cdot \sin 15^\circ$ 求得答案即可；

（2）由图可知： $AB=AF+DE+CD$ ，利用直角三角形的性质和锐角三角函数的意义求得 AF 得出答案即可.

解答：解：（1）在 $Rt\triangle BCD$ 中， $\angle CBD=15^\circ$ ， $BD=20$ ，

$$\therefore CD=BD \cdot \sin 15^\circ,$$

$$\therefore CD=5.2 \text{ (m)}.$$

答：小华与地面的垂直距离 CD 的值是 5.2m；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle AFE$ 中，

$$\because \angle AEF=45^\circ,$$

$$\therefore AF=EF=BC,$$

由 (1) 知， $BC=BD \cdot \cos 15^\circ \approx 19.3 \text{ (m)}$ ，

$$\therefore AB=AF+DE+CD=19.3+1.6+5.2=26.1 \text{ (m)}.$$

答：楼房 AB 的高度是 26.1m.

点评： 本题考查了解直角三角形的应用，题目中涉及到了仰俯角和坡度角的问题，解题的关键是构造直角三角形.

21. 某校为了增强学生对中华优秀传统文化的理解，决定购买一批相关的书籍. 据了解，经典著作的单价比传说故事的单价多 8 元，用 12000 元购买经典著作与用 8000 元购买传说故事的本数相同，这两类书籍的单价各是多少元？

考点： 分式方程的应用.

分析： 设传说故事的单价为 x 元，则经典著作的单价为 $(x+8)$ 元，根据条件用 12000 元购买经典著作与用 8000 元购买传说故事的本数相同，列分式方程即可.

解答： 解：设传说故事的单价为 x 元，则经典著作的单价为 $(x+8)$ 元.

$$\text{由题意，得 } \frac{8000}{x} = \frac{12000}{x+8},$$

解得 $x=16$ ，

经检验 $x=16$ 是原方程的解，

$$x+8=24,$$

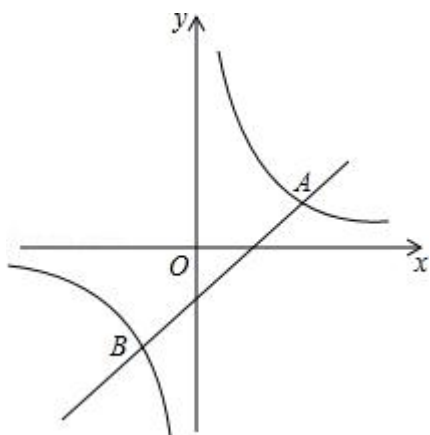
答：传说故事的单价为 16 元，经典著作的单价为 24 元.

点评： 此题主要考查了分式方程的应用，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，列出方程，注意分式方程不要忘记检验.

22. 如图，一次函数 $y=x+m$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于 A (2, 1)，B 两点.

(1) 求出反比例函数与一次函数的表达式；

(2) 请直接写出 B 点的坐标，并指出使反比例函数值大于一次函数值的 x 的取值范围.



考点：反比例函数与一次函数的交点问题.

分析：（1）先将点 A（2，1）代入 $y=\frac{k}{x}$ 求得 k 的值，再将点 A（2，1）代入反比例函数的解析式求得 n，最后将 A、B 两点的坐标代入 $y=x+m$ ，求得 m 即可.

（2）当反比例函数的值大于一次函数的值时，即一次函数的图象在反比例函数的图象下方时，x 的取值范围.

解答：解：（1）将 A（2，1）代入 $y=\frac{k}{x}$ 中，得 $k=2\times 1=2$ ，

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{2}{x}$ ，

将 A（2，1）代入 $y=x+m$ 中，得 $2+m=1$ ，

$\therefore m=-1$ ，

$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y=x-1$ ；

（2）B（-1，-2）；

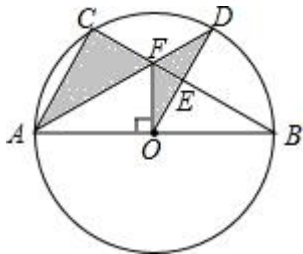
当 $x < -1$ 或 $0 < x < 2$ 时，反比例函数的值大于一次函数的值.

点评： 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，是一道综合题目，解题过程中注意数形结合的应用，是中档题，难度不大.

23. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，AB 是 $\odot O$ 的直径， $FO \perp AB$ ，垂足为点 O，连接 AF 并延长交 $\odot O$ 于点 D，连接 OD 交 BC 于点 E， $\angle B=30^\circ$ ， $FO=2\sqrt{3}$.

（1）求 AC 的长度；

（2）求图中阴影部分的面积.（计算结果保留根号）



考点：圆周角定理；全等三角形的判定与性质；扇形面积的计算.

分析：（1）解直角三角形求出 OB，求出 AB，根据圆周角定理求出 $\angle ACB$ ，解直角三角形求出 AC 即可；

（2）求出 $\triangle ACF$ 和 $\triangle AOF$ 全等，得出阴影部分的面积 = $\triangle AOD$ 的面积，求出三角形的面积即可.

解答：解：（1） $\because OF \perp AB$ ，

$\therefore \angle BOF=90^\circ$ ，

$\because \angle B=30^\circ$ ， $FO=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore OB=6$ ， $AB=2OB=12$ ，

又 $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，

$\therefore AC=\frac{1}{2}AB=6$ ；

(2) $\because$ 由 (1) 可知, $AB=12$,

$\therefore AO=6$, 即 $AC=AO$,

在 $Rt\triangle ACF$ 和 $Rt\triangle AOF$ 中,

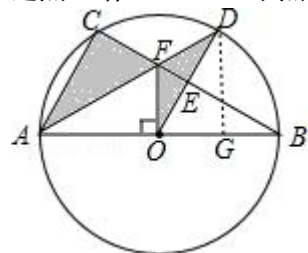
$$\begin{cases} AF=AF \\ AC=AO \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle ACF \cong Rt\triangle AOF$,

$\therefore \angle FAO = \angle FAC = 30^\circ$,

$\therefore \angle DOB = 60^\circ$,

过点 D 作 $DG \perp AB$ 于点 G ,



$\because OD=6$, $\therefore DG=3\sqrt{3}$,

$$\therefore S_{\triangle ACF} + S_{\triangle OFD} = S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3},$$

即阴影部分的面积是 $9\sqrt{3}$.

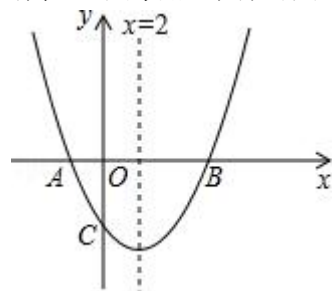
点评: 本题考查了三角形的面积, 全等三角形的性质和判定, 圆周角定理, 解直角三角形的应用, 能求出 $\triangle AOD$ 的面积=阴影部分的面积是解此题的关键.

24. 如图, 经过点 $C(0, -4)$ 的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴相交于 $A(-2, 0)$, B 两点.

(1) a > 0, $b^2 - 4ac$ > 0 (填“>”或“<”);

(2) 若该抛物线关于直线 $x=2$ 对称, 求抛物线的函数表达式;

(3) 在 (2) 的条件下, 连接 AC , E 是抛物线上一动点, 过点 E 作 AC 的平行线交 x 轴于点 F . 是否存在这样的点 E , 使得以 A, C, E, F 为顶点所组成的四边形是平行四边形? 若存在, 求出满足条件的点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 根据抛物线开口向上, 且与 x 轴有两个交点, 即可做出判断;

(2) 由抛物线的对称轴及 A 的坐标, 确定出 B 的坐标, 将 A, B, C 三点坐标代入求出 a, b, c 的值, 即可确定出抛物线解析式;

(3) 存在, 理由为: 假设存在点 E 使得以 A, C, E, F 为顶点所组成的四边形是平行四边形, 过点 C 作 $CE \parallel x$ 轴, 交抛物线于点 E, 过点 E 作 $EF \parallel AC$, 交 x 轴于点 F, 如图 1 所示; 假设在抛物线上还存在点 E', 使得以 A, C, F', E' 为顶点所组成的四边形是平行四边形, 过点 E' 作 $E'F' \parallel AC$ 交 x 轴于点 F', 则四边形 ACF'E' 即为满足条件的平行四边形, 可得 $AC=E'F'$, $AC \parallel E'F'$, 如图 2, 过点 E' 作 $E'G \perp x$ 轴于点 G, 分别求出 E 坐标即可.

解答: 解: (1) $a > 0$, $b^2 - 4ac > 0$;

(2) $\because$ 直线 $x=2$ 是对称轴, $A(-2, 0)$,

$\therefore B(6, 0)$,

$\because$ 点 C $(0, -4)$, 将 A, B, C 的坐标分别代入 $y=ax^2+bx+c$,

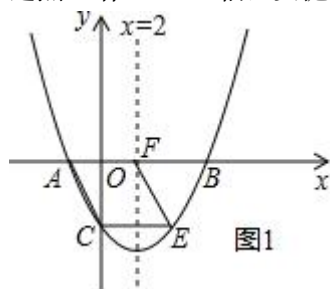
解得: $a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{4}{3}$, $c=-4$,

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-4$;

(3) 存在, 理由为:

(i) 假设存在点 E 使得以 A, C, E, F 为顶点所组成的四边形是平行四边形,

过点 C 作 $CE \parallel x$ 轴, 交抛物线于点 E, 过点 E 作 $EF \parallel AC$, 交 x 轴于点 F, 如图 1 所示,



则四边形 ACEF 即为满足条件的平行四边形,

$\because$ 抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-4$ 关于直线 $x=2$ 对称,

$\therefore$ 由抛物线的对称性可知, E 点的横坐标为 4,

又 $\because OC=4$,

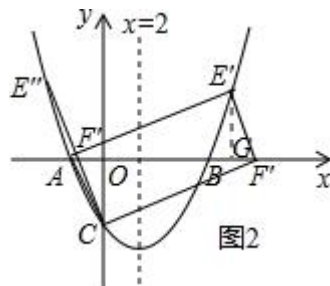
$\therefore$ E 的纵坐标为 -4,

$\therefore$ 存在点 E $(4, -4)$;

(ii) 假设在抛物线上还存在点 E', 使得以 A, C, F', E' 为顶点所组成的四边形是平行四边形, 过点 E' 作 $E'F' \parallel AC$ 交 x 轴于点 F',

则四边形 ACF'E' 即为满足条件的平行四边形,

$\therefore AC=E'F'$, $AC \parallel E'F'$, 如图 2, 过点 E' 作 $E'G \perp x$ 轴于点 G,



$\because AC \parallel E'F'$, $\therefore \angle CAO = \angle E'FG$,

又 $\because \angle COA = \angle E'GF' = 90^\circ$, $AC = E'F'$, $\therefore \triangle CAO \cong \triangle E'FG$,

$\therefore E'G = CO = 4$, $\therefore$ 点 E' 的纵坐标是 4,

$$\therefore 4 = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 4,$$

解得： $x_1 = 2 + 2\sqrt{7}$, $x_2 = 2 - 2\sqrt{7}$,

$\therefore$ 点 E' 的坐标为 $(2 + 2\sqrt{7}, 4)$ ，同理可得点 E'' 的坐标为 $(2 - 2\sqrt{7}, 4)$ 。

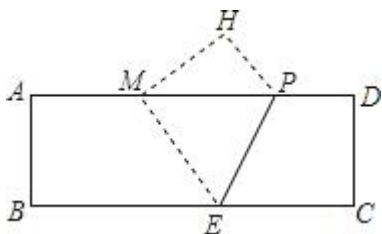
点评： 此题属于二次函数综合题，涉及的知识有：待定系数法确定抛物线解析式，坐标与图形性质，平行四边形的性质，以及二次函数的图象与性质，熟练掌握二次函数的图象与性质是解本题的关键。

25. 如图，在矩形纸片 ABCD 中，AB=4，AD=12，将矩形纸片折叠，使点 C 落在 AD 边上的点 M 处，折痕为 PE，此时 PD=3。

(1) 求 MP 的值；

(2) 在 AB 边上有一个动点 F，且不与点 A，B 重合。当 AF 等于多少时， $\triangle MEF$ 的周长最小？

(3) 若点 G，Q 是 AB 边上的两个动点，且不与点 A，B 重合，GQ=2。当四边形 MEQG 的周长最小时，求最小周长值。（计算结果保留根号）



考点： 几何变换综合题。

专题： 综合题。

分析： (1) 根据折叠的性质和矩形性质以得 $PD=PH=3$ ， $CD=MH=4$ ， $\angle H=\angle D=90^\circ$ ，然后利用勾股定理可计算出 $MP=5$ ；

(2) 如图 1，作点 M 关于 AB 的对称点 M'，连接 M'E 交 AB 于点 F，利用两点之间线段最短可得点 F 即为所求，过点 E 作 $EN \perp AD$ ，垂足为 N，则 $AM=AD-MP-PD=4$ ，所以 $AM=AM'=4$ ，再证明 $ME=MP=5$ ，接着利用勾股定理计算出 $MN=3$ ，所以 $NM'=11$ ，然后证明 $\triangle AFM' \sim \triangle NEM'$ ，则可利用相似比计算出 AF；

(3) 如图 2，由 (2) 知点 M' 是点 M 关于 AB 的对称点，在 EN 上截取 $ER=2$ ，连接 M'R 交 AB 于点 G，再过点 E 作 $EQ \parallel RG$ ，交 AB 于点 Q，易得 $QE=GR$ ，而 $GM=GM'$ ，于是 $MG+QE=M'R$ ，利用两点之间线段最短可得此时 $MG+EQ$ 最小，于是四边形 MEQG 的周长最小，在 $Rt\triangle M'RN$ 中，利用勾股定理计算出 $M'R=5\sqrt{5}$ ，易得四边形 MEQG 的最小周长值是 $7+5\sqrt{5}$ 。

解答： 解：(1) $\because$ 四边形 ABCD 为矩形，

$\therefore CD=AB=4$ ， $\angle D=90^\circ$ ，

$\because$ 矩形 ABCD 折叠，使点 C 落在 AD 边上的点 M 处，折痕为 PE，

$\therefore PD=PH=3$ ， $CD=MH=4$ ， $\angle H=\angle D=90^\circ$ ，

$\therefore MP = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ；

(2) 如图 1，作点 M 关于 AB 的对称点 M'，连接 M'E 交 AB 于点 F，则点 F 即为所求，过点 E 作 $EN \perp AD$ ，垂足为 N，

$$\therefore ME=MP=5,$$

即 $AF = \frac{16}{11}$ 时, $\triangle MEF$ 的周长最小;

∴ 四边形 MEQG 的最小周长值是 $7+5\sqrt{5}$.



点评: 本题考查了几何变换综合题: 熟练掌握折叠的性质和矩形的性质; 会利用轴对称解决最短路径问题; 会运用相似比和勾股定理计算线段的长.