

2014 年贵州省安顺市中考数学试卷

一、选样题 (本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

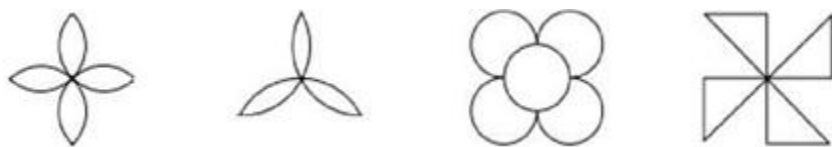
1. (3 分) (2014 年贵州安顺)一个数的相反数是 3, 则这个数是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

2. (3 分) (2014 年贵州安顺)地球上的陆地面积约为 149000000km^2 . 将 149000000 用科学记数法表示为 ()

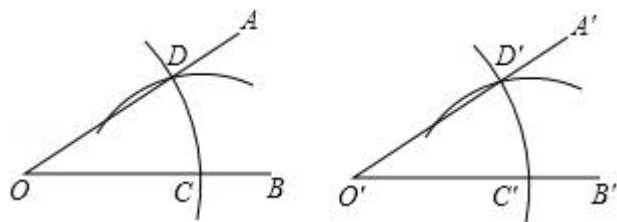
- A. 1.49×10^6 B. 1.49×10^7 C. 1.49×10^8 D. 1.49×10^9

3. (3 分) (2014 年贵州安顺)下列四个图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



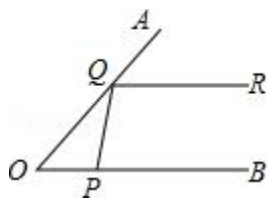
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. (3 分) (2014 年贵州安顺)用直尺和圆规作一个角等于已知角, 如图, 能得出 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的依据是 ()



- A. (SAS) B. (SSS) C. (ASA) D. (AAS)

5. (3 分) (2014 年贵州安顺)如图, $\angle AOB$ 的两边 OA , OB 均为平面反光镜, $\angle AOB = 40^\circ$. 在 OB 上有一点 P , 从 P 点射出一束光线经 OA 上的 Q 点反射后, 反射光线 QR 恰好与 OB 平行, 则 $\angle QPB$ 的度数是 ()



- A. 60° B. 80° C. 100° D. 120°

6. (3分) (2014年贵州安顺)已知等腰三角形的两边长分别为 a 、 b ，且 a 、 b 满足 $\sqrt{2a-3b+5} + (2a+3b-13)^2 = 0$ ，则此等腰三角形的周长为 ()

- A. 7 或 8 B. 6 或 10 C. 6 或 7 D. 7 或 10

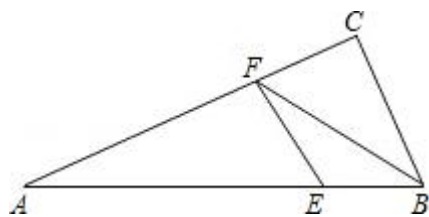
7. (3分) (2014年贵州安顺)如果点 $A(-2, y_1)$ ， $B(-1, y_2)$ ， $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上，那么 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小关系是 ()

- A. $y_1 < y_3 < y_2$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_1 < y_2 < y_3$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

8. (3分) (2014年贵州安顺)已知圆锥的母线长为 6cm，底面圆的半径为 3cm，则此圆锥侧面展开图的圆心角是 ()

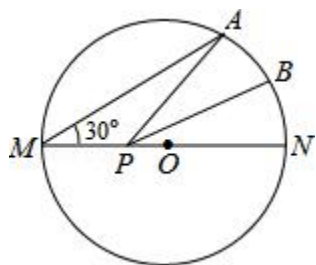
- A. 30° B. 60° C. 90° D. 180°

9. (3分) (2014年贵州安顺)如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， E 为 AB 上一点且 $AE:EB = 4:1$ ， $EF \perp AC$ 于 F ，连接 FB ，则 $\tan \angle CFB$ 的值等于 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ D. $5\sqrt{3}$

10. (3分) (2014年贵州安顺)如图， MN 是半径为 1 的 $\odot O$ 的直径，点 A 在 $\odot O$ 上， $\angle AMN = 30^\circ$ ，点 B 为劣弧 AN 的中点. 点 P 是直径 MN 上一动点，则 $PA+PB$ 的最小值为 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

二、填空题 (本题共 8 小题，每题 4 分，共 32 分)

11. (4分)(2014年贵州安顺)函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

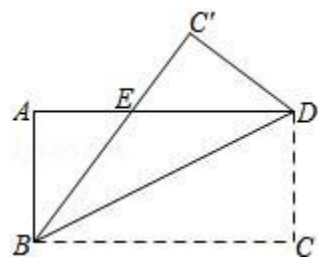
12. (4分)(2014•怀化) 分解因式: $2x^2 - 8 =$ _____.

13. (4分)(2014年贵州安顺)已知一组数据 1, 2, 3, 4, 5 的方差为 2, 则另一组数据 11, 12, 13, 14, 15 的方差为_____.

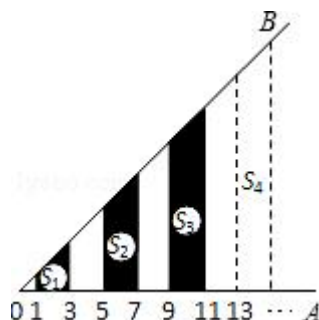
14. (4分)(2014年贵州安顺)小明上周三在超市恰好用 10 元钱买了几袋牛奶, 周日再去买时, 恰遇超市搞优惠酬宾活动, 同样的牛奶, 每袋比周三便宜 0.5 元, 结果小明只比上次多用了 2 元钱, 却比上次多买了 2 袋牛奶. 若设他上周三买了 x 袋牛奶, 则根据题意列得方程为_____.

15. (4分)(2014年贵州安顺)求不等式组 $\begin{cases} x - 3(x - 2) \leq 8 \\ 5 - \frac{1}{2}x > 2x \end{cases}$ 的整数解_____.

16. (4分)(2014年贵州安顺)如图, 矩形 ABCD 沿着直线 BD 折叠, 使点 C 落在 C' 处, BC' 交 AD 于点 E, $AD=8$, $AB=4$, 则 DE 的长为_____.



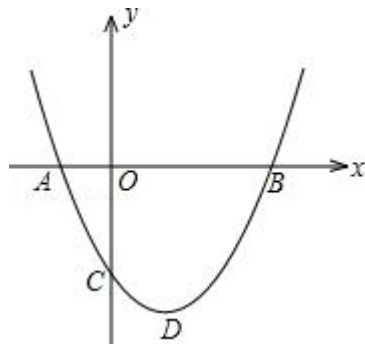
17. (4分)(2014年贵州安顺)如图, $\angle AOB=45^\circ$, 过 OA 上到点 O 的距离分别为 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... 的点作 OA 的垂线与 OB 相交, 得到并标出一组黑色梯形, 它们的面积分别为 $S_1, S_2, S_3, S_4, \dots$. 观察图中的规律, 第 n (n 为正整数) 个黑色梯形的面积是 $S_n =$ _____.



18. (4 分) (2014 年贵州安顺)如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 图象的顶点为 D, 其图象与 x 轴的交点 A、B 的横坐标分别为 -1, 3. 与 y 轴负半轴交于点 C, 在下面五个结论中:

① $2a-b=0$; ② $a+b+c>0$; ③ $c=-3a$; ④ 只有当 $a=\frac{1}{2}$ 时, $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形; ⑤ 使 $\triangle ACB$ 为等腰三角形的 a 值可以有四个.

其中正确的结论是_____. (只填序号)



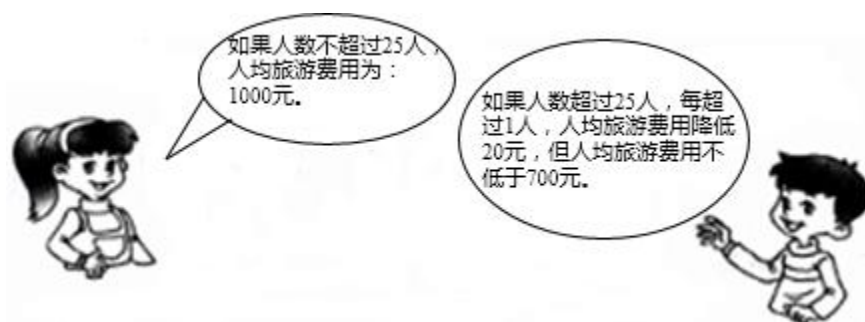
三、解答题 (本题共 8 小题, 共 88 分)

19. (8 分) (2014 年贵州安顺)计算: $(\sqrt{3}-2)^0 + (\frac{1}{3})^{-1} + 4\cos 30^\circ - |\sqrt{3} - \sqrt{27}|$

20. (10 分) (2014 年贵州安顺)先化简, 再求值: $(x+1 - \frac{15}{x-1}) \div \frac{x^2-8x+16}{1-x}$,

其中 $x=2$.

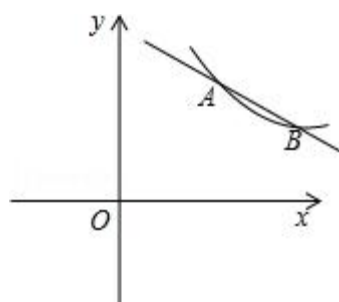
21. (10 分) (2014 年贵州安顺)天山旅行社为吸引游客组团去具有喀斯特地貌特征的黄果树风景区旅游, 推出了如下收费标准 (如图所示):



某单位组织员工去具有喀斯特地貌特征的黄果树风景区旅游，共支付给旅行社旅游费用 27000 元，请问该单位这次共有多少名员工去具有喀斯特地貌特征的黄果树风景区旅游？

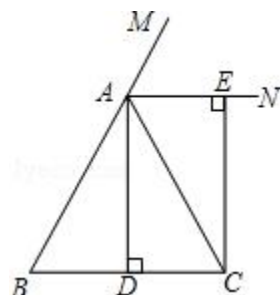
22. (10 分) (2014 年贵州安顺)如图，点 A (m , $m+1$), B ($m+3$, $m-1$) 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 与一次函数 $y=ax+b$ 的交点. 求:

- (1) 反比例函数与一次函数的解析式;
- (2) 根据图象直接写出当反比例函数的函数值大于一次函数的函数值时 x 的取值范围.



23. (12 分) (2014 年贵州安顺)已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$, 垂足为点 D, AN 是 $\triangle ABC$ 外角 $\angle CAM$ 的平分线, $CE \perp AN$, 垂足为点 E,

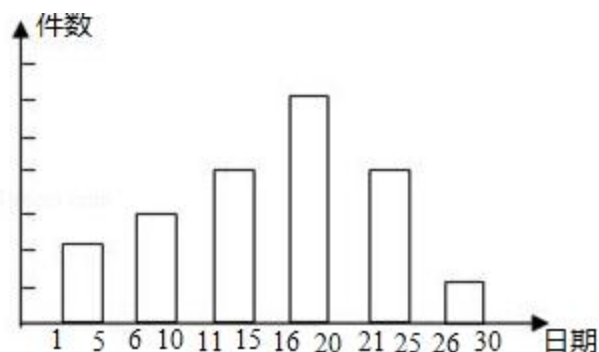
- (1) 求证：四边形 ADCE 为矩形；
- (2) 当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时，四边形 ADCE 是一个正方形？并给出证明.



24. (12 分) (2014 年贵州安顺)学校举办一项小制作评比活动. 作品上交时限为 3 月 1 日至 30 日, 组委会把同学们交来的作品按时间顺序每 5 天组成一组, 对每一组的作品件数进行统计, 绘制成如图所示的统计图. 已知从左到右各矩形的高度比为 2: 3: 4: 6: 4: 1. 第三组的件数是 12.

请你回答:

- (1) 本次活动共有_____件作品参赛; 各组作品件数的众数是_____件;
- (2) 经评比, 第四组和第六组分别有 10 件和 2 件作品获奖, 那么你认为这两组中哪个组获奖率较高? 为什么?
- (3) 小制作评比结束后, 组委会决定从 4 件最优秀的作品 A、B、C、D 中选出两件进行全校展示, 请用树状图或列表法求出刚好展示作品 B、D 的概率.

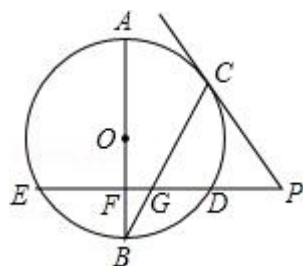


25. (12 分) (2014 年贵州安顺)如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 是 $\odot O$ 的弦, 弦 $ED \perp AB$ 于点 F , 交 BC 于点 G , 过点 C 的直线与 ED 的延长线交于点 P , $PC=PG$.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 当点 C 在劣弧 AD 上运动时, 其他条件不变, 若 $BG^2=BF \cdot BO$. 求证: 点 G 是 BC 的中点;

(3) 在满足 (2) 的条件下, $AB=10$, $ED=4\sqrt{6}$, 求 BG 的长.

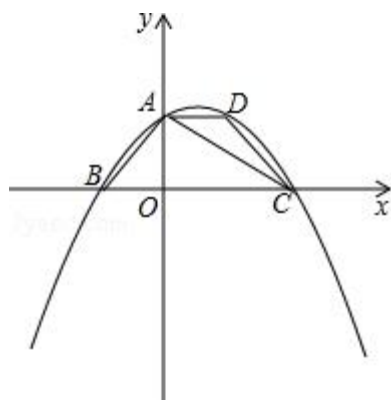


26. (14 分) (2014 年贵州安顺)如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, $AD \parallel BC$, $AB=DC$, BC 在 x 轴上, 点 A 在 y 轴的正半轴上, 点 A , D 的坐标分别为 $A(0, 2)$, $D(2, 2)$, $AB=2\sqrt{2}$, 连接 AC .

(1) 求出直线 AC 的函数解析式;

(2) 求过点 A , C , D 的抛物线的函数解析式;

(3) 在抛物线上有一点 $P(m, n)$ ($n < 0$), 过点 P 作 PM 垂直于 x 轴, 垂足为 M , 连接 PC , 使以点 C , P , M 为顶点的三角形与 $Rt\triangle AOC$ 相似, 求出点 P 的坐标.



2014 年贵州省安顺市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选样题 (本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) (2014 年贵州安顺) 一个数的相反数是 3, 则这个数是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

【分析】两数互为相反数, 它们的和为 0.

【解答】解: 设 3 的相反数为 x .

则 $x+3=0$,

$x=-3$.

故选 C.

【点评】本题考查的是相反数的概念, 两数互为相反数, 它们的和为 0.

2. (3 分) (2014 年贵州安顺) 地球上的陆地面积约为 149000000km^2 . 将 149000000 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.49×10^6 B. 1.49×10^7 C. 1.49×10^8 D. 1.49×10^9

【考点】科学记数法—表示较大的数.

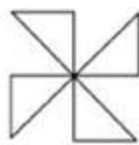
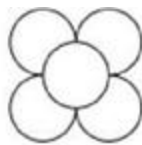
【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式, 其中 $1\leq |a|<10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 >1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 <1 时, n 是负数.

【解答】解: $149\,000\,000=1.49\times 10^8$,

故选: C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式, 其中 $1\leq |a|<10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2014 年贵州安顺)下列四个图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【考点】 中心对称图形; 轴对称图形.

【分析】 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180 度后两部分重合, 结合选项所给的图形即可得出答案.

【解答】 解: ①既是轴对称图形, 也是中心对称图形, 故正确;

②是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故错误;

③既是轴对称图形, 也是中心对称图形, 故正确;

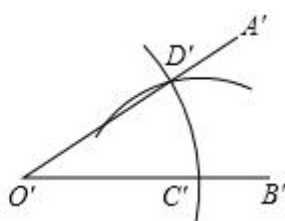
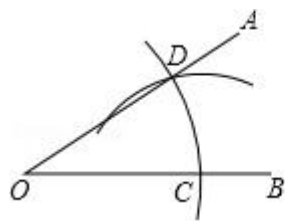
④既不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 故错误.

综上可得共有两个符合题意.

故选 B.

【点评】 本题考查轴对称及中心对称的定义, 属于基础题, 掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念是关键.

4. (3 分) (2014 年贵州安顺)用直尺和圆规作一个角等于已知角, 如图, 能得出 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的依据是 ()



A. (SAS)

B. (SSS)

C. (ASA)

D. (AAS)

【考点】作图—基本作图；全等三角形的判定与性质．

【分析】我们可以通过其作图的步骤来进行分析，作图时满足了三条边对应相等，于是我们可以判定是运用 SSS，答案可得．

【解答】解：作图的步骤：

①以 O 为圆心，任意长为半径画弧，分别交 OA、OB 于点 C、D；

②任意作一点 O'，作射线 O'A'，以 O'为圆心，OC 长为半径画弧，交 O'A'于点 C'；

③以 C'为圆心，CD 长为半径画弧，交前弧于点 D'；

④过点 D'作射线 O'B'．

所以 $\angle A'O'B'$ 就是与 $\angle AOB$ 相等的角；

作图完毕．

在 $\triangle OCD$ 与 $\triangle O'C'D'$ ，

$$\begin{cases} O'C' = OC \\ O'D' = OD, \\ C'D' = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle O'C'D'$ (SSS)，

$\therefore \angle A'O'B' = \angle AOB$ ，

显然运用的判定方法是 SSS．

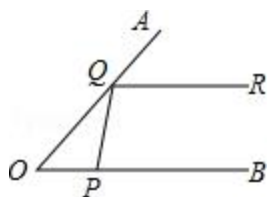
故选：B．

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质；由全等得到角相等是用的全等三角形的性质，熟练掌握三角形全等的性质是正确解答本题的关键．

5. (3 分) (2014 年贵州安顺)如图， $\angle AOB$ 的两边 OA，OB 均为平面反光镜，

$\angle AOB = 40^\circ$ ．在 OB 上有一点 P，从 P 点射出一束光线经 OA 上的 Q 点反射后，

反射光线 QR 恰好与 OB 平行，则 $\angle QPB$ 的度数是 ()



- A. 60° B. 80° C. 100° D. 120°

【考点】 平行线的性质. .

专题: 几何图形问题.

【分析】 根据两直线平行, 同位角相等、同旁内角互补以及平角的定义可计算即可.

【解答】 解: $\because QR \parallel OB$, $\therefore \angle AQR = \angle AOB = 40^\circ$, $\angle PQR + \angle QPB = 180^\circ$;

$\because \angle AQR = \angle PQO$, $\angle AQR + \angle PQO + \angle RQP = 180^\circ$ (平角定义),

$\therefore \angle PQR = 180^\circ - 2\angle AQR = 100^\circ$,

$\therefore \angle QPB = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

故选 B.

【点评】 本题结合反射现象, 考查了平行线的性质和平角的定义, 是一道好题.

6. (3 分) (2014 年贵州安顺) 已知等腰三角形的两边长分别为 a 、 b , 且 a 、 b 满足 $\sqrt{2a-3b+5} + (2a+3b-13)^2 = 0$, 则此等腰三角形的周长为 ()

- A. 7 或 8 B. 6 或 10 C. 6 或 7 D. 7 或 10

【考点】 等腰三角形的性质; 非负数的性质: 偶次方; 非负数的性质: 算术平方根; 解二元一次方程组; 三角形三边关系. .

【分析】 先根据非负数的性质求出 a , b 的值, 再分两种情况确定第三边的长, 从而得出三角形的周长.

【解答】 解: $\because \sqrt{2a-3b+5} + (2a+3b-13)^2 = 0$,

$$\therefore \begin{cases} 2a-3b+5=0 \\ 2a+3b-13=0 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$,

当 a 为底时, 三角形的三边长为 2, 3, 3, 则周长为 8;

当 b 为底时, 三角形的三边长为 2, 2, 3, 则周长为 7;

综上所述此等腰三角形的周长为 7 或 8.

故选 A.

【点评】 本题考查了非负数的性质、等腰三角形的性质以及解二元一次方程组, 是基础知识要熟练掌握.

7. (3 分) (2014 年贵州安顺) 如果点 A $(-2, y_1)$, B $(-1, y_2)$, C $(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, 那么 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

A. $y_1 < y_3 < y_2$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_1 < y_2 < y_3$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

【考点】 反比例函数图象上点的坐标特征. .

【分析】 分别把 $x = -2$, $x = -1$, $x = 2$ 代入解析式求出 y_1, y_2, y_3 根据 $k > 0$ 判断即可.

【解答】 解: 分别把 $x = -2$, $x = -1$, $x = 2$ 代入解析式得:

$$y_1 = -\frac{k}{2}, \quad y_2 = -k, \quad y_3 = \frac{k}{2},$$

$$\because k > 0,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < y_3.$$

故选 B.

【点评】 本题主要考查对反比例函数图象上点的坐标特征的理解和掌握, 能根据 $k > 0$ 确定 y_1, y_2, y_3 的大小是解此题的关键.

8. (3 分) (2014 年贵州安顺) 已知圆锥的母线长为 6cm, 底面圆的半径为 3cm, 则此圆锥侧面展开图的圆心角是 ()

A. 30° B. 60° C. 90° D. 180°

【考点】圆锥的计算．

【分析】根据弧长=圆锥底面周长=6π，圆心角=弧长×180÷母线长÷π计算．

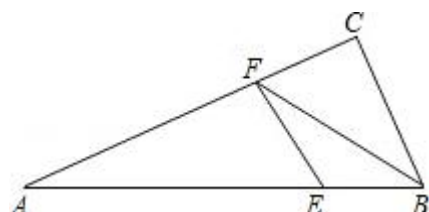
【解答】解：由题意知：弧长=圆锥底面周长=2×3π=6πcm，

扇形的圆心角=弧长×180÷母线长÷π=6π×180÷6π=180°．

故选 D．

【点评】本题考查的知识点为：弧长=圆锥底面周长及弧长与圆心角的关系．解题的关键是熟知圆锥与扇形的相关元素的对应关系．

9. (3 分) (2014 年贵州安顺)如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A=30°，E 为 AB 上一点且 AE:EB=4:1，EF⊥AC 于 F，连接 FB，则 tan∠CFB 的值等于()



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

D. $5\sqrt{3}$

【考点】锐角三角函数的定义．

【分析】tan∠CFB 的值就是直角△BCF 中，BC 与 CF 的比值，设 BC=x，则 BC 与 CF 就可以用 x 表示出来．就可以求解．

【解答】解：根据题意：在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A=30°，

$$\because EF \perp AC,$$

$$\therefore EF \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{CF}{AC} = \frac{BE}{AB}$$

$$\because AE:EB=4:1,$$

$$\therefore \frac{AB}{EB}=5,$$

$$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{4}{5},$$

设 $AB=2x$, 则 $BC=x$, $AC=\sqrt{3}x$.

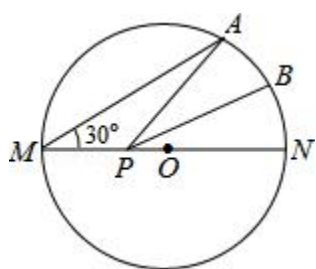
$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle CFB$ 中有 $CF=\frac{\sqrt{3}}{5}x$, $BC=x$.

$$\text{则 } \tan \angle CFB = \frac{BC}{CF} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

故选 C.

【点评】 本题考查锐角三角函数的概念：在直角三角形中，正弦等于对边比斜边；余弦等于邻边比斜边；正切等于对边比邻边.

10. (3 分) (2014 年贵州安顺) 如图, MN 是半径为 1 的 $\odot O$ 的直径, 点 A 在 $\odot O$ 上, $\angle AMN=30^\circ$, 点 B 为劣弧 AN 的中点. 点 P 是直径 MN 上一动点, 则 $PA+PB$ 的最小值为 ()



A. $\sqrt{2}$

B. 1

C. 2

D. $2\sqrt{2}$

【考点】 轴对称-最短路线问题；勾股定理；垂径定理.

【分析】 作点 B 关于 MN 的对称点 B' , 连接 OA 、 OB 、 OB' 、 AB' , 根据轴对称确定最短路线问题可得 AB' 与 MN 的交点即为 $PA+PB$ 的最小值的点, 根据在同圆或等圆中, 同弧所对的圆心角等于圆周角的 2 倍求出 $\angle AON=60^\circ$, 然后求出 $\angle BON=30^\circ$, 再根据对称性可得 $\angle B'ON=\angle BON=30^\circ$, 然后求出 $\angle AOB'=90^\circ$, 从而判断出 $\triangle AOB'$ 是等腰直角三角形, 再根据等腰直角三角形的性质可得 $AB'=\sqrt{2}OA$, 即为 $PA+PB$ 的最小值.

【解答】 解: 作点 B 关于 MN 的对称点 B' , 连接 OA 、 OB 、 OB' 、 AB' ,

则 AB' 与 MN 的交点即为 $PA+PB$ 的最小时的点, $PA+PB$ 的最小值 $=AB'$,

$$\because \angle AMN=30^\circ,$$

$$\therefore \angle AON=2\angle AMN=2\times 30^\circ=60^\circ,$$

$\because$ 点 B 为劣弧 AN 的中点,

$$\therefore \angle BON=\frac{1}{2}\angle AON=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ,$$

由对称性, $\angle B'ON=\angle BON=30^\circ$,

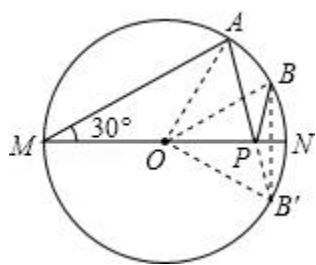
$$\therefore \angle AOB'=\angle AON+\angle B'ON=60^\circ+30^\circ=90^\circ,$$

$\therefore \triangle AOB'$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AB'=\sqrt{2}OA=\sqrt{2}\times 1=\sqrt{2},$$

即 $PA+PB$ 的最小值 $=\sqrt{2}$.

故选 A.



【点评】 本题考查了轴对称确定最短路线问题, 在同圆或等圆中, 同弧所对的圆心角等于圆周角的 2 倍的性质, 作辅助线并得到 $\triangle AOB'$ 是等腰直角三角形是解题的关键.

二、填空题 (本题共 8 小题, 每题 4 分, 共 32 分)

11. (4 分) (2014 年贵州安顺) 函数 $y=\frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x\geq -2$
且 $x\neq 0$.

【考点】 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据被开方数大于等于 0, 分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：由题意得， $x+2\geq 0$ 且 $x\neq 0$ ，

解得 $x\geq -2$ 且 $x\neq 0$ ．

故答案为： $x\geq -2$ 且 $x\neq 0$ ．

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负．

12. (4 分) (2014•怀化) 分解因式： $2x^2 - 8 = \underline{2(x+2)(x-2)}$ ．

【考点】提公因式法与公式法的综合运用．

【分析】先提取公因式 2，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

【解答】解： $2x^2 - 8$

$$= 2(x^2 - 4)$$

$$= 2(x+2)(x-2)．$$

故答案为： $2(x+2)(x-2)$ ．

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止．

13. (4 分) (2014 年贵州安顺) 已知一组数据 1, 2, 3, 4, 5 的方差为 2，则另一组数据 11, 12, 13, 14, 15 的方差为 2．

【考点】方差．

【分析】根据方差的性质，当一组数据同时加减一个数时方差不变，进而得出答案．

【解答】解： $\because$ 一组数据 1, 2, 3, 4, 5 的方差为 2，

$\therefore$ 则另一组数据 11, 12, 13, 14, 15 的方差为 2．

故答案为：2.

【点评】此题主要考查了方差的性质，正确记忆方差的有关性质是解题关键.

14. (4分) (2014年贵州安顺)小明上周三在超市恰好用10元钱买了几袋牛奶，周日再去买时，恰遇超市搞优惠酬宾活动，同样的牛奶，每袋比周三便宜0.5元，结果小明只比上次多用了2元钱，却比上次多买了2袋牛奶. 若设他上周三买了x袋牛奶，则根据题意列得方程为 $(x+2) \left(\frac{10}{x} - 0.5 \right) = 12$.

【考点】由实际问题抽象出分式方程.

【分析】关键描述语为：“每袋比周三便宜0.5元”；等量关系为：周日买的奶粉的单价×周日买的奶粉的总数=总钱数.

【解答】解：设他上周三买了x袋牛奶，则根据题意列得方程为：

$$(x+2) \left(\frac{10}{x} - 0.5 \right) = 12.$$

故答案为： $(x+2) \left(\frac{10}{x} - 0.5 \right) = 12$.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程，列方程解应用题的关键步骤在于找相等关系.

15. (4分) (2014年贵州安顺)求不等式组 $\begin{cases} x - 3(x - 2) \leq 8 \\ 5 - \frac{1}{2}x > 2x \end{cases}$ 的整数解是 -1, 0, 1.

【考点】一元一次不等式组的整数解.

【分析】先求出不等式组中每个不等式的解集，然后求出其公共解集，最后求其整数解即可.

【解答】解：解 $x - 3(x - 2) \leq 8$,

$$x - 3x \leq 2,$$

解得： $x \geq -1$,

解 $5 - \frac{1}{2}x > 2x$,

解得: $x < 2$,

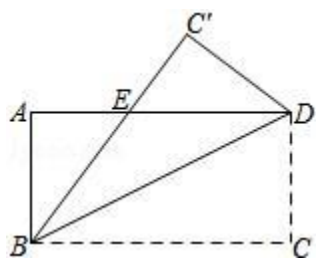
$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$,

则不等式组 $\begin{cases} x - 3(x - 2) \leq 8 \\ 5 - \frac{1}{2}x > 2x \end{cases}$ 的整数解为 $-1, 0, 1$.

故答案为: $-1, 0, 1$.

【点评】 此题考查了不等式组的解法及整数解的确定. 求不等式组的解集, 应遵循以下原则: 同大取较大, 同小取较小, 小大大小中间找, 大大小小解不了.

16. (4 分) (2014 年贵州安顺) 如图, 矩形 ABCD 沿着直线 BD 折叠, 使点 C 落在 C' 处, BC' 交 AD 于点 E, $AD=8$, $AB=4$, 则 DE 的长为 5.



【考点】 翻折变换 (折叠问题).

【分析】 设 $DE=x$, 则 $AE=8-x$. 根据折叠的性质和平行线的性质, 得 $\angle EBD = \angle CBD = \angle EDB$, 则 $BE=DE=x$, 根据勾股定理即可求解.

【解答】 解: 设 $DE=x$, 则 $AE=8-x$.

根据折叠的性质, 得

$$\angle EBD = \angle CBD.$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ADB.$$

$$\therefore \angle EBD = \angle EDB.$$

$$\therefore BE = DE = x.$$

在直角三角形 ABE 中，根据勾股定理，得

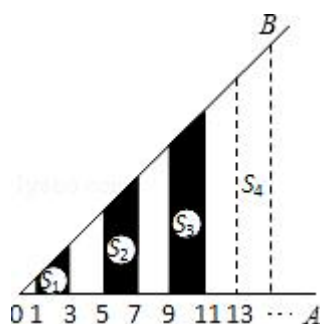
$$x^2 = (8 - x)^2 + 16$$

$$x = 5.$$

即 $DE = 5$.

【点评】 此题主要是运用了折叠的性质、平行线的性质、等角对等边的性质和勾股定理.

17. (4 分) (2014 年贵州安顺) 如图， $\angle AOB = 45^\circ$ ，过 OA 上到点 O 的距离分别为 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... 的点作 OA 的垂线与 OB 相交，得到并标出一组黑色梯形，它们的面积分别为 $S_1, S_2, S_3, S_4, \dots$. 观察图中的规律，第 n (n 为正整数) 个黑色梯形的面积是 $S_n = \underline{8n - 4}$.



【考点】 直角梯形.

专题： 压轴题； 规律型.

【分析】 由 $\angle AOB = 45^\circ$ 及题意可得出图中的三角形都为等腰直角三角形，且黑色梯形的高都是 2；根据等腰直角三角形的性质，分别表示出黑色梯形的上下底，找出第 n 个黑色梯形的上下底，利用梯形的面积公式即可表示出第 n 个黑色梯形的面积.

【解答】 解： $\because \angle AOB = 45^\circ$,

$\therefore$ 图形中三角形都是等腰直角三角形，

从图中可以看出，黑色梯形的高都是 2，

第一个黑色梯形的上底为：1，下底为：3，

第2个黑色梯形的上底为：5=1+4，下底为：7=1+4+2，

第3个黑色梯形的上底为：9=1+2×4，下底为：11=1+2×4+2，

则第n个黑色梯形的上底为：1+ (n-1) ×4，下底为：1+ (n-1) ×4+2，

故第n个黑色梯形的面积为： $\frac{1}{2} \times 2 \times [1+ (n-1) \times 4 + 1+ (n-1) \times 4 + 2] = 8n - 4$.

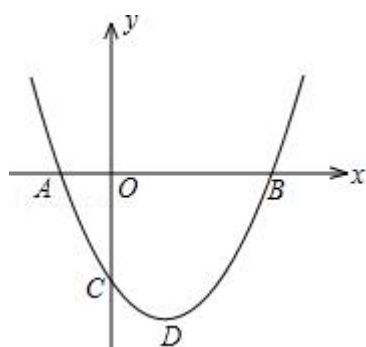
故答案为：8n-4.

【点评】此题考查了直角梯形的性质与等腰直角三角形的性质. 此题属于规律性题目，难度适中，注意找到第n个黑色梯形的上底为：1+ (n-1) ×4，下底为1+ (n-1) ×4+2是解此题的关键.

18. (4分) (2014年贵州安顺)如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 图象的顶点为D，其图象与x轴的交点A、B的横坐标分别为-1，3. 与y轴负半轴交于点C，在下面五个结论中：

①2a-b=0；②a+b+c>0；③c=-3a；④只有当 $a=\frac{1}{2}$ 时，△ABD是等腰直角三角形；⑤使△ACB为等腰三角形的a值可以有四个.

其中正确的结论是 ③④. (只填序号)



【考点】抛物线与x轴的交点；二次函数图象与系数的关系；等腰三角形的判定.

【分析】先根据图象与x轴的交点A、B的横坐标分别为-1，3确定出AB的长及对称轴，再由抛物线的开口方向判断a与0的关系，由抛物线与y轴的交点判断c与0的关系，然后根据对称轴及抛物线与x轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断.

【解答】解：①∵图象与x轴的交点A，B的横坐标分别为-1，3，

$$\therefore AB=4,$$

$$\therefore \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\text{即 } 2a+b=0.$$

故①错误；

②根据图示知，当 $x=1$ 时， $y<0$ ，即 $a+b+c<0$ 。

故②错误；

③∵A点坐标为 $(-1, 0)$ ，

$$\therefore a-b+c=0, \text{ 而 } b=-2a,$$

$$\therefore a+2a+c=0, \text{ 即 } c=-3a.$$

故③正确；

④当 $a=\frac{1}{2}$ ，则 $b=-1$ ， $c=-\frac{3}{2}$ ，对称轴 $x=1$ 与x轴的交点为E，如图，

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2},$$

$$\text{把 } x=1 \text{ 代入得 } y = \frac{1}{2} - 1 - \frac{3}{2} = -2,$$

$$\therefore D \text{ 点坐标为 } (1, -2),$$

$$\therefore AE=2, BE=2, DE=2,$$

∴ $\triangle ADE$ 和 $\triangle BDE$ 都为等腰直角三角形，

∴ $\triangle ADB$ 为等腰直角三角形。

故④正确；

⑤要使 $\triangle ACB$ 为等腰三角形，则必须保证 $AB=BC=4$ 或 $AB=AC=4$ 或 $AC=BC$ ，

当 $AB=BC=4$ 时，

$\because AO=1$ ， $\triangle BOC$ 为直角三角形，

又 $\because OC$ 的长即为 $|c|$ ，

$$\therefore c^2=16-9=7,$$

$\because$ 由抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴上，

$$\therefore c=-\sqrt{7},$$

与 $2a+b=0$ 、 $a-b+c=0$ 联立组成解方程组，解得 $a=\frac{\sqrt{7}}{3}$ ；

同理当 $AB=AC=4$ 时

$\because AO=1$ ， $\triangle AOC$ 为直角三角形，

又 $\because OC$ 的长即为 $|c|$ ，

$$\therefore c^2=16-1=15,$$

$\because$ 由抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴上，

$$\therefore c=-\sqrt{15}$$

与 $2a+b=0$ 、 $a-b+c=0$ 联立组成解方程组，解得 $a=\frac{\sqrt{15}}{3}$ ；

同理当 $AC=BC$ 时

在 $\triangle AOC$ 中， $AC^2=1+c^2$ ，

在 $\triangle BOC$ 中 $BC^2=c^2+9$ ，

$\because AC=BC$ ，

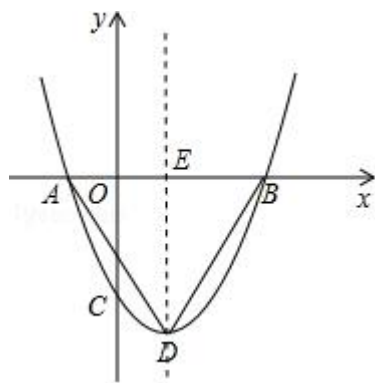
$$\therefore 1+c^2=c^2+9, \text{ 此方程无解.}$$

经解方程组可知只有两个 a 值满足条件.

故⑤错误.

综上所述，正确的结论是③④.

故答案是：③④.



【点评】 本题考查了二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与系数的关系：当 $a>0$ ，抛物线开口向上；抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}$ ；抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, c)$.

三、解答题（本题共 8 小题，共 88 分）

19. (8 分) (2014 年贵州安顺)计算： $(\sqrt{3}-2)^0 + (\frac{1}{3})^{-1} + 4\cos 30^\circ - |\sqrt{3} - \sqrt{27}|$

【考点】 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

专题： 计算题.

【分析】 原式第一项利用零指数幂法则计算，第二项利用负指数幂法则计算，第三项利用特殊角的三角函数值计算，最后一项利用绝对值的代数意义化简，计算即可得到结果.

【解答】 解：原式 $= 1 + 3 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3}$
 $= 4.$

【点评】 此题考查了实数的运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

20. (10 分) (2014 年贵州安顺)先化简，再求值： $(x+1 - \frac{15}{x-1}) \div \frac{x^2-8x+16}{1-x}$,

其中 $x=2$.

【考点】 分式的化简求值.

【分析】将括号内的部分通分，再将除法转化为乘法，因式分解后约分即可化简.

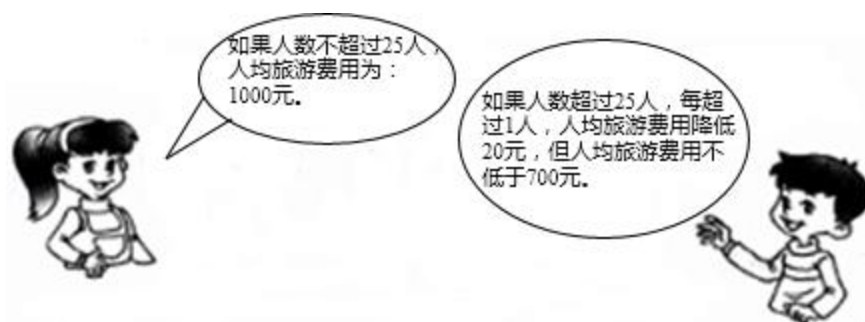
【解答】解：原式 $=\left[-\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}-\frac{15}{x-1}\right]\cdot\frac{1-x}{(x-4)^2}$

$$=\frac{x^2-16}{x-1}\cdot\frac{1-x}{(x-4)^2}$$
$$=\frac{(x-4)(x+4)}{x-1}\cdot\frac{1-x}{(x-4)^2}$$
$$=-\frac{x+4}{x-4},$$

当 $x=2$ 时，原式 $=-\frac{2+4}{2-4}=3$.

【点评】本题考查了分式的化简求值，熟悉因式分解和分式除法法则是解题的关键.

21. (10 分) (2014 年贵州安顺)天山旅行社为吸引游客组团去具有喀斯特地貌特征的黄果树风景区旅游，推出了如下收费标准 (如图所示):



某单位组织员工去具有喀斯特地貌特征的黄果树风景区旅游，共支付给旅行社旅游费用 27000 元，请问该单位这次共有多少名员工去具有喀斯特地貌特征的黄果树风景区旅游？

【考点】一元二次方程的应用．

【分析】首先根据共支付给旅行社旅游费用 27000 元，确定旅游的人数的范围，然后根据每人的旅游费用 $\times$ 人数=总费用，设该单位这次共有 x 名员工去黄果树风景区旅游．即可由对话框，超过 25 人的人数为 $(x-25)$ 人，每人降低 20 元，共降低了 $20(x-25)$ 元．实际每人收了 $[1000-20(x-25)]$ 元，列出方程求解.

【解答】解：设该单位去具有喀斯特地貌特征的黄果树旅游人数为 x 人，则人均费用为 $1000 - 20(x - 25)$ 元

由题意得 $x[1000 - 20(x - 25)] = 27000$

整理得 $x^2 - 75x + 1350 = 0$,

解得 $x_1 = 45$, $x_2 = 30$.

当 $x = 45$ 时，人均旅游费用为 $1000 - 20(x - 25) = 600 < 700$ ，不符合题意，应舍去.

当 $x = 30$ 时，人均旅游费用为 $1000 - 20(x - 25) = 900 > 700$ ，符合题意.

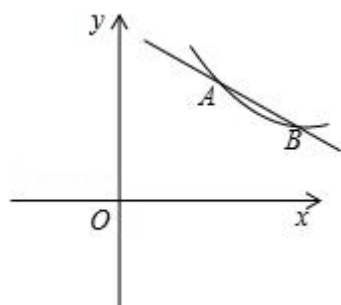
答：该单位这次共有 30 名员工去具有喀斯特地貌特征的黄果树风景区旅游.

【点评】考查了一元二次方程的应用. 此类题目贴近生活，有利于培养学生应用数学解决生活中实际问题的能力. 解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解.

22. (10 分) (2014 年贵州安顺)如图，点 $A(m, m+1)$, $B(m+3, m-1)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 与一次函数 $y = ax + b$ 的交点. 求：

(1) 反比例函数与一次函数的解析式；

(2) 根据图象直接写出当反比例函数的函数值大于一次函数的函数值时 x 的取值范围.



【考点】反比例函数与一次函数的交点问题. .

专题： 待定系数法.

【分析】(1) 根据反比例函数的特点 $k = xy$ 为定值，列出方程，求出 m 的值，便可求出反比例函数的解析式；根据 m 的值求出 A 、 B 两点的坐标，用待定实数法便可求出一次函数的解析式.

(2) 根据函数图象可直接解答.

【解答】解: (1) 由题意可知, $m(m+1) = (m+3)(m-1)$.

解, 得 $m=3$. (2 分)

$\therefore A(3, 4), B(6, 2)$;

$\therefore k=4 \times 3=12$,

$\therefore y = \frac{12}{x}$. (3 分)

$\because A$ 点坐标为 $(3, 4)$, B 点坐标为 $(6, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} 3a+b=4 \\ 6a+b=2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=6 \end{cases},$$

$\therefore y = -\frac{2}{3}x+6$. (5 分)

(2) 根据图象得 x 的取值范围: $0 < x < 3$ 或 $x > 6$. (7 分)

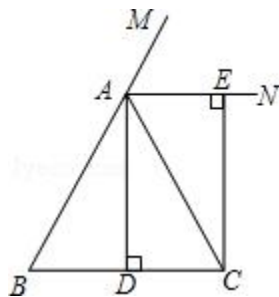
【点评】此题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点及用待定系数法求一次函数及反比例函数的解析式, 比较简单.

23. (12 分) (2014 年贵州安顺)已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$,

垂足为点 D , AN 是 $\triangle ABC$ 外角 $\angle CAM$ 的平分线, $CE \perp AN$, 垂足为点 E ,

(1) 求证: 四边形 $ADCE$ 为矩形;

(2) 当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时, 四边形 $ADCE$ 是一个正方形? 并给出证明.



【考点】矩形的判定; 角平分线的性质; 等腰三角形的性质; 正方形的判定.

专题： 证明题； 开放型.

【分析】 (1) 根据矩形的有三个角是直角的四边形是矩形， 已知 $CE \perp AN$ ，
 $AD \perp BC$ ， 所以求证 $\angle DAE = 90^\circ$ ， 可以证明四边形 $ADCE$ 为矩形.

(2) 根据正方形的判定， 我们可以假设当 $AD = \frac{1}{2}BC$ ， 由已知可得， $DC = \frac{1}{2}BC$ ，
由 (1) 的结论可知四边形 $ADCE$ 为矩形， 所以证得， 四边形 $ADCE$ 为正方形.

【解答】 (1) 证明： 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ ，

$$\therefore \angle BAD = \angle DAC,$$

$\because AN$ 是 $\triangle ABC$ 外角 $\angle CAM$ 的平分线，

$$\therefore \angle MAE = \angle CAE,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DAC + \angle CAE = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

又 $\because AD \perp BC$ ， $CE \perp AN$ ，

$$\therefore \angle ADC = \angle CEA = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 为矩形.

(2) 当 $\triangle ABC$ 满足 $\angle BAC = 90^\circ$ 时， 四边形 $ADCE$ 是一个正方形.

理由： $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle B = 45^\circ,$$

$\because AD \perp BC$ ，

$$\therefore \angle CAD = \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore DC = AD,$$

$\because$ 四边形 $ADCE$ 为矩形，

$\therefore$ 矩形 $ADCE$ 是正方形.

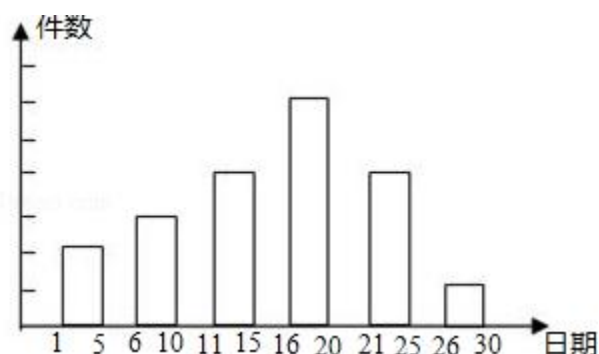
$\therefore$ 当 $\angle BAC = 90^\circ$ 时， 四边形 $ADCE$ 是一个正方形.

【点评】本题是以开放型试题，主要考查了对矩形的判定，正方形的判定，等腰三角形的性质，及角平分线的性质等知识点的综合运用.

24. (12分) (2014年贵州安顺)学校举办一项小制作评比活动. 作品上交时限为3月1日至30日, 组委会把同学们交来的作品按时间顺序每5天组成一组, 对每一组的作品件数进行统计, 绘制成如图所示的统计图. 已知从左到右各矩形的高度比为2: 3: 4: 6: 4: 1. 第三组的件数是12.

请你回答:

- (1) 本次活动共有 60 件作品参赛; 各组作品件数的众数是 12 件;
- (2) 经评比, 第四组和第六组分别有10件和2件作品获奖, 那么你认为这两组中哪个组获奖率较高? 为什么?
- (3) 小制作评比结束后, 组委会决定从4件最优秀的作品A、B、C、D中选出两件进行全校展示, 请用树状图或列表法求出刚好展示作品B、D的概率.



【考点】频数 (率) 分布直方图; 众数; 列表法与树状图法.

【分析】(1) 直接利用频数除以频率=总数进而得出答案, 再利用众的定义求出即可;

(2) 利用总数乘以频率=频数, 进而分别求出获奖概率得出答案;

(3) 利用树状图列举出所有可能, 进而得出答案.

【解答】解: (1) 由题意可得出, 本次活动参赛共有: $12 \div \frac{4}{2+3+4+6+4+1} = 12 \div \frac{1}{5} = 60$ (件),

各组作品件数的众数是12;

故答案为: 60, 12;

(2) $\therefore$ 第四组有作品: $60 \times \frac{6}{2+3+4+6+4+1} = 18$ (件),

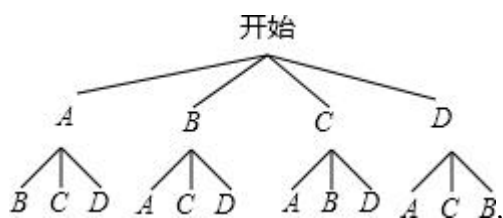
第六组有作品: $60 \times \frac{1}{2+3+4+6+4+1} = 3$ (件),

$\therefore$ 第四组的获奖率为: $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$, 第四组的获奖率为: $\frac{2}{3}$;

$\therefore \frac{5}{9} < \frac{2}{3}$,

$\therefore$ 第六组的获奖率较高;

(3) 画树状图如下:



由树状图可知, 所有等可能的结果为 12 种, 其中刚好是 (B, D) 的有 2 种,

所以刚好展示作品 B、D 的概率为: $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】此题主要考查了频数分布直方图的应用以及众的定义以及树状图法求概率等知识, 正确画出树状图是解题关键.

25. (12 分) (2014 年贵州安顺)如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 是 $\odot O$ 的弦, 弦 $ED \perp AB$ 于点 F, 交 BC 于点 G, 过点 C 的直线与 ED 的延长线交于点 P, $PC = PG$.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 当点 C 在劣弧 AD 上运动时, 其他条件不变, 若 $BG^2 = BF \cdot BO$. 求证: 点 G 是 BC 的中点;

(3) 在满足 (2) 的条件下, $AB = 10$, $ED = 4\sqrt{6}$, 求 BG 的长.

(2) 证明：连 OG，如图，

$$\because BG^2=BF \cdot BO, \text{ 即 } BG: BO=BF: BG,$$

$$\text{而 } \angle FBG=\angle GBO,$$

$$\therefore \triangle BGO \sim \triangle BFG,$$

$$\therefore \angle OGB=\angle BFG=90^\circ,$$

$$\text{即 } OG \perp BG,$$

$$\therefore BG=CG, \text{ 即点 } G \text{ 是 } BC \text{ 的中点};$$

(3) 解：连 OE，如图，

$$\because ED \perp AB,$$

$$\therefore FE=FD,$$

$$\text{而 } AB=10, ED=4\sqrt{6},$$

$$\therefore EF=2\sqrt{6}, OE=5,$$

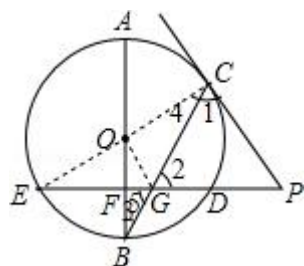
$$\text{在 Rt}\triangle OEF \text{ 中, } OF=\sqrt{OE^2-EF^2}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{6})^2}=1,$$

$$\therefore BF=5-1=4,$$

$$\because BG^2=BF \cdot BO,$$

$$\therefore BG^2=BF \cdot BO=4 \times 5,$$

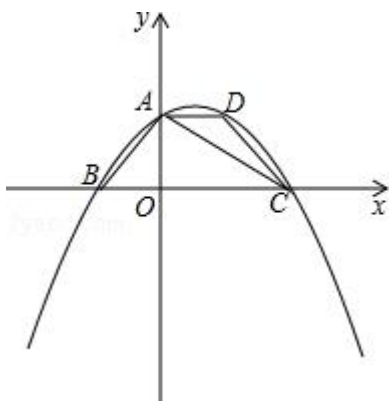
$$\therefore BG=2\sqrt{5}.$$



【点评】 本题考查了切线的判定定理：过半径的外端点与半径垂直的直线是圆的切线．也考查了垂径定理、勾股定理以及三角形相似的判定与性质．

26. (14 分) (2014 年贵州安顺)如图，在平面直角坐标系中，四边形 ABCD 是等腰梯形，AD // BC，AB=DC，BC 在 x 轴上，点 A 在 y 轴的正半轴上，点 A，D 的坐标分别为 A (0, 2)，D (2, 2)，AB=2√2，连接 AC.

- (1) 求出直线 AC 的函数解析式；
- (2) 求过点 A，C，D 的抛物线的函数解析式；
- (3) 在抛物线上有一点 P (m, n) (n < 0)，过点 P 作 PM 垂直于 x 轴，垂足为 M，连接 PC，使以点 C，P，M 为顶点的三角形与 Rt△AOC 相似，求出点 P 的坐标.



【考点】 二次函数综合题．

【分析】 (1) 先在 Rt△ABO 中，运用勾股定理求出

$OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2^2} = 2$ ，得出 B (-2, 0)，再根据等腰梯形的对称性可得 C 点坐标为 (4, 0)，又 A (0, 2)，利用待定系数法即可求出直线 AC 的函数解析式；

(2) 设所求抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ，将 A，C，D 三点的坐标代入，利用待定系数法即可求出抛物线的函数解析式；

(3) 先由点 P (m, n) (n < 0) 在抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ 上，得出 $m < -2$ 或 $m > 4$ ， $n = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m + 2 < 0$ ，于是 $PM = \frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2$ ．由于 $\angle PMC = \angle AOC = 90^\circ$ ，

所以当 $\text{Rt}\triangle PCM$ 与 $\text{Rt}\triangle AOC$ 相似时, 有 $\frac{PM}{MC} = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2}$ 或 $\frac{PM}{MC} = \frac{OC}{AO} = 2$. 再分两种情况进行讨论:

①若 $m < -2$, 则 $MC = 4 - m$. 由 $\frac{PM}{MC} = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2}$, 列出方程 $\frac{\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2}{4 - m} = \frac{1}{2}$,

解方程求出 m 的值, 得到点 P 的坐标为 $(-4, -4)$; 由 $\frac{PM}{MC} = \frac{OC}{AO} = 2$, 列出方程

$\frac{\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2}{4 - m} = 2$, 解方程求出 m 的值, 得到点 P 的坐标为 $(-10, -28)$; ②若

$m > 4$, 则 $MC = m - 4$. 由 $\frac{PM}{MC} = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2}$ 时, 列出方程 $\frac{\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2}{m - 4} = \frac{1}{2}$, 解方程求出 m

的值均不合题意舍去; 由 $\frac{PM}{MC} = \frac{OC}{AO} = 2$, 列出方程 $\frac{\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2}{m - 4} = 2$, 解方程求出 m 的

值, 得到点 P 的坐标为 $(6, -4)$.

【解答】 解: (1) 由 $A(0, 2)$ 知 $OA = 2$,

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\because \angle AOB = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2^2} = 2,$$

$\therefore B(-2, 0)$.

根据等腰梯形的对称性可得 C 点坐标为 $(4, 0)$.

设直线 AC 的函数解析式为 $y = kx + n$,

$$\text{则} \begin{cases} n = 2 \\ 4k + n = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ n = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AC 的函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$;

(2) 设过点 A, C, D 的抛物线的函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c$,

$$\text{则} \begin{cases} c = 2 \\ 16a + 4b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 2 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 2 \end{cases},$$

$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$;

(3) $\because$ 点 P (m, n) (n < 0) 在抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ 上,

$$\therefore m < -2 \text{ 或 } m > 4, \quad n = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m + 2 < 0,$$

$$\therefore PM = \frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2.$$

$\because$ Rt $\triangle$ PCM 与 Rt $\triangle$ AOC 相似,

$$\therefore \frac{PM}{MC} = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{PM}{MC} = \frac{OC}{AO} = 2.$$

①若 $m < -2$, 则 $MC = 4 - m$.

$$\text{当 } \frac{PM}{MC} = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2} \text{ 时, } \frac{\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2}{4 - m} = \frac{1}{2},$$

解得 $m_1 = -4$, $m_2 = 4$ (不合题意舍去),

此时点 P 的坐标为 $(-4, -4)$;

$$\text{当 } \frac{PM}{MC} = \frac{OC}{AO} = 2 \text{ 时, } \frac{\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2}{4 - m} = 2,$$

解得 $m_1 = -10$, $m_2 = 4$ (不合题意舍去),

此时点 P 的坐标为 $(-10, -28)$;

②若 $m > 4$, 则 $MC = m - 4$.

$$\text{当 } \frac{PM}{MC} = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2} \text{ 时, } \frac{\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2}{m - 4} = \frac{1}{2},$$

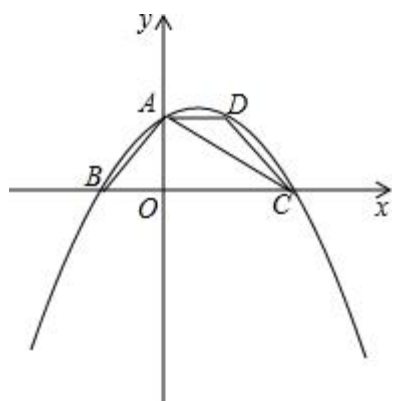
解得 $m_1 = 4$, $m_2 = 0$, 均不合题意舍去;

$$\text{当 } \frac{PM}{MC} = \frac{OC}{AO} = 2 \text{ 时, } \frac{\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2}{m - 4} = 2,$$

解得 $m_1 = 6$, $m_2 = 4$ (不合题意舍去),

此时点 P 的坐标为 $(6, -4)$;

综上所述, 所求点 P 的坐标为 $(-4, -4)$ 或 $(-10, -28)$ 或 $(6, -4)$.



【点评】本题是二次函数的综合题型，其中涉及到的知识点有利用待定系数法求一次函数、二次函数的解析式，勾股定理，等腰梯形的性质，相似三角形的性质，难度适中．利用分类讨论、数形结合及方程思想是解题的关键．