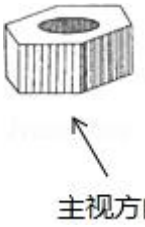
2020年福建省中考数学试卷

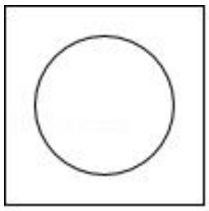
一、选择题：本题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1．（4分）$-\frac{1}{5}$的相反数是（　　）

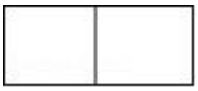
A．5　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$-\frac{1}{5}$　　D．－5

2．（4分）如图所示的六角螺母，其俯视图是（　　）



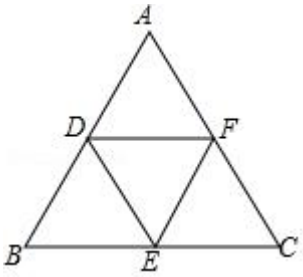
A． 

B．

C． 

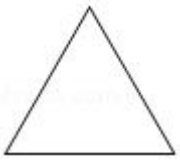
D．

3．（4分）如图，面积为1的等边三角形ABC中，D，E，F分别是AB，BC，CA的中点，则△DEF的面积是（　　）



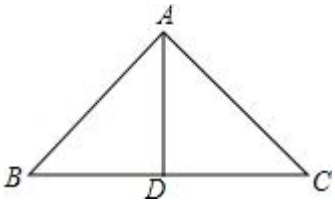
A．1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

4．（4分）下列给出的等边三角形、平行四边形、圆及扇形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A．  　　B．

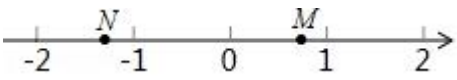
C． 　　D．

5．（4 分）如图，*AD* 是等腰三角形 *ABC* 的顶角平分线，*BD* = 5，则 *CD* 等于（　　）



A．10　　B．5　　C．4　　D．3

6．（4 分）如图，数轴上两点 *M*，*N* 所对应的实数分别为 *m*，*n*，则 *m* - *n* 的结果可能是（　　）



A．-1　　B．1　　C．2　　D．3

7．（4 分）下列运算正确的是（　　）

A．$3a^2 - a^2 = 3$　　B．$(a+b)^2 = a^2+b^2$

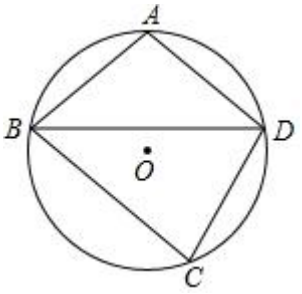
C．$(-3ab^2)^2 = -6a^2b^4$　　D．$a \cdot a^{-1} = 1\ (a \neq 0)$

8．（4 分）我国古代著作《四元玉鉴》记载“买椽多少”问题：“六贯二百一十钱，倩人去买几株椽．每株脚钱三文足，无钱准与一株椽．”其大意为：现请人代买一批椽，这批椽的价钱为 6210 文．如果每株椽的运费是 3 文，那么少拿一株椽后，剩下的椽的运费恰好等于一株椽的价钱，试问 6210 文能买多少株椽？设这批椽的数量为 *x* 株，则符合题意的方程是（　　）

A．$3(x-1) = \frac{6210}{x}$　　B．$\frac{6210}{x-1} = 3$

C．$3x - 1 = \frac{6210}{x}$　　D．$\frac{6210}{x} = 3$

9．（4 分）如图，四边形 *ABCD* 内接于⊙*O*，*AB* = *CD*，*A* 为 $\overset{\frown}{BD}$ 中点，∠*BDC* = 60°，则∠*ADB* 等于（　　）



A．40°　　B．50°　　C．60°　　D．70°

10．（4 分）已知 P_1（x_1，y_1），P_2（x_2，y_2）是抛物线 $y = ax^2 - 2ax$ 上的点，下列命题正确的是（　　）

A．若$|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$，则 $y_1 > y_2$　　B．若$|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$，则 $y_1 < y_2$

C．若$|x_1 - 1| = |x_2 - 1|$，则 $y_1 = y_2$　　D．若 $y_1 = y_2$，则 $x_1 = x_2$

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．

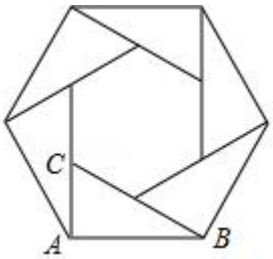
11．（4 分）$|-8| =$ _____．

12．（4 分）若从甲、乙、丙 3 位“爱心辅学”志愿者中随机选 1 位为学生在线辅导功课，则甲被选到的概率为_____．

13．（4 分）一个扇形的圆心角是 90°，半径为 4，则这个扇形的面积为_____．（结果保留π）

14．（4 分）2020 年 6 月 9 日，我国全海深自主遥控潜水器“海斗一号”在马里亚纳海沟刷新了我国潜水器下潜深度的纪录，最大下潜深度达 10907 米．假设以马里亚纳海沟所在海域的海平面为基准，记为 0 米，高于马里亚纳海沟所在海域的海平面 100 米的某地的高度记为+100 米，根据题意，“海斗一号”下潜至最大深度 10907 米处，该处的高度可记为_____米．

15．（4 分）如图所示的六边形花环是用六个全等的直角三角形拼成的，则$\angle ABC =$ _____度．



16．（4 分）设 A，B，C，D 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的任意四点，现有以下结论：

①四边形 $ABCD$ 可以是平行四边形；

②四边形 $ABCD$ 可以是菱形；

③四边形 $ABCD$ 不可能是矩形；

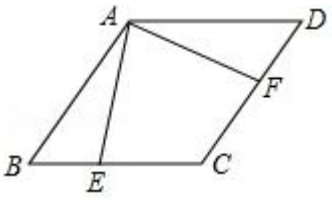
④四边形 $ABCD$ 不可能是正方形．

其中正确的是_____．（写出所有正确结论的序号）

三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（8 分）解不等式组：$\begin{cases}2x\leqslant 6-x, & ①\\ 3x+1>2(x-1). & ②\end{cases}$

18．（8 分）如图，点 E，F 分别在菱形 $ABCD$ 的边 BC，CD 上，且 $BE=DF$．求证：$\angle BAE=\angle DAF$．



19．（8 分）先化简，再求值：$(1-\frac{1}{x+2})\div\frac{x^2-1}{x+2}$，其中 $x=\sqrt{2}+1$．

20．（8 分）某公司经营甲、乙两种特产，其中甲特产每吨成本价为 10 万元，销售价为 10.5 万元；乙特产每吨成本价为 1 万元，销售价为 1.2 万元．由于受有关条件限制，该公司每月这两种特产的销售量之和都是 100 吨，且甲特产的销售量都不超过 20 吨．

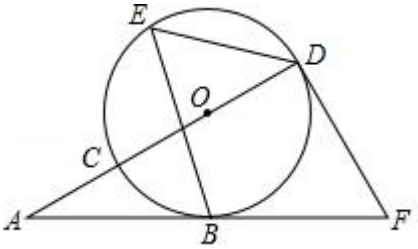
（1）若该公司某月销售甲、乙两种特产的总成本为 235 万元，问这个月该公司分别销售甲、乙两种特产各多少吨?

（2）求该公司一个月销售这两种特产所能获得的最大总利润．

21．（8 分）如图，AB 与⊙O 相切于点 B，AO 交⊙O 于点 C，AO 的延长线交⊙O 于点 D，E 是$\overset{\frown}{BCD}$上不与 B，D 重合的点，$\sin A=\frac{1}{2}$．

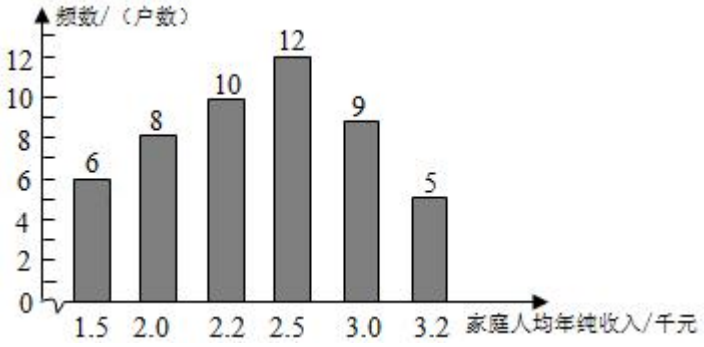
（1）求 $\angle BED$ 的大小；

（2）若⊙O 的半径为 3，点 F 在 AB 的延长线上，且 $BF=3\sqrt{3}$，求证：DF 与⊙O 相切．



22．（10 分）为贯彻落实党中央关于全面建成小康社会的战略部署，某贫困地区的广大党员干部深入农村积极开展“精准扶贫”工作．经过多年的精心帮扶，截至 2019 年底，按照农民人均年纯收入 3218 元的脱贫标准，该地区只剩少量家庭尚未脱贫．现从这些尚未脱

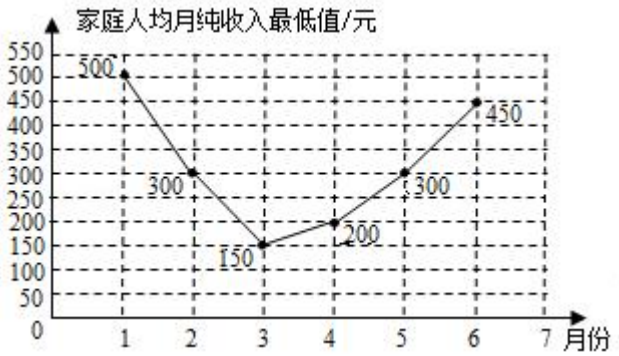
贫的家庭中随机抽取 50 户，统计其 2019 年的家庭人均年纯收入，得到如图 1 所示的条形图．



（1）如果该地区尚未脱贫的家庭共有 1000 户，试估计其中家庭人均年纯收入低于 2000 元（不含 2000 元）的户数；

（2）估计 2019 年该地区尚未脱贫的家庭人均年纯收入的平均值；

（3）2020 年初，由于新冠疫情，农民收入受到严重影响，上半年当地农民家庭人均月纯收入的最低值变化情况如图 2 的折线图所示．为确保当地农民在 2020 年全面脱贫，当地政府积极筹集资金，引进某科研机构的扶贫专项项目．据预测，随着该项目的实施，当地农民自 2020 年 6 月开始，以后每月家庭人均月纯收入都将比上一个月增加 170 元．

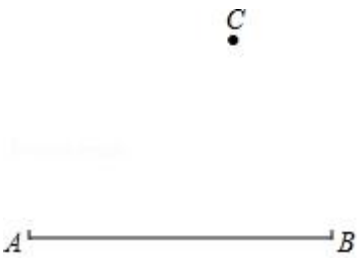


已知 2020 年农村脱贫标准为农民人均年纯收入 4000 元，试根据以上信息预测该地区所有贫困家庭能否在今年实现全面脱贫．

23．（10 分）如图，C 为线段 AB 外一点．

（1）求作四边形 $ABCD$，使得 $CD \parallel AB$，且 $CD = 2AB$；（要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的四边形 $ABCD$ 中，AC，BD 相交于点 P，AB，CD 的中点分别为 M，N，求证：M，P，N 三点在同一条直线上．



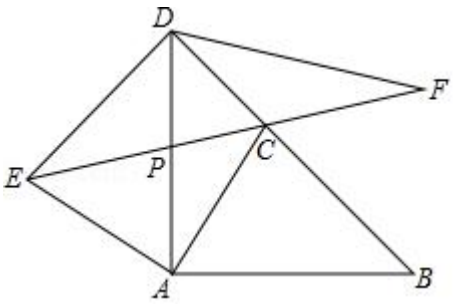
24.（12 分）如图，△*ADE* 由△*ABC* 绕点 *A* 按逆时针方向旋转 90° 得到，且点 *B* 的对应点 *D* 恰好落在 *BC* 的延长线上，*AD*，*EC* 相交于点 *P*.

（1）求∠*BDE* 的度数；

（2）*F* 是 *EC* 延长线上的点，且∠*CDF* = ∠*DAC*.

①判断 *DF* 和 *PF* 的数量关系，并证明；

②求证：$\frac{EP}{PF}=\frac{PC}{CF}$.



25.（14 分）已知直线 l_1：$y=-2x+10$ 交 *y* 轴于点 *A*，交 *x* 轴于点 *B*，二次函数的图象过 *A*，*B* 两点，交 *x* 轴于另一点 *C*，*BC* = 4，且对于该二次函数图象上的任意两点 $P_1(x_1, y_1)$，$P_2(x_2, y_2)$，当 $x_1 > x_2 \geq 5$ 时，总有 $y_1 > y_2$.

（1）求二次函数的表达式；

（2）若直线 l_2：$y=mx+n$（$n \neq 10$），求证：当 $m=-2$ 时，$l_2 /\!/ l_1$；

（3）*E* 为线段 *BC* 上不与端点重合的点，直线 l_3：$y=-2x+q$ 过点 *C* 且交直线 *AE* 于点 *F*，求△*ABE* 与△*CEF* 面积之和的最小值.

2020年福建省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1．（4分）$-\frac{1}{5}$的相反数是（　　）

A．5　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$-\frac{1}{5}$　　D．-5

【考点】14：相反数．

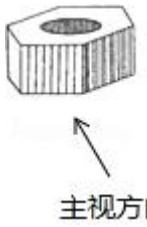
【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数．

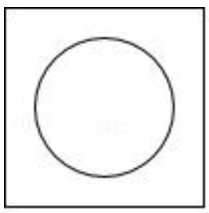
【解答】解：$-\frac{1}{5}$的相反数是$\frac{1}{5}$，

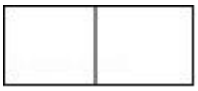
故选：B．

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数．

2．（4分）如图所示的六角螺母，其俯视图是（　　）



A．  　　B．

C．  　　D．

【考点】U2：简单组合体的三视图．

【专题】55F：投影与视图；64：几何直观．

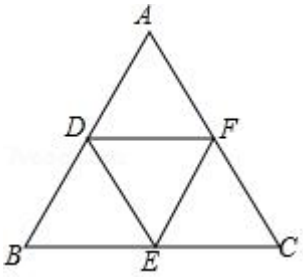
【分析】根据俯视图是从上面看得到的图形，可得答案．

【解答】解：从上面看，是一个正六边形，六边形的中间是一个圆．

故选：B．

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，利用三视图的意义是解题关键．

3．（4 分）如图，面积为 1 的等边三角形 ABC 中，D，E，F 分别是 AB，BC，CA 的中点，则△DEF 的面积是（　　）



A．1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

【考点】KK：等边三角形的性质；KX：三角形中位线定理．

【专题】552：三角形；554：等腰三角形与直角三角形；67：推理能力．

【分析】根据三角形的中位线定理和相似三角形的判定和性质定理即可得到结论．

【解答】解：∵D，E，F 分别是 AB，BC，CA 的中点，

∴$DE=\frac{1}{2}AC$，$DF=\frac{1}{2}BC$，$EF=\frac{1}{2}AB$，

∴$\frac{DF}{BC}=\frac{EF}{AB}=\frac{DE}{AC}=\frac{1}{2}$，

∴△DEF∽△ABC，

∴$\frac{S_{△DEF}}{S_{△ABC}}=(\frac{DE}{AC})^2=(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$，

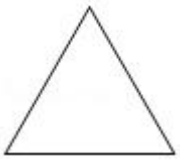
∵等边三角形 ABC 的面积为 1，

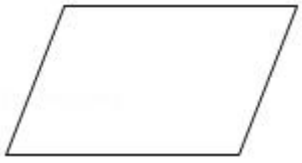
∴△DEF 的面积是$\frac{1}{4}$，

故选：D．

【点评】本题考查了三角形中位线定理，等边三角形的性质，相似三角形的判定和性质，熟练掌握三角形的中位线定理是解题的关键．

4．（4 分）下列给出的等边三角形、平行四边形、圆及扇形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A． 

B． 

C． 　　D．

【考点】P3：轴对称图形；R5：中心对称图形．

【专题】55F：投影与视图；64：几何直观．

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

【解答】解：*A*．等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形；

B．平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形；

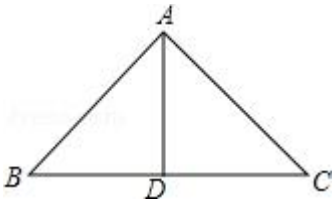
C．圆既是轴对称图形又是中心对称图形；

D．扇形是轴对称图形，不是中心对称图形．

故选：*C*．

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

5．（4 分）如图，*AD* 是等腰三角形 *ABC* 的顶角平分线，*BD* = 5，则 *CD* 等于（　　）



A．10　　B．5　　C．4　　D．3

【考点】KH：等腰三角形的性质．

【专题】554：等腰三角形与直角三角形；64：几何直观．

【分析】根据等腰三角形三线合一的性质即可求解．

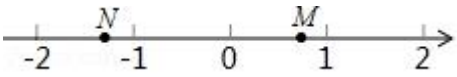
【解答】解：∵*AD* 是等腰三角形 *ABC* 的顶角平分线，*BD* = 5，

∴*CD* = 5．

故选：*B*．

【点评】考查了等腰三角形的性质，等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合．

6．（4 分）如图，数轴上两点 *M*，*N* 所对应的实数分别为 *m*，*n*，则 *m* - *n* 的结果可能是（　　）



A．﹣1　　B．1　　C．2　　D．3

【考点】29：实数与数轴．

【专题】511：实数；66：运算能力．

【分析】根据在数轴上表示的两个实数，右边的总比左边的大可得﹣2＜n＜﹣1＜0＜m＜1，m﹣n的结果可能是2．

【解答】解：∵M，N所对应的实数分别为m，n，

∴﹣2＜n＜﹣1＜0＜m＜1，

∴m﹣n的结果可能是2．

故选：C．

【点评】本题考查了实数与数轴，利用数轴可以比较任意两个实数的大小，即在数轴上表示的两个实数，右边的总比左边的大，在原点左侧，绝对值大的反而小．

7．（4分）下列运算正确的是（　　）

A．$3a^2-a^2=3$　　B．$(a+b)^2=a^2+b^2$

C．$(-3ab^2)^2=-6a^2b^4$　　D．$a\cdot a^{-1}=1$（$a\neq 0$）

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；4C：完全平方公式；6F：负整数指数幂．

【专题】512：整式；66：运算能力．

【分析】根据合并同类项法则，完全平方公式，幂的乘方和积的乘方，负整数指数幂分别求出每个式子的值，再判断即可．

【解答】解：A、原式$=2a^2$，故本选项不符合题意；

B、原式$=a^2+2ab+b^2$，故本选项不符合题意；

C、原式$=9a^2b^4$，故本选项不符合题意；

D、原式$=a\cdot\frac{1}{a}=1$，故本选项符合题意；

故选：D．

【点评】本题考查了合并同类项法则，完全平方公式，幂的乘方和积的乘方，负整数指数幂等知识点，能正确求出每个式子的值是解此题的关键．

8．（4分）我国古代著作《四元玉鉴》记载“买椽多少”问题：“六贯二百一十钱，倩人去买几株椽．每株脚钱三文足，无钱准与一株椽．”其大意为：现请人代买一批椽，这批椽

的价钱为 6210 文．如果每株椽的运费是 3 文，那么少拿一株椽后，剩下的椽的运费恰好等于一株椽的价钱，试问 6210 文能买多少株椽？设这批椽的数量为 x 株，则符合题意的方程是（　　）

A．$3(x-1)=\frac{6210}{x}$　　B．$\frac{6210}{x-1}=3$

C．$3x-1=\frac{6210}{x}$　　D．$\frac{6210}{x}=3$

【考点】B6：由实际问题抽象出分式方程．

【专题】522：分式方程及应用；67：推理能力．

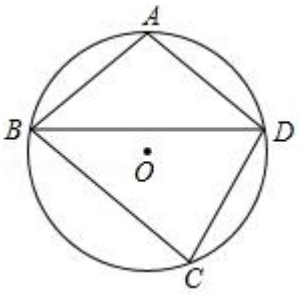
【分析】根据单价 = 总价 ÷ 数量结合少拿一株椽后剩下的椽的运费恰好等于一株椽的价钱，即可得出关于 x 的分式方程，此题得解．

【解答】解：依题意，得：$3(x-1)=\frac{6210}{x}$．

故选：A．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键．

9．（4 分）如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，$AB=CD$，A 为$\overset{\frown}{BD}$中点，$\angle BDC=60°$，则∠ADB 等于（　　）



A．40°　　B．50°　　C．60°　　D．70°

【考点】M4：圆心角、弧、弦的关系；M5：圆周角定理．

【专题】559：圆的有关概念及性质；66：运算能力．

【分析】求出$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，根据圆周角$\angle BDC$ 的度数求出它所对的$\overset{\frown}{BC}$的度数，求出$\overset{\frown}{AB}$的度数，再求出答案即可．

【解答】解：∵A 为$\overset{\frown}{BD}$中点，

∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$，

∵$AB=CD$，

∴ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$,

∴ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$,

∵圆周角$\angle BDC=60°$，

∴$\angle BDC$对的$\overset{\frown}{BC}$的度数是$2\times 60°=120°$，

∴$\overset{\frown}{AB}$的度数是$\frac{1}{3}\times(360°-120°)=80°$，

∴$\overset{\frown}{AB}$对的圆周角$\angle ADB$的度数是$\frac{1}{2}\times 80°=40°$，

故选：A.

【点评】本题考查了圆周角定理，圆心角、弧、弦之间的关系等知识点，能根据定理求出$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$是解此题的关键.

10.（4分）已知$P_1(x_1, y_1)$，$P_2(x_2, y_2)$是抛物线$y=ax^2-2ax$上的点，下列命题正确的是（　　）

A．若$|x_1-1|>|x_2-1|$，则$y_1>y_2$　　B．若$|x_1-1|>|x_2-1|$，则$y_1<y_2$

C．若$|x_1-1|=|x_2-1|$，则$y_1=y_2$　　D．若$y_1=y_2$，则$x_1=x_2$

【考点】O1：命题与定理.

【专题】535：二次函数图象及其性质；69：应用意识.

【分析】根据题目中的抛物线和二次函数的性质，利用分类讨论的方法可以判断各个选项中的说法是否正确，从而可以解答本题.

【解答】解：∵抛物线$y=ax^2-2ax=a(x-1)^2-a$，

∴该抛物线的对称轴是直线$x=1$，

当$a>0$时，若$|x_1-1|>|x_2-1|$，则$y_1>y_2$，故选项B错误；

当$a<0$时，若$|x_1-1|>|x_2-1|$，则$y_1<y_2$，故选项A错误；

若$|x_1-1|=|x_2-1|$，则$y_1=y_2$，故选项C正确；

若$y_1=y_2$，则$|x_1-1|=|x_2-1|$，故选项D错误；

故选：C.

【点评】本题考查二次函数的性质，命题与定理，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答.

二、填空题：本题共6小题，每小题4分，共24分.

11.（4分）$|-8|=$ 8 .

【考点】15：绝对值．

【专题】11：计算题．

【分析】负数的绝对值是其相反数．

【解答】解：∵ ﹣8＜0，

∴|﹣8|＝﹣（﹣8）＝8．

故答案为：8．

【点评】本题考查绝对值的化简，正数的绝对值是其本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0．

12．（4 分）若从甲、乙、丙 3 位“爱心辅学”志愿者中随机选 1 位为学生在线辅导功课，则甲被选到的概率为__$\frac{1}{3}$__．

【考点】X4：概率公式．

【专题】543：概率及其应用；65：数据分析观念．

【分析】直接利用概率公式求解可得．

【解答】解：∵从甲、乙、丙 3 位“爱心辅学”志愿者中随机选 1 位共有 3 种等可能结果，其中甲被选中只有 1 种结果，

∴甲被选到的概率为$\frac{1}{3}$，

故答案为：$\frac{1}{3}$．

【点评】本题主要考查概率公式，解题的关键是掌握随机事件 A 的概率 P（A）＝事件 A 可能出现的结果数÷所有可能出现的结果数．

13．（4 分）一个扇形的圆心角是 90° ，半径为 4，则这个扇形的面积为__4π__．（结果保留 π）

【考点】MO：扇形面积的计算．

【专题】55C：与圆有关的计算；69：应用意识．

【分析】利用扇形的面积公式计算即可．

【解答】解：$S_{扇形}=\frac{90\cdot\pi\cdot4^2}{360}=4\pi$，

故答案为 4π．

【点评】本题考查扇形的面积，解题的关键是记住扇形的面积＝$\frac{n\cdot\pi\cdot r^2}{360}=\frac{1}{2}lr$（$r$ 是扇形的半径，l 是扇形的弧长）．

14.（4 分）2020 年 6 月 9 日，我国全海深自主遥控潜水器“海斗一号”在马里亚纳海沟刷新了我国潜水器下潜深度的纪录，最大下潜深度达 10907 米．假设以马里亚纳海沟所在海域的海平面为基准，记为 0 米，高于马里亚纳海沟所在海域的海平面 100 米的某地的高度记为+100 米，根据题意，“海斗一号”下潜至最大深度 10907 米处，该处的高度可记为___－10907__米．

【考点】11：正数和负数．

【专题】511：实数；61：数感；69：应用意识．

【分析】在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示，理解了“正”与“负”的意义后再根据题意作答．

【解答】解：∵规定以马里亚纳海沟所在海域的海平面 0 米，高于海平面的高度记为正数，

∴低于海平面的高度记为负数，

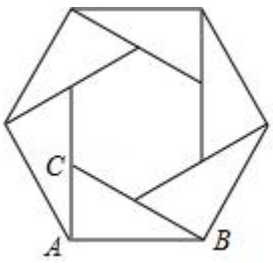
∵“海斗一号”下潜至最大深度 10907 米处，

∴该处的高度可记为－10907 米．

故答案为：－10907．

【点评】本题考查了正数和负数．解题关键是理解“正”和“负”的相对性，确定一对具有相反意义的量．

15.（4 分）如图所示的六边形花环是用六个全等的直角三角形拼成的，则∠ABC = __30__度．



【考点】L3：多边形内角与外角．

【专题】555：多边形与平行四边形；55B：正多边形与圆；66：运算能力．

【分析】由于六边形花环是用六个全等的直角三角形拼成的，所以这个六边形是正六边形，先算出正六边形每个内角的度数，即可求出∠ABC 的度数．

【解答】解：正六边形的每个内角的度数为：$\frac{(6-2)\cdot 180^\circ}{6}=120^\circ$，

所以∠ABC = 120° －90° = 30°，

故答案为：30．

【点评】本题考查了多边形内角和定理．解题的关键是会计算正六边形的每个内角的度数．

16．（4 分）设 A，B，C，D 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上的任意四点，现有以下结论：

①四边形 $ABCD$ 可以是平行四边形；

②四边形 $ABCD$ 可以是菱形；

③四边形 $ABCD$ 不可能是矩形；

④四边形 $ABCD$ 不可能是正方形．

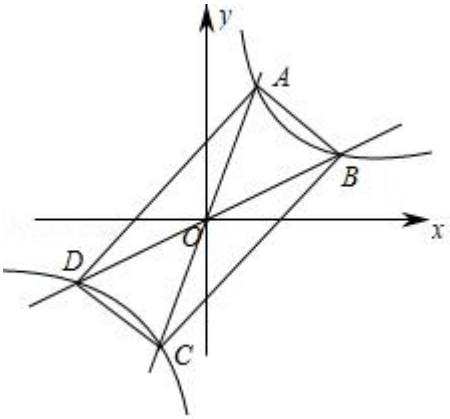
其中正确的是 ①④ ．（写出所有正确结论的序号）

【考点】G6：反比例函数图象上点的坐标特征；L7：平行四边形的判定与性质；LA：菱形的判定与性质；LD：矩形的判定与性质；LF：正方形的判定．

【专题】534：反比例函数及其应用；69：应用意识．

【分析】如图，过点 O 任意作两条直线分别交反比例函数的图象于 A，C，B，D，得到四边形 $ABCD$．证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形即可解决问题．

【解答】解：如图，过点 O 任意作两条直线分别交反比例函数的图象于 A，C，B，D，得到四边形 $ABCD$．



由对称性可知，$OA=OC$，$OB=OD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

当 $OA=OC=OB=OD$ 时，四边形 $ABCD$ 是矩形．

∵反比例函数的图象在一，三象限，

∴直线 AC 与直线 BD 不可能垂直，

∴四边形 $ABCD$ 不可能是菱形或正方形，

故选项①④正确，

故答案为①④，

【点评】本题考查反比例函数的性质，平行四边形的判定，矩形的判定，菱形的判定，正方形的判定等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（8 分）解不等式组：$\begin{cases}2x\leqslant 6-x, & ①\\ 3x+1>2(x-1). & ②\end{cases}$

【考点】CB：解一元一次不等式组．

【专题】524：一元一次不等式(组)及应用；66：运算能力．

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集．

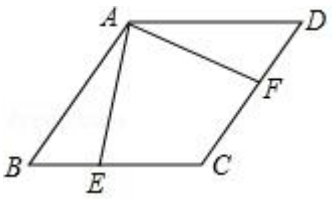
【解答】解：解不等式①，得：$x\leq 2$，

解不等式②，得：$x>-3$，

则不等式组的解集为 $-3<x\leq 2$．

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

18．（8 分）如图，点 E，F 分别在菱形 $ABCD$ 的边 BC，CD 上，且 $BE=DF$．求证：$\angle BAE=\angle DAF$．



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；L8：菱形的性质．

【专题】14：证明题；556：矩形 菱形 正方形；67：推理能力．

【分析】根据菱形的性质可得 $\angle B=\angle D$，$AB=AD$，再证明 $\triangle ABE\cong\triangle ADF$，即可得 $\angle BAE=\angle DAF$．

【解答】证明：四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore\angle B=\angle D$，$AB=AD$，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADF$ 中，

$\begin{cases}AB=AD\\ \angle B=\angle D,\\ BE=DF\end{cases}$

$\therefore\triangle ABE\cong\triangle ADF$（$SAS$），

∴∠BAE = ∠DAF.

【点评】本题考查了菱形的性质、全等三角形的判定与性质，解决本题的关键是掌握菱形的性质.

19.（8 分）先化简，再求值：（1 - $\frac{1}{x+2}$）÷$\frac{x^2-1}{x+2}$，其中 $x=\sqrt{2}+1$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【专题】11：计算题.

【分析】先把括号内通分，再计算括号内的减法运算和把除法运算化为乘法运算，然后把分母因式分解后进行约分得到原式 = $\frac{1}{x-1}$，再把 x 的值代入计算即可.

【解答】解：原式 = $\frac{x+2-1}{x+2}\cdot\frac{x+2}{(x+1)(x-1)}$

= $\frac{1}{x-1}$，

当 $x=\sqrt{2}+1$时，原式 = $\frac{1}{\sqrt{2}+1-1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】本题考查了分式的化简求值：先把分式的分子或分母因式分解，再进行通分或约分，得到最简分式或整式，然后把满足条件的字母的值代入计算得到对应的分式的值.

20.（8 分）某公司经营甲、乙两种特产，其中甲特产每吨成本价为 10 万元，销售价为 10.5 万元；乙特产每吨成本价为 1 万元，销售价为 1.2 万元．由于受有关条件限制，该公司每月这两种特产的销售量之和都是 100 吨，且甲特产的销售量都不超过 20 吨.

（1）若该公司某月销售甲、乙两种特产的总成本为 235 万元，问这个月该公司分别销售甲、乙两种特产各多少吨?

（2）求该公司一个月销售这两种特产所能获得的最大总利润.

【考点】8A：一元一次方程的应用；FH：一次函数的应用.

【专题】521：一次方程（组）及应用；533：一次函数及其应用；66：运算能力；69：应用意识.

【分析】（1）根据题意，可以列出相应的一元一次方程，从而可以求得这个月该公司销售甲、乙两种特产分别为多少吨；

（2）根据题意，可以得到利润与甲种特产数量的函数关系式，再根据甲种特产的取值范围和一次函数的性质，可以得到利润的最大值.

【解答】解：（1）设销售甲种特产 x 吨，则销售乙种特产（100 - x）吨，

10x+（100 - x）×1 = 235，

解得，$x=15$，

$\therefore 100-x=85$，

答：这个月该公司销售甲、乙两种特产分别为 15 吨，85 吨；

（2）设利润为 w 万元，销售甲种特产 a 吨，

$w=(10.5-10)a+(1.2-1)\times(100-a)=0.3a+20$，

$\because 0\leq a\leq 20$，

$\therefore$ 当 $a=20$ 时，w 取得最大值，此时 $w=26$，

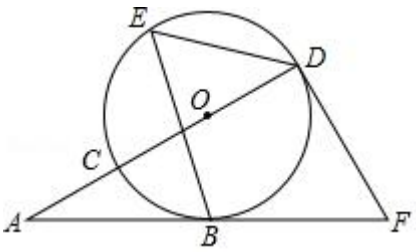
答：该公司一个月销售这两种特产所能获得的最大总利润是 26 万元．

【点评】本题考查一次函数的应用、一元一次方程的应用，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质和方程的知识解答．

21．（8 分）如图，AB 与⊙O 相切于点 B，AO 交⊙O 于点 C，AO 的延长线交⊙O 于点 D，E 是$\overset{\frown}{BCD}$上不与 B，D 重合的点，$\sin A=\frac{1}{2}$．

（1）求∠BED 的大小；

（2）若⊙O 的半径为 3，点 F 在 AB 的延长线上，且 $BF=3\sqrt{3}$，求证：DF 与⊙O 相切．



【考点】M2：垂径定理；M5：圆周角定理；ME：切线的判定与性质；T7：解直角三角形．

【专题】553：图形的全等；559：圆的有关概念及性质；55A：与圆有关的位置关系；55E：解直角三角形及其应用；67：推理能力．

【分析】（1）连接 OB，由切线求出∠ABO 的度数，再由三角函数求出∠A，由三角形的外角性质求得∠BOD，最后由圆周解与圆心角的关系求得结果；

（2）连接 OF，OB，证明△BOF≌△DOF，得∠ODF = ∠OBF = 90°，便可得结论．

【解答】解：（1）连接 OB，如图 1，

$\because AB$ 与⊙O 相切于点 B，

$\therefore$ ∠ABO = 90°，

$\because \sin A=\frac{1}{2}$，

∴ $\angle A = 30°$ ，

∴ $\angle BOD = \angle ABO + \angle A = 120°$ ，

∴ $\angle BED = \frac{1}{2}\angle BOD = 60°$ ；

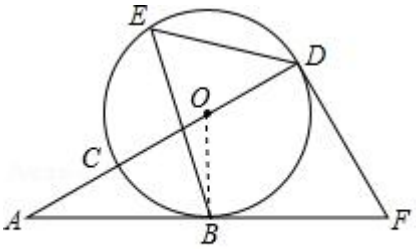


图1

（2）连接 OF，OB，如图 2，

∵ AB 是切线，

∴ $\angle OBF = 90°$ ，

∵ $BF = 3\sqrt{3}$，$OB = 3$，

∴ $\tan\angle BOF = \frac{BF}{OB} = \sqrt{3}$，

∴ $\angle BOF = 60°$ ，

∵ $\angle BOD = 120°$ ，

∴ $\angle BOF = \angle DOF = 60°$ ，

在△BOF 和△DOF 中，

$$\begin{cases} OB = OD \\ \angle BOF = \angle DOF, \\ OF = OF \end{cases}$$

∴ △BOF ≌ △DOF（SAS），

∴ $\angle OBF = \angle ODF = 90°$ ，

∴ DF 与⊙O 相切．

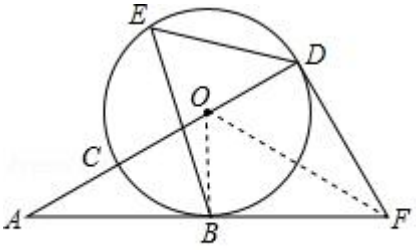
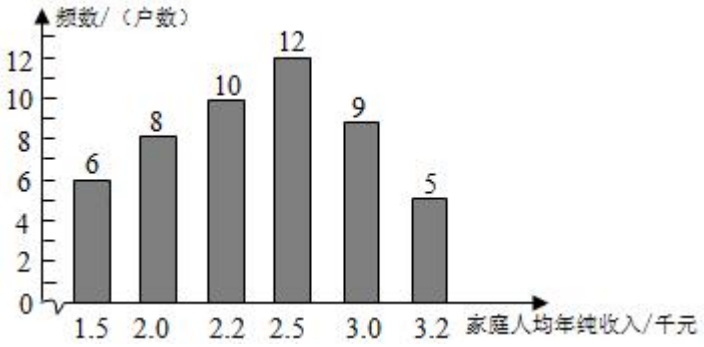


图2

【点评】本题主要考查了圆的切线的性质与判定，解直角三角形，圆周角定理，全等三

角形的性质与判定，第（2）题关键是证明三角形全等．

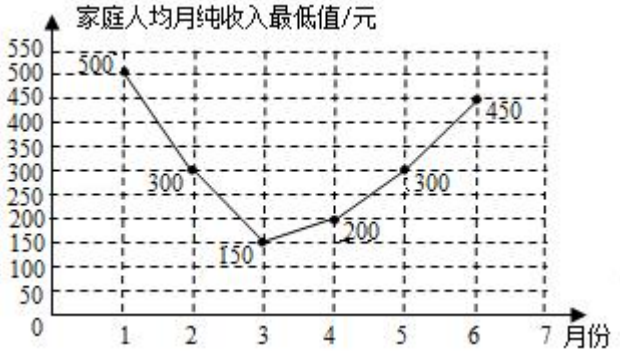
22．（10 分）为贯彻落实党中央关于全面建成小康社会的战略部署，某贫困地区的广大党员干部深入农村积极开展“精准扶贫”工作．经过多年的精心帮扶，截至 2019 年底，按照农民人均年纯收入 3218 元的脱贫标准，该地区只剩少量家庭尚未脱贫．现从这些尚未脱贫的家庭中随机抽取 50 户，统计其 2019 年的家庭人均年纯收入，得到如图 1 所示的条形图．



（1）如果该地区尚未脱贫的家庭共有 1000 户，试估计其中家庭人均年纯收入低于 2000 元（不含 2000 元）的户数；

（2）估计 2019 年该地区尚未脱贫的家庭人均年纯收入的平均值；

（3）2020 年初，由于新冠疫情，农民收入受到严重影响，上半年当地农民家庭人均月纯收入的最低值变化情况如图 2 的折线图所示．为确保当地农民在 2020 年全面脱贫，当地政府积极筹集资金，引进某科研机构的扶贫专项项目．据预测，随着该项目的实施，当地农民自 2020 年 6 月开始，以后每月家庭人均月纯收入都将比上一个月增加 170 元．



已知 2020 年农村脱贫标准为农民人均年纯收入 4000 元，试根据以上信息预测该地区所有贫困家庭能否在今年实现全面脱贫．

【考点】V5：用样本估计总体；VC：条形统计图；VD：折线统计图；W2：加权平均数．

【专题】542：统计的应用；65：数据分析观念；66：运算能力．

【分析】（1）用 2000 乘以样本中家庭人均纯收入低于 2000 元（不含 2000 元）的频率即可；

（2）利用加权平均数进行计算即可；

（3）求出当地农民 2020 年家庭人均年纯收入与 4000 进行大小比较即可．

【解答】解：（1）根据题意，可估计该地区尚未脱贫的 1000 户家庭中，家庭人均年纯收入低于 2000 元（不含 2000 元）的户数为：

$1000 \times \frac{6}{50} = 120$；

（2）根据题意，可估计该地区尚未脱贫的家庭 2019 年家庭人均年纯收入的平均值为：

$\frac{1}{50} \times (1.5 \times 6+2.0 \times 8+2.2 \times 10+2.5 \times 12+3.0 \times 9+3.2 \times 5)$

$= 2.4$（千元）；

（3）根据题意，得，

2020 年该地区农民家庭人均月纯收入的最低值如下：

月份	1	2	3	4	5	6
人均月纯收入（元）	500	300	150	200	300	450

月份	7	8	9	10	11	12
人均月纯收入（元）	620	790	960	1130	1300	1470

由上表可知当地农民 2020 年家庭人均年纯收入不低于：

500+300+150+200+300+450+620+790+960+1130+1300+1470

$> 960+1130+1300+1470 > 4000$．

所以可以预测该地区所有贫困家庭能在今年实现全面脱贫．

【点评】本题考查了折线统计图、用样本估计总体、条形统计图、加权平均数，考查运算能力、推理能力、考查统计思想．

23．（10 分）如图，C 为线段 AB 外一点．

（1）求作四边形 $ABCD$，使得 $CD \parallel AB$，且 $CD = 2AB$；（要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的四边形 $ABCD$ 中，AC，BD 相交于点 P，AB，CD 的中点分别为 M，N，求证：M，P，N 三点在同一条直线上．

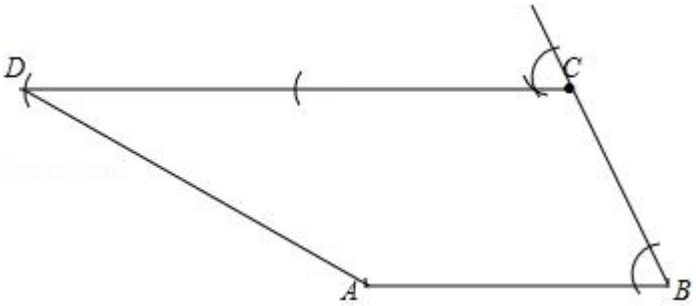
【考点】N3：作图—复杂作图；S9：相似三角形的判定与性质．

【专题】13：作图题；14：证明题；35：转化思想；55D：图形的相似；55G：尺规作图；64：几何直观；67：推理能力．

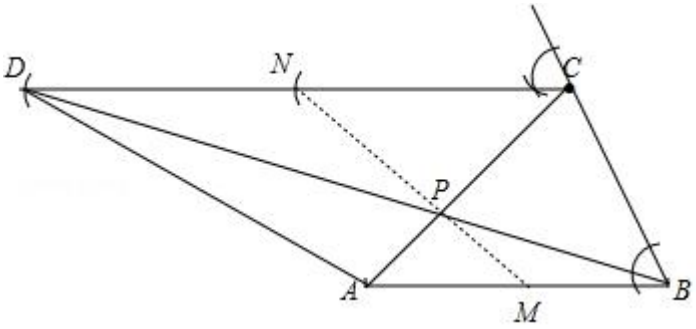
【分析】（1）利用尺规作图作 $CD\parallel AB$，且 $CD=2AB$，即可作出四边形 $ABCD$；

（2）在（1）的四边形 $ABCD$ 中，根据相似三角形的判定与性质即可证明 M，P，N 三点在同一条直线上．

【解答】解：（1）如图，四边形 $ABCD$ 即为所求；



（2）如图，



$\because CD\parallel AB$，

$\therefore \angle ABP=\angle CDP$，$\angle BAP=\angle DCP$，

$\therefore \triangle ABP\backsim\triangle CDP$，

$\therefore \frac{AB}{CD}=\frac{AP}{PC}$，

$\because AB$，CD 的中点分别为 M，N，

$\therefore AB=2AM$，$CD=2CN$，

$\therefore \frac{AM}{CN}=\frac{AP}{PC}$，

连接 MP，NP，

$\because \angle BAP=\angle DCP$，

$\therefore \triangle APM\backsim\triangle CPN$，

$\therefore \angle APM=\angle CPN$，

$\because$点 P 在 AC 上，

$\therefore \angle APM+\angle CPM=180^\circ$，

$\therefore \angle CPN+\angle CPM=180^\circ$，

$\therefore M$，P，N 三点在同一条直线上．

【点评】本题考查了作图－复杂作图、相似三角形的判定与性质，解决本题的关键是掌握相似三角形的判定与性质．

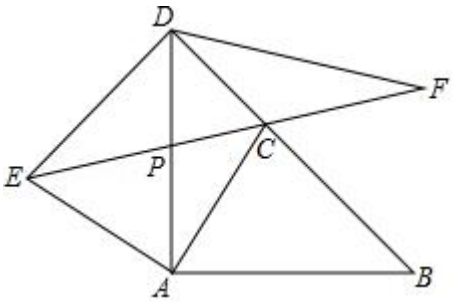
24．（12 分）如图，$\triangle ADE$ 由 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到，且点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 的延长线上，AD，EC 相交于点 P．

（1）求 $\angle BDE$ 的度数；

（2）F 是 EC 延长线上的点，且 $\angle CDF=\angle DAC$．

①判断 DF 和 PF 的数量关系，并证明；

②求证：$\frac{EP}{PF}=\frac{PC}{CF}$．



【考点】SO：相似形综合题．

【专题】152：几何综合题；55D：图形的相似；66：运算能力；67：推理能力．

【分析】（1）由旋转的性质得出 $AB=AD$，$\angle BAD=90^\circ$，$\triangle ABC\cong\triangle ADE$，得出 $\angle ADE=\angle B=45^\circ$，可求出 $\angle BDE$ 的度数；

（2）①由旋转的性质得出 $AC=AE$，$\angle CAE=90^\circ$，证得 $\angle FPD=\angle FDP$，由等腰三角形的判定得出结论；

②过点 P 作 $PH\parallel ED$ 交 DF 于点 H，得出 $\angle HPF=\angle DEP$，$\frac{EP}{PF}=\frac{DH}{HF}$，证明 $\triangle HPF\cong\triangle CDF$（$ASA$），由全等三角形的性质得出 $HF=CF$，则可得出结论．

【解答】解：（1）∵ $\triangle ADE$ 由 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到，

∴ $AB=AD$，$\angle BAD=90°$，$\triangle ABC\cong\triangle ADE$，

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\angle B=\angle ADB=45°$，

∴ $\angle ADE=\angle B=45°$，

∴ $\angle BDE=\angle ADB+\angle ADE=90°$．

（2）①$DF=PF$．

证明：由旋转的性质可知，$AC=AE$，$\angle CAE=90°$，

在 Rt$\triangle ACE$ 中，$\angle ACE=\angle AEC=45°$，

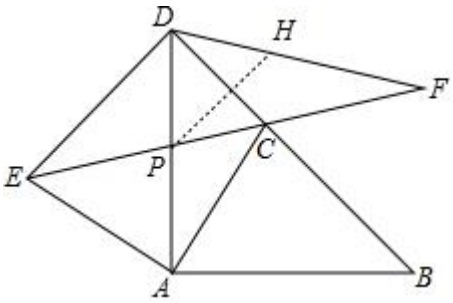
∵ $\angle CDF=\angle CAD$，$\angle ACE=\angle ADB=45°$，

∴ $\angle ADB+\angle CDF=\angle ACE+\angle CAD$，

即 $\angle FPD=\angle FDP$，

∴ $DF=PF$．

②证明：过点 P 作 $PH\parallel ED$ 交 DF 于点 H，



∴ $\angle HPF=\angle DEP$，$\frac{EP}{PF}=\frac{DH}{HF}$，

∵ $\angle DPF=\angle ADE+\angle DEP=45°+\angle DEP$，

$\angle DPF=\angle ACE+\angle DAC=45°+\angle DAC$，

∴ $\angle DEP=\angle DAC$，

又∵ $\angle CDF=\angle DAC$，

∴ $\angle DEP=\angle CDF$，

∴ $\angle HPF=\angle CDF$，

又∵ $FD=FP$，$\angle F=\angle F$，

∴ $\triangle HPF\cong\triangle CDF$（$ASA$），

∴$HF=CF$，

∴$DH=PC$，

又∵$\frac{EP}{PF}=\frac{DH}{HF}$，

∴$\frac{EP}{PF}=\frac{PC}{CF}$.

【点评】本题是相似形综合题，考查了旋转的性质，三角形内角与外角的关系，等腰三角形的判定，全等三角形的判定与性质，平行线的性质，平行线分线段成比例定理等知识，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

25.（14分）已知直线l_1：$y=-2x+10$交y轴于点A，交x轴于点B，二次函数的图象过A，B两点，交x轴于另一点C，$BC=4$，且对于该二次函数图象上的任意两点P_1（x_1，y_1），P_2（x_2，y_2），当$x_1>x_2\geq 5$时，总有$y_1>y_2$.

（1）求二次函数的表达式；

（2）若直线l_2：$y=mx+n$（$n\neq 10$），求证：当$m=-2$时，$l_2/\!/l_1$；

（3）E为线段BC上不与端点重合的点，直线l_3：$y=-2x+q$过点C且交直线AE于点F，求△ABE与△CEF面积之和的最小值.

【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】533：一次函数及其应用；535：二次函数图象及其性质；55D：图形的相似；67：推理能力；69：应用意识.

【分析】（1）先求出点A，点B，点C坐标，利用待定系数法可求解析式；

（2）利用反证法可得结论；

（3）通过证明△$CEF\backsim$△BEA，可得$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABE}}=(\frac{CE}{BE})^2$，$BE=t$（$0<t<4$），则$CE=4-t$，可求$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}\times t\times 10=5t$，$S_{\triangle CEF}=\frac{5(4-t)^2}{t}$，利用二次函数的性质可求解.

【解答】解：（1）∵直线l_1：$y=-2x+10$交y轴于点A，交x轴于点B，

∴点A（0，10），点B（5，0），

∵$BC=4$，

∴点C（9，0）或点C（1，0），

∵点P_1（x_1，y_1），P_2（x_2，y_2），当$x_1>x_2\geq 5$时，总有$y_1>y_2$.

∴当$x\geq 5$时，y随x的增大而增大，

当抛物线过点C（9，0）时，则当$5<x<7$时，y随x的增大而减少，不合题意舍去，

当抛物线过点 C（1，0）时，则当 $x>3$ 时，y 随 x 的增大而增大，符合题意，

∴设抛物线解析式为：$y=a(x-1)(x-5)$，过点 A（0，10），

∴$10=5a$，

∴$a=2$，

∴抛物线解析式为：$y=2(x-1)(x-5)=2x^2-12x+10$；

（2）当 $m=-2$ 时，直线 l_2：$y=-2x+n$（$n\neq 10$），

∴直线 l_2：$y=-2x+n$（$n\neq 10$）与直线 l_1：$y=-2x+10$ 不重合，

假设 l_1 与 l_2 不平行，则 l_1 与 l_2 必相交，设交点为 P（x_P，y_P），

$$\therefore \begin{cases} y_P=-2x_P+n \\ y_P=-2x_P+10 \end{cases}$$

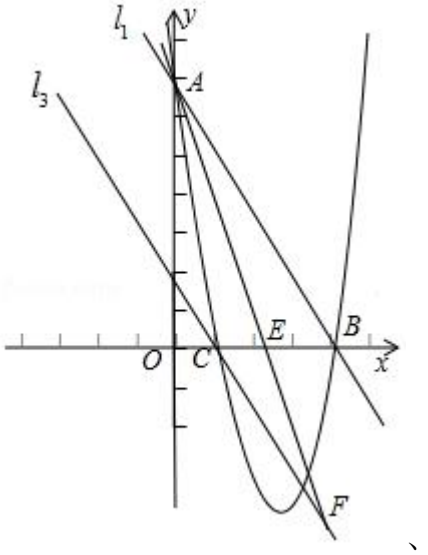
解得：$n=10$，

∵$n=10$ 与已知 $n\neq 10$ 矛盾，

∴l_1 与 l_2 不相交，

∴$l_2 /\!/ l_1$；

（3）如图，



、

∵直线 l_3：$y=-2x+q$ 过点 C，

∴$0=-2\times 1+q$，

∴$q=2$，

∴直线 l_3 解析式为：$y=-2x+2$，

∴$l_3 /\!/ l_1$，

$\therefore CF \parallel AB$，

$\therefore \angle ECF = \angle ABE$，$\angle CFE = \angle BAE$，

$\therefore \triangle CEF \backsim \triangle BEA$，

$\therefore \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABE}} = (\frac{CE}{BE})^2$，

设 $BE = t$（$0 < t < 4$），则 $CE = 4 - t$，

$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times t \times 10 = 5t$，

$\therefore S_{\triangle CEF} = (\frac{CE}{BE})^2 \times S_{\triangle ABE} = (\frac{4-t}{t})^2 \times 5t = \frac{5(4-t)^2}{t}$，

$\therefore S_{\triangle ABE}+S_{\triangle CEF} = 5t+\frac{5(4-t)^2}{t} = 10t+\frac{80}{t} - 40 = 10(\sqrt{t} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{t}})^2+40\sqrt{2} - 40$，

$\therefore$ 当 $t = 2\sqrt{2}$时，$S_{\triangle ABE}+S_{\triangle CEF}$ 的最小值为 $40\sqrt{2} - 40$．

【点评】本题是二次函数综合题，考查了一次函数和二次函数的图象和性质，利用待定系数法可求解析式，相似三角形的判定和性质，三角形的面积等知识，利用数形结合思想和函数和方程的思想解决问题是本题的关键．