

2018 年福建省中考数学试卷 (B 卷)

一、选择题 (本题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (4.00 分) 在实数 -3 , -2 , 0 , π 中, 最小的数是 ()

A. -3 B. -2 C. 0 D. π

2. (4.00 分) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体是 ()



A. 圆柱 B. 三棱柱 C. 长方体 D. 四棱锥

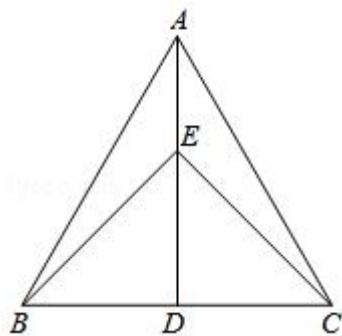
3. (4.00 分) 下列各组数中, 能作为一个三角形三边边长的是 ()

A. 1, 1, 2 B. 1, 2, 4 C. 2, 3, 4 D. 2, 3, 5

4. (4.00 分) 一个 n 边形的内角和为 360° , 则 n 等于 ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

5. (4.00 分) 如图, 等边三角形 ABC 中, $AD \perp BC$, 垂足为 D , 点 E 在线段 AD 上, $\angle EBC = 45^\circ$, 则 $\angle ACE$ 等于 ()



A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

6. (4.00 分) 投掷两枚质地均匀的骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 则下列事件为随机事件的是 ()

A. 两枚骰子向上一面的点数之和大于 1

B. 两枚骰子向上一面的点数之和等于 1

C. 两枚骰子向上一面的点数之和大于 12

D. 两枚骰子向上一面的点数之和等于 12

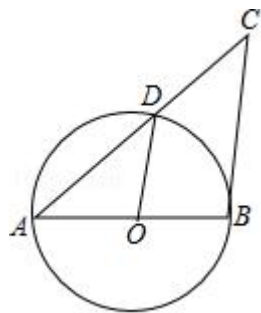
7. (4.00 分) 已知 $m=\sqrt{4}+\sqrt{3}$, 则以下对 m 的估算正确的 ()

A. $2 < m < 3$ B. $3 < m < 4$ C. $4 < m < 5$ D. $5 < m < 6$

8. (4.00 分) 我国古代数学著作《增删算法统宗》记载“绳索量竿”问题：“一条竿子一条索，索比竿子长一托。折回索子却量竿，却比竿子短一托”其大意为：现有一根竿和一条绳索，用绳索去量竿，绳索比竿长 5 尺；如果将绳索对半折后再去量竿，就比竿短 5 尺。设绳索长 x 尺，竿长 y 尺，则符合题意的方程组是 ()

A. $\begin{cases} x=y+5 \\ \frac{1}{2}x=y-5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=y-5 \\ \frac{1}{2}x=y+5 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x=y+5 \\ 2x=y-5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=y-5 \\ 2x=y+5 \end{cases}$

9. (4.00 分) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，BC 与 $\odot O$ 相切于点 B，AC 交 $\odot O$ 于点 D，若 $\angle ACB=50^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 等于 ()



A. 40° B. 50° C. 60° D. 80°

10. (4.00 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $(a+1)x^2+2bx+(a+1)=0$ 有两个相等的实数根，下列判断正确的是 ()

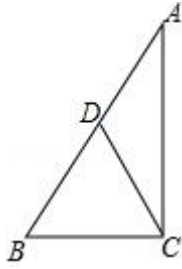
- A. 1 一定不是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根
B. 0 一定不是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根
C. 1 和 -1 都是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根
D. 1 和 -1 不都是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

11. (4.00 分) 计算： $(\frac{\sqrt{2}}{2})^0 - 1 =$ _____.

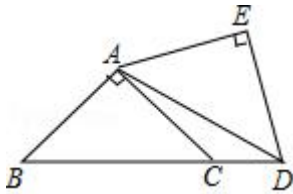
12. (4.00 分) 某 8 种食品所含的热量值分别为：120, 134, 120, 119, 126, 120, 118, 124, 则这组数据的众数为_____.

13. (4.00 分) 如图，Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=6$ ，D 是 AB 的中点，则 $CD=$ _____.

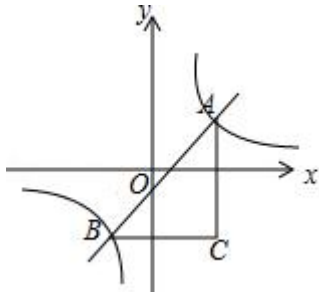


14. (4.00 分) 不等式组 $\begin{cases} 3x+1 > x+3 \\ x-2 > 0 \end{cases}$ 的解集为_____.

15. (4.00 分) 把两个同样大小的含 45° 角的三角尺按如图所示的方式放置, 其中一个三角尺的锐角顶点与另一个的直角顶点重合于点 A, 且另三个锐角顶点 B, C, D 在同一直线上. 若 $AB = \sqrt{2}$, 则 $CD =$ _____.



16. (4.00 分) 如图, 直线 $y = x + m$ 与双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 相交于 A, B 两点, $BC \parallel x$ 轴, $AC \parallel y$ 轴, 则 $\triangle ABC$ 面积的最小值为_____.

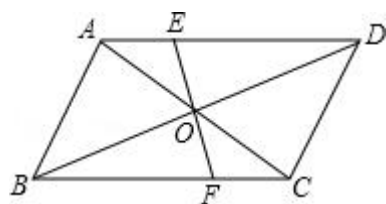


三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (8.00 分) 解方程组: $\begin{cases} x+y=1 \\ 4x+y=10 \end{cases}$.

18. (8.00 分) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O, EF 过点 O 且与 AD, BC 分

别相交于点 E, F. 求证: $OE=OF$.

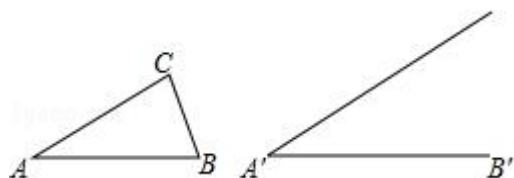


19. (8.00 分) 先化简, 再求值: $(\frac{2m+1}{m} - 1) \div \frac{m^2-1}{m}$, 其中 $m=\sqrt{3}+1$.

20. (8.00 分) 求证: 相似三角形对应边上的中线之比等于相似比.

要求: ①根据给出的 $\triangle ABC$ 及线段 $A'B'$, $\angle A'$ ($\angle A'=\angle A$), 以线段 $A'B'$ 为一边, 在给出的图形上用尺规作出 $\triangle A'B'C'$, 使得 $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$, 不写作法, 保留作图痕迹;

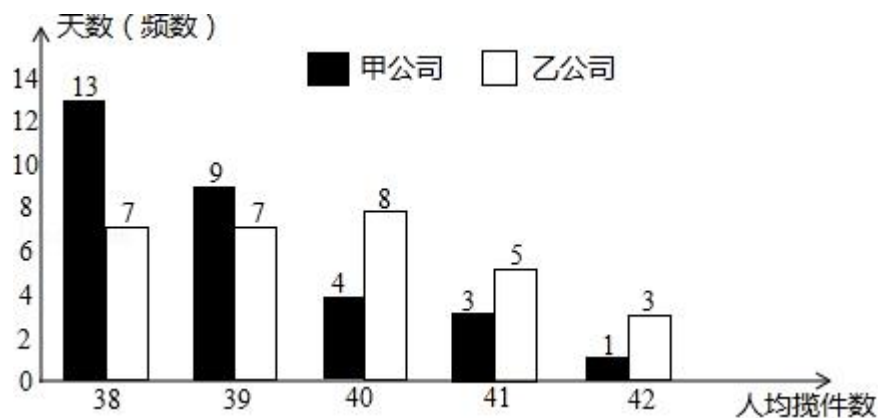
②在已有的图形上画出一组对应中线, 并据此写出已知、求证和证明过程.



21. (8.00 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=10$, $AC=8$. 线段 AD 由线段 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到, $\triangle EFG$ 由 $\triangle ABC$ 沿 CB 方向平移得到, 且直线 EF 过点 D .

-

如图是今年四月份甲公司揽件员人均揽件数和乙公司揽件员人均揽件数的条形统计图:



- 第 5 页 (共 25 页)

揽件数，解决以下问题：

①估计甲公司各揽件员的日平均件数；

②小明拟到甲、乙两家公司中的一家应聘揽件员，如果仅从工资收入的角度考虑，请利用所学的统计知识帮他选择，并说明理由．

23. (10.00 分) 空地上有一段长为 a 米的旧墙 MN ，某人利用旧墙和木栏围成一个矩形菜园 $ABCD$ ，已知木栏总长为 100 米．

(1) 已知 $a=20$ ，矩形菜园的一边靠墙，另三边一共用了 100 米木栏，且围成的矩形菜园面积为 450 平方米．

如图 1，求所利用旧墙 AD 的长；

(2) 已知 $0 < a < 50$ ，且空地足够大，如图 2．请你合理利用旧墙及所给木栏设计一个方案，使得所围成的矩

形菜园 $ABCD$ 的面积最大，并求面积的最大值．

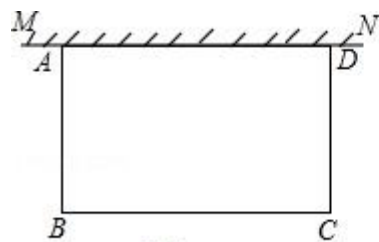


图1

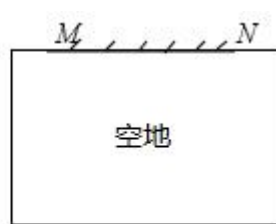
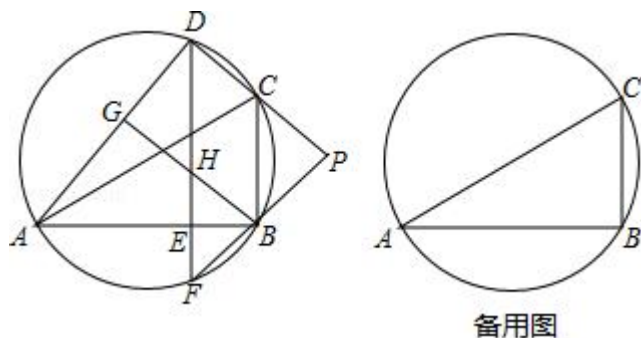


图2

24. (12.00 分) 如图, D 是 $\triangle ABC$ 外接圆上的动点, 且 B, D 位于 AC 的两侧, $DE \perp AB$, 垂足为 E , DE 的延长线交此圆于点 F . $BG \perp AD$, 垂足为 G , BG 交 DE 于点 H , DC, FB 的延长线交于点 P , 且 $PC=PB$.

(1) 求证: $BG \parallel CD$;

(2) 设 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心为 O , 若 $AB = \sqrt{3}DH$, $\angle OHD = 80^\circ$, 求 $\angle BDE$ 的大小.



25. (14.00 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $A(0, 2)$, 且抛物线上任意不同两点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 都满足: 当 $x_1 < x_2 < 0$ 时, $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0$; 当 $0 < x_1 < x_2$ 时, $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0$. 以原点 O 为圆心, OA 为半径的圆与抛物线的另两个交点为 B, C , 且 B 在 C 的左侧, $\triangle ABC$ 有一个内角为 60° .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若 MN 与直线 $y = -2\sqrt{3}x$ 平行, 且 M, N 位于直线 BC 的两侧, $y_1 > y_2$, 解决以下问题:

①求证: BC 平分 $\angle MBN$;

②求 $\triangle MBC$ 外心的纵坐标的取值范围.

2018 年福建省中考数学试卷 (B 卷)

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (4.00 分)

【考点】15: 绝对值; 2A: 实数大小比较.

【分析】直接利用绝对值的性质化简, 进而比较大小得出答案.

【解答】解: 在实数 $|-3|$, -2 , 0 , π 中,
 $|-3|=3$, 则 $-2 < 0 < |-3| < \pi$,

故最小的数是: -2 .

故选: B.

【点评】此题主要考查了实数大小比较以及绝对值, 正确掌握实数比较大小的方法是解题关键.

2. (4.00 分)

【考点】U3: 由三视图判断几何体.

【分析】根据常见几何体的三视图逐一判断即可得.

【解答】解: A、圆柱的主视图和左视图是矩形, 但俯视图是圆, 不符合题意;
B、三棱柱的主视图和左视图是矩形, 但俯视图是三角形, 不符合题意;
C、长方体的主视图、左视图及俯视图都是矩形, 符合题意;
D、四棱锥的主视图、左视图都是三角形, 而俯视图是四边形, 不符合题意;
故选: C.

【点评】本题主要考查由三视图判断几何体, 解题的关键是掌握常见几何体的三视图.

3. (4.00 分)

【考点】K6: 三角形三边关系.

【分析】根据三角形中任意两边之和大于第三边, 任意两边之差小于第三边, 即可求解.

【解答】解: A、 $1+1=2$, 不满足三边关系, 故错误;
B、 $1+2 < 4$, 不满足三边关系, 故错误;
C、 $2+3 > 4$, 满足三边关系, 故正确;
D、 $2+3=5$, 不满足三边关系, 故错误.

故选：C.

【点评】本题主要考查了三角形三边关系的运用，判定三条线段能否构成三角形时并不一定要列出三个不等式，只要两条较短的线段长度之和大于第三条线段的长度即可判定这三条线段能构成一个三角形.

4. (4.00 分)

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】 n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，如果已知多边形的内角和，就可以得到一个关于边数的方程，解方程就可以求 n .

【解答】解：根据 n 边形的内角和公式，得：

$$(n-2) \cdot 180 = 360,$$

解得 $n=4$.

故选：B.

【点评】本题考查了多边形的内角与外角，熟记内角和公式和外角和定理并列出方程是解题的关键.

5. (4.00 分)

【考点】KG: 线段垂直平分线的性质；KK: 等边三角形的性质.

【分析】先判断出 AD 是 BC 的垂直平分线，进而求出 $\angle ECB=45^\circ$ ，即可得出结论.

【解答】解： $\because$ 等边三角形 ABC 中， $AD \perp BC$,

$\therefore BD=CD$ ，即： AD 是 BC 的垂直平分线，

$\because$ 点 E 在 AD 上，

$\therefore BE=CE$,

$\therefore \angle EBC = \angle ECB$,

$\because \angle EBC = 45^\circ$,

$\therefore \angle ECB = 45^\circ$,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ACB = 60^\circ$,

$\therefore \angle ACE = \angle ACB - \angle ECB = 15^\circ$,

故选：A.

【点评】此题主要考查了等边三角形的性质，垂直平分线的判定和性质，等腰三角形的性质，求出 $\angle ECB$ 是解本题的关键.

6. (4.00 分)

【考点】X1: 随机事件.

【分析】根据事先能肯定它一定会发生的事件称为必然事件, 事先能肯定它一定不会发生的事件称为不可能事件, 在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件, 称为随机事件进行分析即可.

【解答】解: A、两枚骰子向上一面的点数之和大于 1, 是必然事件, 故此选项错误;

B、两枚骰子向上一面的点数之和等于 1, 是不可能事件, 故此选项错误;

C、两枚骰子向上一面的点数之和大于 12, 是不可能事件, 故此选项错误;

D、两枚骰子向上一面的点数之和等于 12, 是随机事件, 故此选项正确;

故选: D.

【点评】此题主要考查了随机事件, 关键是掌握随机事件定义.

7. (4.00 分)

【考点】2B: 估算无理数的大小.

【分析】直接化简二次根式, 得出 $\sqrt{3}$ 的取值范围, 进而得出答案.

【解答】解: $\because m = \sqrt{4} + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$,

$$1 < \sqrt{3} < 2,$$

$$\therefore 3 < m < 4,$$

故选: B.

【点评】此题主要考查了估算无理数的大小, 正确得出 $\sqrt{3}$ 的取值范围是解题关键.

8. (4.00 分)

【考点】99: 由实际问题抽象出二元一次方程组.

【分析】设索长为 x 尺, 竿子长为 y 尺, 根据“索比竿子长一托, 折回索子却量竿, 却比竿子短一托”, 即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组.

【解答】解: 设索长为 x 尺, 竿子长为 y 尺,

根据题意得:
$$\begin{cases} x = y + 5 \\ \frac{1}{2}x = y - 5 \end{cases}$$

故选: A.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用, 找准等量关系, 正确列出二元一次方程组是解题的关键.

9. (4.00 分)

【考点】M5：圆周角定理；MC：切线的性质.

【分析】根据切线的性质得到 $\angle ABC=90^\circ$ ，根据直角三角形的性质求出 $\angle A$ ，根据圆周角定理计算即可.

【解答】解： $\because BC$ 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore \angle ABC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle A=90^\circ - \angle ACB=40^\circ,$$

由圆周角定理得， $\angle BOD=2\angle A=80^\circ$ ，

故选：D.

【点评】本题考查的是切线的性质、圆周角定理，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键.

10. (4.00 分)

【考点】AA：根的判别式.

【分析】根据方程有两个相等的实数根可得出 $b=a+1$ 或 $b=-(a+1)$ ，当 $b=a+1$ 时， -1 是方程 $x^2+bx+a=0$ 的根；当 $b=-(a+1)$ 时， 1 是方程 $x^2+bx+a=0$ 的根. 再结合 $a+1 \neq -(a+1)$ ，可得出 1 和 -1 不都是关于 x 的方程 $x^2+bx+a=0$ 的根.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(a+1)x^2+2bx+(a+1)=0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \begin{cases} a+1 \neq 0 \\ \Delta = (2b)^2 - 4(a+1)^2 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore b=a+1 \text{ 或 } b=-(a+1).$$

当 $b=a+1$ 时，有 $a-b+1=0$ ，此时 -1 是方程 $x^2+bx+a=0$ 的根；

当 $b=-(a+1)$ 时，有 $a+b+1=0$ ，此时 1 是方程 $x^2+bx+a=0$ 的根.

$$\therefore a+1 \neq 0,$$

$$\therefore a+1 \neq -(a+1),$$

$$\therefore 1 \text{ 和 } -1 \text{ 不都是关于 } x \text{ 的方程 } x^2+bx+a=0 \text{ 的根.}$$

故选：D.

【点评】本题考查了根的判别式以及一元二次方程的定义，牢记“当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根”是解题的关键.

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分)

11. (4.00 分)

【考点】6E：零指数幂.

【分析】根据零指数幂： $a^0=1$ ($a \neq 0$) 进行计算即可.

【解答】解：原式 $=1 - 1=0$,

故答案为：0.

【点评】此题主要考查了零指数幂，关键是掌握 $a^0=1$ ($a \neq 0$).

12. (4.00 分)

【考点】W5：众数.

【分析】根据众数的定义：一组数据中出现次数最多的数据即为众数.

【解答】解： $\because$ 这组数据中 120 出现次数最多，有 3 次，

$\therefore$ 这组数据的众数为 120，

故答案为：120.

【点评】本题主要考查众数，解题的关键是掌握众数的定义：一组数据中出现次数最多的数据.

13. (4.00 分)

【考点】KP：直角三角形斜边上的中线.

【分析】根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半解答.

【解答】解： $\because \angle ACB=90^\circ$ ，D 为 AB 的中点，

$$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2} \times 6=3.$$

故答案为：3.

【点评】本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半的性质，熟记性质是解题的关键.

14. (4.00 分)

【考点】CB：解一元一次不等式组.

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} 3x+1 > x+3 & \text{①} \\ x-2 > 0 & \text{②} \end{cases}$$

$\therefore$ 解不等式①得： $x > 1$,

解不等式②得： $x > 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > 2$,

故答案为： $x > 2$.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，能根据不等式的解集得不等式组的解集是解此题的关键.

15. (4.00 分)

【考点】KQ: 勾股定理.

【分析】先利用等腰直角三角形的性质求出 $BC=2$, $BF=AF=1$, 再利用勾股定理求出 DF , 即可得出结论.

【解答】解: 如图, 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于 F ,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B=45^\circ$,

$$\therefore BC=\sqrt{2}AB=2, BF=AF=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=1,$$

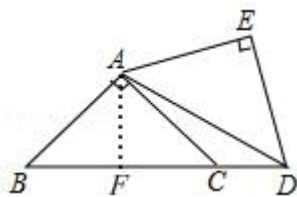
$\therefore$ 两个同样大小的含 45° 角的三角尺,

$$\therefore AD=BC=2,$$

在 $Rt\triangle ADF$ 中, 根据勾股定理得, $DF=\sqrt{AD^2-AF^2}=\sqrt{3}$

$$\therefore CD=BF+DF-BC=1+\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-1,$$

故答案为: $\sqrt{3}-1$.



【点评】此题主要考查了勾股定理, 等腰直角三角形的性质, 正确作出辅助线是解本题的关键.

16. (4.00 分)

【考点】G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】根据双曲线 $y=\frac{3}{x}$ 过 A, B 两点, 可设 $A(a, \frac{3}{a})$, $B(b, \frac{3}{b})$, 则 $C(a, \frac{3}{b})$. 将 $y=x+m$ 代入 $y=\frac{3}{x}$, 整理得 $x^2+mx-3=0$, 由于直线 $y=x+m$ 与双曲线 $y=\frac{3}{x}$ 相交于 A, B 两点, 所以 a, b 是方程 $x^2+mx-3=0$ 的两个根, 根据根与系数的关系得出 $a+b=-m$, $ab=-3$, 那么 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=m^2+12$. 再根据三角形的面积公式得出 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC \cdot BC=\frac{1}{2}m^2+6$, 利用二次函数的性质即可求出当 $m=0$ 时, $\triangle ABC$ 的面积有最小值 6.

【解答】解：设 $A(a, \frac{3}{a})$, $B(b, \frac{3}{b})$, 则 $C(a, \frac{3}{b})$.

将 $y=x+m$ 代入 $y=\frac{3}{x}$, 得 $x+m=\frac{3}{x}$,

整理, 得 $x^2+mx-3=0$,

则 $a+b=-m$, $ab=-3$,

$$\therefore (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = m^2 + 12.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{a} - \frac{3}{b} \right) (a-b)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3(b-a)}{ab} \cdot (a-b)$$

$$= \frac{1}{2} (a-b)^2$$

$$= \frac{1}{2} (m^2 + 12)$$

$$= \frac{1}{2} m^2 + 6,$$

$\therefore$ 当 $m=0$ 时, $\triangle ABC$ 的面积有最小值 6.

故答案为 6.

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 求反比例函数与一次函数的交点坐标, 把两个函数关系式联立成方程组求解, 若方程组有解则两者有交点, 方程组无解, 则两者无交点. 也考查了函数图象上点的坐标特征, 根与系数的关系, 三角形的面积, 二次函数的性质.

三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (8.00 分)

【考点】98: 解二元一次方程组.

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

$$\text{【解答】解: } \begin{cases} x+y=1 \text{ ①} \\ 4x+y=10 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得: } 3x=9,$$

$$\text{解得: } x=3,$$

$$\text{把 } x=3 \text{ 代入 ① 得: } y=-2,$$

$$\text{则方程组的解为 } \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}.$$

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

18. (8.00 分)

【考点】KD：全等三角形的判定与性质；L5：平行四边形的性质.

【分析】由四边形ABCD是平行四边形，可得OA=OC，AD//BC，继而可证得 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA)，则可证得结论.

【解答】证明： $\because$ 四边形ABCD是平行四边形，

$\therefore$ OA=OC，AD//BC，

$\therefore \angle OAE = \angle OCF$ ，

在 $\triangle OAE$ 和 $\triangle OCF$ 中，

$$\begin{cases} \angle OAE = \angle OCF \\ OA = OC \\ \angle AOE = \angle COF \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$ (ASA)，

$\therefore OE = OF$.

【点评】此题考查了平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质. 此题难度适中，注意掌握数形结合思想的应用.

19. (8.00 分)

【考点】6D：分式的化简求值.

【分析】根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子，然后将m的值代入即可解答本题.

【解答】解： $(\frac{2m+1}{m} - 1) \div \frac{m^2-1}{m}$

$$= \frac{2m+1-m}{m} \cdot \frac{m}{(m+1)(m-1)}$$
$$= \frac{m+1}{m} \cdot \frac{m}{(m+1)(m-1)}$$
$$= \frac{1}{m-1},$$

当 $m = \sqrt{3} + 1$ 时，原式 $= \frac{1}{\sqrt{3}+1-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

【点评】本题考查分式的化简求值，解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

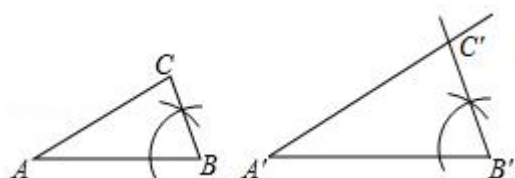
20. (8.00 分)

【考点】SB：作图—相似变换.

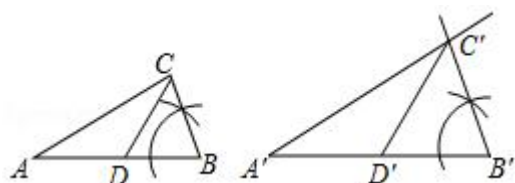
【分析】(1) 作 $\angle A'B'C = \angle ABC$ ，即可得到 $\triangle A'B'C'$ ；

(2) 依据 D 是 AB 的中点, D' 是 A'B' 的中点, 即可得到 $\frac{A'D'}{AD} = \frac{A'B'}{AB}$, 根据 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 即可得到 $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$, $\angle A' = \angle A$, 进而得出 $\triangle A'C'D' \sim \triangle ACD$, 可得 $\frac{C'D'}{CD} = \frac{A'C'}{AC} = k$.

【解答】解: (1) 如图所示, $\triangle A'B'C'$ 即为所求;



(2) 已知, 如图, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = k$, D 是 AB 的中点, D' 是 A'B' 的中点,
求证: $\frac{C'D'}{CD} = k$.



证明: $\because$ D 是 AB 的中点, D' 是 A'B' 的中点,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB, A'D' = \frac{1}{2}A'B',$$

$$\therefore \frac{A'D'}{AD} = \frac{\frac{1}{2}A'B'}{\frac{1}{2}AB} = \frac{A'B'}{AB},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C',$$

$$\therefore \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}, \angle A' = \angle A,$$

$$\therefore \frac{A'D'}{AD} = \frac{A'C'}{AC}, \angle A' = \angle A,$$

$$\therefore \triangle A'C'D' \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{C'D'}{CD} = \frac{A'C'}{AC} = k.$$

【点评】本题考查了相似三角形的性质与判定, 主要利用了相似三角形的性质, 相似三角形对应边成比例的性质, 以及两三角形相似的判定方法, 要注意文字叙述性命题的证明格式.

21. (8.00 分)

【考点】Q2：平移的性质；R2：旋转的性质；S9：相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 由旋转的性质得, $AD=AB=10$, $\angle ABD=45^\circ$, 再由平移的性质即可得出结论;

(2) 先判断出 $\angle ADE=\angle ACB$, 进而得出 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$, 得出比例式求出 AE , 即可得出结论.

【解答】解: (1) $\because$ 线段 AD 是由线段 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到,

$$\therefore \angle DAB=90^\circ, AD=AB=10,$$

$$\therefore \angle ABD=45^\circ,$$

$\because \triangle EFG$ 是 $\triangle ABC$ 沿 CB 方向平移得到,

$$\therefore AB \parallel EF,$$

$$\therefore \angle BDF=\angle ABD=45^\circ;$$

(2) 由平移的性质得, $AE \parallel CG$, $AB \parallel EF$,

$$\therefore \angle DEA=\angle DFC=\angle ABC, \angle ADE+\angle DAB=180^\circ,$$

$$\because \angle DAB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE=90^\circ,$$

$$\because \angle ACB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE=\angle ACB,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB},$$

$$\because AC=8, AB=AD=10,$$

$$\therefore AE=12.5,$$

由平移的性质得, $CG=AE=12.5$.

【点评】此题主要考查了图形的平移与旋转, 平行线的性质, 等腰直角三角形的判定和性质, 解直角三角形, 相似三角形的判定和性质, 判断出 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 是解本题的关键.

22. (10.00 分)

【考点】V5：用样本估计总体；VC：条形统计图；W2：加权平均数；X4：概率公式.

【分析】(1) 根据概率公式计算可得;

(2) 分别根据平均数的定义及其意义解答可得.

【解答】解: (1) 因为今年四月份甲公司揽件员人均揽件数超过 40 的有 4 天,

所以甲公司揽件员人均揽件数超过 40 (不含 40) 的概率为 $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$;

(2) ①甲公司各揽件员的日平均件数为 $\frac{38 \times 13 + 39 \times 9 + 40 \times 4 + 41 \times 3 + 42 \times 1}{30} = 39$ 件;

②甲公司揽件员的日平均工资为 $70 + 39 \times 2 = 148$ 元,

乙公司揽件员的日平均工资为 $\frac{[38 \times 7 + 39 \times 7 + 40 \times (8 + 5 + 3)] \times 4 + (1 \times 5 + 2 \times 3) \times 1}{30}$

$$= [40 + \frac{(-2) \times 7 + (-1) \times 7}{30}] \times 4 + \frac{1 \times 5 + 2 \times 3}{30} \times 6$$

=159.4 元,

因为 $159.4 > 148$,

所以仅从工资收入的角度考虑, 小明应到乙公司应聘.

【点评】 本题主要考查概率公式, 解题的关键是掌握概率=所求情况数与总情况数之比及平均数的定义及其意义.

23. (10.00 分)

【考点】 AD: 一元二次方程的应用; HE: 二次函数的应用.

【分析】 (1) 按题意设出 AD, 表示 AB 构成方程;

(2) 根据旧墙长度 a 和 AD 长度表示矩形菜园长和宽, 注意分类讨论 s 与菜园边长之间的数量关系.

【解答】 解: (1) 设 $AD = x$ 米, 则 $AB = \frac{100-x}{2}$ 米

依题意得, $\frac{x(100-x)}{2} = 450$

解得 $x_1 = 10$, $x_2 = 90$

$\because a = 20$, 且 $x \leq a$

$\therefore x = 90$ 舍去

$\therefore$ 利用旧墙 AD 的长为 10 米.

(2) 设 $AD = x$ 米, 矩形 ABCD 的面积为 S 平方米

①如果按图一方案围成矩形菜园, 依题意

得:

$$S = \frac{x(100-x)}{2} = -\frac{1}{2}(x-50)^2 + 1250, \quad 0 < x < a$$

$\therefore 0 < a < 50$

$\therefore x < a < 50$ 时, S 随 x 的增大而增大

当 $x=a$ 时, $S_{\text{最大}}=50a-\frac{1}{2}a^2$

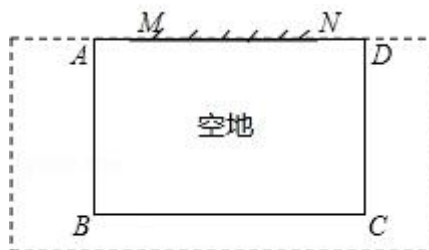


图2

②如按图 2 方案围成矩形菜园, 依题意得

$$S=\frac{x(100+a-2x)}{2}=-\left[x-\left(25+\frac{a}{4}\right)\right]^2+\left(25+\frac{a}{4}\right)^2, \quad a \leq x < 50+\frac{a}{2}$$

当 $a < 25+\frac{a}{4} < 50$ 时, 即 $0 < a < \frac{100}{3}$ 时,

$$\text{则 } x=25+\frac{a}{4} \text{ 时, } S_{\text{最大}}=\left(25+\frac{a}{4}\right)^2=\frac{10000+200a+a^2}{16}$$

当 $25+\frac{a}{4} \leq a$, 即 $\frac{100}{3} \leq a < 50$ 时, S 随 x 的增大而减小

$$\therefore x=a \text{ 时, } S_{\text{最大}}=\frac{a(100+a-2a)}{2}=50a-\frac{1}{2}a^2$$

综合①②, 当 $0 < a < \frac{100}{3}$ 时,

$$\frac{10000+200a+a^2}{16} - \left(50a-\frac{1}{2}a^2\right) = \frac{(3a-100)^2}{16} > 0$$

$\frac{10000+200a+a^2}{16} > 50a-\frac{1}{2}a^2$, 此时, 按图 2 方案围成矩形菜园面积最大, 最大面积为

$$\frac{10000+200a+a^2}{16} \text{ 平方米}$$

当 $\frac{100}{3} \leq a < 50$ 时, 两种方案围成的矩形菜园面积最大值相等.

$\therefore$ 当 $0 < a < \frac{100}{3}$ 时, 围成长和宽均为 $\left(25+\frac{a}{4}\right)$ 米的矩形菜园面积最大, 最大面积为

$$\frac{10000+200a+a^2}{16} \text{ 平方米};$$

当 $\frac{100}{3} \leq a < 50$ 时, 围成长为 a 米, 宽为 $\left(50-\frac{a}{2}\right)$ 米的矩形菜园面积最大, 最大面积为

$$\left(50a-\frac{1}{2}a^2\right) \text{ 平方米}.$$

【点评】 本题以实际应用为背景, 考查了一元二次方程与二次函数最值的讨论, 解得时注意分类讨论变量大小关系.

24. (12.00 分)

【考点】 JB: 平行线的判定与性质; KQ: 勾股定理; M2: 垂径定理; MA: 三角形的外接

圆与外心.

【分析】(1) 根据等边对等角得: $\angle PCB = \angle PBC$, 由四点共圆的性质得: $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$, 从而得: $\angle BFD = \angle PCB = \angle PBC$, 根据平行线的判定得: $BC \parallel DF$, 可得 $\angle ABC = 90^\circ$, AC 是 $\odot O$ 的直径, 从而得: $\angle ADC = \angle AGB = 90^\circ$, 根据同位角相等可得结论;

(2) 先证明四边形 $BCDH$ 是平行四边形, 得 $BC = DH$, 根据特殊的三角函数值得: $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, 所以 $DH = \frac{1}{2}AC$, 分两种情况:

①当点 O 在 DE 的左侧时, 如图 2, 作辅助线, 构建直角三角形, 由同弧所对的圆周角相等和互余的性质得: $\angle AMD = \angle ABD$, 则 $\angle ADM = \angle BDE$, 并由 $DH = OD$, 可得结论;

②当点 O 在 DE 的右侧时, 如图 3, 同理作辅助线, 同理有 $\angle ADE = \angle BDN = 20^\circ$, $\angle ODH = 20^\circ$, 得结论.

【解答】(1) 证明: 如图 1, $\because PC = PB$,

$$\therefore \angle PCB = \angle PBC,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 内接于圆,

$$\therefore \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\because \angle BCD + \angle PCB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle PCB,$$

$$\because \angle BAD = \angle BFD,$$

$$\therefore \angle BFD = \angle PCB = \angle PBC,$$

$$\therefore BC \parallel DF,$$

$$\because DE \perp AB,$$

$$\therefore \angle DEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ,$$

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\because BG \perp AD,$$

$$\therefore \angle AGB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle AGB,$$

$$\therefore BG \parallel CD;$$

(2) 由 (1) 得: $BC \parallel DF$, $BG \parallel CD$,

∴ 四边形 BCDH 是平行四边形,

∴ BC=DH,

在 Rt△ABC 中, ∴ AB=√3DH,

$$\therefore \tan \angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}DH}{DH} = \sqrt{3},$$

∴ ∠ACB=60°, ∠BAC=30°,

∴ ∠ADB=60°, BC=1/2 AC,

∴ DH=1/2 AC,

①当点 O 在 DE 的左侧时, 如图 2, 作直径 DM, 连接 AM、OH, 则 ∠DAM=90°,

∴ ∠AMD+∠ADM=90°

∵ DE ⊥ AB,

∴ ∠BED=90°,

∴ ∠BDE+∠ABD=90°,

∵ ∠AMD=∠ABD,

∴ ∠ADM=∠BDE,

∴ DH=1/2 AC,

∴ DH=OD,

∴ ∠DOH=∠OHD=80°,

∴ ∠ODH=20°

∵ ∠ADB=60°,

∴ ∠ADM+∠BDE=40°,

∴ ∠BDE=∠ADM=20°,

②当点 O 在 DE 的右侧时, 如图 3, 作直径 DN, 连接 BN,

由①得: ∠ADE=∠BDN=20°, ∠ODH=20°,

∴ ∠BDE=∠BDN+∠ODH=40°,

综上所述, ∠BDE 的度数为 20°或 40°.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线过点 A (0, 2),

$$\therefore c=2,$$

当 $x_1 < x_2 < 0$ 时, $x_1 - x_2 < 0$, 由 $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0$, 得到 $y_1 - y_2 < 0$,

$\therefore$ 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大,

同理当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 y 轴, 且开口向下, 即 $b=0$,

$\therefore$ 以 O 为圆心, OA 为半径的圆与抛物线交于另两点 B, C, 如图 1 所示,

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形,

$\therefore \triangle ABC$ 中有一个角为 60° ,

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形, 且 $OC=OA=2$,

设线段 BC 与 y 轴的交点为点 D, 则有 $BD=CD$, 且 $\angle OBD=30^\circ$,

$$\therefore BD=OB \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3}, OD=OB \cdot \sin 30^\circ = 1,$$

$\therefore$ B 在 C 的左侧,

$$\therefore \text{B 的坐标为 } (-\sqrt{3}, -1),$$

$\therefore$ B 点在抛物线上, 且 $c=2, b=0$,

$$\therefore 3a+2=-1,$$

解得: $a=-1$,

则抛物线解析式为 $y=-x^2+2$;

(2) ①由 (1) 知, 点 M ($x_1, -x_1^2+2$), N ($x_2, -x_2^2+2$),

$\therefore$ MN 与直线 $y=-2\sqrt{3}x$ 平行,

$\therefore$ 设直线 MN 的解析式为 $y=-2\sqrt{3}x+m$, 则有 $-x_1^2+2=-2\sqrt{3}x_1+m$, 即 $m=-x_1^2+2\sqrt{3}x_1+2$,

$\therefore$ 直线 MN 解析式为 $y=-2\sqrt{3}x-x_1^2+2\sqrt{3}x_1+2$,

把 $y=-2\sqrt{3}x-x_1^2+2\sqrt{3}x_1+2$ 代入 $y=-x^2+2$, 解得: $x=x_1$ 或 $x=2\sqrt{3}-x_1$,

$$\therefore x_2=2\sqrt{3}-x_1, \text{ 即 } y_2=-(2\sqrt{3}-x_1)^2+2=-x_1^2+4\sqrt{3}x_1-10,$$

作 $ME \perp BC, NF \perp BC$, 垂足为 E, F, 如图 2 所示,

$\therefore$ M, N 位于直线 BC 的两侧, 且 $y_1 > y_2$, 则 $y_2 < -1 < y_1 \leq 2$, 且 $-\sqrt{3} < x_1 < x_2$,

$$\therefore ME=y_1-(-1)=-x_1^2+3, BE=x_1-(-\sqrt{3})=x_1+\sqrt{3}, NF=-1-y_2=x_1^2-4\sqrt{3}x_1+9,$$

$$BF=x_2-(-\sqrt{3})=3\sqrt{3}-x_1,$$

在 $\text{Rt}\triangle \text{BEM}$ 中, $\tan \angle \text{MBE} = \frac{\text{ME}}{\text{BE}} = \frac{-x_1^2+3}{x_1+\sqrt{3}} = \sqrt{3} - x_1$,

在 $\text{Rt}\triangle \text{BFN}$ 中, $\tan \angle$

$$\text{NBF} = \frac{\text{NF}}{\text{BF}} = \frac{x_1^2-4\sqrt{3}x_1+9}{3\sqrt{3}-x_1} = \frac{(x_1-2\sqrt{3})^2-3}{3\sqrt{3}-x_1} = \frac{(x_1-3\sqrt{3})(x_1-\sqrt{3})}{3\sqrt{3}-x_1} = \sqrt{3} - x_1,$$

$$\therefore \tan \angle \text{MBE} = \tan \angle \text{NBF},$$

$$\therefore \angle \text{MBE} = \angle \text{NBF},$$

则 BC 平分 $\angle \text{MBN}$;

② $\because y$ 轴为 BC 的垂直平分线,

$\therefore$ 设 $\triangle \text{MBC}$ 的外心为 $\text{P}(0, y_0)$, 则 $\text{PB} = \text{PM}$, 即 $\text{PB}^2 = \text{PM}^2$,

根据勾股定理得: $3 + (y_0+1)^2 = x_1^2 + (y_0 - y_1)^2$,

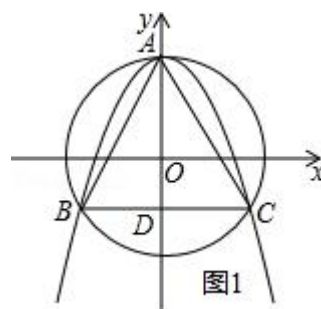
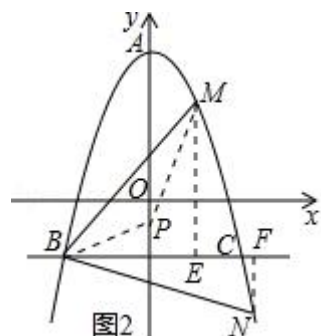
$$\therefore x_1^2 = 2 - y_1,$$

$$\therefore y_0^2 + 2y_0 + 4 = (2 - y_1) + (y_0 - y_1)^2, \text{ 即 } y_0 = \frac{1}{2}y_1 - 1,$$

由①得: $-1 < y_1 \leq 2$,

$$\therefore -\frac{3}{2} < y_0 \leq 0,$$

则 $\triangle \text{MBC}$ 的外心的纵坐标的取值范围是 $-\frac{3}{2} < y_0 \leq 0$.



【点评】 此题属于二次函数综合题, 涉及的知识有: 待定系数法求二次函数解析式, 二次函数的图象与性质, 锐角三角函数定义, 勾股定理, 熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

