

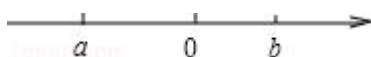
2012 年贵州省毕节地区中考数学试卷

一、选一选（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分．在每小题的四个选项中，只有一个选项正确，请把你认为正确的选项填涂在相应的答题卡上）

1. (3 分) 下列四个数中，无理数是 ()

- A. $\sqrt{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 0 D. π

2. (3 分) 实数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示，下列式子错误的是 ()



- A. $a < b$ B. $|a| > |b|$ C. $-a < -b$ D. $b - a > 0$

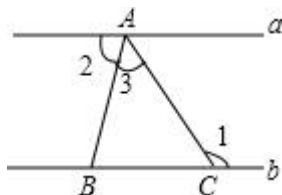
3. (3 分) 下列图形是中心对称图形的是 ()



4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

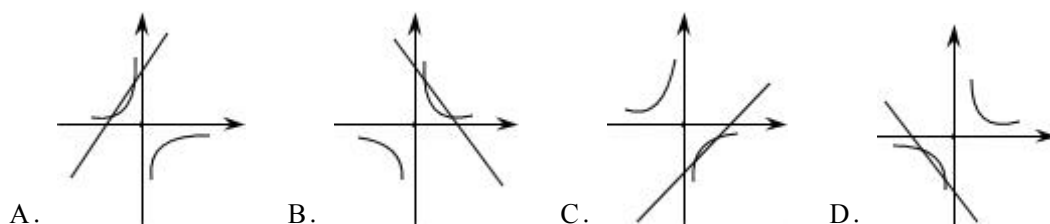
- A. $3a - 2a = 1$ B. $a^4 \cdot a^6 = a^{24}$ C. $a^2 \div a = a$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

5. (3 分) 如图， $\triangle ABC$ 的三个顶点分别在直线 a 、 b 上，且 $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 120^\circ$ ， $\angle 2 = 80^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数是 ()



- A. 40° B. 60° C. 80° D. 120°

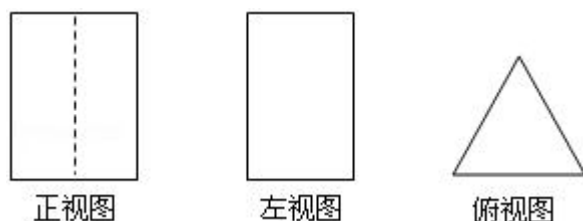
6. (3 分) 一次函数 $y = x + m$ ($m \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象在同一平面直角坐标系中是 ()



7. (3 分) 小颖将一枚质地均匀的硬币连续掷了三次，你认为三次都是正面朝上的概率是 ()

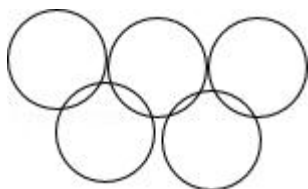
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

8. (3分) 王老师有一个装文具用的盒子，它的三视图如图所示，这个盒子类似于 ()



- A. 圆锥 B. 圆柱 C. 长方体 D. 三棱柱

9. (3分) 第三十奥运会将于 2012 年 7 月 27 日在英国伦敦开幕，奥运会旗图案有五个圆环组成，如图也是一幅五环图案，在这个五个圆中，不存在的位置关系是 ()

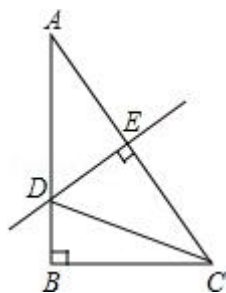


- A. 外离 B. 内切 C. 外切 D. 相交

10. (3分) 分式方程 $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$ 的解是 ()

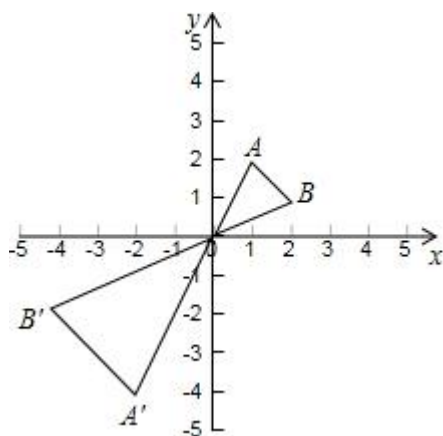
- A. $x=0$ B. $x=-1$ C. $x=\pm 1$ D. 无解

11. (3分) 如图. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, DE 垂直平分斜边 AC , 交 AB 于 D , E 是垂足, 连接 CD , 若 $BD=1$, 则 AC 的长是 ()



- A. $2\sqrt{3}$ B. 2 C. $4\sqrt{3}$ D. 4

12. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 以原点 O 为位似中心, 将 $\triangle ABO$ 扩大到原来的 2 倍, 得到 $\triangle A'B'O$. 若点 A 的坐标是 $(1, 2)$, 则点 A' 的坐标是 ()



- A. (2, 4) B. (-1, -2) C. (-2, -4) D. (-2, -1)

13. (3分) 下列命题是假命题的是 ()

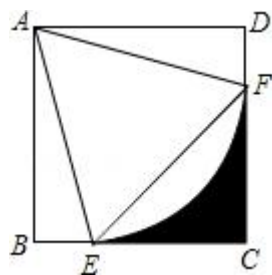
- A. 在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等
 B. 平分弦的直径垂直于弦
 C. 两条平行线间的距离处处相等
 D. 正方形的两条对角线互相垂直平分

14. (3分) 毕节市某地盛产天麻，为了解今年这个地方天麻的收成情况，特调查了 20 户农户，数据如下：(单位：千克) 则这组数据的 ()

300 200 150 100 500 100 350 500 300 400
 150 400 200 350 300 200 150 100 450 500.

- A. 平均数是 290 B. 众数是 300
 C. 中位数是 325 D. 极差是 500

15. (3分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中，以 A 为顶点作等边 $\triangle AEF$ ，交 BC 边于 E ，交 DC 边于 F ；又以 A 为圆心， AE 的长为半径作 $\widehat{EF}$ 。若 $\triangle AEF$ 的边长为 2，则阴影部分的面积约为 () (参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， π 取 3.14)



- A. 0.64 B. 1.64 C. 1.68 D. 0.36

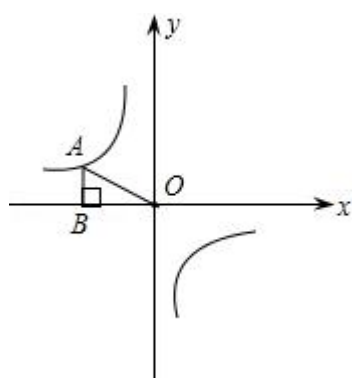
二、填空题 (本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分)

16. (5分) 据探测, 我市煤炭储量大, 煤质好, 分布广, 探测储量达 364.7 亿吨, 占贵州省探明储量的 45%, 号称“江南煤海”. 将数据“364.7 亿”用科学记数法表示为_____.

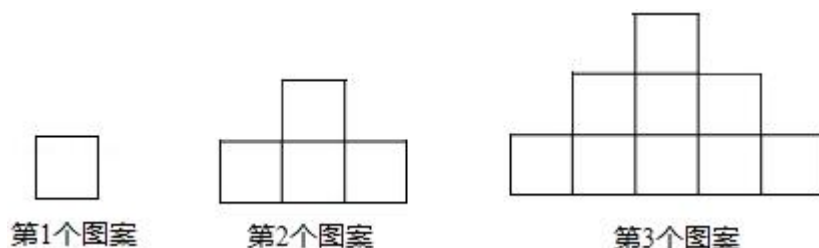
17. (5分) 我们把顺次连接四边形四条边的中点所得的四边形叫中点四边形. 现有一个对角线分别为 6cm 和 8cm 的菱形, 它的中点四边形的对角线长是_____.

18. (5分) 不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 1 \\ 1-2x < 4 \end{cases}$ 的整数解是_____.

19. (5分) 如图, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上有一点 A, 过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B, $\triangle AOB$ 的面积为 2, 则该双曲线的表达式为_____.



20. (5分) 在如图中, 每个图案均由边长为 1 的小正方形按一定的规律堆叠而成, 照此规律, 第 10 个图案中共有_____个小正方形.



三、解答及证明 (本大题共 7 小题, 各题分值见题号后, 共 80 分)

21. (8分) 计算: $\sqrt{27} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\tan 60^\circ - (-1)^{2012}$.

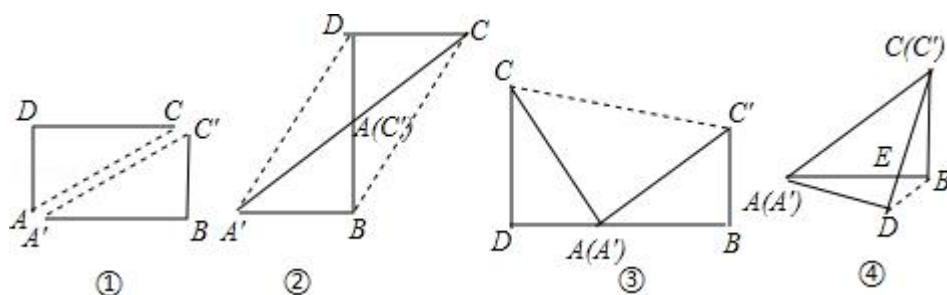
22. (8分) 先化简, 再求值: $\frac{1}{x+1} - \frac{3-x}{x^2-6x+9} \div \frac{x^2+x}{x-3}$, 其中 $x = \sqrt{2}$.

23. (12分) 如图①, 有一张矩形纸片, 将它沿对角线 AC 剪开, 得到 $\triangle ACD$ 和 $\triangle A'BC'$.

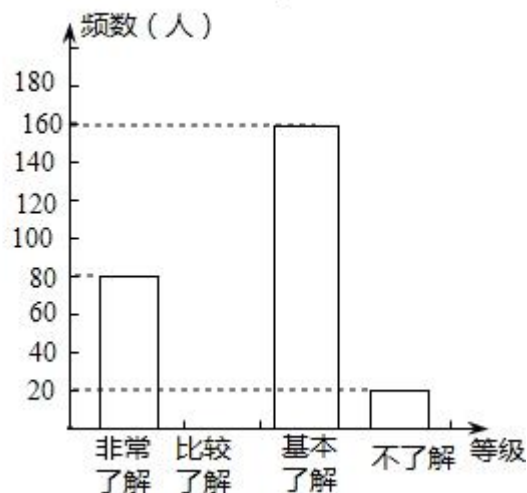
(1) 如图②, 将 $\triangle ACD$ 沿 $A'C'$ 边向上平移, 使点 A 与点 C' 重合, 连接 $A'D$ 和 BC , 四边形 $A'BCD$ 是_____形;

(2) 如图③, 将 $\triangle ACD$ 的顶点 A 与 A' 点重合, 然后绕点 A 沿逆时针方向旋转, 使点 D 、 A 、 B 在同一直线上, 则旋转角为_____度; 连接 CC' , 四边形 $CDBC'$ 是_____形;

(3) 如图④, 将 AC 边与 $A'C'$ 边重合, 并使顶点 B 和 D 在 AC 边的同一侧, 设 AB 、 CD 相交于 E , 连接 BD , 四边形 $ADBC$ 是什么特殊四边形? 请说明你的理由.



24. (10分) 近年来, 地震、泥石流等自然灾害频繁发生, 造成极大的生命和财产损失. 为了更好地做好“防震减灾”工作, 我市相关部门对某中学学生“防震减灾”的知晓率采取随机抽样的方法进行问卷调查, 调查结果分为“非常了解”、“比较了解”、“基本了解”和“不了解”四个等级. 小明根据调查结果绘制了如下统计图, 请根据提供的信息回答问题:



(1) 本次参与问卷调查的学生有_____人；扇形统计图中“基本了解”部分所对应的扇形圆心角是_____度；在该校 2000 名学生中随机提问一名学生，对“防震减灾”不了解的概率为_____。

(2) 请补全频数分布直方图。

25. (12 分) 某商品的进价为每件 20 元，售价为每件 30 元，每个月可卖出 180 件；如果每件商品的售价每上涨 1 元，则每个月就会少卖出 10 件，但每件售价不能高于 35 元，设每件商品的售价上涨 x 元 (x 为整数)，每个月的销售利润为 y 元。

(1) 求 y 与 x 的函数关系式，并直接写出自变量 x 的取值范围；

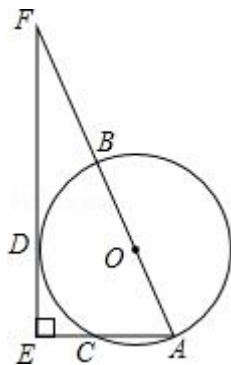
(2) 每件商品的售价为多少元时，每个月可获得最大利润？最大利润是多少？

(3) 每件商品的售价定为多少元时，每个月的利润恰好是 1920 元？

26. (14 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 为弦, D 是 $\widehat{BC}$ 的中点, 过点 D 作 $EF \perp AC$, 交 AC 的延长线于 E , 交 AB 的延长线于 F .

(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\sin \angle F = \frac{1}{3}$, $AE = 4$, 求 $\odot O$ 的半径和 AC 的长.

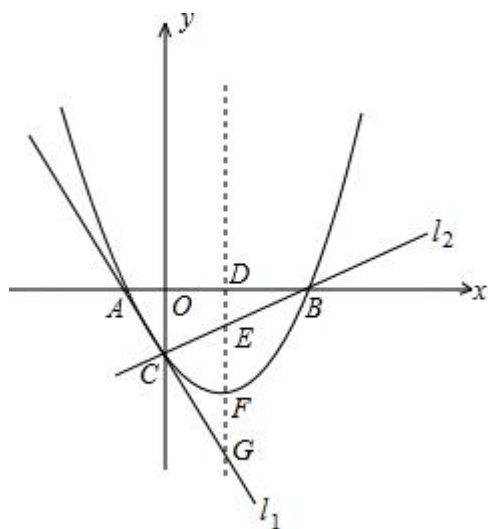


27. (16分) 如图, 直线 l_1 经过点 $A(-1, 0)$, 直线 l_2 经过点 $B(3, 0)$, l_1 、 l_2 均为与 y 轴交于点 $C(0, -\sqrt{3})$, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过 A 、 B 、 C 三点.

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 抛物线的对称轴依次与 x 轴交于点 D 、与 l_2 交于点 E 、与抛物线交于点 F 、与 l_1 交于点 G . 求证: $DE = EF = FG$;

(3) 若 $l_1 \perp l_2$ 于 y 轴上的 C 点处, 点 P 为抛物线上一动点, 要使 $\triangle PCG$ 为等腰三角形, 请写出符合条件的点 P 的坐标, 并简述理由.



2012 年贵州省毕节地区中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选一选（本大题共 15 小题，每小题 3 分，共 45 分．在每小题的四个选项中，只有一个选项正确，请把你认为正确的选项填涂在相应的答题卡上）

1.（3 分）下列四个数中，无理数是（ ）

- A. $\sqrt{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 0 D. π

【考点】26：无理数．

【分析】利用无理数是无限不循环小数分析求解即可求得答案，注意掌握排除法在解选择题中的应用．

【解答】解： A 、 $\sqrt{4}=2$ ，是有理数，故选项错误；

B 、 $\frac{1}{3}$ ，是分数，故是有理数，故选项错误；

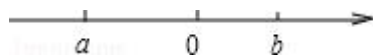
C 、0 是整数，故是有理数，故选项错误；

D 、 π 是无理数．

故选： D ．

【点评】此题主要考查了无理数的定义．无限不循环小数为无理数．如 π ， $\sqrt{6}$ ，0.8080080008…（每两个 8 之间依次多 1 个 0）等形式，注意带根号的要开不尽方才是无理数，

2.（3 分）实数 a 、 b 在数轴上的位置如图所示，下列式子错误的是（ ）



- A. $a < b$ B. $|a| > |b|$ C. $-a < -b$ D. $b - a > 0$

【考点】29：实数与数轴．

【分析】根据数轴表示数的方法得到 $a < 0 < b$ ，数 a 表示的点比数 b 表示点离原点远，则 $a < b$ ； $-a > -b$ ； $b - a > 0$ ， $|a| > |b|$ ．

【解答】解：根据题意得， $a < 0 < b$ ，

$\therefore a < b$ ； $-a > -b$ ； $b - a > 0$ ，

$\therefore$ 数 a 表示的点比数 b 表示点离原点远，

$\therefore |a| > |b|$ ，

∴选项 A 、 B 、 D 正确，选项 C 不正确.

故选： C .

【点评】 本题考查了实数与数轴：数轴上的点与实数一一对应；数轴上原点左边的点表示负数，右边的点表示正数；右边的点表示的数比左边的点表示的数要大.

3. (3 分) 下列图形是中心对称图形的是 ()



【考点】 R5：中心对称图形.

【分析】 根据中心对称图形的定义和图形的特点即可求解.

【解答】 解：由中心对称的定义知，绕一个点旋转 180° 后能与原图重合，则只有选项 A 是中心对称图形.

故选： A .

【点评】 本题考查了中心对称图形的概念：如果一个图形绕某一点旋转 180° 后能够与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心.

4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $3a - 2a = 1$ B. $a^4 \cdot a^6 = a^{24}$
C. $a^2 \div a = a$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

【考点】 35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；48：同底数幂的除法；4C：完全平方公式.

【分析】 利用合并同类项、同底数幂的乘法、同底数幂的除法以及完全平方公式的知识求解，即可求得答案，注意排除法在解选择题中的应用.

【解答】 解： A 、 $3a - 2a = a$ ，故本选项错误；

B 、 $a^4 \cdot a^6 = a^{10}$ ，故本选项错误；

C 、 $a^2 \div a = a$ ，故本选项正确；

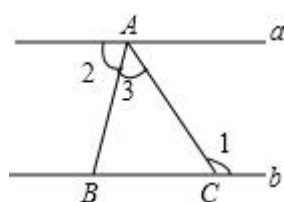
D 、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，故本选项错误.

故选： C .

【点评】 此题考查了合并同类项、同底数幂的乘法、同底数幂的除法以及完全平方公式的知识. 此题比较简单，注意掌握指数的变化是解此题的关键.

5. (3 分) 如图， $\triangle ABC$ 的三个顶点分别在直线 a 、 b 上，且 $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 120^\circ$ ， $\angle 2 =$

80° ，则 $\angle 3$ 的度数是（ ）



- A. 40° B. 60° C. 80° D. 120°

【考点】JA：平行线的性质．

【分析】根据平行线性质的求出 $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$ ，代入即可得出答案．

【解答】解： $\because a \parallel b$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 + \angle 3,$$

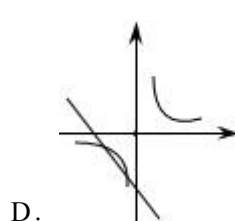
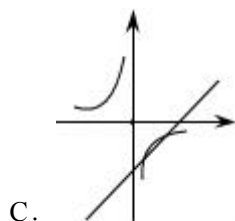
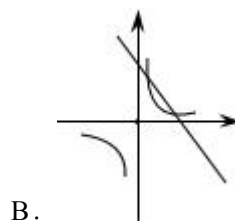
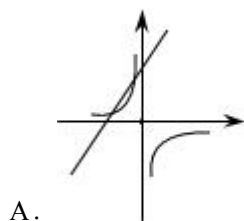
$$\because \angle 1 = 120^\circ, \angle 2 = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ,$$

故选：A．

【点评】本题考查了平行线性质的应用，关键是根据平行线性质的得出 $\angle 3 + \angle 2 = \angle 1$ ，题目比较典型，难度不大．

6. (3分) 一次函数 $y = x + m$ ($m \neq 0$) 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象在同一平面直角坐标系中是 ()



【考点】F3：一次函数的图象；G2：反比例函数的图象．

【专题】31：数形结合．

【分析】根据一次函数的图象性质， $y = x + m$ 的图象必过第一、三象限，可对 B、D 进行判断；根据反比例函数的性质当 $m < 0$ ， $y = x + m$ 与 y 轴的交点在 x 轴下方，可对 A、D 进行判断．

【解答】解：A、对于反比例函数图象得到 $m < 0$ ，则对于 $y = x + m$ 与 y 轴的交点在 x 轴下方，所以 A 选项不正确；

B、因为 $y = x + m$ 中， $k = 1 > 0$ ，所以其图象必过第一、三象限，所以 B 选项不正确；

C、对于反比例函数图象得到 $m < 0$ ，则对于 $y = x + m$ 与 y 轴的交点在 x 轴下方，并且 $y = x + m$ 的图象必过第一、三象限，所以 C 选项正确；

D、对于 $y = x + m$ ，其图象必过第一、三象限，所以 D 选项不正确。

故选：C。

【点评】本题考查了反比例函数的图象：对于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ ，反比例函数图象分布在第一、三象限；当 $k < 0$ ，反比例函数图象分布在第二、四象限。也考查了一次函数的图象。

7. (3 分) 小颖将一枚质地均匀的硬币连续掷了三次，你认为三次都是正面朝上的概率是 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

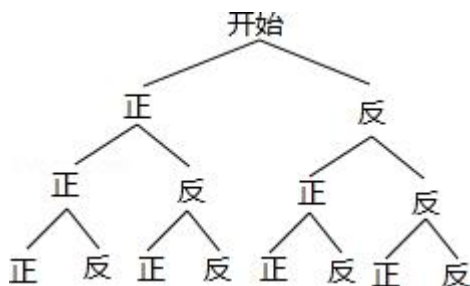
C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{8}$

【考点】X6：列表法与树状图法。

【分析】首先根据题意画出树状图，然后根据树状图求得所有等可能的结果与三次都是正面朝上的情况，再利用概率公式即可求得答案。

【解答】解：画树状图得：



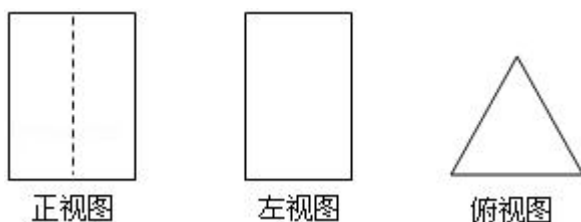
$\therefore$ 共有 8 种等可能的结果，三次都是正面朝上的有 1 种情况，

$\therefore$ 三次都是正面朝上的概率是： $\frac{1}{8}$ 。

故选：D。

【点评】此题考查的是用树状图法求概率的知识。注意树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合两步或两步以上完成的事件；注意概率 = 所求情况数与总情况数之比。

8. (3 分) 王老师有一个装文具用的盒子，它的三视图如图所示，这个盒子类似于 ()



- A. 圆锥 B. 圆柱 C. 长方体 D. 三棱柱

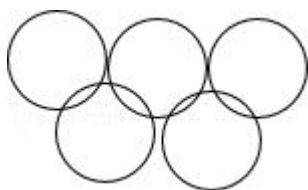
【考点】U3：由三视图判断几何体.

【分析】如图所示，根据三视图的知识可使用排除法来解答.

【解答】解：如图，俯视图为三角形，故可排除 C 、 B . 主视图以及侧视图都是矩形，可排除 A ，故选 D .

【点评】本题考查了由三视图判断几何体的知识，难度一般，考生做此类题时可利用排除法解答.

9. (3 分) 第三十奥运会将于 2012 年 7 月 27 日在英国伦敦开幕，奥运会旗图案有五个圆环组成，如图也是一幅五环图案，在这个五个圆中，不存在的位置关系是 ()



- A. 外离 B. 内切 C. 外切 D. 相交

【考点】MJ：圆与圆的位置关系.

【分析】根据两圆的位置关系易得到它们的位置关系有外切、外离、相交.

【解答】解：观察图形，五个等圆不可能内切，也不可能内含，并且有的两个圆只有一个公共点，即外切；有的两个圆没有公共点，即外离；有的两个圆有两个公共点，即相交.

故选：B.

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系：若两圆的半径分别为 R ， r ，圆心距为 d ，若 $d > R+r$ ，两圆外离；若 $d = R+r$ ，两圆外切；若 $R-r < d < R+r$ ($R \geq r$)，两圆相交；若 $d = R-r$ ($R > r$)，两圆内切；若 $0 \leq d < R-r$ ($R > r$)，两圆内含.

10. (3 分) 分式方程 $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$ 的解是 ()

- A. $x=0$ B. $x=-1$ C. $x=\pm 1$ D. 无解

【考点】B3：解分式方程.

【分析】先去分母，求出整式方程的解再把所得整式方程的解代入公分母进行检验即可.

【解答】解：去分母得， $(x+1) - 2(x-1) = 4$ ，解得 $x = -1$ ，

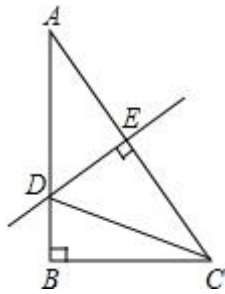
把 $x = -1$ 代入公分母得， $x^2 - 1 = 1 - 1 = 0$ ，

故 $x = -1$ 是原方程的增根，此方程无解.

故选：D.

【点评】本题考查的是解分式方程，在解答此类题目时要注意验根.

11. (3分) 如图. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， DE 垂直平分斜边 AC ，交 AB 于 D ， E 是垂足，连接 CD ，若 $BD = 1$ ，则 AC 的长是 ()



A. $2\sqrt{3}$

B. 2

C. $4\sqrt{3}$

D. 4

【考点】K7：三角形内角和定理；KG：线段垂直平分线的性质；KH：等腰三角形的性质；KO：含 30° 角的直角三角形；KQ：勾股定理.

【专题】11：计算题.

【分析】求出 $\angle ACB$ ，根据线段垂直平分线求出 $AD = CD$ ，求出 $\angle ACD$ 、 $\angle DCB$ ，求出 CD 、 AD 、 AB ，由勾股定理求出 BC ，再求出 AC 即可.

【解答】解： $\because \angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ，$$

$\because DE$ 垂直平分斜边 AC ，

$$\therefore AD = CD，$$

$$\therefore \angle A = \angle ACD = 30^\circ，$$

$$\therefore \angle DCB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ，$$

$$\because BD = 1，$$

$$\therefore CD = 2 = AD，$$

$$\therefore AB = 1 + 2 = 3，$$

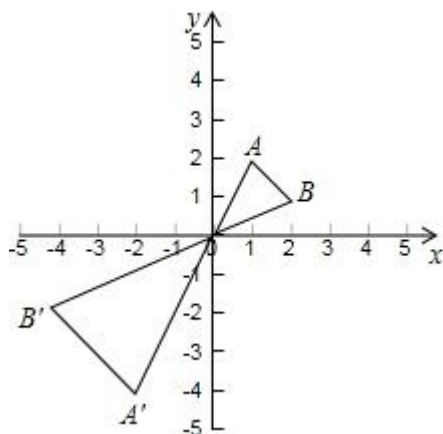
在 $\triangle BCD$ 中，由勾股定理得： $CB = \sqrt{3}$ ，

在 $\triangle ABC$ 中，由勾股定理得： $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2\sqrt{3}$ ，

故选：A.

【点评】 本题考查了线段垂直平分线，含 30° 角的直角三角形，等腰三角形的性质，三角形的内角和定理等知识点的应用，主要考查学生运用这些定理进行推理的能力，题目综合性比较强，难度适中.

12. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，以原点 O 为位似中心，将 $\triangle ABO$ 扩大到原来的 2 倍，得到 $\triangle A'B'O$. 若点 A 的坐标是 $(1, 2)$ ，则点 A' 的坐标是 ()



- A. $(2, 4)$ B. $(-1, -2)$ C. $(-2, -4)$ D. $(-2, -1)$

【考点】 D5: 坐标与图形性质; SC: 位似变换.

【分析】 根据以原点 O 为位似中心，将 $\triangle ABO$ 扩大到原来的 2 倍，即可得出对应点的坐标应乘以 -2 ，即可得出点 A' 的坐标.

【解答】 解：根据以原点 O 为位似中心，图形的坐标特点得出，对应点的坐标应乘以 -2 ，故点 A 的坐标是 $(1, 2)$ ，则点 A' 的坐标是 $(-2, -4)$ ，

故选：C.

【点评】 此题主要考查了关于原点对称的位似图形的性质，得出对应点的坐标乘以 k 或 $-k$ 是解题关键.

13. (3 分) 下列命题是假命题的是 ()

- A. 在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等
B. 平分弦的直径垂直于弦
C. 两条平行线间的距离处处相等
D. 正方形的两条对角线互相垂直平分

【考点】 JC: 平行线之间的距离; LE: 正方形的性质; M2: 垂径定理; M5: 圆周角定理; O1: 命题与定理.

【分析】分析是否为假命题，可以举出反例；也可以分别分析各题设是否能推出结论，从而利用排除法得出答案．

【解答】解：A、在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，是真命题，故本选项不符合题意；

B、平分弦的直径垂直于弦，是假命题，因为只有当该弦不是直径时才成立，故本选项符合题意；

C、两条平行线间的距离处处相等，是真命题，故本选项不符合题意；

D、正方形的两条对角线互相垂直平分，是真命题，故本选项不符合题意．

故选：B．

【点评】主要考查命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题．判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理．

14.（3分）毕节市某地盛产天麻，为了解今年这个地方天麻的收成情况，特调查了20户农户，数据如下：（单位：千克）则这组数据的（　　）

300 200 150 100 500 100 350 500 300 400
150 400 200 350 300 200 150 100 450 500．

A．平均数是290 B．众数是300

C．中位数是325 D．极差是500

【考点】W2：加权平均数；W4：中位数；W5：众数；W6：极差．

【专题】16：压轴题．

【分析】根据平均数、中位数、极差和众数的定义分别进行计算即可；

【解答】解：平均数是 $(300 \times 3 + 200 \times 3 + 150 \times 3 + 100 \times 3 + 500 \times 3 + 400 \times 2 + 350 \times 2 + 450 \times 1) \div 20 = 285$ ，

因为300，200，150，100，500出现了三次，次数最多，

所以这组数据的众数是300，200，150，100，500，

所以300也是其中的一位众数，

中位数是 $(300 + 300) \div 2 = 300$ ，

极差是： $500 - 100 = 400$ ，

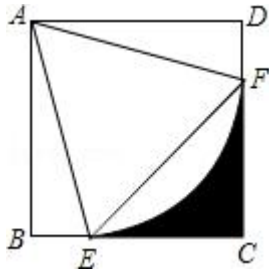
故选：B．

【点评】本题考查了平均数、中位数、极差和众数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数），叫做这组数据的

中位数. 如果中位数的概念掌握得不好, 不把数据按要求重新排列, 就会出错.

15. (3分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 以 A 为顶点作等边 $\triangle AEF$, 交 BC 边于 E , 交 DC 边于 F ; 又以 A 为圆心, AE 的长为半径作 $\widehat{EF}$. 若 $\triangle AEF$ 的边长为 2, 则阴影部分的面积约是 ()

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, π 取 3.14)



- A. 0.64 B. 1.64 C. 1.68 D. 0.36

【考点】 KD: 全等三角形的判定与性质; KK: 等边三角形的性质; KW: 等腰直角三角形; LE: 正方形的性质; MO: 扇形面积的计算.

【专题】 16: 压轴题; 2B: 探究型.

【分析】 先根据直角边和斜边相等, 证出 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$, 得到 $\triangle ECF$ 为等腰直角三角形, 求出 $S_{\triangle ECF}$ 、 $S_{\text{扇形} AEF}$ 、 $S_{\triangle AEF}$ 的面积, $S_{\triangle ECF} - S_{\text{弓形} EGF}$ 即可得到阴影部分面积.

【解答】 解: $\because AE = AF$, $AB = AD$,

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF \text{ (HL)},$$

$$\therefore BE = DF,$$

$$\therefore EC = CF,$$

$$\text{又} \because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ECF \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore EC = EF \cos 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2},$$

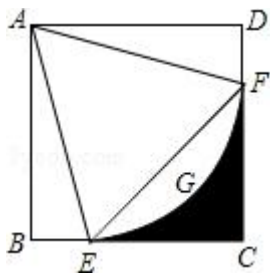
$$\therefore S_{\triangle ECF} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1,$$

$$\text{又} \because S_{\text{扇形} AEF} = \frac{60}{360} \pi 2^2 = \frac{2}{3} \pi, \quad S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$$\text{又} \because S_{\text{弓形} EGF} = S_{\text{扇形} AEF} - S_{\triangle AEF} = \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ECF} - S_{\text{弓形} EGF} = 1 - \left(\frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \right) \approx 0.64.$$

故选: A.



【点评】 本题考查了扇形面积的计算，全等三角形的判定与性质、等边三角形的性质、等腰直角三角形、正方形的性质，将阴影部分面积转化为 $S_{\triangle ECF} - S_{\text{弓形} EGF}$ 是解题的关键.

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

- 16.（5 分）据探测，我市煤炭储量大，煤质好，分布广，探测储量达 364.7 亿吨，占贵州省探明储量的 45%，号称“江南煤海”. 将数据“364.7 亿”用科学记数法表示为 3.647×10^{10} .

【考点】 1I：科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】 解：将 364.7 亿 $= 36470000000$ 用科学记数法表示为： 3.647×10^{10} .

故答案为： 3.647×10^{10} .

【点评】 此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

- 17.（5 分）我们把顺次连接四边形四条边的中点所得的四边形叫中点四边形. 现有一个对角线分别为 6cm 和 8cm 的菱形，它的中点四边形的对角线长是 5cm.

【考点】 KQ：勾股定理；KX：三角形中位线定理；L8：菱形的性质；LD：矩形的判定与性质.

【分析】 顺次连接这个菱形各边中点所得的四边形是矩形，且矩形的边长分别是菱形对角线的一半，问题得解.

【解答】 解： $\because$ 顺次连接对角线互相垂直的四边形的各边中点所得的图形是矩形；理由如下：

$\because E、F、G、H$ 分别为各边中点

$$\therefore EF \parallel GH \parallel AC, EF = GH = \frac{1}{2}DB,$$

$$EF = HG = \frac{1}{2}AC, EH \parallel FG \parallel BD$$

$$\because DB \perp AC,$$

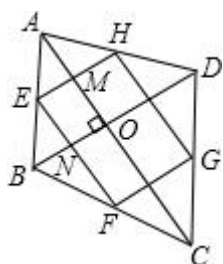
$$\therefore EF \perp EH,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形,

$$\because EH = \frac{1}{2}BD = 3cm, EF = \frac{1}{2}AC = 4cm,$$

$$\therefore HF = \sqrt{EH^2 + EF^2} = 5cm.$$

故答案为: $5cm$.



【点评】 本题考查菱形的性质，菱形的四边相等，对角线互相垂直，连接菱形各边的中点得到矩形，且矩形的边长是菱形对角线的一半以及勾股定理的运用。

18. (5分) 不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 1 \\ 1-2x < 4 \end{cases}$ 的整数解是 -1, 0, 1.

【考点】 CC: 一元一次不等式组的整数解.

【分析】 首先解不等式组求得不等式的解集，然后确定解集中的整数解即可.

【解答】 解: $\begin{cases} \frac{x+1}{2} \leq 1 \cdots \textcircled{1} \\ 1-2x < 4 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$,

解①得: $x \leq 1$,

解②得: $x > -\frac{3}{2}$

则不等式组的解集是: $-\frac{3}{2} < x \leq 1$,

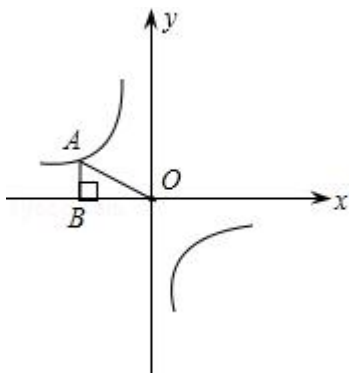
则整数解是: -1, 0, 1.

故答案是: -1, 0, 1.

【点评】 本题考查了不等式组的整数解，正确解不等式组是解题的关键.

19. (5分) 如图，双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 上有一点 A ，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ， $\triangle AOB$ 的

面积为 2，则该双曲线的表达式为 $y = -\frac{4}{x}$ 。



【考点】G5：反比例函数系数 k 的几何意义。

【专题】16：压轴题；31：数形结合。

【分析】先根据反比例函数图象所在的象限判断出 k 的符号，再根据 $S_{\triangle AOB} = 2$ 求出 k 的值即可。

【解答】解：∵ 反比例函数的图象在二、四象限，

$$\therefore k < 0,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = 2,$$

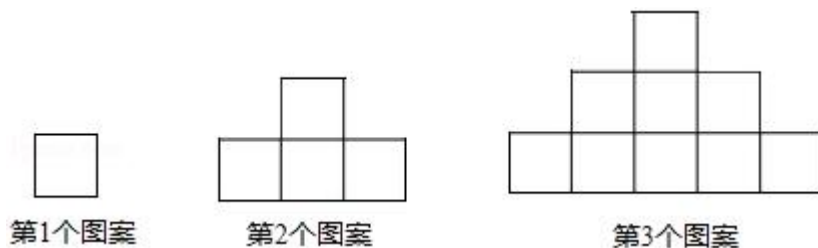
$$\therefore |k| = 4,$$

$$\therefore k = -4, \text{ 即可得双曲线的表达式为: } y = -\frac{4}{x},$$

$$\text{故答案为: } y = -\frac{4}{x}.$$

【点评】本题考查的是反比例系数 k 的几何意义，即在反比例函数的图象上任意一点象坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{|k|}{2}$ ，且保持不变。

20. (5 分) 在如图中，每个图案均由边长为 1 的小正方形按一定的规律堆叠而成，照此规律，第 10 个图案中共有 100 个小正方形。



【考点】38：规律型：图形的变化类。

【专题】16：压轴题；2A：规律型。

【分析】观察图案不难发现，图案中的正方形按照从上到下成奇数列排布，写出第 n 个

图案的正方形的个数，然后利用求和公式写出表达式，再把 $n = 10$ 代入进行计算即可得解.

【解答】解：第 1 个图案中共有 1 个小正方形，

第 2 个图案中共有 $1+3 = 4$ 个小正方形，

第 3 个图案中共有 $1+3+5 = 9$ 个小正方形，

...

第 n 个图案中共有 $1+3+5+\cdots+(2n-1) = \frac{n(1+2n-1)}{2} = n^2$ 个小正方形，

所以，第 10 个图案中共有 $10^2 = 100$ 个小正方形.

故答案为：100.

【点评】本题是对图形变化规律的考查，根据图案从上到下的正方形的个数成奇数列排列，得到第 n 个图案的正方形的个数的表达式是解题的关键.

三、解答及证明（本大题共 7 小题，各题分值见题号后，共 80 分）

21. (8 分) 计算： $\sqrt{27} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\tan 60^\circ - (-1)^{2012}$.

【考点】2C：实数的运算；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】根据负指数幂、二次根式化简，整数指数幂、特殊角的三角函数值分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解： $\sqrt{27} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2\tan 60^\circ - (-1)^{2012} = 3\sqrt{3} + (-2) - 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{3} - 3$.

【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、整数指数幂、二次根式、特殊角的三角函数值等考点的运算.

22. (8 分) 先化简，再求值： $\frac{1}{x+1} - \frac{3-x}{x^2-6x+9} \div \frac{x^2+x}{x-3}$ ，其中 $x = \sqrt{2}$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【专题】11：计算题.

【分析】先算除法，再算乘法. 将分式因式分解后约分，然后进行通分，最后代入数值计算.

【解答】解：原式 $= \frac{1}{x+1} - \frac{3-x}{(x-3)^2} \times \frac{x-3}{x(x+1)}$
 $= \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x(x+1)}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x}{x(x+1)} + \frac{1}{x(x+1)} \\
&= \frac{x+1}{x(x+1)} \\
&= \frac{1}{x}.
\end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2} \text{ 时, 原式} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

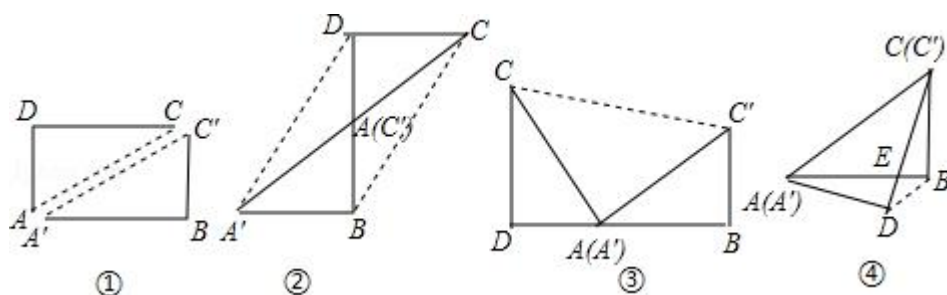
【点评】 本题考查了分式的化简求值，熟悉因式分解及分式的除法是解题的关键.

23. (12分) 如图①，有一张矩形纸片，将它沿对角线 AC 剪开，得到 $\triangle ACD$ 和 $\triangle A'BC'$.

(1) 如图②，将 $\triangle ACD$ 沿 $A'C'$ 边向上平移，使点 A 与点 C' 重合，连接 $A'D$ 和 BC ，四边形 $A'BCD$ 是 平行四边 形；

(2) 如图③，将 $\triangle ACD$ 的顶点 A 与 A' 点重合，然后绕点 A 沿逆时针方向旋转，使点 D 、 A 、 B 在同一直线上，则旋转角为 90 度；连接 CC' ，四边形 $CDBC'$ 是 直角梯 形；

(3) 如图④，将 AC 边与 $A'C'$ 边重合，并使顶点 B 和 D 在 AC 边的同一侧，设 AB 、 CD 相交于 E ，连接 BD ，四边形 $ADBC$ 是什么特殊四边形？请说明你的理由.



【考点】 L6：平行四边形的判定；LH：梯形；LK：等腰梯形的判定；PC：图形的剪拼；

Q4：作图 - 平移变换；R2：旋转的性质.

【专题】 152：几何综合题.

【分析】 (1) 利用平行四边形的判定，对角线互相平分的四边形是平行四边形得出即可；

(2) 利用旋转变换的性质以及直角梯形判定得出即可；

(3) 利用等腰梯形的判定方法得出 $BD \parallel AC$ ， $AD = CE$ ，即可得出答案.

【解答】 解：(1) 平行四边形；

证明： $\because AD = AB$ ， $AA' = AC$ ，

$\therefore A'C$ 与 BD 互相平分，

$\therefore$ 四边形 $A'BCD$ 是平行四边形；

(2) $\because DA$ 由垂直于 AB ，逆时针旋转到点 D 、 A 、 B 在同一直线上，

$\therefore$ 旋转角为 90° 度；

证明： $\because \angle D = \angle B = 90^\circ$ ，

A, D, B 在一条直线上，

$\therefore CD \parallel BC'$ ，

$\therefore$ 四边形 $CDBC'$ 是直角梯形；

故答案为： 90° ，直角梯；

(3) 四边形 $ADBC$ 是等腰梯形；

证明：过点 B 作 $BM \perp AC$ ，过点 D 作 $DN \perp AC$ ，垂足分别为 M, N ，

有一张矩形纸片，将它沿对角线 AC 剪开，得到 $\triangle ACD$ 和 $\triangle A'BC'$ ，可得 $\triangle ACD \cong \triangle A'BC'$ ，

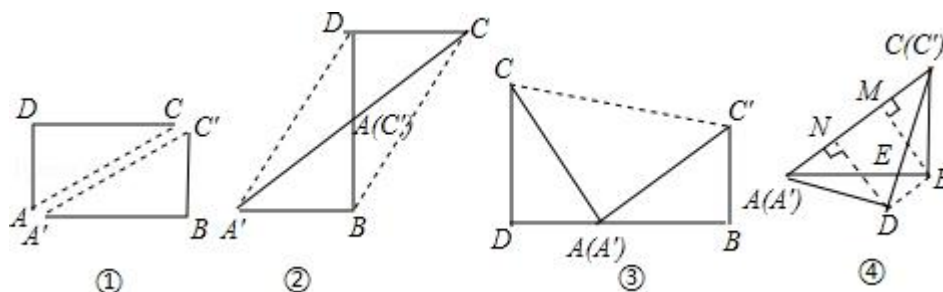
$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle A'BC'}$ ，

$\therefore BM = ND$ ，

$\therefore BD \parallel AC$ ，

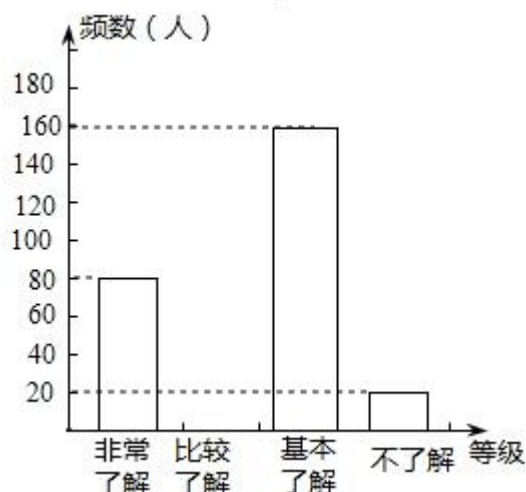
$\therefore AD = BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ADBC$ 是等腰梯形。



【点评】 此题主要考查了图形的剪拼与平行四边形的判定和等腰梯形的判定、直角梯形的判定方法等知识，熟练掌握判定定理是解题关键。

24. (10 分) 近年来，地震、泥石流等自然灾害频繁发生，造成极大的生命和财产损失。为了更好地做好“防震减灾”工作，我市相关部门对某中学学生“防震减灾”的知晓率采取随机抽样的方法进行问卷调查，调查结果分为“非常了解”、“比较了解”、“基本了解”和“不了解”四个等级。小明根据调查结果绘制了如下统计图，请根据提供的信息回答问题：



(1) 本次参与问卷调查的学生有 400 人；扇形统计图中“基本了解”部分所对应的扇形圆心角是 144 度；在该校 2000 名学生中随机提问一名学生，对“防震减灾”不了解的概率为 $\frac{1}{20}$ 。

(2) 请补全频数分布直方图。

【考点】 V8: 频数（率）分布直方图；VB: 扇形统计图；X4: 概率公式。

【专题】 27: 图表型。

【分析】 (1) 根据“非常了解”的人数与所占的百分比列式计算即可求出参与问卷调查的学生人数；求出“基本了解”的学生所占的百分比，再乘以 360° ，计算即可得解；求出“不了解”的学生所占的百分比即可；

(2) 根据学生总人数，乘以比较了解的学生所占的百分比，求出比较了解的人数，补全频数分布直方图即可。

【解答】 解：(1) $80 \div 20\% = 400$ 人，

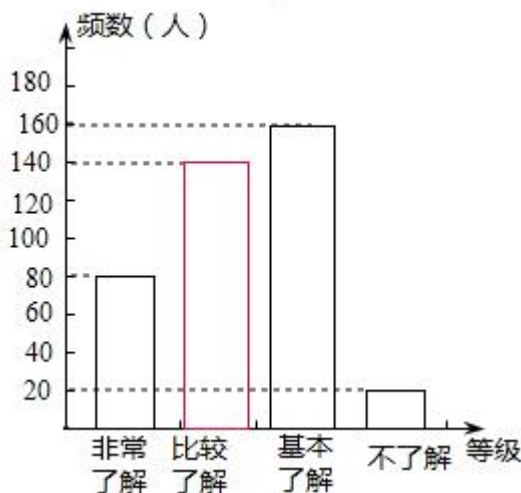
$$\frac{160}{400} \times 360^\circ = 144^\circ,$$

$$\frac{20}{400} = \frac{1}{20};$$

故答案为：400，144， $\frac{1}{20}$ ；

(2) “比较了解”的人数为： $400 \times 35\% = 140$ 人，

补全频数分布直方图如图。



【点评】 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

25. (12 分) 某商品的进价为每件 20 元, 售价为每件 30 元, 每个月可卖出 180 件; 如果每件商品的售价每上涨 1 元, 则每个月就会少卖出 10 件, 但每件售价不能高于 35 元, 设每件商品的售价上涨 x 元 (x 为整数), 每个月的销售利润为 y 元.

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式, 并直接写出自变量 x 的取值范围;
- (2) 每件商品的售价为多少元时, 每个月可获得最大利润? 最大利润是多少?
- (3) 每件商品的售价定为多少元时, 每个月的利润恰好是 1920 元?

【考点】 HE: 二次函数的应用.

【专题】 124: 销售问题.

【分析】 (1) 销售利润 = 每件商品的利润 $\times$ (180 - 10 $\times$ 上涨的钱数), 根据每件售价不能高于 35 元, 可得自变量的取值;

(2) 利用公式法结合 (1) 得到的函数解析式可得二次函数的最值, 结合实际意义, 求得整数解即可;

(3) 让 (1) 中的 $y = 1920$ 求得合适的 x 的解即可.

【解答】 解: (1) $y = (30 - 20 + x)(180 - 10x) = -10x^2 + 80x + 1800$ ($0 \leq x \leq 5$, 且 x 为整数);

(2) 由 (1) 知, $y = -10x^2 + 80x + 1800$ ($0 \leq x \leq 5$, 且 x 为整数).

$\because -10 < 0$,

$$\therefore \text{当 } x = \frac{-80}{2 \times (-10)} = 4 \text{ 时, } y_{\text{最大}} = 1960 \text{ 元};$$

$\therefore$ 每件商品的售价为 34 元.

答: 每件商品的售价为 34 元时, 商品的利润最大, 为 1960 元;

$$(3) 1920 = -10x^2 + 80x + 1800$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0,$$

$$(x - 2)(x - 6) = 0,$$

解得 $x = 2$ 或 $x = 6$,

$$\because 0 \leq x \leq 5,$$

$$\therefore x = 2,$$

$$\therefore 30 + 2 = 32 \text{ (元)}$$

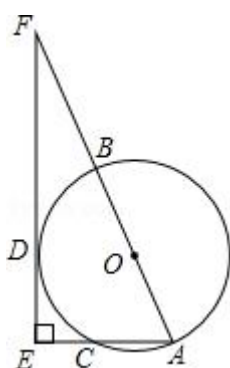
$\therefore$ 售价为 32 元时, 利润为 1920 元.

【点评】 考查二次函数的应用; 得到月销售量是解决本题的突破点; 注意结合自变量的取值求得相应的售价.

26. (14 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 为弦, D 是 $\widehat{BC}$ 的中点, 过点 D 作 $EF \perp AC$, 交 AC 的延长线于 E , 交 AB 的延长线于 F .

(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\sin \angle F = \frac{1}{3}$, $AE = 4$, 求 $\odot O$ 的半径和 AC 的长.



【考点】 MD: 切线的判定; T7: 解直角三角形.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 (1) 连接 OD , 根据圆周角定理, 可得 $\angle BOD = \angle A$, 则 $OD \parallel AC$, 从而得出 $\angle ODF = 90^\circ$, 即 EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 先解直角 $\triangle AEF$, 由 $\sin \angle F = \frac{1}{3}$, 得出 $AF = 3AE = 12$, 再在直角 $\triangle ODF$ 中, 由 $\sin \angle F = \frac{1}{3}$, 得出 $OF = 3OD$, 设 $\odot O$ 的半径为 R , 由 $AF = 12$ 列出关于 R 的方程, 解方程即可求出 $\odot O$ 的半径; 连接 BC , 证明 $BC \parallel EF$, 根据平行线分线段成比例定理得出 $AC: AE = AB: AF$, 即可求出 AC 的长.

【解答】(1) 证明: 连接 OD , OC .

$\because D$ 是 $\widehat{BC}$ 的中点,

$$\therefore \angle BOD = \frac{1}{2} \angle BOC,$$

$$\because \angle A = \frac{1}{2} \angle BOC,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle A,$$

$$\therefore OD \parallel AC,$$

$$\because EF \perp AC,$$

$$\therefore \angle E = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODF = 90^\circ,$$

即 EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 在 $\triangle AEF$ 中, $\because \angle E = 90^\circ$, $\sin \angle F = \frac{1}{3}$, $AE = 4$,

$$\therefore AF = \frac{AE}{\sin \angle F} = 12.$$

设 $\odot O$ 的半径为 R , 则 $OD = OA = OB = R$, $AB = 2R$.

在 $\triangle ODF$ 中, $\because \angle ODF = 90^\circ$, $\sin \angle F = \frac{1}{3}$,

$$\therefore OF = 3OD = 3R.$$

$$\because OF + OA = AF,$$

$$\therefore 3R + R = 12,$$

$$\therefore R = 3.$$

连接 BC , 则 $\angle ACB = 90^\circ$.

$$\because \angle E = 90^\circ,$$

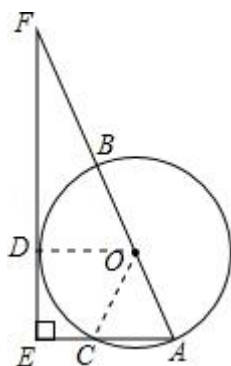
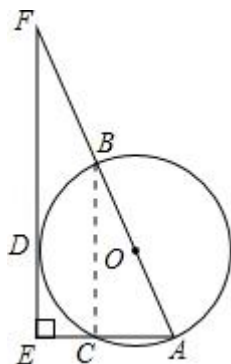
$$\therefore BC \parallel EF,$$

$$\therefore AC: AE = AB: AF,$$

$$\therefore AC: 4 = 2R: 4R,$$

$$\therefore AC = 2.$$

故 $\odot O$ 的半径为3, AC 的长为2.



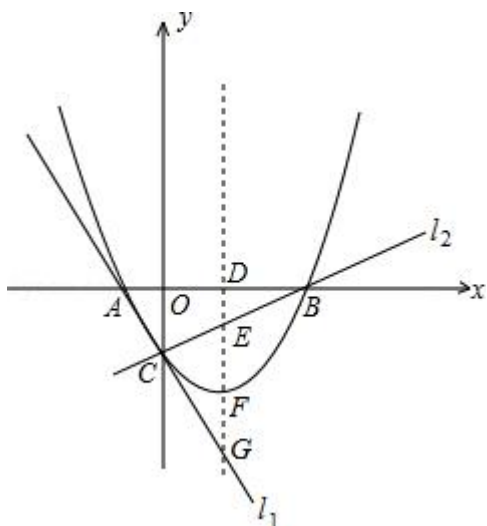
【点评】 本题考查了切线的判定, 圆周角定理, 解直角三角形及平行线分线段成比例定理, 难度中等, 综合性较强.

27. (16分) 如图, 直线 l_1 经过点 $A(-1, 0)$, 直线 l_2 经过点 $B(3, 0)$, l_1 、 l_2 均为与 y 轴交于点 $C(0, -\sqrt{3})$, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过 A 、 B 、 C 三点.

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 抛物线的对称轴依次与 x 轴交于点 D 、与 l_2 交于点 E 、与抛物线交于点 F 、与 l_1 交于点 G . 求证: $DE = EF = FG$;

(3) 若 $l_1 \perp l_2$ 于 y 轴上的 C 点处, 点 P 为抛物线上一动点, 要使 $\triangle PCG$ 为等腰三角形, 请写出符合条件的点 P 的坐标, 并简述理由.



【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】16：压轴题．

【分析】（1）已知 A 、 B 、 C 三点坐标，利用待定系数法求出抛物线的解析式；

（2） D 、 E 、 F 、 G 四点均在对称轴 $x=1$ 上，只要分别求出其坐标，就可以得到线段 DE 、 EF 、 FG 的长度．

D 是对称轴与 x 轴交点， F 是抛物线顶点，其坐标易求； E 是对称轴与直线 l_2 交点，需要求出 l_2 的解析式， G 是对称轴与 l_1 的交点，需要求出 l_1 的解析式，而 A 、 B 、 C 三点坐标已知，所以 l_1 、 l_2 的解析式可以用待定系数法求出．至此本问解决；

（3） $\triangle PCG$ 为等腰三角形，需要分三种情况讨论．如解答图所示，在解答过程中，充分注意到 $\triangle ECG$ 为含 30° 度角的直角三角形， $\triangle P_1CG$ 为等边三角形，分别利用其几何性质，则本问不难解决．

【解答】解：（1）抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 经过 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ， $C(0, -\sqrt{3})$ 三点，

$$\therefore \begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ c=-\sqrt{3} \end{cases}, \text{ 解得 } a=\frac{\sqrt{3}}{3}, b=-\frac{2}{3}\sqrt{3}, c=-\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{ 抛物线的解析式为: } y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{2}{3}\sqrt{3}x-\sqrt{3}.$$

（2）设直线 l_1 的解析式为 $y=kx+b$ ，由题意可知，直线 l_1 经过 $A(-1, 0)$ ， $C(0, -\sqrt{3})$ 两点，

$$\therefore \begin{cases} -k+b=0 \\ b=-\sqrt{3} \end{cases}, \text{ 解得 } k=-\sqrt{3}, b=-\sqrt{3}, \therefore \text{ 直线 } l_1 \text{ 的解析式为: } y=-\sqrt{3}x-\sqrt{3};$$

直线 l_2 经过 $B(3, 0)$, $C(0, -\sqrt{3})$ 两点, 同理可求得直线 l_2 解析式为: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$.

$$\therefore \text{抛物线 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2}{3}\sqrt{3}x - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)^2 - \frac{4}{3}\sqrt{3}.$$

$\therefore$ 对称轴为 $x=1$, $D(1, 0)$, 顶点坐标为 $F(1, -\frac{4}{3}\sqrt{3})$;

点 E 为 $x=1$ 与直线 $l_2: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ 的交点, 令 $x=1$, 得 $y = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$, $\therefore E(1, -\frac{2}{3}\sqrt{3})$;

点 G 为 $x=1$ 与直线 $l_1: y = -\sqrt{3}x - \sqrt{3}$ 的交点, 令 $x=1$, 得 $y = -2\sqrt{3}$, $\therefore G(1, -2\sqrt{3})$.

$\therefore$ 各点坐标为: $D(1, 0)$, $E(1, -\frac{2}{3}\sqrt{3})$, $F(1, -\frac{4}{3}\sqrt{3})$, $G(1, -2\sqrt{3})$, 它们均

位于对称轴 $x=1$ 上,

$$\therefore DE = EF = FG = \frac{2}{3}\sqrt{3}.$$

(3) 如右图, 过 C 点作 C 关于对称轴 $x=1$ 的对称点 P_1 , CP_1 交对称轴于 H 点, 连接 CF .

$\triangle PCG$ 为等腰三角形, 有三种情况:

①当 $CG = PG$ 时, 如右图, 由抛物线的对称性可知, 此时 P_1 满足 $P_1G = CG$.

$$\therefore C(0, -\sqrt{3}), \text{ 对称轴 } x=1, \therefore P_1(2, -\sqrt{3}).$$

②当 $CG = PC$ 时, 此时 P 点在抛物线上, 且 CP 的长度等于 CG .

如右图, $C(0, -\sqrt{3})$, H 点在 $x=1$ 上, $\therefore H(1, -\sqrt{3})$,

在 $\text{Rt}\triangle CHG$ 中, $CH=1$, $HG = |y_G - y_H| = |-2\sqrt{3} - (-\sqrt{3})| = \sqrt{3}$,

$$\therefore \text{由勾股定理得: } CG = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2.$$

$$\therefore PC = 2.$$

如右图, $CP_1 = 2$, 此时与①中情形重合;

又 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中, $AC = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$, $\therefore$ 点 A 满足 $PC = 2$ 的条件, 但点 A 、 C 、 G 在同一条直线上, 所以不能构成等腰三角形.

③当 $PC = PG$ 时, 此时 P 点位于线段 CG 的垂直平分线上.

$\therefore l_1 \perp l_2$, $\therefore \triangle ECG$ 为直角三角形,

由(2)可知, $EF = FG$, 即 F 为斜边 EG 的中点,

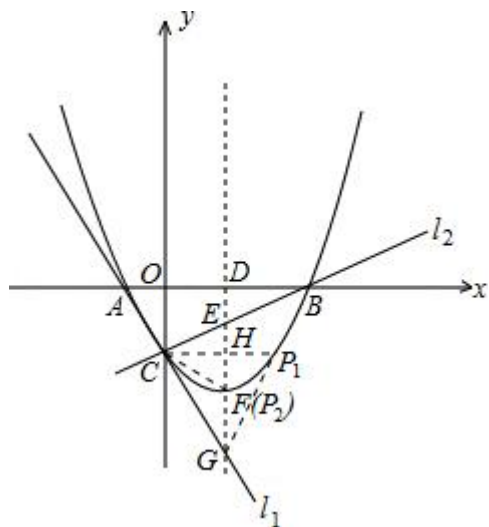
$$\therefore CF = FG, \therefore F \text{ 为满足条件的 } P \text{ 点}, \therefore P_2(1, -\frac{4}{3}\sqrt{3});$$

又 $\cos \angle CGE = \frac{CG}{EG} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore \angle CGE = 30^\circ$, $\therefore \angle HCG = 60^\circ$,

又 $P_1C = CG$, $\therefore \triangle P_1CG$ 为等边三角形,

$\therefore P_1$ 点也在 CG 的垂直平分线上, 此种情形与①重合.

综上所述, P 点的坐标为 $P_1(2, -\sqrt{3})$ 或 $P_2(1, -\frac{4}{3}\sqrt{3})$.



【点评】 作为中考压轴题, 本题考查的知识点比较多, 包括二次函数的图象与性质、待定系数法求函数 (二次函数、一次函数) 解析式、等腰三角形、等边三角形以及勾股定理等. 难点在于第 (3) 问, 需要针对等腰三角形 $\triangle PCG$ 的三种可能情况分别进行讨论, 在解题过程中, 需要充分挖掘并利用题意隐含的条件 (例如直角三角形、等边三角形), 这样可以简化解答过程.