2019 年福建省中考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1.（4 分）计算 $2^2+(-1)^0$ 的结果是（　　）

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

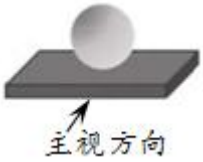
2.（4 分）北京故宫的占地面积约为 720000m^2，将 720000 用科学记数法表示为（　　）

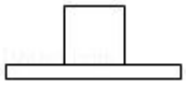
A．72×10^4　　B．7.2×10^5　　C．7.2×10^6　　D．0.72×10^6

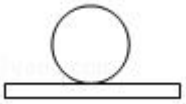
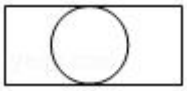
3.（4 分）下列图形中，一定既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A．等边三角形　　B．直角三角形　　C．平行四边形　　D．正方形

4.（4 分）如图是由一个长方体和一个球组成的几何体，它的主视图是（　　）



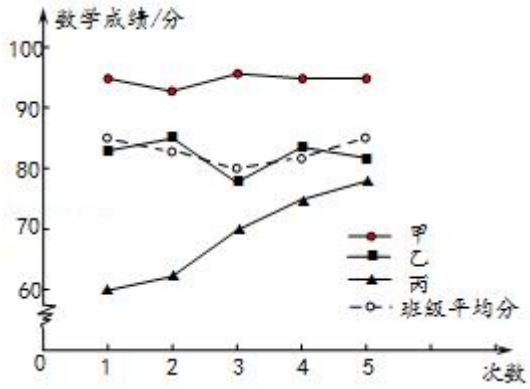
A．  　　B．

C．  　　D． 

5.（4 分）已知正多边形的一个外角为 36°，则该正多边形的边数为（　　）

A．12　　B．10　　C．8　　D．6

6.（4 分）如图是某班甲、乙、丙三位同学最近 5 次数学成绩及其所在班级相应平均分的折线统计图，则下列判断错误的是（　　）



A．甲的数学成绩高于班级平均分，且成绩比较稳定

B．乙的数学成绩在班级平均分附近波动，且比丙好

C．丙的数学成绩低于班级平均分，但成绩逐次提高

D．就甲、乙、丙三个人而言，乙的数学成绩最不稳

7．（4 分）下列运算正确的是（　　）

A．$a \cdot a^3 = a^3$　　B．$(2a)^3 = 6a^3$

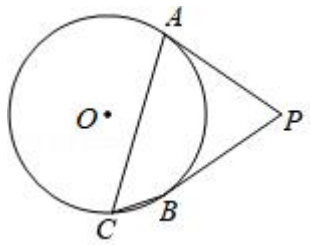
C．$a^6 \div a^3 = a^2$　　D．$(a^2)^3 - (-a^3)^2 = 0$

8．（4 分）《增删算法统宗》记载：“有个学生资性好，一部孟子三日了，每日增添一倍多，问若每日读多少？”其大意是：有个学生天资聪慧，三天读完一部《孟子》，每天阅读的字数是前一天的两倍，问他每天各读多少个字？已知《孟子》一书共有 34685 个字，设他第一天读 x 个字，则下面所列方程正确的是（　　）

A．$x+2x+4x = 34685$　　B．$x+2x+3x = 34685$

C．$x+2x+2x = 34685$　　D．$x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x = 34685$

9．（4 分）如图，PA、PB 是⊙O 切线，A、B 为切点，点 C 在⊙O 上，且∠$ACB = 55°$，则∠APB 等于（　　）



A．55°　　B．70°　　C．110°　　D．125°

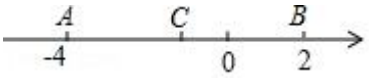
10．（4 分）若二次函数 $y = |a|x^2+bx+c$ 的图象经过 A（m，n）、B（0，y_1）、C（$3-m$，n）、D（$\sqrt{2}$，y_2）、E（2，y_3），则 y_1、y_2、y_3 的大小关系是（　　）

A．$y_1 < y_2 < y_3$　　B．$y_1 < y_3 < y_2$　　C．$y_3 < y_2 < y_1$　　D．$y_2 < y_3 < y_1$

二、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

11．（4 分）因式分解：$x^2 - 9 =$ _____．

12．（4 分）如图，数轴上 A、B 两点所表示的数分别是 -4 和 2，点 C 是线段 AB 的中点，则点 C 所表示的数是_____．

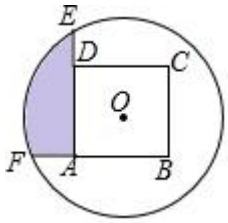


13．（4 分）某校征集校运会会徽，遴选出甲、乙、丙三种图案．为了解何种图案更受欢迎，随机调查了该校 100 名学生，其中 60 名同学喜欢甲图案，若该校共有 2000 人，根据所学的统计知识可以估计该校喜欢甲图案的学生有_____人．

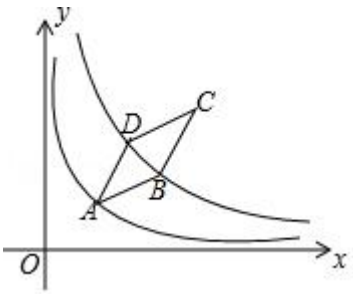
14．（4 分）在平面直角坐标系 xOy 中，▱$OABC$ 的三个顶点 O（0，0）、A（3，0）、B（4，

2），则其第四个顶点是_____．

15．（4 分）如图，边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中心与半径为 2 的⊙O 的圆心重合，E、F 分别是 AD、BA 的延长与⊙O 的交点，则图中阴影部分的面积是_____．（结果保留π）



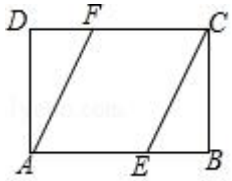
16．（4 分）如图，菱形 $ABCD$ 顶点 A 在函数 $y=\frac{3}{x}$（$x>0$）的图象上，函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>3$，$x>0$）的图象关于直线 AC 对称，且经过点 B、D 两点，若 $AB=2$，$\angle BAD=30°$，则 k = _____．



三、解答题（共 86 分）

17．（8 分）解方程组 $\begin{cases} x-y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$．

18．（8 分）如图，点 E、F 分别是矩形 $ABCD$ 的边 AB、CD 上的一点，且 $DF=BE$．求证：$AF=CE$．

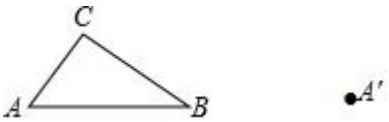


19．（8 分）先化简，再求值：（$x-1$）÷（$x-\frac{2x-1}{x}$），其中 $x=\sqrt{2}+1$．

20．（8 分）已知△ABC 和点 A'，如图．

（1）以点 A'为一个顶点作△$A'B'C'$，使△$A'B'C'$∽△ABC，且△$A'B'C'$的面积等于△ABC面积的 4 倍；（要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）

（2）设 D、E、F 分别是△ABC 三边 AB、BC、AC 的中点，D'、E'、F'分别是你所作的△$A'B'C'$三边 $A'B'$、$B'C'$、$C'A'$的中点，求证：△DEF∽△$D'E'F'$．



21.（8 分）在 Rt△*ABC* 中，∠*ABC* = 90°，∠*ACB* = 30°，将△*ABC* 绕点 *C* 顺时针旋转一定的角度α得到△*DEC*，点 *A*、*B* 的对应点分别是 *D*、*E*.

（1）当点 *E* 恰好在 *AC* 上时，如图 1，求∠*ADE* 的大小；

（2）若α = 60° 时，点 *F* 是边 *AC* 中点，如图 2，求证：四边形 *BEDF* 是平行四边形.

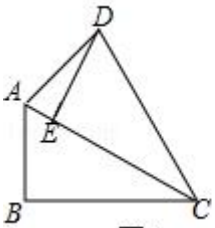


图1

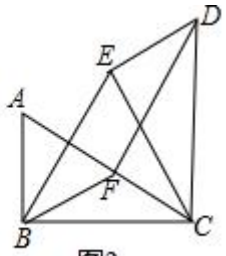


图2

22.（10 分）某工厂为贯彻落实“绿水青山就是金山银山“的发展理念，投资组建了日废水处理量为 *m* 吨的废水处理车间，对该厂工业废水进行无害化处理．但随着工厂生产规模的扩大，该车间经常无法完成当天工业废水的处理任务，需要将超出日废水处理量的废水交给第三方企业处理．已知该车间处理废水，每天需固定成本 30 元，并且每处理一吨废水还需其他费用 8 元；将废水交给第三方企业处理，每吨需支付 12 元．根据记录，5 月 21 日，该厂产生工业废水 35 吨，共花费废水处理费 370 元.

（1）求该车间的日废水处理量 *m*；

（2）为实现可持续发展，走绿色发展之路，工厂合理控制了生产规模，使得每天废水处理的平均费用不超过 10 元/吨，试计算该厂一天产生的工业废水量的范围.

23.（10 分）某种机器使用期为三年，买方在购进机器时，可以给各台机器分别一次性额外购买若干次维修服务，每次维修服务费为 2000 元．每台机器在使用期间，如果维修次数未超过购机时购买的维修服务次数，每次实际维修时还需向维修人员支付工时费 500 元；如果维修次数超过购机时购买的维修服务次数，超出部分每次维修时需支付维修服务费 5000 元，但无需支付工时费．某公司计划购买 1 台该种机器，为决策在购买机器时应同时一次性额外购买几次维修服务，搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内的维修次数，整理得下表；

维修次数	8	9	10	11	12
频率（台数）	10	20	30	30	10

（1）以这 100 台机器为样本，估计“1 台机器在三年使用期内维修次数不大于 10”的概

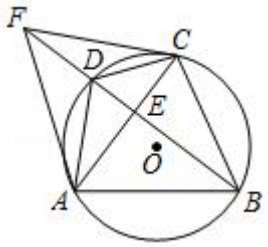
率；

（2）试以这 100 机器维修费用的平均数作为决策依据，说明购买 1 台该机器的同时应一次性额外购 10 次还是 11 次维修服务？

24.（12 分）如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，$AB=AC$，$AC\perp BD$，垂足为 E，点 F 在 BD 的延长线上，且 $DF=DC$，连接 AF、CF.

（1）求证：$\angle BAC=2\angle CAD$；

（2）若 $AF=10$，$BC=4\sqrt{5}$，求 $\tan\angle BAD$ 的值.



25.（14 分）已知抛物 $y=ax^2+bx+c$（$b<0$）与 x 轴只有一个公共点.

（1）若抛物线与 x 轴的公共点坐标为（2，0），求 a、c 满足的关系式；

（2）设 A 为抛物线上的一定点，直线 l：$y=kx+1-k$ 与抛物线交于点 B、C，直线 BD 垂直于直线 $y=-1$，垂足为点 D. 当 $k=0$ 时，直线 l 与抛物线的一个交点在 y 轴上，且△ABC 为等腰直角三角形.

①求点 A 的坐标和抛物线的解析式；

②证明：对于每个给定的实数 k，都有 A、D、C 三点共线.

2019年福建省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题4分，共40分）

1.（4分）计算 $2^2+(-1)^0$ 的结果是（　　）

A．5　　B．4　　C．3　　D．2

【考点】19：有理数的加法；1E：有理数的乘方；6E：零指数幂．

【专题】11：计算题．

【分析】分别计算平方、零指数幂，然后再进行实数的运算即可．

【解答】解：原式 = 4+1 = 5

故选：*A*．

【点评】此题考查了实数的运算，解答本题关键是掌握零指数幂的运算法则，难度一般．

2.（4分）北京故宫的占地面积约为 $720000m^2$，将720000用科学记数法表示为（　　）

A．72×10^4　　B．7.2×10^5　　C．7.2×10^6　　D．0.72×10^6

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数．

【专题】511：实数．

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a\times10^n$，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，据此判断即可．

【解答】解：将720000用科学记数法表示为 7.2×10^5．

故选：*B*．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3.（4分）下列图形中，一定既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A．等边三角形　　B．直角三角形　　C．平行四边形　　D．正方形

【考点】P3：轴对称图形；R5：中心对称图形．

【专题】558：平移、旋转与对称．

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：*A*、等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

B、直角三角形不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项错误；

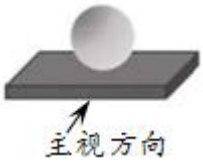
C、平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误；

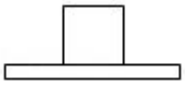
D、正方形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项正确．

故选：*D*．

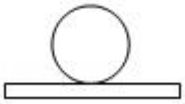
【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合

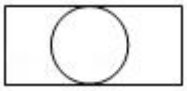
4．（4 分）如图是由一个长方体和一个球组成的几何体，它的主视图是（　　）



A． 

B．

C． 

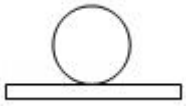
D． 

【考点】U2：简单组合体的三视图．

【专题】55F：投影与视图．

【分析】从正面看几何体，确定出主视图即可．

【解答】解：几何体的主视图为：



故选：*C*．

【点评】此题考查了简单组合体的三视图，主视图即为从正面看几何体得到的视图．

5．（4 分）已知正多边形的一个外角为 36°，则该正多边形的边数为（　　）

A．12　　B．10　　C．8　　D．6

【考点】L3：多边形内角与外角．

【专题】11：计算题；555：多边形与平行四边形．

【分析】利用多边形的外角和是 360°，正多边形的每个外角都是 36°，即可求出答案．

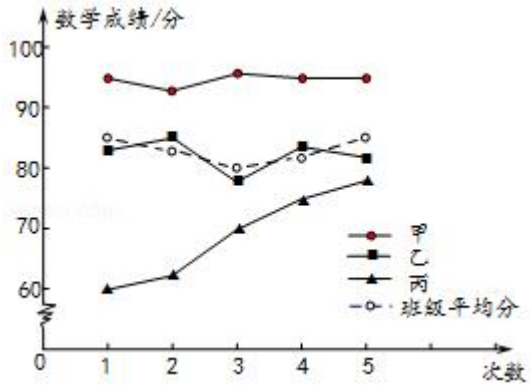
【解答】解：360°÷36°=10，所以这个正多边形是正十边形．

故选：*B*．

【点评】本题主要考查了多边形的外角和定理．是需要识记的内容．

6．（4 分）如图是某班甲、乙、丙三位同学最近 5 次数学成绩及其所在班级相应平均分的折

线统计图，则下列判断错误的是（　　）



A．甲的数学成绩高于班级平均分，且成绩比较稳定

B．乙的数学成绩在班级平均分附近波动，且比丙好

C．丙的数学成绩低于班级平均分，但成绩逐次提高

D．就甲、乙、丙三个人而言，乙的数学成绩最不稳

【考点】VD：折线统计图；W7：方差．

【专题】541：数据的收集与整理．

【分析】折线图是用一个单位表示一定的数量，根据数量的多少描出各点，然后把各点用线段依次连接起来．以折线的上升或下降来表示统计数量增减变化．

方差是反映一组数据的波动大小的一个量．方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好

【解答】解：*A*．甲的数学成绩高于班级平均分，且成绩比较稳定，正确；

B．乙的数学成绩在班级平均分附近波动，且比丙好，正确；

C．丙的数学成绩低于班级平均分，但成绩逐次提高，正确

D．就甲、乙、丙三个人而言，丙的数学成绩最不稳，故 *D* 错误．

故选：*D*．

【点评】本题是折线统计图，要通过坐标轴以及图例等读懂本图，根据图中所示的数量解决问题．

7．（4 分）下列运算正确的是（　　）

A．$a\cdot a^3=a^3$　　B．$(2a)^3=6a^3$

C．$a^6\div a^3=a^2$　　D．$(a^2)^3-(-a^3)^2=0$

【考点】35：合并同类项；46：同底数幂的乘法；47：幂的乘方与积的乘方；48：同底数幂的除法．

【专题】512：整式．

【分析】各项计算得到结果，即可作出判断．

【解答】解：A、原式 = a^4，不符合题意；

B、原式 = $8a^3$，不符合题意；

C、原式 = a^3，不符合题意；

D、原式 = 0，符合题意，

故选：D．

【点评】此题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

8．（4 分）《增删算法统宗》记载：“有个学生资性好，一部孟子三日了，每日增添一倍多，问若每日读多少？”其大意是：有个学生天资聪慧，三天读完一部《孟子》，每天阅读的字数是前一天的两倍，问他每天各读多少个字？已知《孟子》一书共有 34685 个字，设他第一天读 x 个字，则下面所列方程正确的是（　　）

A．$x+2x+4x = 34685$　　B．$x+2x+3x = 34685$

C．$x+2x+2x = 34685$　　D．$x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x = 34685$

【考点】89：由实际问题抽象出一元一次方程．

【专题】521：一次方程（组）及应用．

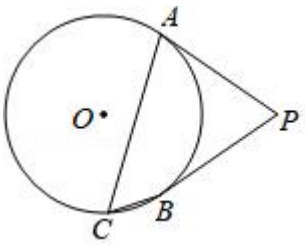
【分析】设他第一天读 x 个字，根据题意列出方程解答即可．

【解答】解：设他第一天读 x 个字，根据题意可得：$x+2x+4x = 34685$，

故选：A．

【点评】此题考查由实际问题抽象出一元一次方程，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程．

9．（4 分）如图，PA、PB 是⊙O 切线，A、B 为切点，点 C 在⊙O 上，且∠ACB = 55°，则∠APB 等于（　　）



A．55°　　B．70°　　C．110°　　D．125°

【考点】M5：圆周角定理；MC：切线的性质．

【专题】559：圆的有关概念及性质；55A：与圆有关的位置关系．

【分析】根据圆周角定理构造它所对的弧所对的圆心角，即连接 OA，OB，求得 $\angle AOB = 110°$，再根据切线的性质以及四边形的内角和定理即可求解．

【解答】解：连接 OA，OB，

∵ PA，PB 是⊙O 的切线，

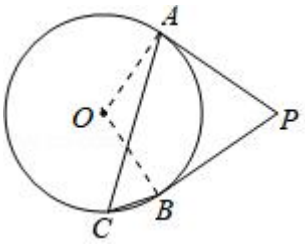
∴ $PA \perp OA$，$PB \perp OB$，

∵ $\angle ACB = 55°$，

∴ $\angle AOB = 110°$，

∴ $\angle APB = 360° - 90° - 90° - 110° = 70°$．

故选：B．



【点评】本题考查了多边形的内角和定理，切线的性质，圆周角定理的应用，关键是求出 $\angle AOB$ 的度数．

10．（4 分）若二次函数 $y = |a|x^2+bx+c$ 的图象经过 A（m，n）、B（0，y_1）、C（3 - m，n）、D（$\sqrt{2}$，y_2）、E（2，y_3），则 y_1、y_2、y_3 的大小关系是（　　）

A．$y_1 < y_2 < y_3$　　B．$y_1 < y_3 < y_2$　　C．$y_3 < y_2 < y_1$　　D．$y_2 < y_3 < y_1$

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征．

【专题】535：二次函数图象及其性质．

【分析】由点 A（m，n）、C（3 - m，n）的对称性，可求函数的对称轴为 $x = \frac{3}{2}$，再由 B（0，y_1）、D（$\sqrt{2}$，y_2）、E（2，y_3）与对称轴的距离，即可判断 $y_1 > y_3 > y_2$；

【解答】解：∵经过 A（m，n）、C（3 - m，n），

∴二次函数的对称轴 $x = \frac{3}{2}$，

∵ B（0，y_1）、D（$\sqrt{2}$，y_2）、E（2，y_3）与对称轴的距离 B 最远，D 最近，

∵ $|a| > 0$，

∴ $y_1 > y_3 > y_2$；

故选：D．

【点评】本题考查二次函数的图象及性质；熟练掌握函数图象上点的特征是解题的关键．

二、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

11．（4 分）因式分解：$x^2-9=$ ___$(x+3)(x-3)$___．

【考点】54：因式分解－运用公式法．

【专题】11：计算题；44：因式分解．

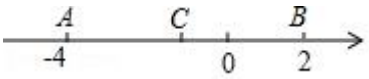
【分析】原式利用平方差公式分解即可．

【解答】解：原式 $=(x+3)(x-3)$，

故答案为：$(x+3)(x-3)$．

【点评】此题考查了因式分解－运用公式法，熟练掌握平方差公式是解本题的关键．

12．（4 分）如图，数轴上 A、B 两点所表示的数分别是 -4 和 2，点 C 是线段 AB 的中点，则点 C 所表示的数是___-1___．



【考点】13：数轴．

【专题】551：线段、角、相交线与平行线．

【分析】根据 A、B 两点所表示的数分别为 -4 和 2，利用中点公式求出线段 AB 的中点所表示的数即可．

【解答】解：∵数轴上 A，B 两点所表示的数分别是 -4 和 2，

∴线段 AB 的中点所表示的数 $=\frac{1}{2}(-4+2)=-1$．

即点 C 所表示的数是 -1．

故答案为：-1

【点评】本题考查的是数轴，熟知数轴上两点间的距离公式是解答此题的关键．

13．（4 分）某校征集校运会会徽，遴选出甲、乙、丙三种图案．为了解何种图案更受欢迎，随机调查了该校 100 名学生，其中 60 名同学喜欢甲图案，若该校共有 2000 人，根据所学的统计知识可以估计该校喜欢甲图案的学生有___1200___人．

【考点】V5：用样本估计总体．

【专题】542：统计的应用．

【分析】用总人数乘以样本中喜欢甲图案的频率即可求得总体中喜欢甲图案的人数．

【解答】解：由题意得：$2000\times\frac{60}{100}=1200$ 人，

故答案为：1200．

【点评】本题考查了用样本估计总体的知识，解题的关键是求得样本中喜欢甲图案的频率，难度不大．

14．（4分）在平面直角坐标系 xOy 中，$\square OABC$ 的三个顶点 O（0，0）、A（3，0）、B（4，2），则其第四个顶点是__（1，2）__．

【考点】D5：坐标与图形性质；L5：平行四边形的性质．

【专题】555：多边形与平行四边形．

【分析】由题意得出 $OA=3$，由平行四边形的性质得出 $BC\parallel OA$，$BC=OA=3$，即可得出结果．

【解答】解：∵O（0，0）、A（3，0），

∴$OA=3$，

∵四边形 $OABC$ 是平行四边形，

∴$BC\parallel OA$，$BC=OA=3$，

∵B（4，2），

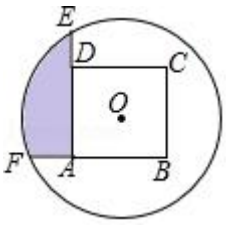
∴点 C 的坐标为（4﹣3，2），

即 C（1，2）；

故答案为：（1，2）．

【点评】本题考查了平行四边形的性质、坐标与图形性质；熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键．

15．（4分）如图，边长为2的正方形 $ABCD$ 中心与半径为2的⊙O 的圆心重合，E、F 分别是 AD、BA 的延长与⊙O 的交点，则图中阴影部分的面积是__π﹣1__．（结果保留π）



【考点】LE：正方形的性质；MO：扇形面积的计算．

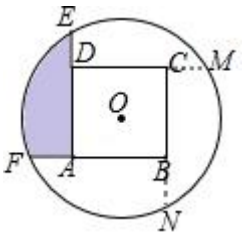
【专题】55C：与圆有关的计算．

【分析】延长 DC，CB 交⊙O 于 M，N，根据圆和正方形的面积公式即可得到结论．

【解答】解：延长 DC，CB 交⊙O 于 M，N，

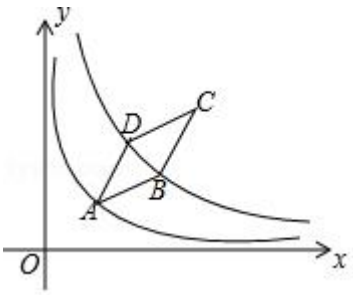
则图中阴影部分的面积 $=\frac{1}{4}\times(S_{圆O}-S_{正方形ABCD})=\frac{1}{4}\times(4\pi-4)=\pi-1$，

故答案为：π﹣1．



【点评】本题考查了扇形面积的计算，正方形的性质，正确的识别图形是解题的关键．

16．（4分）如图，菱形 $ABCD$ 顶点 A 在函数 $y=\frac{3}{x}$（$x>0$）的图象上，函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>3$，$x>0$）的图象关于直线 AC 对称，且经过点 B、D 两点，若 $AB=2$，$\angle BAD=30°$，则 k = $6+2\sqrt{3}$ ．

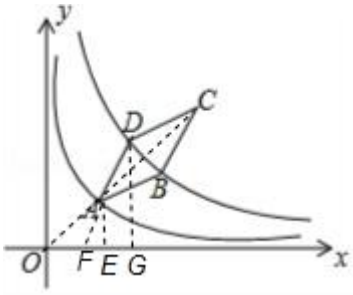


【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题．

【专题】55E：解直角三角形及其应用．

【分析】连接 OC，AC 过 A 作 $AE\perp x$ 轴于点 E，延长 DA 与 x 轴交于点 F，过点 D 作 $DG\perp x$ 轴于点 G，得 O、A、C 在第一象限的角平分线上，求得 A 点坐标，进而求得 D 点坐标，便可求得结果．

【解答】解：连接 OC，AC 过 A 作 $AE\perp x$ 轴于点 E，延长 DA 与 x 轴交于点 F，过点 D 作 $DG\perp x$ 轴于点 G，



∵函数 $y=\frac{k}{x}$（$k>3$，$x>0$）的图象关于直线 AC 对称，

∴O、A、C 三点在同直线上，且 $\angle COE=45°$，

∴$OE=AE$，

不妨设 $OE=AE=a$，则 A（a，a），

∵点 A 在在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$（$x>0$）的图象上，

∴$a^2=3$，

∴$a=\sqrt{3}$，

∴$AE=OE=\sqrt{3}$，

∵$\angle BAD=30°$，

∴$\angle OAF=\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAD=15°$，

∵$\angle OAE=\angle AOE=45°$，

∴$\angle EAF=30°$，

∴$AF=\frac{AE}{\cos 30°}=2$，$EF=AE\tan 30°=1$，

∵$AB=AD=2$，$AE\parallel DG$，

∴$EF=EG=1$，$DG=2AE=2\sqrt{3}$，

∴$OG=OE+EG=\sqrt{3}+1$，

∴D（$\sqrt{3}+1$，$2\sqrt{3}$），

故答案为：$6+2\sqrt{3}$.

【点评】本题是一次函数图象与反比例函数图象的交点问题，主要考查了一次函数与反比例函数的性质，菱形的性质，解直角三角形，关键是确定 A 点第一象限的角平分线上.

三、解答题（共 86 分）

17.（8 分）解方程组 $\begin{cases}x-y=5\\2x+y=4\end{cases}$.

【考点】98：解二元一次方程组.

【专题】11：计算题.

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

【解答】解：$\begin{cases}x-y=5①\\2x+y=4②\end{cases}$，

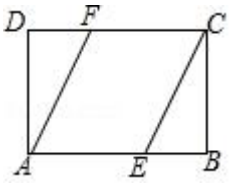
①+②得：$3x=9$，即 $x=3$，

把 $x=3$ 代入①得：$y=-2$，

则方程组的解为 $\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}$.

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

18．（8 分）如图，点 E、F 分别是矩形 $ABCD$ 的边 AB、CD 上的一点，且 $DF = BE$．求证：$AF = CE$．



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；LB：矩形的性质．

【专题】553：图形的全等；556：矩形 菱形 正方形．

【分析】由 SAS 证明△ADF≌△BCE，即可得出 $AF = CE$．

【解答】证明：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴∠D = ∠B = 90°，$AD = BC$，

在△ADF 和△BCE 中，$\begin{cases} AD=BC \\ \angle D=\angle B \\ DF=BE \end{cases}$，

∴△ADF≌△BCE（SAS），

∴$AF = CE$．

【点评】本题考查了矩形的性质、全等三角形的判定与性质；熟练掌握矩形的性质，证明三角形全等是解题的关键．

19．（8 分）先化简，再求值：（x - 1）÷（$x - \frac{2x-1}{x}$），其中 $x = \sqrt{2}+1$．

【考点】6D：分式的化简求值．

【专题】513：分式．

【分析】先化简分式，然后将 x 的值代入计算即可．

【解答】解：原式 =（x - 1）÷ $\frac{x^2-2x+1}{x}$

=（x - 1）· $\frac{x}{(x-1)^2}$

= $\frac{x}{x-1}$，

当 $x = \sqrt{2}+1$，

原式 = $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1-1}$

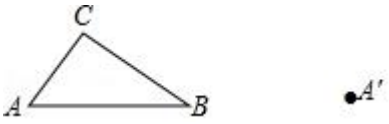
= $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$．

【点评】本题考查了分式的化简求值，熟练掌握分式混合运算法则是解题的关键．

20．（8 分）已知△ABC 和点 A'，如图．

（1）以点 A'为一个顶点作△$A'B'C'$，使△$A'B'C'$∽△ABC，且△$A'B'C'$的面积等于△ABC面积的 4 倍；（要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）

（2）设 D、E、F 分别是△ABC 三边 AB、BC、AC 的中点，D'、E'、F'分别是你所作的△$A'B'C'$三边 $A'B'$、$B'C'$、$C'A'$的中点，求证：△DEF∽△$D'E'F'$．



【考点】K3：三角形的面积；KX：三角形中位线定理；N3：作图—复杂作图；S8：相似三角形的判定．

【专题】13：作图题；55D：图形的相似．

【分析】（1）分别作 $A'C' = 2AC$、$A'B' = 2AB$、$B'C' = 2BC$ 得△$A'B'C'$即可所求．

（2）根据中位线定理易得∴△DEF∽△ABC，△$D'E'F'$∽△$A'B'C'$，故△DEF∽△$D'E'F'$

【解答】解：（1）作线段 $A'C' = 2AC$、$A'B' = 2AB$、$B'C' = 2BC$，得△$A'B'C'$即可所求．

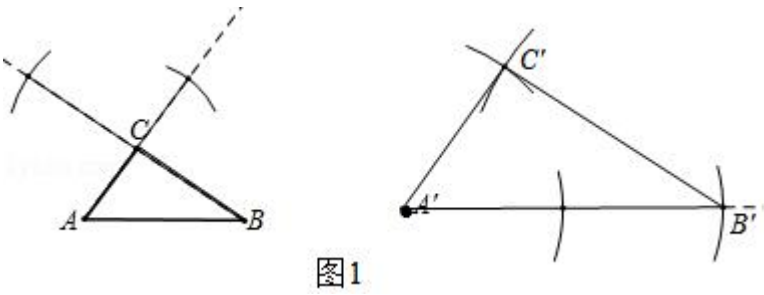


图1

证明：∵$A'C' = 2AC$、$A'B' = 2AB$、$B'C' = 2BC$，

∴△ABC∽△$A'B'C'$，

$$\therefore \frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{A'B'}{AB}\right)^2 = 4$$

（2）证明：

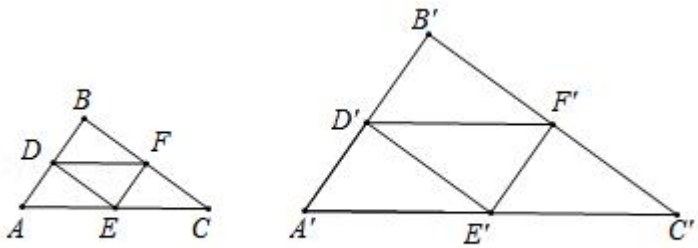


图2

∵D、E、F 分别是△ABC 三边 AB、BC、AC 的中点，

$\therefore DE=\frac{1}{2}BC$，$DF=\frac{1}{2}AC$，$EF=\frac{1}{2}AB$，

$\therefore \triangle DEF\backsim\triangle ABC$

同理：$\triangle D'E'F'\backsim\triangle A'B'C'$，

由（1）可知：$\triangle ABC\backsim\triangle A'\ B'\ C'$，

$\therefore \triangle DEF\backsim\triangle D'E'F'$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质及三角形的中位线定理，解答本题的关键是掌握相似三角形的判定方法，本题用到的是三边法.

21.（8分）在Rt$\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，$\angle ACB=30°$，将$\triangle ABC$绕点C顺时针旋转一定的角度α得到$\triangle DEC$，点A、B的对应点分别是D、E.

（1）当点E恰好在AC上时，如图1，求$\angle ADE$的大小；

（2）若$\alpha=60°$时，点F是边AC中点，如图2，求证：四边形$BEDF$是平行四边形.

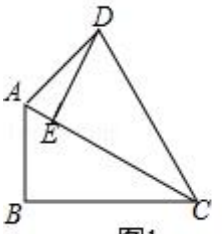


图1

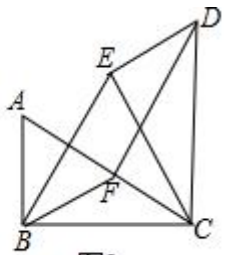
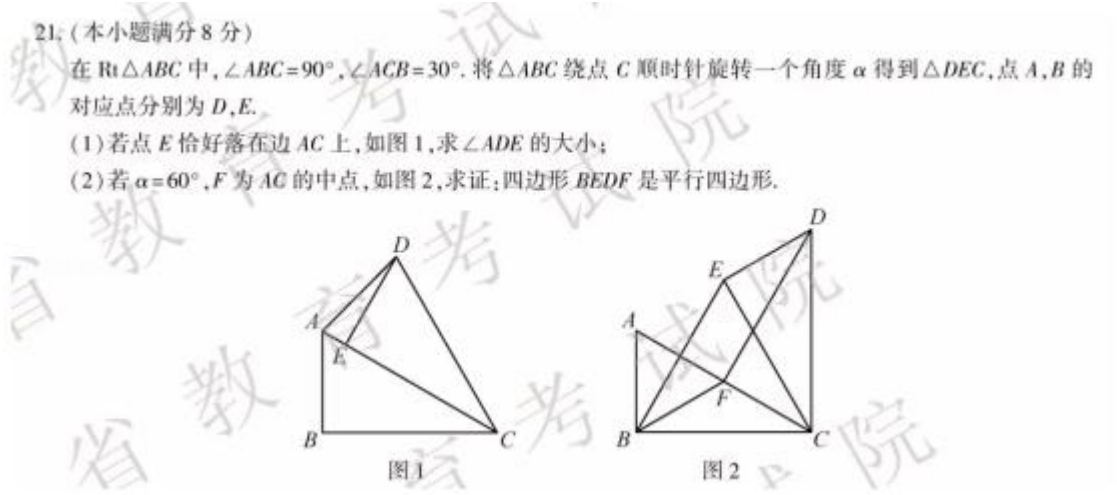


图2

【考点】L6：平行四边形的判定；R2：旋转的性质.

【专题】558：平移、旋转与对称.

【分析】（1）如图1，利用旋转的性质得$CA=CD$，$\angle ECD=\angle BCA=30°$，$\angle DEC=\angle ABC=90°$，再根据等腰三角形的性质和三角形内角和计算出$\angle CAD$，从而利用互余和计算出$\angle ADE$的度数；


21.（本小题满分8分）
在Rt△ABC中，$\angle ABC=90°$，$\angle ACB=30°$.将△ABC绕点C顺时针旋转一个角度α得到△DEC，点A，B的对应点分别为D，E.
（1）若点E恰好落在边AC上，如图1，求$\angle ADE$的大小；
（2）若$\alpha=60°$，F为AC的中点，如图2，求证：四边形$BEDF$是平行四边形.

省教育考试院

（2）如图 2，利用直角三角形斜边上的中线性质得到 $BF=\frac{1}{2}AC$，利用含 30 度的直角三角形三边的关系得到 $AB=\frac{1}{2}AC$，则 $BF=AB$，再根据旋转的性质得到$\angle BCE=\angle ACD=60^\circ$，$CB=CE$，$DE=AB$，从而得到 $DE=BF$，$\triangle ACD$ 和$\triangle BCE$ 为等边三角形，接着证明$\triangle CFD\cong\triangle ABC$ 得到 $DF=BC$，然后根据平行四边形的判定方法得到结论．

【解答】（1）解：如图 1，$\because\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转α得到$\triangle DEC$，点 E 恰好在 AC 上，

$\therefore CA=CD$，$\angle ECD=\angle BCA=30^\circ$，$\angle DEC=\angle ABC=90^\circ$，

$\because CA=CD$，

$\therefore\angle CAD=\angle CDA=\frac{1}{2}(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$，

$\therefore\angle ADE=90^\circ-75^\circ=15^\circ$；

（2）证明：如图 2，

$\because$ 点 F 是边 AC 中点，

$\therefore BF=\frac{1}{2}AC$，

$\because\angle ACB=30^\circ$，

$\therefore AB=\frac{1}{2}AC$，

$\therefore BF=AB$，

$\because\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 60 得到$\triangle DEC$，

$\therefore\angle BCE=\angle ACD=60^\circ$，$CB=CE$，$DE=AB$，

$\therefore DE=BF$，$\triangle ACD$ 和$\triangle BCE$ 为等边三角形，

$\therefore BE=CB$，

$\because$ 点 F 为$\triangle ACD$ 的边 AC 的中点，

$\therefore DF\perp AC$，

易证得$\triangle CFD\cong\triangle ABC$，

$\therefore DF=BC$，

$\therefore DF=BE$，

而 $BF=DE$，

$\therefore$四边形 $BEDF$ 是平行四边形．

【点评】本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角；旋转前、后的图形全等．也考查了平行四边形的判定．

22.（10 分）某工厂为贯彻落实“绿水青山就是金山银山“的发展理念，投资组建了日废水处理量为 m 吨的废水处理车间，对该厂工业废水进行无害化处理．但随着工厂生产规模的扩大，该车间经常无法完成当天工业废水的处理任务，需要将超出日废水处理量的废水交给第三方企业处理．已知该车间处理废水，每天需固定成本 30 元，并且每处理一吨废水还需其他费用 8 元；将废水交给第三方企业处理，每吨需支付 12 元．根据记录，5 月 21 日，该厂产生工业废水 35 吨，共花费废水处理费 370 元．

（1）求该车间的日废水处理量 m；

（2）为实现可持续发展，走绿色发展之路，工厂合理控制了生产规模，使得每天废水处理的平均费用不超过 10 元/吨，试计算该厂一天产生的工业废水量的范围．

【考点】8A：一元一次方程的应用；C9：一元一次不等式的应用．

【专题】34：方程思想；521：一次方程（组）及应用；524：一元一次不等式(组)及应用．

【分析】（1）求出该车间处理 35 吨废水所需费用，将其与 350 比较后可得出 $m<35$，根据废水处理费用 = 该车间处理 m 吨废水的费用+第三方处理超出部分废水的费用，即可得出关于 m 的一元一次方程，解之即可得出结论；

（2）设一天产生工业废水 x 吨，分 $0<x\leq 20$ 及 $x>20$ 两种情况考虑，利用每天废水处理的平均费用不超过 10 元/吨，可得出关于 x 的一元一次不等式，解之即可得出结论．

【解答】解：（1）$\because 35\times 8+30=310$（元），$310<350$，

$\therefore m<35$．

依题意，得：$30+8m+12(35-m)=370$，

解得：$m=20$．

答：该车间的日废水处理量为 20 吨．

（2）设一天产生工业废水 x 吨，

当 $0<x\leq 20$ 时，$8x+30\leq 10x$，

解得：$15\leq x\leq 20$；

当 $x>20$ 时，$12(x-20)+8\times 20+30\leq 10x$，

解得：$20<x\leq 25$．

综上所述，该厂一天产生的工业废水量的范围为 $15\leq x\leq 25$．

【点评】本题考查了一元一次方程的应用以及一元一次不等式的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出一元一次方程；（2）根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式．

23．（10 分）某种机器使用期为三年，买方在购进机器时，可以给各台机器分别一次性额外购买若干次维修服务，每次维修服务费为 2000 元．每台机器在使用期间，如果维修次数未超过购机时购买的维修服务次数，每次实际维修时还需向维修人员支付工时费 500 元；如果维修次数超过购机时购买的维修服务次数，超出部分每次维修时需支付维修服务费 5000 元，但无需支付工时费．某公司计划购买 1 台该种机器，为决策在购买机器时应同时一次性额外购买几次维修服务，搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内的维修次数，整理得下表；

维修次数	8	9	10	11	12
频率（台数）	10	20	30	30	10

（1）以这 100 台机器为样本，估计“1 台机器在三年使用期内维修次数不大于 10”的概率；

（2）试以这 100 机器维修费用的平均数作为决策依据，说明购买 1 台该机器的同时应一次性额外购 10 次还是 11 次维修服务？

【考点】V3：总体、个体、样本、样本容量；V5：用样本估计总体；W2：加权平均数；X6：列表法与树状图法；X8：利用频率估计概率．

【专题】543：概率及其应用．

【分析】（1）利用概率公式计算即可．

（2）分别求出购买 10 次，11 次的费用即可判断．

【解答】解：（1）“1 台机器在三年使用期内维修次数不大于 10”的概率 $=\frac{60}{100}=0.6$．

（2）购买 10 次时，

某台机器使用期内维修次数	8	9	10	11	12
该台机器维修费用	24000	24500	25000	30000	35000

此时这 100 台机器维修费用的平均数

$y_1=\frac{1}{100}(24000\times10+24500\times20+25000\times30+30000\times30+35000\times10)=27300$

购买 11 次时，

某台机器使用期内维修次数	8	9	10	11	12
该台机器维修费用	26000	26500	27000	27500	32500

此时这 100 台机器维修费用的平均数

$y_2=\frac{1}{100}$（26000×10+26500×20+27000×30+27500×30+32500×10）=27500，

∵27300<27500，

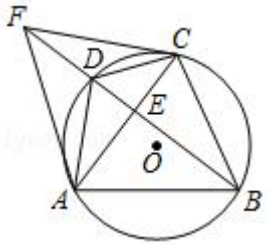
所以，选择购买10次维修服务．

【点评】本题考查利用频率估计概率，加权平均数，列表法等知识，解题的关键是理解题意，熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

24．（12分）如图，四边形$ABCD$内接于⊙O，$AB=AC$，$AC\perp BD$，垂足为E，点F在BD的延长线上，且$DF=DC$，连接AF、CF．

（1）求证：$\angle BAC=2\angle CAD$；

（2）若$AF=10$，$BC=4\sqrt{5}$，求tan$\angle BAD$的值．



【考点】KW：等腰直角三角形；M4：圆心角、弧、弦的关系；M5：圆周角定理；T7：解直角三角形．

【专题】559：圆的有关概念及性质．

【分析】（1）根据等腰三角形的性质得出$\angle ABC=\angle ACB$，根据圆心角、弧、弦的关系得到$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，即可得到$\angle ABC=\angle ADB$，根据三角形内角和定理得到$\angle ABC=\frac{1}{2}$（180°－$\angle BAC$）=90°－$\frac{1}{2}\angle BAC$，$\angle ADB$=90°－$\angle CAD$，从而得到$\frac{1}{2}\angle BAC=\angle CAD$，即可证得结论；

（2）易证得$BC=CF=4\sqrt{5}$，即可证得AC垂直平分BF，证得$AB=AF=10$，根据勾股定理求得AE、CE、BE，根据相交弦定理求得DE，即可求得BD，然后根据三角形面积公式求得DH，进而求得AH，解直角三角函数求得tan$\angle BAD$的值．

【解答】解：（1）∵$AB=AC$，

∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，$\angle ABC=\angle ACB$，

∴$\angle ABC=\angle ADB$，$\angle ABC=\frac{1}{2}$（180°－$\angle BAC$）=90°－$\frac{1}{2}\angle BAC$，

∵$BD\perp AC$，

∴$\angle ADB$=90°－$\angle CAD$，

$\therefore \frac{1}{2}\angle BAC = \angle CAD$，

$\therefore \angle BAC = 2\angle CAD$；

（2）解：$\because DF = DC$，

$\therefore \angle DFC = \angle DCF$，

$\therefore \angle BDC = 2\angle DFC$，

$\therefore \angle BFC = \frac{1}{2}\angle BDC = \frac{1}{2}\angle BAC = \angle FBC$，

$\therefore CB = CF$，

又 $BD \perp AC$，

$\therefore AC$ 是线段 BF 的中垂线，$AB = AF = 10$，$AC = 10$．

又 $BC = 4\sqrt{5}$，

设 $AE = x$，$CE = 10 - x$，

由 $AB^2 - AE^2 = BC^2 - CE^2$，得 $100 - x^2 = 80 - (10 - x)^2$，

解得 $x = 6$，

$\therefore AE = 6$，$BE = 8$，$CE = 4$，

$\therefore DE = \frac{AE \cdot CE}{BE} = \frac{6 \times 4}{8} = 3$，

$\therefore BD = BE + DE = 3 + 8 = 11$，

作 $DH \perp AB$，垂足为 H，

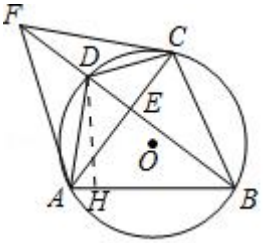
$\because \frac{1}{2}AB \cdot DH = \frac{1}{2}BD \cdot AE$，

$\therefore DH = \frac{BD \cdot AE}{AB} = \frac{11 \times 6}{10} = \frac{33}{5}$，

$\therefore BH = \sqrt{BD^2 - DH^2} = \frac{44}{5}$，

$\therefore AH = AB - BH = 10 - \frac{44}{5} = \frac{6}{5}$，

$\therefore \tan\angle BAD = \frac{DH}{AH} = \frac{33}{6} = \frac{11}{2}$．



【点评】本题属于圆综合题，考查了圆周角定理，勾股定理，锐角三角函数，圆心角、

弧、弦的关系，相交弦定理，等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是熟练掌握并灵活运用性质定理，属于中考压轴题．

25．（14 分）已知抛物 $y=ax^2+bx+c$（$b<0$）与 x 轴只有一个公共点．

（1）若抛物线与 x 轴的公共点坐标为（2，0），求 a、c 满足的关系式；

（2）设 A 为抛物线上的一定点，直线 l：$y=kx+1-k$ 与抛物线交于点 B、C，直线 BD 垂直于直线 $y=-1$，垂足为点 D．当 $k=0$ 时，直线 l 与抛物线的一个交点在 y 轴上，且△ABC 为等腰直角三角形．

①求点 A 的坐标和抛物线的解析式；

②证明：对于每个给定的实数 k，都有 A、D、C 三点共线．

【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】16：压轴题；31：数形结合；34：方程思想；65：数据分析观念．

【分析】（1）抛物线与 x 轴的公共点坐标即为函数顶点坐标，即可求解；

（2）①$y=kx+1-k=k(x-1)+1$ 过定点（1，1），且当 $k=0$ 时，直线 l 变为 $y=1$ 平行 x 轴，与轴的交点为（0，1），即可求解；②计算直线 AD 表达式中的 k 值、直线 AC 表达式中的 k 值，两个 k 值相等即可求解．

【解答】解：（1）抛物线与 x 轴的公共点坐标即为函数顶点坐标，故：$y=a(x-2)^2=ax^2-4ax+4a$，

则 $c=4a$；

（2）$y=kx+1-k=k(x-1)+1$ 过定点（1，1），

且当 $k=0$ 时，直线 l 变为 $y=1$ 平行 x 轴，与 y 轴的交点为（0，1），

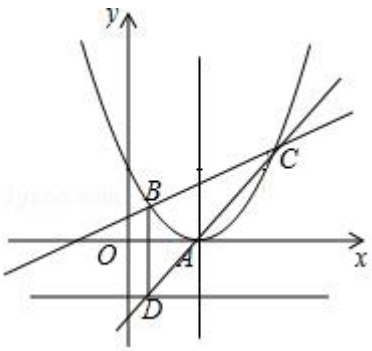
又△ABC 为等腰直角三角形，

∴点 A 为抛物线的顶点；

①$c=1$，顶点 A（1，0），

抛物线的解析式：$y=x^2-2x+1$，

②$\begin{cases}y=x^2-2x+1\\y=kx+1-k\end{cases}$，



$x^2-(2+k)x+k=0$,

$x=\frac{1}{2}(2+k\pm\sqrt{k^2+4})$,

$x_D=x_B=\frac{1}{2}(2+k-\sqrt{k^2+4})$，$y_D=-1$；

则 $D\left(1+\frac{k-\sqrt{k^2+4}}{2},\ -1\right)$，

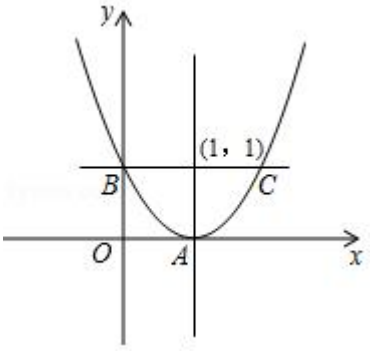
$y_C=\frac{1}{2}(2+k^2+k\sqrt{k^2+4}$，

$C\left(1+\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2},\ 1+\frac{k(k+\sqrt{k^2+4})}{2}\right)$，$A(1,0)$，

∴直线 AD 表达式中的 k 值为：$k_{AD}=\frac{-2}{k-\sqrt{k^2+4}}=\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2}$，

直线 AC 表达式中的 k 值为：$k_{AC}=\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2}$，

∴$k_{AD}=k_{AC}$，点 A、C、D 三点共线．



【点评】本题考查的是二次函数综合运用，涉及到一次函数、等腰三角形性质等知识点，本题关键是复杂数据的计算问题，难度不大．